



CENTRO FEDERAL DE EDUCAÇÃO TECNOLÓGICA DE CAMPOS

CEFET
CAMPOS Universidade da Tecnologia e do Trabalho

Ministério
da Educação

Secretaria de Educação
Profissional e Tecnológica

CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

PROGRESSÕES ARITMÉTICAS

POR

ALINE NOGUEIRA PIRES
CARINA GOMES DA SILVA
DANIELE DE SOUZA OLIVEIRA
KARINE GOMES BARRETO
PAULA EVELINE DA SILVA DOS SANTOS

CAMPOS DOS GOYTACAZES/RJ

2007.2

**ALINE NOGUEIRA PIRES
CARINA GOMES DA SILVA
DANIELE DE SOUZA OLIVEIRA
KARINE GOMES BARRETO
PAULA EVELINE DA SILVA DOS SANTOS**

PROGRESSÕES ARITMÉTICAS

Projeto apresentado ao Centro Federal de Educação Tecnológica de Campos, como parte das exigências da disciplina Laboratório de Ensino do curso de Licenciatura em Matemática.

Orientadora: Mônica Souto da Silva Dias
Mestre em Educação Matemática -
CEFETCampos

**CAMPOS DOS GOYTACAZES/RJ
2007.2**

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	4
2. DESENVOLVIMENTO	5
2.1 Preparação do Projeto	5
2.2 Relato da aplicação do projeto	5
3. CONSIDERAÇÕES FINAIS	10
BIBLIOGRAFIA	11
ANEXOS	12

1. INTRODUÇÃO

O tópico Progressões Aritméticas é abordado no 2º ano do Ensino Médio. Investigando os livros didáticos de Matemática para o Ensino Médio, percebemos que este tema, de modo geral, é abordado de maneira tradicional, ou seja, o professor apresenta a definição de P.A. identifica seus elementos e exibe exemplos. No nosso entendimento essa forma de ensino não está em consonância com as tendências atuais do ensino da Matemática. A forma segundo a qual é abordada nos livros faz com que os alunos apenas memorizem e não entendam o tema em questão. Com isso, pretendemos com este trabalho desenvolver uma proposta de atividade que possibilite aos alunos construir seu conhecimento a respeito de P.A.

Segundo os PCNs as competências e habilidades a serem desenvolvidas em Matemática são: ler interpretar e utilizar representações matemáticas, tais como tabelas, gráficos, expressões, etc; distinguir e utilizar raciocínios dedutivos e indutivos, entre outras.(BRASIL, 1998)

O currículo a ser elaborado deve corresponder a uma boa seleção, deve contemplar aspectos dos conteúdos e práticas que precisam ser enfatizados. Uma parte importante da trigonometria diz respeito às funções trigonométricas e seus gráficos. As seqüências, em especial progressão aritmética e progressões geométricas, nada mais são que particulares funções.(BRASIL, 1998, p.43)

Este projeto tem o objetivo de elaborar atividades sobre a identificação de uma Progressão Aritmética (P.A.) e a dedução da fórmula do termo geral, fazendo com que os alunos construam este conhecimento de modo significativo.

2. DESENVOLVIMENTO

2.1 Preparação do Projeto

Este projeto teve início no segundo período do curso de Licenciatura em Matemática, no qual escolhemos o tema e iniciamos seu desenvolvimento investigando a sua abordagem em livros didáticos, pesquisando sobre o ensino e a aprendizagem de P.A. e as orientações contidas nos PCN. Após este trabalho, iniciamos a elaboração das atividades.

No terceiro período realizamos um teste exploratório, com a nossa turma, tendo como objetivo identificar possíveis erros nas atividades e na condução da aplicação do trabalho. Neste teste constatamos algumas falhas que foram corrigidas para que não ocorressem durante a aplicação deste projeto para os alunos do 1º ano do Ensino Médio.

Percebemos que dentre as questões da atividade, a primeira estava muito extensa, a segunda deveria ser feita juntamente com a turma, visto que introduzia o tema em questão. Para melhor compreensão dos alunos, optamos por incluir na atividade de dedução, uma questão em que eles observassem a relação entre o índice e o número multiplicado pela razão na formula do termo geral da P.A.. Além disso, incluímos alguns exercícios para avaliarmos a compreensão do tema pelo aluno.

2.2 Relato da aplicação do projeto

O projeto foi realizado no Centro Federal de Educação Tecnológica de Campos (CEFET Campos) com alunos do 1º ano do Ensino Médio sob observação da orientadora do projeto juntamente com a professora da turma, em julho/2007. A turma foi bastante participativa e se envolveu com a atividade. O tempo de execução do projeto foi de duas horas-aula. Para o desenvolvimento do tema em questão foram propostas algumas atividades¹. Segue a descrição e

¹ O modelo se encontra no anexo 1.

análise de cada item da atividade. As soluções apresentadas por alguns alunos se encontram no anexo 2.

Questão 1

Observe as seqüências abaixo e complete-as se possível:

- | | |
|--|--|
| a) 2, 7, 12, 17, 22, __, __, ... | f) 2, 6, __, 54, __, __, ... |
| b) $x - 2$, $x - 1$, x , $x + 1$, __, ... | g) 20, 14, 43, 7, 45, 5, __, ... |
| c) $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{9}, __, __, ...$ | h) 2b, 15b, 9b, 25b, __, __, ... |
| d) 5, 5, 5, __, 5, 5, __, ... | i) __, 23, 20, 17, 14, __, ... |
| e) -2, 1, 4, __, 10, __, ... | j) 1, $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, __, __, ...$ |

Objetivo: levar o aluno a identificar os três tipos de seqüência.

Nesta questão os alunos tinham que completar as seqüências, dentre estas existiam Progressões Aritméticas, Progressões Geométricas e Seqüências sem lei de formação. Eles tiveram um tempo de aproximadamente 10 (dez) minutos para tentar completar as seqüências, individualmente. Não foi apresentada nenhuma dificuldade, pois os alunos souberam completar todas as seqüências possíveis de serem completadas, porém, houve uma aluna que equivocadamente completou uma seqüência sem lei de formação.

Questão 2

Dentre as seqüências que puderam ser completadas, existem dois tipos distintos. Identifique-os:

Objetivo: Identificar o tema proposto e seus elementos principais.

Com base na questão anterior os alunos identificaram os tipos de seqüências que puderam ser completadas por soma, por multiplicação ou que não era possível completar. Neste momento enfatizamos que as seqüências completadas através da soma são chamadas de Progressões Aritméticas e

identificamos os principais elementos desta progressão, tais como, termo geral, termo inicial e razão, ressaltando a notação utilizada em Matemática para tais termos.

Questão 3

Complete as Progressões aritméticas abaixo e indique a razão em cada uma:

a) 2, 5, 8, 11, 14, __, __, ... $r = \underline{\hspace{2cm}}$

b) 3a, 10a, 17a, __, __, ... $r = \underline{\hspace{2cm}}$

c) $\frac{5}{2}$, 3, __, $\frac{8}{2}$, __, ... $r = \underline{\hspace{2cm}}$

d) -4, -10, -16, __, -28, __, ... $r = \underline{\hspace{2cm}}$

Objetivo: Construir o conceito de razão de uma P.A. e deduzir a expressão da razão.

Nesta questão os alunos tiveram um tempo de aproximadamente 5 (cinco) minutos para sua resolução. Os alunos não apresentaram dificuldade e deduziram rapidamente a fórmula para encontrar a razão.

As questões 4, 5 e 6 tiveram por objetivo deduzir a fórmula do termo geral de uma P.A.

Questão 4

Dada a P.A. (1, 4, 7, 10, ...) obtenha:

a) o 2º termo (a_2), somando o 1º termo (a_1) com uma multiplicação de um número natural pela razão (r).

b) o 3º termo (a_3), somando o 1º termo (a_1) com uma multiplicação de um número natural pela razão (r).

c) o 4º termo (a_4), somando o 1º termo (a_1) com uma multiplicação de um número natural pela razão (r).

Os alunos tiveram um tempo de aproximadamente 10 (dez) minutos para resolução desta questão, porém, eles apresentaram dificuldade na interpretação do enunciado, pois perguntavam o que era para fazer na questão. Tal acontecimento pode ser justificado pelo fato dos alunos não trabalharem com questões deste tipo no seu dia-a-dia em sala de aula.

Questão 5

Nos itens anteriores o que você observou em relação ao índice e o número multiplicado pela razão?

.....
.....
.....

Com isso, obtenha o 23º termo (a_{23}) desta P.A.

Questão 6

Deduza uma expressão para calcular a_n , dados a_1 e r .

Nesta etapa do trabalho os alunos não apresentaram dificuldades, visto que grande parte já havia deduzido a fórmula no decorrer do trabalho. A maioria deduziu a expressão do termo geral da P.A. sem interferência dos componentes do grupo que aplicaram este trabalho.

Atividade de Aplicação

- 1) Obtenha o trigésimo termo da P.A. (3, 5, 7, 9,...).
- 2) Encontre a razão de uma P.A. em que $a_1 = -20$ e $a_9 = -32$.

Foram elaborados dois exercícios de aplicação da fórmula do termo geral de uma P.A. com o intuito de avaliar o grau de entendimento dos alunos.

Nesta etapa, observamos que os alunos resolveram as questões sem apresentar dificuldade, o que nos permite afirmar que os mesmos construíram significados para o tópico estudado.

3. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste projeto, propusemos uma atividade que permitisse ao aluno construir de modo significativo o conceito de Progressões Aritméticas e deduzir a expressão do termo geral de uma P.A.

Com base nas observações dos componentes do grupo, e das respostas orais e escritas dos alunos, durante a aplicação do projeto, podemos afirmar que as atividades propostas nesta pesquisa permitiram aos alunos construir o conceito de Progressões Aritméticas, bem como possibilitou o desenvolvimento autônomo da expressão do termo geral.

Constatamos que os alunos participantes do projeto não têm o hábito de trabalhar com atividades de dedução, ou seja, geralmente é o professor quem deduz as fórmulas, e os alunos apenas observam.

BIBLIOGRAFIA

BRASIL, PCN (Parâmetros Curriculares Nacionais): Matemática. Brasília: Ministério da Educação/Secretaria de Educação Fundamental, 1998.

GIOVANNI, José Rui; BONJORNO, José Roberto; GIOVANNI, José Rui Jr. Matemática. São Paulo: FTD, 1988.

IEZZI, Gelson; DOLCE, Osvaldo; DEGENSZAJN, David Mauro; PÉRIGO, Roberto. Matemática. São Paulo: Atual. vol. único, 1997.

ANEXOS

ANEXO 1: ATIVIDADES

**LICENCIATURA EM MATEMÁTICA****Laboratório de Ensino**

Alunos participantes: Aline Nogueira Pires, Carina Gomes da Silva, Daniele de Souza Oliveira, Karine Gomes Barreto e Paula Eveline da Silva dos Santos.

Projeto: Progressões Aritméticas

Professora Orientadora: Mônica Souto

Questão 1

Observe as seqüências abaixo e complete-as se possível:

a) 2, 7, 12, 17, 22, __, __, ...

f) 2, 6, __, 54, __, __, ...

b) $x - 2, x - 1, x, x + 1, \underline{\quad}, \underline{\quad}, \dots$

g) 20, 14, 43, 7, 45, 5, __, __, ...

c) $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{9}, \underline{\quad}, \underline{\quad}, \dots$

h) 2b, 15b, 9b, 25b, __, __, ...

d) 5, 5, 5, __, 5, 5, __, ...

i) __, 23, 20, 17, 14, __, __, ...

e) -2, 1, 4, __, 10, __, ...

j) 1, $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \underline{\quad}, \underline{\quad}, \dots$

Questão 2

Dentre as seqüências que puderam ser completadas, existem dois tipos distintos. Identifique-os:

.....

Questão 3

Complete as Progressões aritméticas abaixo e indique a razão em cada uma:

a) 2, 5, 8, 11, 14, __, __, ... r = ____

b) 3a, 10a, 17a, __, __, ... r = ____

c) $\frac{5}{2}, 3, \underline{\quad}, \frac{8}{2}, \underline{\quad}, \dots$ r = ____

d) -4, -10, -16, ___, -28, ___, ... $r = \underline{\hspace{2cm}}$

Questão 4:

Deduzindo a fórmula do Termo Geral de uma P.A.

Dada a P.A. (1, 4, 7, 10, ...) obtenha:

a) o 2º termo (a_2), somando o 1º termo (a_1) com uma multiplicação de um número natural pela razão (r).

b) o 3º termo (a_3), somando o 1º termo (a_1) com uma multiplicação de um número natural pela razão (r).

c) o 4º termo (a_4), somando o 1º termo (a_1) com uma multiplicação de um número natural pela razão (r).

Questão 5:

Nos itens anteriores o que você observou em relação ao índice e o número multiplicado pela razão?

.....
.....
.....

..... Com isso, obtenha o 23º termo (a_{23}) desta P.A.

Questão 6

Deduza uma expressão para calcular a_n , dados a_1 e r .

Exercícios

1) Obtenha o trigésimo termo da P.A. (3, 5, 7, 9,...).

2) Encontre a razão de uma P.A. em que $a_1 = -20$ e $a_9 = -32$.

ANEXO 2: SOLUÇÕES APRESENTADA PELOS ALUNOS

**LICENCIATURA EM MATEMÁTICA****Laboratório de Ensino**

Alunos participantes: Aline Nogueira Pires, Carina Gomes da Silva, Daniele de Souza Oliveira, Karine Gomes Barreto e Paula Eveline da Silva dos Santos.

Projeto: Progressões Aritméticas

Professora Orientadora: Mônica Souto

Questão 1

Observe as seqüências abaixo e complete-as se possível:

- | | |
|--|---|
| a) 2, 7, 12, 17, 22, <u>27</u> , <u>32</u> , ... | f) 2, 6, <u>18</u> , 54, <u>162</u> , <u>486</u> , ... |
| b) x - 2, x - 1, x, x + 1, <u>x+2</u> , ... | g) 20, 14, 43, 7, 45, 5, <u>___</u> , ... |
| c) $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{9}, \frac{1}{\text{___}}, \frac{1}{\text{___}}, \dots$ | h) 2b, 15b, 9b, 25b, <u>___</u> , <u>___</u> , ... |
| d) 5, 5, 5, <u>5</u> , 5, <u>5</u> , ... | i) <u>26</u> , 23, 20, 17, 14, <u>11</u> , ... |
| e) -2, 1, 4, <u>7</u> , 10, <u>13</u> , ... | j) 1, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{16}$, $\frac{1}{32}$, ... |

Questão 2

Dentre as seqüências que puderam ser completadas, existem dois tipos distintos. Identifique-os:

As seqüências em que a próxima termo é obtida pela adição de um número para o termo anterior não chamada de Progressões Aritméticas, ou P.A., e as seqüências em que a próxima termo é obtida pelas multiplicações de um número pelo termo anterior, não chamadas de Progressões Geométricas, ou P.G.

Questão 3

Complete as Progressões aritméticas abaixo e indique a razão em cada uma:

- | | |
|---|-------------------------------|
| a) 2, 5, 8, 11, 14, <u>17</u> , <u>20</u> , ... | $r = \underline{3}$ |
| b) 3a, 10a, 17a, <u>24a</u> , <u>31a</u> , ... | $r = \underline{7a}$ |
| c) $\frac{5}{2}$, 3, $\frac{7}{2}$, $\frac{8}{2}$, <u>$\frac{9}{2}$</u> , ... | $r = \underline{\frac{1}{2}}$ |
| d) -4, -10, -16, <u>-22</u> , <u>-28</u> , <u>-34</u> , ... | $r = \underline{-6}$ |

$$a_n - a_{n-1} = r$$

Questão 4:**Deduzindo a fórmula do Termo Geral de uma P.A.**

Dada a P.A. (1, 4, 7, 10, ...) obtenha:

- a) o 2º termo (a_2), somando o 1º termo (a_1) com uma multiplicação de um número natural pela razão (r).

$$\begin{aligned} a_2 &= a_1 + r \cdot r \\ a_2 &= 1 + 1 \cdot 3 \quad a_2 = 4 \end{aligned}$$

- b) o 3º termo (a_3), somando o 1º termo (a_1) com uma multiplicação de um número natural pela razão (r).

$$\begin{aligned} a_3 &= a_1 + r \cdot r \\ a_3 &= 1 + 2 \cdot 3 \quad a_3 = 7 \end{aligned}$$

- c) o 4º termo (a_4), somando o 1º termo (a_1) com uma multiplicação de um número natural pela razão (r).

$$\begin{aligned} a_4 &= a_1 + r \cdot r \\ a_4 &= 1 + 3 \cdot 3 \quad a_4 = 10 \end{aligned}$$

Questão 5:

Nos itens anteriores o que você observou em relação ao índice e o número multiplicado pela razão?

...A cada multiplicação pela razão é somado o número de índices menores que o...

Com isso, obtenha o 23º termo (a_{23}) desta P.A.

$$\begin{aligned} a_{23} &= a_1 + 22r \\ a_{23} &= 1 + 22 \cdot 3 \quad a_{23} = 67 \end{aligned}$$

Questão 6

Deduza uma expressão para calcular a_n dados a_1 e r .

$$\boxed{a_n = a_1 + (n-1) \cdot r}$$

Exercícios

- 1) Obtenha o trigésimo termo da P.A. (3, 5, 7, 9, ...).

$$\begin{aligned} a_{30} &= 3 + 29 \cdot 2 \\ a_{30} &= 3 + 58 \quad a_{30} = 61 \end{aligned}$$

- 2) Encontre a razão de uma P.A. em que $a_1 = -20$ e $a_9 = -32$.

$$\begin{aligned} (-32) &= (-20) + 8 \cdot r \\ -32 + 20 &= 8 \cdot r \\ -12 &= 8 \cdot r \\ r &= \frac{-12}{8} : 4 \end{aligned}$$



CENTRO FEDERAL DE EDUCAÇÃO TECNOLÓGICA DE CAMPOS

CEPET
CAMPOS

Universidade da Tecnologia e do Trabalho

Ministério
da EducaçãoSecretaria de Educação
Profissional e Tecnológica**LICENCIATURA EM MATEMÁTICA****Laboratório de Ensino**

Alunos participantes: Aline Nogueira Pires, Carina Gomes da Silva, Daniele de Souza Oliveira, Karine Gomes Barreto e Paula Eveline da Silva dos Santos.

Projeto: Progressões Aritméticas

Professora Orientadora: Mônica Souto

Questão 1

Observe as seqüências abaixo e complete-as se possível:

- | | |
|--|---|
| a) 2, 7, 12, 17, 22, <u>27</u> , <u>32</u> , ... | f) 2, 6, <u>18</u> , 54, <u>162</u> , <u>486</u> ... |
| b) $x - 2$, $x - 1$, x , $x + 1$, <u>$x+2$</u> , ... | g) 20, 14, 43, 7, 45, 5, <u> </u> , <u> </u> , ... |
| c) $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{9}$, <u> </u> , <u> </u> , ... | h) 2b, 15b, 9b, 25b, <u> </u> , <u> </u> , ... |
| d) 5, 5, 5, <u> </u> , 5, 5, <u> </u> , ... | i) <u>26</u> , 23, 20, 17, 14, <u>11</u> , ... |
| e) -2, 1, 4, <u>7</u> , 10, <u>13</u> , ... | j) 1, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{12}$, ... |

Questão 2

Dentre as seqüências que puderam ser completadas, existem dois tipos distintos. Identifique-os:

As sequências que possuem termo comum, pelo adi-
 ção de um número pelo termo anterior, são chamadas de
 Progressões Aritméticas. As PA, ou seja, seqüências formadas
 a partir de termo comum, pelo multiplicador de um número
 pelo termo anterior, são chamadas de Progressões Geométricas ou PG.

$$\begin{array}{r} 218 \\ \times 3 \\ \hline 54 \end{array}$$

Questão 3

Complete as Progressões aritméticas abaixo e indique a razão em cada uma:

- | | |
|---|-------------------------------|
| a) 2, 5, 8, 11, 14, <u>17</u> , <u>20</u> , ... | $r = \underline{3}$ |
| b) 3a, 10a, 17a, <u>24</u> , <u>31</u> , ... | $r = \underline{7}$ |
| c) $\frac{5}{2}$, 3, $\frac{7}{2}$, $\frac{8}{2}$, $\frac{9}{2}$, <u> </u> , ... | $r = \underline{\frac{1}{2}}$ |
| d) -4, -10, -16, <u>-22</u> , <u>-28</u> , <u>-34</u> , ... | $r = \underline{-6}$ |

Questão 4:

Deduzindo a fórmula do Termo Geral de uma P.A.

Dada a P.A. (1, 4, 7, 10, ...) obtenha:

- a) o 2º termo (a_2), somando o 1º termo (a_1) com uma multiplicação de um número natural pela razão (r).

$$\begin{array}{r} a_1 = 1 \\ a_2 = a_1 + r \cdot 1 \\ a_2 = 1 + 3 = 4 \end{array}$$

- b) o 3º termo (a_3), somando o 1º termo (a_1) com uma multiplicação de um número natural pela razão (r).

$$\begin{array}{r} a_1 = 1 \\ a_2 = a_1 + r \cdot 2 \\ a_3 = a_1 + r \cdot 3 = 1 + 3 \cdot 2 = 7 \end{array}$$

- c) o 4º termo (a_4), somando o 1º termo (a_1) com uma multiplicação de um número natural pela razão (r).

$$a_4 = a_1 + r \cdot 3 = 1 + 3 \cdot 3 = 10$$

Questão 5:

Nos itens anteriores o que você observou em relação ao índice e o número multiplicado pela razão?

O índice sempre é um número natural que é multiplicado pela razão.

Com isso, obtenha o 23º termo (a_{23}) desta P.A.

$$\begin{array}{r} a_{23} = a_1 + 22r \\ a_{23} = 1 + 22 \cdot 3 \\ a_{23} = 1 + 66 = 67 \end{array}$$

Questão 6

Deduza uma expressão para calcular a_n , dados a_1 e r .

$$a_n = a_1 + r \cdot n$$

Exercícios

- 1) Obtenha o trigésimo termo da P.A. (3, 5, 7, 9, ...).

$$\begin{array}{r} a_1 = 3 \\ a_2 = a_1 + 2 \cdot 1 \\ a_3 = 3 + 2 \cdot 2 \\ a_4 = 3 + 2 \cdot 3 = 7 \\ a_5 = 3 + 2 \cdot 4 = 9 \\ a_6 = 3 + 2 \cdot 5 = 11 \\ a_7 = 3 + 2 \cdot 6 = 13 \\ a_8 = 3 + 2 \cdot 7 = 15 \\ a_9 = 3 + 2 \cdot 8 = 17 \\ a_{10} = 3 + 2 \cdot 9 = 19 \\ a_{11} = 3 + 2 \cdot 10 = 21 \\ a_{12} = 3 + 2 \cdot 11 = 23 \\ a_{13} = 3 + 2 \cdot 12 = 25 \\ a_{14} = 3 + 2 \cdot 13 = 27 \\ a_{15} = 3 + 2 \cdot 14 = 29 \\ a_{16} = 3 + 2 \cdot 15 = 31 \\ a_{17} = 3 + 2 \cdot 16 = 33 \\ a_{18} = 3 + 2 \cdot 17 = 35 \\ a_{19} = 3 + 2 \cdot 18 = 37 \\ a_{20} = 3 + 2 \cdot 19 = 39 \\ a_{21} = 3 + 2 \cdot 20 = 41 \\ a_{22} = 3 + 2 \cdot 21 = 43 \\ a_{23} = 3 + 2 \cdot 22 = 45 \\ a_{24} = 3 + 2 \cdot 23 = 47 \\ a_{25} = 3 + 2 \cdot 24 = 49 \\ a_{26} = 3 + 2 \cdot 25 = 51 \\ a_{27} = 3 + 2 \cdot 26 = 53 \\ a_{28} = 3 + 2 \cdot 27 = 55 \\ a_{29} = 3 + 2 \cdot 28 = 57 \\ a_{30} = 3 + 2 \cdot 29 = 59 \end{array}$$

- 2) Encontre a razão de uma P.A. em que $a_1 = -20$ e $a_9 = -32$.

$$\begin{array}{r} a_1 = -20 \\ a_2 = a_1 + r \\ a_3 = a_2 + r \\ a_4 = a_3 + r \\ a_5 = a_4 + r \\ a_6 = a_5 + r \\ a_7 = a_6 + r \\ a_8 = a_7 + r \\ a_9 = a_8 + r \\ -32 = -20 + 8r \\ -12 = 8r \\ r = \frac{-12}{8} = -\frac{3}{2} \end{array}$$



LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

Laboratório de Ensino

Alunos participantes: Aline Nogueira Pires, Carina Gomes da Silva, Daniele de Souza

Oliveira, Karine Gomes Barreto e Paula Eveline da Silva dos Santos.

Projeto: Progressões Aritméticas

Professora Orientadora: Mônica Souto

Questão 1

Observe as sequências abaixo e complete-as se possível:

- a) 2, 7, 12, 17, 22, 27, 32, ... → progressão geométrica.
 b) $x - 2, x - 1, x, x + 1, \underline{x+2}, \dots$ g) $20, 14, 43, 7, 45, 5, \dots$
 c) $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{9}, \dots$ h) $2b, 15b, 9b, 25b, \dots$
 d) $5, 5, 5, \underline{5}, 5, \underline{5}, \dots$ i) 26, 23, 20, 17, 14, 11, ...
 e) $-2, 1, 4, \underline{7}, 10, \underline{13}, \dots$ j) $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{16}, \frac{1}{32}, \dots$

Questão 2

Dentre as sequências que puderam ser completadas, existem dois tipos distintos. Identifique-os:

progressão aritmética → o próximo termo é obtido pela adição.
 progressão geométrica → o próximo termo é obtido pela multiplicação.

Questão 3

Complete as Progressões aritméticas abaixo e indique a razão em cada uma:

- a) 2, 5, 8, 11, 14, 17, 20, ... $r = \frac{3}{1} / 3$
 b) 3a, 10a, 17a, 24a, 31a, ... $r = \frac{7}{1} / 7a$
 c) $\frac{5}{2}, 3, \frac{1}{2}, \frac{8}{2}, \frac{9}{2}, \dots$ $r = \frac{0,5}{1,5} / 0,5 \quad (1/6)$
 d) -4, -10, -16, -22, -28, ... $r = \frac{-6}{1} / -6$

Questão 4:

Deduzindo a fórmula do Termo Geral de uma P.A.

Dada a P.A. (1, 4, 7, 10, ...) obtenha: $\frac{1}{3}$ a) o 2º termo (a_2), somando o 1º termo (a_1) com uma multiplicação de um número natural pela razão (r).
 $a_2 = a_1 + x \cdot 3$ $3x = \frac{4-1}{x-1} = 3$

$$4 = 1 + x \cdot 3 \quad x = \frac{4-1}{3} = 1$$

b) o 3º termo (a_3), somando o 1º termo (a_1) com uma multiplicação de um número natural pela razão (r).
 $a_3 = 1 + 3x \quad 7-1 = 3x$

$$7 = 1 + 3x \quad x = \frac{7-1}{3} = \frac{6}{3} = 2$$

c) o 4º termo (a_4), somando o 1º termo (a_1) com uma multiplicação de um número natural pela razão (r).
 $a_4 = 1 + 3x \quad x = \frac{10-1}{3} = \frac{9}{3} = 3$

$$10 = 1 + 3x$$

Questão 5: $10 - 1 = 3x$

Nos itens anteriores o que você observou em relação ao índice e o número multiplicado pela razão?

O índice = 1Com isso, obtenha o 23º termo (a_{23}) desta P.A.Questão 6Deduza uma expressão para calcular a_n , dados a_1 e r .Exercícios

1) Obtenha o trigésimo termo da P.A. (3, 5, 7, 9, ...).

$$a_n = a_1 + (n-1)r$$

$$a_{30} = 3 + (30-1)2 \quad a_{30} = 61$$

$$a_{30} = 3 + 58$$

2) Encontre a razão de uma P.A. em que $a_1 = -20$ e $a_9 = -32$.

$$a_9 = a_1 + (n-1)r$$

$$-32 = -20 + (9-1)r$$

$$-12 = 8r$$

$$r = \frac{-12}{8} = \frac{-3}{2}$$

**LICENCIATURA EM MATEMÁTICA****Laboratório de Ensino**

Alunos participantes: Aline Nogueira Pires, Carina Gomes da Silva, Daniele de Souza Oliveira, Karine Gomes Barreto e Paula Eveline da Silva dos Santos.

Projeto: Progressões Aritméticas

Professora Orientadora: Mônica Souto

Questão 1

Observe as seqüências abaixo e complete-as se possível:

- | | |
|--|---|
| a) 2, 7, 12, 17, 22, <u>27</u> , <u>32</u> , ... | f) 2, 6, <u>18</u> , 54, <u>162</u> , <u>486</u> ... |
| b) x - 2, x - 1, x, x + 1, <u>x+2</u> , ... | g) 20, 14, 43, 7, 45, 5, <u>—</u> , <u>—</u> ... |
| c) $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{9}, \underline{\quad}, \underline{\quad}, \dots$ | h) 2b, 15b, 9b, 25b, <u>—</u> , <u>—</u> , ... |
| d) 5, 5, 5, <u>5</u> , 5, <u>5</u> , ... | i) <u>26</u> , 23, 20, 17, 14, <u>11</u> , ... |
| e) -2, 1, 4, <u>7</u> , 10, <u>13</u> , ... | j) 1, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$, <u>$\frac{1}{16}$</u> , <u>$\frac{1}{32}$</u> , ... |

Questão 2

Dentre as seqüências que puderam ser completadas, existem dois tipos distintos. Identifique-os:

As sequências em que o próximo termo é obtido pela adição de um número constante entre termos são chamadas de Progressões aritméticas ou P.A., e as sequências em que o próximo termo é obtido pela multiplicação de um mesmo fator entre termos anteriores são chamadas de Progressões Geométricas, P.G.

Questão 3

Complete as Progressões aritméticas abaixo e indique a razão em cada uma:

- | | |
|---|-------------------|
| a) 2, 5, 8, 11, 14, <u>17</u> , <u>20</u> , ... | $r = \frac{3}{1}$ |
| b) 3a, 10a, 17a, <u>24a</u> , <u>31a</u> , ... | $r = \frac{7}{3}$ |
| c) $\frac{5}{2}$, 3, <u>$\frac{7}{2}$</u> , $\frac{8}{2}$, <u>$\frac{9}{2}$</u> , ... | $r = \frac{1}{2}$ |
| d) -4, -10, -16, <u>-22</u> , <u>-28</u> , <u>-34</u> , ... | $r = -6$ |

Questão 4:**Deduzindo a fórmula do Termo Geral de uma P.A.**

Dada a P.A. (1, 4, 7, 10, ...) obtenha:

- a) o 2º termo (a_2), somando o 1º termo (a_1) com uma multiplicação de um número natural pela razão (r). $a_2 = a_1 + r$

$$1 + 3$$

4

- b) o 3º termo (a_3), somando o 1º termo (a_1) com uma multiplicação de um número natural pela razão (r). $a_3 = a_1 + (r \cdot 2)$

$$1 + (3 \cdot 2)$$

$$1 + 6$$

7

- c) o 4º termo (a_4), somando o 1º termo (a_1) com uma multiplicação de um número natural pela razão (r). $a_4 = a_1 + (r \cdot 3)$

$$1 + (3 \cdot 3)$$

$$1 + 9$$

10

Questão 5:

Nos itens anteriores o que você observou em relação ao índice e o número multiplicado pela razão?

Pelo índice o resultado sempre é dividido por 1.

Com isso, obtenha o 23º termo (a_{23}) desta P.A.

$$a_{23} = a_1 + (r \cdot 22)$$

$$1 + (3 \cdot 22)$$

$$1 + 66$$

67

Questão 6:

Deduza uma expressão para calcular a_n , dados a_1 e r .

$$a_m = a_1 + (m-1) \cdot r$$

$$\text{Ex.: } a_{1000} = a_1 + 999 \cdot r$$

Exercícios

- 1) Obtenha o trigésimo termo da P.A. (3, 5, 7, 9, ...).

$$a_{30} = a_1 + (r \cdot 29)$$

$$3 + (2 \cdot 29)$$

$$3 + 58$$

61

- 2) Encontre a razão de uma P.A. em que $a_1 = -20$ e $a_9 = -32$.

$$a_9 = a_1 + (8r)$$

$$-32 = -20 + 8r$$

$$r = \frac{-12}{8}$$

$$r = \frac{-3}{2}$$



LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

Laboratório de Ensino

Alunos participantes: Aline Nogueira Pires, Carina Gomes da Silva, Daniele de Souza Oliveira, Karine Gomes Barreto e Paula Eveline da Silva dos Santos.

Projeto: Progressões Aritméticas

Professora Orientadora: Mônica Souto

Questão 1

Observe as seqüências abaixo e complete-as se possível:

- | | |
|--|---|
| a) 2, 7, 12, 17, 22, <u>27</u> , <u>32</u> , ... | f) 2, 6, <u>18</u> , 54, <u>162</u> , <u>486</u> , ... |
| b) x - 2, x - 1, x, x + 1, <u>x+2</u> , ... | g) 20, 14, 43, 7, 45, 5, <u>___</u> , ... |
| c) $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{9}, \underline{\quad}, \underline{\quad}, \dots$ | h) 2b, 15b, 9b, 25b, <u>___</u> , <u>___</u> , ... |
| d) 5, 5, 5, <u>5</u> , 5, <u>5</u> , ... | i) <u>26</u> , 23, 20, 17, 14, <u>11</u> , ... |
| e) -2, 1, 4, <u>7</u> , 10, <u>13</u> , ... | j) 1, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$, <u>$\frac{1}{16}$</u> , <u>$\frac{1}{32}$</u> , ... |

Questão 2

Dentre as seqüências que puderam ser completadas, existem dois tipos distintos. Identifique-os:

(C)as seqüências em que o próximo termo é obtido pela adição de um número, pelo tanto anterior, são chamadas Progressões Aritméticas, ou PA, e as seqüências em que o próximo termo é obtido pelo multiplicador de um número pelo termo anterior são chamadas de Progressões Geométricas, ou PG.

Questão 3

Complete as Progressões aritméticas abaixo e indique a razão em cada uma:

- a) 2, 5, 8, 11, 14, 17, 20, ... $r = \underline{3}$
- b) 3a, 10a, 17a, 24a, 31a, ... $r = \underline{7a}$
- c) $\frac{5}{2}$, 3, $\frac{7}{2}$, $\frac{8}{2}$, $\frac{9}{2}$, ... $r = \underline{\frac{1}{2}}$
- d) -4, -10, -16, -22, -28, -34, ... $r = \underline{-6}$

$$\text{Diagrama com a fórmula } a_n - a_{n-1} = r \text{ dentro de um bolhão.}$$

Questão 4:**Deduzindo a fórmula do Termo Geral de uma P.A.**

Dada a P.A. (1, 4, 7, 10, ...) obtenha:

a) o 2º termo (a_2), somando o 1º termo (a_1) com uma multiplicação de um número natural pela razão (r).

$$\begin{aligned} a &= 1 + n \cdot r \\ a &= 1 + 1 \cdot 3 \\ a &= 1 + 3 \end{aligned}$$

b) o 3º termo (a_3), somando o 1º termo (a_1) com uma multiplicação de um número natural pela razão (r).

$$\begin{aligned} a &= 1 + n \cdot r \\ a &= 1 + 2 \cdot 3 \\ a &= 1 + 6 \\ a &= 7 \end{aligned}$$

c) o 4º termo (a_4), somando o 1º termo (a_1) com uma multiplicação de um número natural pela razão (r).

$$\begin{aligned} a &= 1 + n \cdot r \\ a &= 1 + 3 \cdot 3 \\ a &= 1 + 9 \\ a &= 10 \end{aligned}$$

Questão 5:

$$\boxed{n = 3}$$

Nos itens anteriores o que você observou em relação ao índice e o número multiplicado pela razão?

*O número multiplicado pela razão é igual ao índice minus...
.....*

Com isso, obtenha o 23º termo (a_{23}) desta P.A.

$$\begin{aligned} a_{23} &= 1 + (23-1) \cdot 3 \\ a_{23} &= 1 + 22 \cdot 3 \\ a_{23} &= 67 \end{aligned}$$

Questão 6

Deduza uma expressão para calcular a_n , dados a_1 e r .

$$a_n = a_1 + (n-1) \cdot r$$

Exercícios

1) Obtenha o trigésimo termo da P.A. (3, 5, 7, 9, ...).

$$\begin{aligned} a_{30} &= 3 + 29 \cdot 2 \\ a_{30} &= 3 + 58 \end{aligned}$$

2) Encontre a razão de uma P.A. em que $a_1 = -20$ e $a_9 = -32$.

$$\begin{aligned} a_9 &= a_1 + (9-1) \cdot r \\ -32 &= -20 + 8r \\ -12 &= 8r \\ r &= \frac{-12}{8} \\ r &= -\frac{3}{2} \end{aligned}$$



LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

Laboratório de Ensino

Alunos participantes: Aline Nogueira Pires, Carina Gomes da Silva, Daniele de Souza Oliveira, Karine Gomes Barreto e Paula Eveline da Silva dos Santos.

Projeto: Progressões Aritméticas

Professora Orientadora: Mônica Souto

Questão 1

Observe as seqüências abaixo e complete-as se possível:

- | | |
|--|---|
| a) 2, 7, 12, 17, 22, <u>27</u> , <u>32</u> , ... | f) 2, 6, <u>10</u> , 54, <u>162</u> , <u>486</u> , ... |
| b) x - 2, x - 1, x, x + 1, <u>x + 2</u> , ... | g) 20, 14, 43, 7, 45, 5, <u>___</u> , ... |
| c) $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{9}, \frac{1}{\text{___}}, \frac{1}{\text{___}}, \dots$ | h) 2b, 15b, 9b, 25b, <u>___</u> , <u>___</u> , ... |
| d) 5, 5, 5, <u>5</u> , 5, <u>5</u> , ... | i) <u>26</u> , 23, 20, 17, 14, <u>11</u> , ... |
| e) -2, 1, 4, <u>7</u> , 10, <u>13</u> , ... | j) 1, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$, <u>$\frac{1}{16}$</u> , <u>$\frac{1}{32}$</u> , ... |

Questão 2

Dentre as seqüências que puderam ser completadas, existem dois tipos distintos. Identifique-os:

As seqüências são aquelas que apresentam termo a termo a adição de um número, ou seja, é uma soma. São chamadas de Progressões Aritméticas, ou PA. As seqüências que apresentam termo a termo a divisão por um número constante, ou seja, é uma multiplicação. São chamadas de Progressões Geométricas, ou P.G.

Questão 3

Complete as Progressões aritméticas abaixo e indique a razão em cada uma:

- | | |
|---|-------------------------------------|
| a) 2, 5, 8, 11, 14, <u>17</u> , <u>20</u> , ... | r = <u>3</u> |
| b) 3a, 10a, 17a, <u>24a</u> , <u>31a</u> , ... | r = <u>7a</u> |
| c) $\frac{5}{2}$, 3, <u>$\frac{7}{2}$</u> , $\frac{8}{2}$, <u>$\frac{9}{2}$</u> , ... | r = <u>$\frac{1}{2}$</u> |
| d) -4, -10, -16, <u>-22</u> , <u>-28</u> , <u>-34</u> , ... | r = <u>-6</u> |

Questão 4:**Deduzindo a fórmula do Termo Geral de uma P.A.**

Dada a P.A. (1, 4, 7, 10, ...) obtenha:

- a) o 2º termo (a_2), somando o 1º termo (a_1) com uma multiplicação de um número natural pela razão (r).

$$a_2 = a_1 + \underline{\quad} r$$

$$4 = 1 + \underline{1} \underline{3}$$

- b) o 3º termo (a_3), somando o 1º termo (a_1) com uma multiplicação de um número natural pela razão (r).

$$a_3 = a_1 + \underline{\quad} r$$

$$7 = 1 + \underline{2} \underline{3}$$

- c) o 4º termo (a_4), somando o 1º termo (a_1) com uma multiplicação de um número natural pela razão (r).

$$a_4 = a_1 + \underline{\quad} r$$

$$10 = 1 + \underline{2} \underline{3}$$

Questão 5:

Nos itens anteriores o que você observou em relação ao índice e o número multiplicado pela razão?

.....
.....
.....

Com isso, obtenha o 23º termo (a_{23}) desta P.A.

$$a_2 = a_1 + \underline{\quad} r$$

$$23 = 1 + \underline{1} \underline{22} r$$

Questão 6

Deduza uma expressão para calcular a_n , dados a_1 e r .

$$\frac{a_3}{a_1}$$

$$a_m = a_1 + (m-1) \cdot r$$

$$a_{3000} = a_1 + \underline{\quad} r$$

Exercícios

- 1) Obtenha o trigésimo termo da P.A. (3, 5, 7, 9,...).

$$a_{30} = a_1 + 29r \quad a_{30} = 61$$

$$a_{30} = 3 + 29 \cdot 2$$

$$a_{30} = 315$$

- 2) Encontre a razão de uma P.A. em que $a_1 = -20$ e $a_9 = -32$.

$$a_1 = -20$$

$$a_9 = -32$$

$$r = ? \qquad r = \frac{-32}{2}$$

$$a_9 = a_1 + 8r$$

$$-32 = -20 + 8r$$

$$-12 = 8r$$

$$r = \frac{-3}{2}$$