



Ministério de  
Educação Profissional  
e Tecnológica



matemática  
LICENCIATURA

## RELATÓRIO LEAMAT

ENSINO E APRENDIZAGEM DE ARITMÉTICA

ARTHUR FEITOSA GONÇALVES  
JOÃO FERNANDO HENRIQUE DA MATA  
JONES ROSA CAMPOS  
LUCAS VIANA DUARTE

CAMPOS DOS GOYTACAZES  
2017.2

Recebido em 26/03/18  
@Pragas

ARTHUR FEITOSA GONÇALVES  
JOÃO FERNANDO HENRIQUE DA MATA  
JONES ROSA CAMPOS  
LUCAS VIANA DUARTE

# RELATÓRIO LEAMAT

## MEDIDAS DE DISPERSÃO: UMA ABORDAGEM COTIDIANA

ENSINO E APRENDIZAGEM DE ARITMÉTICA

Trabalho apresentado ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense, *Campus* Campos Centro, como requisito parcial para conclusão da disciplina Laboratório de Ensino e Aprendizagem de Matemática do Curso de Licenciatura em Matemática.

Orientadora: Prof<sup>ª</sup>. Me. Juliana Santos Barcellos Chagas Ventura

CAMPOS DOS GOYTACAZES  
2017.2

## SUMÁRIO

	<b>p.</b>
1) Relatório do LEAMAT I .....	4
1.1) Atividades desenvolvidas .....	4
1.2) Elaboração da sequência didática.....	6
1.2.1) Tema .....	6
1.2.2) Justificativa .....	6
1.2.3) Objetivo Geral .....	9
1.2.4) Público Alvo .....	9
2) Relatório do LEAMAT II .....	9
2.1) Atividades desenvolvidas .....	9
2.2) Elaboração da sequência didática .....	10
2.2.1) Planejamento da sequência didática .....	10
2.2.2) Aplicação da sequência didática na turma do LEAMAT II ..	12
3) Relatório do LEAMAT III .....	14
3.1) Atividades desenvolvidas .....	14
3.2) Elaboração da sequência didática .....	14
3.2.1) Versão final da sequência didática .....	14
3.2.2) Experimentação da sequência didática na turma regular ..	16
Considerações Finais .....	22
Referências .....	23
Apêndices .....	25
Apêndice A - Material didático aplicado na turma do LEAMAT II .....	26
Apêndice B - Material didático experimentado na turma regular .....	34

## **1) Relatório do LEAMAT I**

### **1.1) Atividades desenvolvidas**

#### **1º encontro**

No primeiro encontro, os professores das 4 linhas de pesquisa apresentaram o regimento interno do LEAMAT I, sua finalidade e as linhas de pesquisa. Também apresentaram o objetivo da disciplina, como será o seu desenvolvimento, quais pontos devemos atender para obter sucesso na sua conclusão e quais não devemos para que ocasionalmente não ocorra uma reprovação do grupo ou indivíduo.

#### **2º encontro**

Ocorreu a apresentação de métodos de resolução de problemas simples de aritmética, como multiplicação e soma de frações e área de polígonos. Entendemos o porquê de usar o mínimo múltiplo comum e aprendemos métodos como cálculo mental para a multiplicação e cálculo visual a partir de quadrados. Vimos também diferentes exemplos da propriedade distributiva da multiplicação.

#### **3º encontro**

Foram propostas questões para reflexão acerca das áreas em que se divide a Matemática escolar, nossa experiência escolar com Geometria como disciplina a parte, sobre em quais anos há maior ênfase na Aritmética e quais conteúdos do Ensino Médio classificamos como sendo mais voltado para a Aritmética.

Em seguida a turma se dividiu em dois grupos para análise de duas coleções de livros didáticos de Matemática do ensino fundamental 2. As obras de Imenes e Lellis e do Bianchini, Matemática Imenes e Lellis e Matemática Bianchini, respectivamente. Nos livros didáticos do Imenes para o ensino de matemática do fundamental 2, nós analisamos e separamos os conteúdos de Aritmética que tinha relação com Geometria e Álgebra. Foi proposto aos grupos que tomassem os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) e verificassem o que

era proposto para o ensino de Aritmética e se a coleção analisada em sala de aula se adequa à proposta dos PCN.

#### 4º encontro

Os Grupos 3 e 4 fizeram uma apresentação acerca dos livros didáticos que foram analisados, como eles estão relacionando e vendo a forma que se adequam aos PCN e se relacionam os conteúdos de Aritmética, Álgebra e Geometria. No qual analisamos em como se dava essa parte da apresentação do conteúdo em que eles haviam se utilizado dessa representação simultânea entre essas áreas da matemática e buscado relacionar com o cotidiano, analisamos também em quais conteúdos ocorre este tipo de aplicação em cada série. Durante as apresentações dos livros do Imenes pelo grupo 4 e do Bianchini pelo grupo 3 nos foi explicado pela professora como se dá a escolha do livro didático pela escola e que antes eles passam por uma análise para estar de acordo com o PNLD.

#### 5º encontro

Ocorreu uma apresentação por parte da professora orientadora sobre o Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (PCN+), especificamente o que trata sobre Números e operações. Nessa mesma aula resolvemos questões do ENEM seguido da correção e discussão sobre a questão.

#### 6º encontro

Nesse encontro os grupos se reuniram junto a professora no intuito de pesquisar e decidir qual tema abordar para o desenvolvimento da sequência didática, os que já tinham um tema selecionado usou esse encontro para pesquisar mais a fundo e apurar o referencial teórico a ser usado.

#### 7º encontro

No sétimo encontro, assistimos a apresentação de um grupo que está na fase final do LEAMAT III, que além de nos explicar sua sequência didática proposta e contar como ocorreu sua aplicação em uma turma de ensino regular, nos aconselharam sobre todo o processo do LEAMAT, desde a interação do grupo até o desenvolvimento dos relatórios e o trabalho em si.

#### 8º encontro

Este encontro foi direcionado a leitura de artigos e a elaboração de ideias que sejam condizentes com as aplicações futuras da sequência didática.

## **1.2) Elaboração da sequência didática**

### **1.2.1) Tema**

Medidas de dispersão: uma abordagem cotidiana.

### **1.2.2) Justificativa**

Escolhemos o tema "Medidas de dispersão" devido a imprescindível necessidade das pessoas de analisar índices de custo de vida, realizar sondagens, escolher amostras e tomar decisões em várias situações do cotidiano e desenvolver capacidade crítica e autônoma.

Lopes (2008, p. 60) reforça a ideia de que "o ensino de estatística contribui para o desenvolvimento da conscientização e independência, assim como outros conceitos matemáticos, tradicionalmente trabalhados na escola".

A importância de se relacionar a estatística com o cotidiano para tomada de decisões também pode ser percebida nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN+) ao elencar as habilidades propostas para a Unidade temática Estatística:

Identificar formas adequadas para descrever e representar dados numéricos e informações de natureza social, econômica, política, científico-tecnológica ou abstrata. Ler e interpretar dados e informações de caráter estatístico apresentados em diferentes linguagens e representações, na mídia ou em outros textos e meios de comunicação, avaliar desvios de conjuntos de dados ou informações de diferentes

naturezas. Compreender e emitir juízos sobre informações estatísticas de natureza social, econômica, política ou científica apresentadas em textos, notícias, propagandas, censos, pesquisas e outros meios. (BRASIL, 2002, p.116)

O modo como os docentes abordam esse tema faz com que haja uma falta de interesse pelos alunos, pois é abordado de forma que o aprendizado não seja significativo, como explica Reading e Shaughnessy (2004):

Professores e alunos podem conhecer os procedimentos para calcular o desvio padrão; mas é possível que eles não consigam explicar o que significa, ou por quê ou quando é uma boa medida para variação.

Para tomar o conceito significativo para o aluno, a apresentação da análise do desvio padrão é fundamental<sup>1</sup> (READING E SHAUGHNESSY, 2004, p.204, tradução nossa<sup>1</sup>)

É importante que aconteça essa aprendizagem significativa que prevê a necessidade do aprendiz se colocar como sujeito ativo e não passivo em seu processo de aprendizagem, como reforça Ausubel (1982).

Aprendizagem significativa ocorre quando o aprendiz é capaz de receber novas informações e racionalizar, de forma a construir uma interação com o que já se sabe previamente e o que se acabou de conhecer. (AUSUBEL, 1982, p.32).

Dessa forma, um recurso que poderá ser utilizado é aplicar o conteúdo relacionando-o com o cotidiano dos alunos que de acordo com Parâmetros

---

<sup>1</sup> Teachers and students can know the procedures for calculating the standard deviation; But it is possible that they can not explain what it means, or why or when it is a good measure for variation.

To make the concept meaningful to the student, the presentation of the analysis of the standard deviation is fundamental.

Curriculares Nacionais do Ensino Médio (PCN+) faz com que o conhecimento seja melhor fixado.

Os alunos não contam exclusivamente com o contexto escolar para a construção de conhecimento sobre conteúdos considerados escolares. A mídia, a família, a igreja, os amigos, são também fontes de influência educativa que incidem sobre o processo de construção de significado desses conteúdos. Essas influências sociais normalmente somam-se ao processo de aprendizagem escolar, contribuindo para consolidá-lo; por isso é importante que a escola as considere e as integre ao trabalho. (BRASIL, 2002, p.119)

Quando Bakker (2004) conta sobre sua experiência numa sala, na qual o professor fez uma pergunta que se assemelhava com Estatística e um aluno respondeu de imediato média moda mediana, como se fosse único. Aí então se comprova a necessidade de um estudo acerca das medidas de dispersão, quando diz que:

Mesmo que tenham aprendido a calcular média, mediana, moda e a elaborar histogramas e boxplots, a maioria não entende que é necessário o estudo das medidas de dispersão para melhor comparar e analisar dois conjuntos de dados<sup>2</sup> (BAKKER, 2004, p 64, tradução nossa<sup>2</sup>).

A aplicação da sequência didática se dará com a apresentação do conteúdo com auxílio tecnológico, tendo em vista que, as habilidades

---

<sup>2</sup> This incident exemplifies what a great deal of research in statist education has reported: very often students learn statistics as a set of techniques that they do not apply them sensibly. Even if they have learned to calculate mean, median, fashion, and to histograms and boxplots, most do not understand that it is necessary to study dispersion measures to better compare and analyze two sets of data.

relacionadas ao uso de tecnologia delineiam um modelo mais adequado para o ensino, como reforça Moran (1995):

Os recursos oferecidos pelos computadores, pela Internet e outras redes de comunicação evidenciam a necessidade de se estabelecerem vínculos entre os conteúdos das disciplinas escolares, as diversas aprendizagens no âmbito da escola e a realidade cotidiana. Notadamente as informações circulantes são mais ricas em forma e mais diversificadas em conteúdo do que as existentes na escola tradicional (MORAN, 1995, p. 14).

### **1.2.3) Objetivo Geral**

Levar os alunos a compreenderem os conceitos de Desvio Padrão e Variância de modo que sejam capazes de relacioná-los e aplicá-los no seu cotidiano.

### **1.2.4) Público Alvo**

Segunda série do Ensino Médio

## **2) RELATÓRIO DO LEAMAT II**

### **2.1) Atividades desenvolvidas**

No primeiro encontro, ocorrido no dia 09/05/2017, foi feita para os quatro grupos do LEAMAT II, uma apresentação da disciplina. A apresentação foi feita pela professora orientadora Mylane, onde ela explicou a todos como irá funcionar esta parte do LEAMAT, esclareceu dúvidas, entregou um calendário onde os alunos podem saber exatamente quando as apresentações começam, para que possam se organizar e elaborar suas sequências didáticas.

Após isso, a professora orientadora Juliana introduziu aos alunos o conceito de Sequência Didática

Do segundo ao nono encontro, ocorridos nos dias 16/05/2017 e 04/07/2017, os grupos se ocuparam apenas com o aprofundamento do seu aporte teórico, elaboração e construção de recursos didáticos, e elaboração das suas sequências didáticas.

## **2.2) Elaboração da sequência didática**

### **2.2.1) Planejamento da sequência didática**

A aula será dividida em três partes: Começando pela apresentação por slides da importância do estudo das medidas de dispersão, seguido do desenvolvimento do conceitual e por fim a explicação do TRI (Teoria de Resposta ao Item) e a relação com o tema.

A aula se iniciará com a apresentação por slides, que começara com o questionamento do porque é importante estudar além das tendências centrais, as medidas de dispersão. Seguida por uma explicação mais formal ao questionamento, e para tornar a mesma de melhor compreensão para o aluno tratamos de fazer uma história com charges ilustrativas com os personagens e as falas dos mesmo sendo interpretados pelos professores, a história trata de uma conversa entre dois amigos sobre estatística em um clima descontraído e linguagem mais informal.

Logo depois, os professores iniciarão a segunda parte da aula, que consiste na construção do conceito de medidas de dispersão. De início será entregue aos alunos uma segunda apostila, esta contém as definições e atividades que auxiliarão os alunos a alcançarem os conceitos das medidas de dispersão.

O primeiro conceito das medidas de dispersão que será trabalhada na apostila é o de variância, para que o aluno entenda do que se trata e como a variância vai mostrar o quanto cada dado está da Média central. A partir daí, mostrando as fórmulas de variância amostral e populacional e com um exemplo e

análise gráfica no slide, posteriormente esse conceito será formalizado, para que os alunos entendam o que acontece quando calculamos a Variância.

O segundo conceito das medidas de dispersão trabalhado é o Desvio Padrão, o mesmo vai fazer com que o aluno possa compreender exatamente o quão disperso está determinado dado de um conjunto. Nesse sentido, será mostrado o intervalo que mostra exatamente a dispersão desse dado em torno da média que é dado pela média + ou - o desvio padrão e também com um exemplo e análise gráfica, posteriormente irá se formalizar melhor esse conceito.

O exemplo tem como objetivo colaborar na construção do conceito de Variância e Desvio Padrão. Contendo um quadro que contém os dados de quantos alunos obtiveram nota azul em cada Bimestre nas 3 turmas do 1º, 2º e 3º série do Ensino Médio de uma escola. Logo em seguida, pede-se para analisar o quadro e calcular a Variância e o Desvio Padrão de cada turma. Os professores então resolvem passo a passo com os alunos, começando calculando a média aritmética em cada turma seguido do cálculo da variância e Desvio Padrão dos dados dessas classes no exemplo.

Então para finalizar a segunda parte da aula, os alunos resolverão exercícios que envolvem todos os conceitos trabalhados na apostila, tendo como objetivo a fixação destes conceitos e logo será dado um tempo para os alunos resolverem os exercícios antes da correção por parte dos professores.

Após a correção, será iniciada a terceira parte da aula, a explicação e relacionamento do conteúdo com o TRI, também foi dito que é o método de correção utilizado pelo MEC na correção do ENEM, e também ocorre em outras provas como o Saeb. Logo, o detalhamento da Teoria de Resposta ao Item será o próximo passo, que é feito dando o exemplo das questões que os alunos fizeram anteriormente, em que das 8, 5 eram fáceis 2 difíceis e uma muito difícil. Esses dados são tratados dessa maneira com base em uma análise que fizemos dos resultados da aplicação que foi feita anteriormente com outras pessoas. E é mostrado esses dados e essa análise por slide. Onde, o nível de proficiência do aluno é dado pela constância com o qual ele acerta as fáceis, ou seja, se o desvio padrão dele for baixo e ele se manter acertando as fáceis ele terá um nível de

proficiência maior e quando marcar uma questão difícil não terá a mesma anulada, pois seu nível de proficiência corresponde a questão.

### **2.2.2) Aplicação da sequência didática na turma do LEAMAT II**

A aula se iniciou com a apresentação por slides, que começou com o questionamento do porque é importante estudar além das tendências centrais, as medidas de dispersão. Onde nos foi sugerido pelo Gabriel e outros colegas que explicássemos um pouco os conceitos das medidas de tendências centrais. Logo em seguida mostramos uma resposta mais formal ao questionamento, e para aproximar do cotidiano do aluno explicamos fazendo uma história com charges ilustrativas com os personagens e as falas dos mesmo sendo interpretados pelo Lucas e o Arthur, a história tratou de uma conversa entre dois amigos sobre estatística em um clima descontraído e linguagem mais informal, então nos foi sugerido que puséssemos os áudios com a fala dos dois nas charges.

Logo depois, iniciamos a segunda parte da aula, que consiste na construção do conceito de medidas de dispersão. De início foi entregue a turma uma segunda apostila, esta que contém as definições e atividades que auxiliaram a turma a alcançar os conceitos das medidas de dispersão.

O primeiro conceito das medidas de dispersão que foi trabalhado na apostila é o de variância, para que a turma entenda do que se trata e como a variância vai mostrar o quanto cada dado está da Média central. A partir daí, mostrando as fórmulas de variância amostral e populacional em que a professora Juliana nos sugeriu que usássemos o  $\bar{X}$  com barra para representar a média, adiante com um exemplo e análise esse conceito foi melhor formalizado, para que a turma entendesse o que acontece quando calculamos a Variância.

O segundo conceito das medidas de dispersão trabalhado foi o Desvio Padrão, o mesmo pode fazer com que a turma possa compreender exatamente o quão disperso está determinado dado de um conjunto. Nesse sentido, foi mostrado o intervalo que explicita exatamente a dispersão desse dado em torno

da média que é dado pela média + ou - o desvio padrão e também foi feito um exemplo e análise gráfica para formalizar melhor esse conceito.

O exemplo que apresentamos em seguida teve como objetivo colaborar na construção do conceito de Variância e Desvio Padrão. Contendo um quadro que contém os dados de quantos alunos obtiveram nota azul em cada Bimestre nas 3 turmas da 1<sup>a.</sup>, 2<sup>a.</sup> e 3<sup>a.</sup> Série do Ensino Médio de uma escola. Logo em seguida, pede-se no mesmo para analisar o quadro e calcular a Variância e o Desvio Padrão de cada turma. O João então com o grupo resolveu com a turma, começando calculando a média aritmética em cada turma seguido do cálculo da variância e Desvio Padrão dos dados dessas classes no exemplo.

Então para finalizar a segunda parte da aula, a turma resolveu os exercícios que envolvem todos os conceitos trabalhados na apostila, tendo como objetivo a fixação destes conceitos e para isso foi dado um tempo para os alunos resolverem os exercícios antes da que colocássemos o gabarito no quadro e corrigimos as que a turma pedisse. Nessa parte foi feita uma sugestão pela professora Juliana para que corrigimos todos os exercícios com a turma.

Após a correção, foi iniciado pelo Jones junto com o grupo a terceira parte da aula, em que foi explicado e relacionado o conteúdo com o TRI, também foi dito que é método de correção utilizado pelo MEC na correção do ENEM, e também ocorre em outras provas como o Saeb. Logo, o detalhamento da Teoria de Resposta ao Item foi o próximo passo, onde foi feito o exemplo das questões que a turma resolveu anteriormente, em que das 8, 5 eram fáceis 2 difíceis e uma muito difícil. Em que o nível de proficiência do aluno é dado pela constância com o qual ele acerta as fáceis, ou seja, se o desvio padrão dele for baixo e ele se manter acertando as fáceis ele terá um nível de proficiência maior e quando marcar uma questão difícil não terá a mesma anulada, pois seu nível de proficiência corresponde a questão. Explicado isso foi perguntado se ficou alguma dúvida e quais seriam as dúvidas, alguns colegas da turma como o Gabriel fizeram algumas perguntas, como a do próprio que perguntou se “A constância em acertar as questões fáceis então ajudava no ENEM?”, dissemos então que

sim e reiteramos o que foi dito, feito isso, terminamos a apresentação da sequência didática.

### **3) Relatório do LEAMAT III**

#### **3.1) Atividades desenvolvidas**

As aulas iniciais ocorridas do dia 02/10/2017 até 11/10/2017 tiveram como objetivo principal finalizar a sequência didática. As aulas seguintes, do dia 16/10/2017 até 20/12/2017, tiveram como foco a aplicação da sequência didática na turma regular, porém, caso necessário, os grupos poderiam usar o tempo para a finalização da sequência didática.

As aulas dos dias 06/11/2017, 13/11/2017 e 18/12/2017 foram utilizadas pelo nosso grupo para aplicação das sequências didáticas.

Os encontros dos dias 29/01/2018 até 07/02/2018 foram utilizados pelos grupos para elaborar e finalizar as apresentações do LEAMAT III. Os próximos quatro encontros, 19/02/2018 à 28/02/2018, foram reservados para as apresentações, porém também foi necessário utilizar o encontro do dia 05/03/2018 para as apresentações.

Os encontros seguintes, 07/03/2018 até 19/03/2018, se deram para as correções do relatório. E o dia 21/03/2017 ficou reservado para a avaliação final.

#### **3.2) Elaboração da sequência didática**

##### **3.2.1) Versão final da sequência didática**

A aula será dividida em três partes: Começará com a apresentação por slides da importância do estudo das medidas de dispersão, seguido do desenvolvimento conceitual do conteúdo e por fim a explicação do TRI (Teoria de Resposta ao Item) e a relação com o tema.

A aula se iniciará com a apresentação por slides, que começará com o questionamento do porquê é importante estudar além das tendências centrais, as medidas de dispersão. Nesse ponto relembremos aos alunos quais são as

medidas de tendências centrais por meio de uma folha que o grupo preparou (ver apêndice B). Para ilustrar uma situação cotidiana, elaboramos uma história com charges ilustrativas com os personagens e as falas dos mesmos sendo interpretados pelos professores por meio de áudios. A história trata de uma conversa entre dois amigos sobre estatística em um clima descontraído e em linguagem mais informal.

Logo depois, os professores iniciarão a segunda parte da aula, que consiste na construção do conceito de medidas de dispersão. De início será entregue aos alunos uma apostila, que contém as definições e atividades que auxiliarão os alunos na compreensão dos conceitos das medidas de dispersão.

O primeiro conceito das medidas de dispersão que será trabalhado na apostila é o de variância, para que o aluno entenda do que se trata e como a variância mostra o quanto cada dado está distante da média central. A partir daí, mostraremos as fórmulas de variância amostral e populacional e com um exemplo e análise gráfica no slide, posteriormente esse conceito será formalizado, para que os alunos entendam o que acontece quando calculamos a Variância.

O segundo conceito das medidas de dispersão a ser trabalhado será o desvio padrão. O mesmo permitirá ao aluno compreender o quão disperso está um conjunto de dados em relação a média. Feito isso faremos um exemplo junto dos alunos.

O exemplo tem como objetivo colaborar na construção do conceito de variância e desvio padrão. Conterá um quadro com informações a respeito da quantidade de alunos que obtiveram nota azul em cada Bimestre nas 3 turmas de da 1<sup>a.</sup>, 2<sup>a.</sup> e 3<sup>a.</sup> série do Ensino Médio de uma escola. Logo em seguida, pede-se para analisar o quadro e calcular a Variância e o Desvio Padrão de cada turma. Os professores então resolverão passo a passo com os alunos, começando pelo cálculo da média aritmética em cada turma seguido do cálculo da variância e desvio padrão dos dados dessas classes no exemplo.

Então, para finalizar a segunda parte da aula, será dado um tempo aos alunos para que eles resolvam os exercícios que envolvem todos os conceitos trabalhados na apostila; são questões do ENEM, tendo como objetivo a fixação.

Após esse tempo dado, será iniciada a terceira parte da aula, a explicação e relação do conteúdo com o TRI. Também será dito que ele é o método de correção utilizado pelo MEC na correção do ENEM. O TRI também é aplicado na correção de outras avaliações, como o Saeb. O detalhamento da Teoria de Resposta ao Item será feito dando como exemplo as questões que os alunos fizeram anteriormente. Das 8 questões, 5 foram consideradas fáceis, duas difíceis e uma muito difícil. Essas questões serão tratadas dessa maneira com base em uma análise dos resultados de um teste exploratório feito com um grupo de 15 pessoas.

Posteriormente, por meio de slide, serão mostrados os dados e a análise do teste exploratório. Em linhas gerais, o nível de proficiência do aluno é dado pela constância com o qual ele acerta as fáceis. Logo, se o desvio padrão dele for baixo e ele se mantiver acertando as fáceis ele terá um nível de proficiência maior e quando marcar certo para uma questão difícil não terá a mesma anulada, pois seu nível de proficiência corresponde a questão.

A aula será finalizada com a correção das questões que os alunos tiverem dúvidas.

### **3.2.2) Experimentação da sequência didática na turma regular**

A experimentação da sequência didática na turma regular foi aplicada no dia 27/11/2017, na turma 302 da 3ª. série do Ensino Médio integrado com Mecânica do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense *Campus Campos Centro*. Compareceram 12 alunos e a duração da aplicação foi de 2 tempos de aula.

Iniciamos a aula com uma breve apresentação do grupo e entrega de uma folha com conceitos básicos sobre medidas de tendências centrais. Logo depois, por meio de slides, iniciamos uma conversa com a turma a respeito das medidas de dispersão de modo geral (Figura 1) e a turma relatou estar estudando esse conteúdo. Destacamos a importância de se estudar além das medidas de tendências centrais, as medidas de dispersão. Nesse momento, revisamos com

os alunos, utilizando a folha entregue no início da aula, as medidas de tendências centrais (Média Aritmética, Moda e Mediana); conteúdo o qual já estava bem fixado pelos alunos. Eles não apresentaram nenhuma dificuldade de compreensão ou dúvida nessa rápida revisão. Retornamos aos slides com uma breve história que elaboramos, contada através de um diálogo cômico em forma de charge narrada por áudios nossos. Essa pequena história se tratava de um exemplo prático de aplicação dessas ferramentas estatísticas, dando uma ideia inicial sobre o que são as medidas de dispersão e qual seu propósito.

Figura 1: Apresentação das Medidas de Dispersão



Fonte: Protocolo de Pesquisa.

Tendo finalizado a apresentação da charge entregamos a apostila que seria utilizada durante toda a aula.

Com o auxílio da apostila formalizamos os conceitos de variância e desvio padrão, tratando da aplicação e fórmulas utilizadas para efetuar o cálculo dessas duas ferramentas estatísticas. Em seguida, fizemos com eles (Figuras 2 e 3) um exercício que elaboramos para melhor exemplificar como funcionam os cálculos dessas medidas, e das análises que seus resultados possibilitam. O exercício pedia que os alunos calculassem a variância e o desvio padrão do número de alunos de três turmas do Ensino Médio que ficaram com notas acima da média. Fizemos os cálculos referentes a primeira turma e demos um tempo a eles para

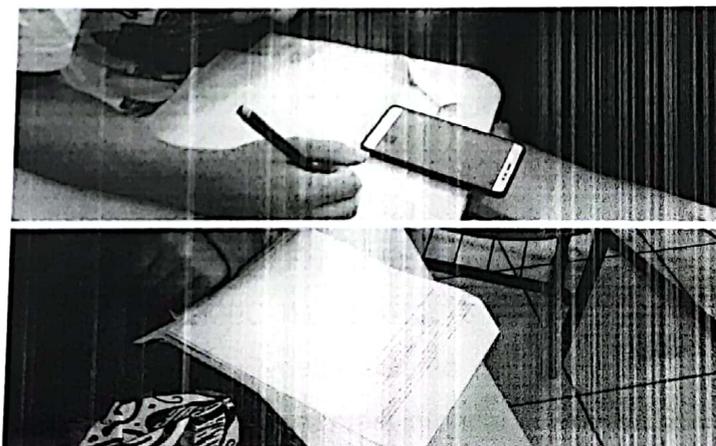
que fizessem os cálculos referentes as demais turmas. Após a resolução das três turmas, questionamos, quais turmas, baseado nos cálculos feitos, tinham notas com maior e menor constância.

Figura 2: Licenciando resolvendo exercício com a turma



Fonte: Protocolo de Pesquisa.

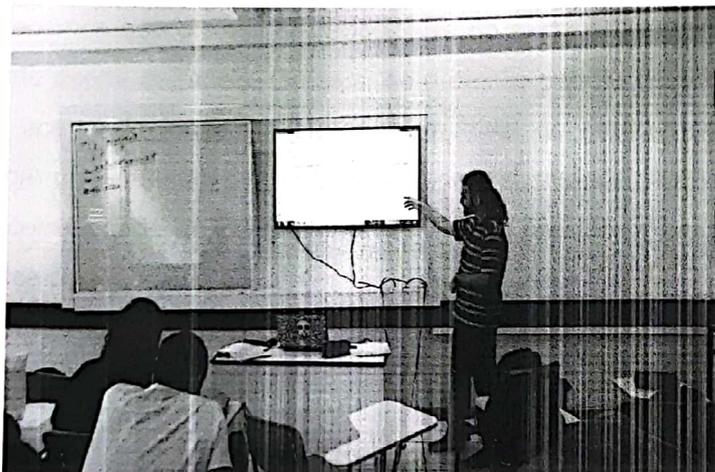
Figura 3: Alunos resolvendo exercício



Fonte: Protocolo de Pesquisa.

E a partir dessa análise da constância das notas das turmas, apresentamos um gráfico (Figura 4) construído com os dados do exemplo para que os alunos pudessem ter tanto a percepção conceitual quanto visual da constância e inconstância das notas das turmas.

Figura 4: Representação gráfica do exemplo



Fonte: Protocolo de Pesquisa.

Feito isso, finalizamos essa parte da aula dando um tempo para que os alunos resolvessem sozinhos os exercícios da apostila. A turma se mostrou bem ativa e interessada na resolução das questões, pois, além de ser um conteúdo que eles estavam estudando, todas eram de provas do ENEM de anos recentes. E, como se tratava de uma turma da 3ª. série do Ensino Médio, temas relacionados ao ENEM os deixava muito interessados.

Passado esse tempo, demos início a última parte da aula, a explicação e relação do conteúdo com o T.R.I (Figura 5). também foi dito que esse é o método de correção utilizado pelo MEC na correção do ENEM, e também ocorre em outras provas como o Saeb. O detalhamento da Teoria de Resposta ao Item ocorreu de duas maneiras. A primeira mais informal, alertando sobre como seriam identificadas e validadas ou não as questões respondidas, de acordo com o nível de proficiência do aluno. Na segunda parte mostramos como são feitas a identificação e validação das questões, dando como exemplo as que eles resolveram anteriormente. Das 9, 5 questões eram fáceis (as questões 9, 8, 6, 5, 2.), 3 difíceis (as questões 1, 3, 4) e 1 muito difícil (a questão 7). Foi explicado a turma que esses dados foram tratados dessa maneira com base em uma análise dos resultados de um teste exploratório.

Em seguida, foram mostrados esses dados e essa análise por meio de um slide. Esclarecemos que o nível de proficiência do aluno é dado pela constância com o qual ele acerta as fáceis. Ou seja, se o desvio padrão dele for baixo e ele se mantiver acertando as fáceis ele terá um nível de proficiência maior, pois quando marcar uma questão difícil não terá a mesma anulada, já que seu nível de proficiência corresponde ao da questão. Os alunos prestaram bastante atenção bastante nessa parte, devido ao interesse dos mesmos no ENEM.

Figura 5: Explicação do T.R.I



Fonte: Protocolo de Pesquisa.

Após explicar o T.R.I finalizamos a aula retornando a apostila para realizar a correção das atividades. Porém, como restava pouco tempo de aula resolvemos corrigir somente as questões que eles tiveram dificuldade ou não conseguiram resolver. A turma assimilou tão bem o conteúdo que a única questão que todos tiveram dificuldades para resolver foi a questão classificada como muito difícil. E além da questão 7, corrigimos apenas mais uma das questões, a 8, pois um dos alunos requisitou sua resolução visto que tinha acertado, mas tinha dúvidas quanto aos dados apresentados na questão.

A turma no geral se mostrou participativa e proativa, demonstrando facilidade com o conteúdo trabalhado, e de fato, comparado a aplicação na turma

do LEAMAT II, os alunos conseguiram resolver as questões e compreender o conteúdo apresentado com tranquilidade.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

O trabalho cumpriu o seu objetivo, pois todos os alunos sem exceção acompanharam e entenderam bem o conteúdo abordado na sequência didática. Ficamos inclusive surpresos com a facilidade dos estudantes para assimilar o conteúdo que lhes estava sendo apresentado.

Um ponto negativo foi o fato de que parte da turma não estava presente em sala de aula durante a aplicação da sequência didática, mas, apesar disso, os poucos que estavam presentes se interessaram bastante e tiveram facilidade em assimilar o conteúdo o qual estávamos transmitindo.

Os alunos se mostraram bem interessados devido ao fato de que o tema abordado tinha sido parte dos conteúdos cobrados em questões do ENEM, e isso remete ao ponto negativo ressaltado pelos estudantes, que foi o período no qual aplicamos a sequência. Nós a aplicamos alguns dias depois do ENEM, e teria sido muito mais proveitoso e interessante para os alunos se a sequência tivesse ocorrido antes do Exame.

Quanto a importância do trabalho para o grupo, foi a oportunidade de experienciar a criação de uma aula totalmente do zero, visto que escolhemos o tema, como trabalhar e etc. E ainda, o prazer de dar essa aula, como se trata de um curso de licenciatura pode-se dizer que essa é uma das coisas mais importantes que o curso pode nos proporcionar.

## REFERÊNCIAS

- AUSUBEL, D. P. **A aprendizagem significativa: a teoria de David Ausubel**. São Paulo: Moraes, 1982. Disponível em:  
<[http://lief.if.ufrgs.br/pub/cref/pe\\_Goulart/Material\\_de\\_Apolo/Referencial%20Teorico%20-%20Artigos/Aprendizagem%20Significativa.pdf](http://lief.if.ufrgs.br/pub/cref/pe_Goulart/Material_de_Apolo/Referencial%20Teorico%20-%20Artigos/Aprendizagem%20Significativa.pdf)>. Acesso em: 27 mar. 2017.
- BAKKER, Arthur. **Reasoning about shape as a Pattern in Variability**. *Statistics Education Research Journal*, v. 3, n. 2, p. 64-83, 2004. Disponível em:  
e:<[http://iase-web.org/documents/SERJ/SERJ3\(2\)\\_Bakker.pdf](http://iase-web.org/documents/SERJ/SERJ3(2)_Bakker.pdf)>. Acesso em: 27 mar. 2017.
- BRASIL. "PCN+ do Ensino Médio: orientações educacionais complementares aos PCN." *Ciências da Natureza, Matemática e suas tecnologias.. Brasília: MEC (2002) p. 87-121*. Disponível em: < <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/CienciasNatureza.pdf>>. Acesso em: 27 mar. 2017.
- \_\_\_\_\_ **PARÂMETROS CURRICULARES NACIONAIS: matemática / Secretaria de Educação Fundamental**. Brasília: MEC/ SEF, p. 146, 1998. Disponível em: < <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/matematica.pdf>>. Acesso em: 27 mar. 2017.
- LOPES, José Marcos. **Conceitos básicos de testes de hipóteses através de aulas investigativas**. Encontro Nacional de Educação Matemática, IX, 2008. Disponível em: < [www.sbem.com.br/files/ix\\_enem/Comunicacao\\_Cientifica/.../CC00547986807T.rtf](http://www.sbem.com.br/files/ix_enem/Comunicacao_Cientifica/.../CC00547986807T.rtf)>. Acesso em: 27 mar. 2017.
- MORAN, José Manuel. **Novas tecnologias e o reencantamento do mundo**. *Revista Tecnologia Educacional*. Rio de Janeiro, vol. 23, n2 .126, set. / out. 1995. Disponível em:< [http://www.eca.usp.br/prof/moran/site/textos/tecnologias\\_eduacao/novtec.pdf](http://www.eca.usp.br/prof/moran/site/textos/tecnologias_eduacao/novtec.pdf)>. Acesso em: 27 mar. 2017.
- READING, Chris, and J. Michael SHAUGHNESSY. "Reasoning about variation." *The challenge of developing statistical literacy, reasoning and thinking*. Springer Netherlands, 2004. p. 201-226. Disponível em: < <https://philpapers.org/archive/CAPTEO.pdf>>. Acesso em: 27 mar. 2017.

Campos dos Goytacazes (RJ), 23 de Março de 2018.

 Arthur Feitoria Gonçalves  
João Fernando H. da Mota

José Lara Gomes  
Gleusa Viana Nogueira

# APÊNDICES

## **Apêndice A: Material didático aplicado na turma do LEAMAT II**

Diretoria de Ensino Superior  
Licenciatura em Matemática  
Disciplina: Laboratório de Ensino e Aprendizagem de Matemática  
Linha de Pesquisa: Aritmética  
Licenciandos: Arthur Feitosa, João da Mata, Jones Campos e Lucas Duarte.  
Orientadora: Profª. Me. Juliana S. B. Chagas Ventura  
Aluno(a): \_\_\_\_\_ Data: \_\_\_\_ / \_\_\_\_ / 2017

### Medidas de dispersão

No estudo da Estatística, dispomos de algumas estratégias para verificar se os valores apresentados em um conjunto de dados estão dispersos ou não e o quão distantes um do outro eles podem estar. As ferramentas empregadas para que isso seja possível são classificadas como medidas de dispersão e denominadas de variância e desvio padrão. Vejamos o que representa cada uma delas:

#### Variância (var):

- Para um certo conjunto de dados, a variância é uma medida de dispersão que mostra o quão distante cada valor desse conjunto está do valor central (médio);
- Quanto menor é a variância, mais próximos os valores estão da média; mas quanto maior ela é, mais distantes os valores estão da média (.
- Considere que  $x_1, x_2, \dots, x_n$  são os  $n$  elementos de uma **amostra** e que  $\bar{x}$  é a média aritmética desses elementos. O cálculo da **variância amostral** é dado por:

$$\text{Var. amostral} = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + (x_3 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n - 1}$$

- Se, em contrapartida, quisermos calcular a **variância populacional**, consideraremos todos os elementos da população, e não apenas de uma amostra. Nesse caso, o cálculo possui uma pequena diferença. Observe:

$$\text{Var. populacional} = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + (x_3 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n}$$

#### Desvio Padrão (dp):

- O desvio padrão é capaz de identificar o "erro" em um conjunto de dados, caso quiséssemos substituir um dos valores coletados pela média aritmética.
- O cálculo do desvio padrão é feito a partir da raiz quadrada positiva da variância. Portanto:

$$dp = \sqrt{\quad}$$

- Para estabelecer uma análise mais precisa da amostra, estabelecemos o seguinte intervalo:

$$[x-dp, x+dp]$$

Podemos ver a utilização do desvio padrão na apresentação desse intervalo, nos informando o quão disperso é esse dado que está sendo analisado.

Vamos agora aplicar o cálculo da variância e do desvio padrão em um exemplo:

Em uma escola, a direção decidiu observar a quantidade de alunos que apresentam todas as notas acima da "média" em todas as disciplinas. Para analisar melhor, a diretora Ana resolveu montar um quadro com a quantidade de notas "azuis" em uma amostra de três turmas ao longo de um ano. Observe a seguir o quadro organizado pela diretora:

Turmas	Quantidade de alunos acima da média			
	1° Bimestre	2° Bimestre	3° Bimestre	4° Bimestre
1ª série	4	6	8	5
2ª série	7	9	9	8
3ª série	10	8	5	9

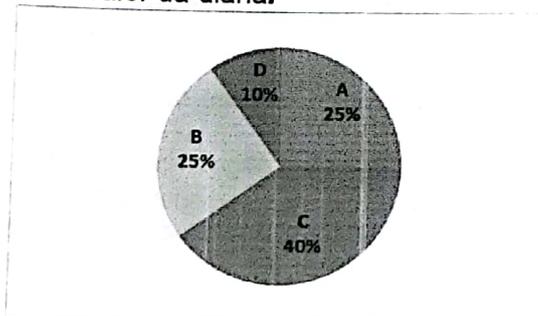
Analisando o quadro acima, calcule o desvio padrão e variância de cada ano.

## Atividades

Baseado nos conceitos que acabamos de aprender, veremos agora como esse tipo de conteúdo é abordado no Exame Nacional do Ensino Médio (Enem).

### Questão 01

(Enem 2013 - Adaptada). Foi realizado um levantamento nos 200 hotéis de uma cidade, no qual foram anotados os valores, em reais, das diárias para um quarto padrão de casal e a quantidade de hotéis para cada valor da diária. Os valores das diárias foram: A= R\$200; B= R\$ 300; C= R\$400; D= R\$ 600. No gráfico as áreas representam as quantidades de hotéis pesquisados, em porcentagem, para cada valor da diária.



O valor mediano da diária, em reais, para o quarto padrão de casal nessa cidade é:

- A) R\$ 300
- B) R\$ 345
- C) R\$ 350
- D) R\$ 375
- E) R\$ 400

### Questão 02

(Enem 2011) A participação dos estudantes na Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP) aumenta a cada ano. O quadro indica o percentual de medalhistas de ouro, por região, nas edições da OBMEP de 2005 a 2009:

Região	2005	2006	2007	2008	2009
Norte	2%	2%	1%	2%	1%
Nordeste	18%	19%	21%	15%	19%
Centro-Oeste	5%	6%	7%	8%	9%
Sudeste	55%	61%	58%	66%	60%
Sul	21%	12%	13%	9%	11%

Disponível em: <http://www.obmep.org.br>. Acesso em: abr. 2010 (adaptada).

Em relação às edições de 2005 a 2009 da OBMEP, qual o percentual médio de medalhistas de ouro da região Nordeste?

- A) 14,6%
- B) 18,2%
- C) 18,4%
- D) 19,0%
- E) 21,0%

**Questão 03**

(Enem 2009) Suponha que a etapa final de uma gincana escolar consista em um desafio de conhecimentos. Cada equipe escolheria 10 alunos para realizar uma prova objetiva, e a pontuação da equipe seria dada pela mediana das notas obtidas pelos alunos. As provas valem, no máximo, 10 pontos cada. Ao final, a vencedora foi a equipe Ômega, com 7,8 pontos, seguida pela equipe Delta, com 7,6 pontos. Um dos alunos da equipe Gama, a qual ficou na terceira e última colocação, não pôde comparecer, tendo recebido nota zero na prova. As notas obtidas pelos 10 alunos da equipe Gama foram 10; 6,5; 8; 10; 7; 6,5; 7; 8; 6; 0.

Se o aluno da equipe Gama que faltou tivesse comparecido, essa equipe:

- A) teria a pontuação igual a 6,5 se ele obtivesse nota 0.
- B) seria a vencedora se ele obtivesse nota 10.
- C) seria a segunda colocada se ele obtivesse nota 8.
- D) permaneceria na terceira posição, independentemente da nota obtida pelo aluno.
- E) empataria com a equipe Ômega na primeira colocação se o aluno obtivesse nota 9.

**Questão 04**

(Enem 2009 – Prova cancelada) Depois de jogar um dado em forma de cubo e de faces numeradas de 1 a 6, por 10 vezes consecutivas, e anotar o número obtido em cada jogada, construiu-se o seguinte quadro de distribuição de frequências.

Número Obtido	Frequência
1	4
2	1
4	2
5	2
6	1

A média, mediana e moda dessa distribuição de frequências são, respectivamente

- A) 3, 2 e 1
- B) 3, 3 e 1
- C) 3, 4 e 2
- D) 5, 4 e 2
- E) 6, 2 e 4

**Questão 05**

(Enem 2010) Em uma corrida de regularidade, a equipe campeã é aquela em que o tempo dos participantes mais se aproxima do tempo fornecido pelos organizadores em cada etapa. Um campeonato foi organizado em 5 etapas, e o tempo médio de prova indicado pelos organizadores foi de 45 minutos por prova. No quadro, estão representados os dados estatísticos das cinco equipes mais bem classificadas (em minutos):

Equipes	Média	Moda	Desvio Padrão
Equipe I	45	40	5
Equipe II	45	41	4
Equipe III	45	44	1
Equipe IV	45	44	3
Equipe V	45	47	2

Utilizando os dados estatísticos do quadro, a campeã foi a equipe

- A) I.
- B) II.
- C) III.
- D) IV.
- E) V.

**Questão 06**

(Enem 2010) Marco e Paulo foram classificados em um concurso. Para a classificação no concurso o candidato deveria obter média aritmética na pontuação igual ou superior a 14. Em caso de empate na média, o desempate seria em favor da pontuação mais regular. No quadro a seguir são apresentados os pontos obtidos nas provas de Matemática, Português e Conhecimentos Gerais, a média, a mediana e o desvio padrão dos dois candidatos.

	Matemática	Português	Conhecimentos Gerais	Média	Mediana	Desvio Padrão
Marco	14	15	16	15	15	0,32
Paulo	8	19	18	15	18	4,97

O candidato com pontuação mais regular, portanto mais bem classificado no concurso, é:

- A) Marco, pois a média e a mediana são iguais.
- B) Marco, pois obteve menor desvio padrão.
- C) Paulo, pois obteve a maior pontuação da tabela, 19 em Português
- D) Paulo, pois obteve maior mediana.
- E) Paulo, pois obteve maior desvio padrão.

**Questão 07**

(Enem 2012) Um produtor de café irrigado em Minas Gerais recebeu um relatório de consultoria estatística, constando, entre outras informações, o desvio padrão das produções de uma safra dos talhões de sua propriedade. Os talhões têm a mesma área de 30000 m<sup>2</sup> e o valor obtido para o desvio padrão foi de 90 kg/talhão. O produtor deve apresentar as informações sobre a produção e a variância dessas produções em sacas de 60kg por hectare (10 000 m<sup>2</sup>). A variância das produções dos talhões expressa em (sacas/hectare)<sup>2</sup> é:

- A) 20,25
- B) 4,50
- C) 0,71
- D) 0,50
- E) 0,25

**Questão 08**

(Enem 2016). O procedimento de perda rápida de “peso” é comum entre os atletas dos esportes de combate. Para participar de um torneio, quatro atletas da categoria até 66 Kg. Peso-Pena, foram submetidos a dietas balanceadas e atividades físicas. Realizaram três “pesagens” antes do início do torneio. Pelo regulamento do torneio, a primeira luta deverá ocorrer entre o atleta mais regular e o menos regular quanto aos “pesos”. As informações com base nas pesagens dos atletas estão no quadro.

Atleta	1ª Pesagem (kg)	2ª Pesagem (kg)	3ª Pesagem (kg)	Média	Mediana	Desvio Padrão
I	78	72	66	72	72	4,9
II	83	65	65	71	65	8,49
III	75	70	65	70	70	4,08
IV	80	77	62	73	77	7,87

O candidato com pontuação mais regular, portanto mais bem classificado no concurso, é:

- A) Marco, pois a média e a mediana são iguais.
- B) Marco, pois obteve menor desvio padrão.
- C) Paulo, pois obteve a maior pontuação da tabela, 19 em Português
- D) Paulo, pois obteve maior mediana.
- E) Paulo, pois obteve maior desvio padrão.

**Questão 07**

(Enem 2012) Um produtor de café irrigado em Minas Gerais recebeu um relatório de consultoria estatística, constando, entre outras informações, o desvio padrão das produções de uma safra dos talhões de sua propriedade. Os talhões têm a mesma área de 30000 m<sup>2</sup> e o valor obtido para o desvio padrão foi de 90 kg/talhão. O produtor deve apresentar as informações sobre a produção e a variância dessas produções em sacas de 60kg por hectare (10 000 m<sup>2</sup>). A variância das produções dos talhões expressa em (sacas/hectare)<sup>2</sup> é:

- A) 20,25
- B) 4,50
- C) 0,71
- D) 0,50
- E) 0,25

**Questão 08**

(Enem 2016). O procedimento de perda rápida de “peso” é comum entre os atletas dos esportes de combate. Para participar de um torneio, quatro atletas da categoria até 66 Kg. Peso-Pena, foram submetidos a dietas balanceadas e atividades físicas. Realizaram três “pesagens” antes do início do torneio. Pelo regulamento do torneio, a primeira luta deverá ocorrer entre o atleta mais regular e o menos regular quanto aos “pesos”. As informações com base nas pesagens dos atletas estão no quadro.

Atleta	1ª Pesagem (kg)	2ª Pesagem (kg)	3ª Pesagem (kg)	Média	Mediana	Desvio Padrão
I	78	72	66	72	72	4,9
II	83	65	65	71	65	8,49
III	75	70	65	70	70	4,08
IV	80	77	62	73	77	7,87

Após as três "pesagens", os organizadores do torneio informaram aos atletas quais deles se enfrentariam na primeira luta. A primeira luta foi entre os atletas:

- A) I e III.
- B) I e IV.
- C) II e III.
- D) II e IV.
- E) III e IV

**Questão 09**

(Enem 2014 – 2ª APLICAÇÃO). Em uma escola, cinco atletas disputam a medalha de ouro em uma competição de salto em distância. Segundo o regulamento desta competição, a medalha de ouro será dada ao atleta mais regular em uma série de três saltos. Os resultados e as informações dos saltos desses cinco atletas estão no quadro.

Atleta	1º Salto	2º Salto	3º Salto	Média	Mediana	Desvio Padrão
I	2,9	3,4	3,1	3,1	3,1	0,25
II	3,3	2,8	3,6	3,2	3,3	0,4
III	3,6	3,3	3,3	3,4	3,3	0,17
IV	2,3	3,3	3,4	3	3,3	0,6

A medalha de ouro foi conquistada pelo atleta número;

- A) I.
- B) II.
- C) III.
- D) IV.
- E) V.

**Apêndice B: Material didático  
experimentado na turma regular**

Diretoria de Ensino Superior  
Licenciatura em Matemática  
Disciplina: Laboratório de Ensino e Aprendizagem de Matemática  
Linha de Pesquisa: Aritmética  
Licenciandos: Arthur Feitosa, João da Mata, Jones Campos e Lucas Duarte.  
Orientadora: Profª. Me. Juliana S. B. Chagas Ventura  
Aluno(a): \_\_\_\_\_ Data: \_\_\_ / \_\_\_ / 2017

### Tendências Centrais

As **medidas de tendências centrais** são utilizadas quando é necessário representar, por um único valor, um conjunto de dados, obtidos em uma pesquisa. Essas medidas indicam que os dados tendem a concentrar-se em torno dele. E desse grupo de medidas de tendência central as principais são a **média aritmética**, a **moda** e a **mediana**.

- **Média aritmética**

A média aritmética ( $\bar{x}$ ), ou simplesmente média, de um conjunto de dados é dada pela soma de todos os elementos ( $x_1+x_2+x_3+x_4+\dots+x_n$ ) dividido pelo número de elementos ( $n$ ) deste conjunto.

$$\bar{x} = \frac{x_1+x_2+x_3+x_4+\dots+x_n}{n}$$

- **Moda**

A moda de um conjunto de dados corresponde ao(s) valor(es) de maior frequência.

- **Mediana**

A principal característica da mediana é dividir o conjunto de dados em duas partes com o mesmo número de elementos. Em uma das partes, os elementos são menores ou iguais à mediana, e, na outra parte, os valores são maiores ou iguais à mediana. Quando o conjunto de dados tem uma quantidade ímpar de valores, a mediana corresponde ao termo central do rol. Já quando essa quantidade é par, a mediana corresponde à média aritmética dos dois termos centrais.

Diretoria de Ensino Superior  
Licenciatura em Matemática  
Disciplina: Laboratório de Ensino e Aprendizagem de Matemática  
Linha de Pesquisa: Aritmética  
Licenciandos: Arthur Feitosa, João da Mata, Jones Campos e Lucas Duarte.  
Orientadora: Profª. Me. Juliana S. B. Chagas Ventura  
Aluno(a): \_\_\_\_\_ Data: \_\_\_ / \_\_\_ / 2017

### Medidas de dispersão

No estudo da Estatística, dispomos de algumas estratégias para verificar se os valores apresentados em um conjunto de dados estão dispersos ou não e o quão distantes um do outro eles podem estar. As ferramentas empregadas para que isso seja possível são classificadas como medidas de dispersão e denominadas de variância e desvio padrão. Vejamos o que representa cada uma delas:

Variância (var):

- Para um certo conjunto de dados, a variância é uma medida de dispersão que mostra o quão distante cada valor desse conjunto está do valor central (médio);
- Quanto menor é a variância, mais próximos os valores estão da média; mas quanto maior ela é, mais distantes os valores estão da média (.
- Considere que  $x_1, x_2, \dots, x_n$  são os  $n$  elementos de uma amostra e que  $\bar{x}$  é a média aritmética desses elementos. O cálculo da **variância amostral** é dado por:

$$\text{Var. amostral} = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + (x_3 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n - 1}$$

- Se, em contrapartida, quisermos calcular a **variância populacional**, consideramos todos os elementos da população, e não apenas de uma amostra. Nesse caso, o cálculo possui uma pequena diferença. Observe:

$$\text{Var. populacional} = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + (x_3 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n}$$

Desvio Padrão (dp):

- O desvio padrão é capaz de identificar o "erro" em um conjunto de dados, caso quiséssemos substituir um dos valores coletados pela média aritmética.
- O cálculo do desvio padrão é feito a partir da raiz quadrada positiva da variância. Portanto:

$$dp = \sqrt{\quad}$$

- Para estabelecer uma análise mais precisa da amostra, estabelecemos o seguinte intervalo:

$$[x-dp, x+dp]$$

Podemos ver a utilização do desvio padrão na apresentação desse intervalo, nos informando o quão disperso é esse dado que está sendo analisado.

Vamos agora aplicar o cálculo da variância e do desvio padrão em um exemplo:

Em uma escola, a direção decidiu observar a quantidade de alunos que apresentam todas as notas acima da "média" em todas as disciplinas. Para analisar melhor, a diretora Ana resolveu montar um quadro com a quantidade de notas "azuis" em uma amostra de três turmas ao longo de um ano. Observe a seguir o quadro organizado pela diretora:

Turmas	Quantidade de alunos acima da média			
	1° Bimestre	2° Bimestre	3° Bimestre	4° Bimestre
1ª série	4	6	8	5
2ª série	7	9	9	8
3ª série	10	8	5	9

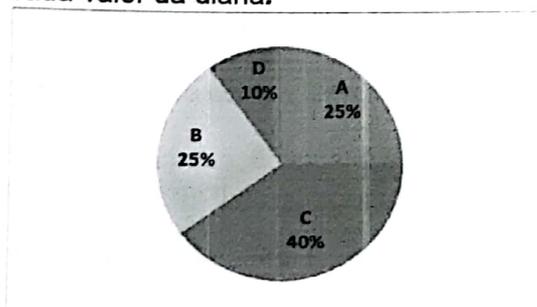
Analisando o quadro acima, calcule o desvio padrão e variância de cada ano.

## Atividades

Baseado nos conceitos que acabamos de aprender, veremos agora como esse tipo de conteúdo é abordado no Exame Nacional do Ensino Médio (Enem).

### Questão 01

(Enem 2013 - Adaptada). Foi realizado um levantamento nos 200 hotéis de uma cidade, no qual foram anotados os valores, em reais, das diárias para um quarto padrão de casal e a quantidade de hotéis para cada valor da diária. Os valores das diárias foram: A= R\$200; B= R\$ 300; C= R\$400; D= R\$ 600. No gráfico as áreas representam as quantidades de hotéis pesquisados, em porcentagem, para cada valor da diária.



O valor mediano da diária, em reais, para o quarto padrão de casal nessa cidade é:

- A) R\$ 300
- B) R\$ 345
- C) R\$ 350
- D) R\$ 375
- E) R\$ 400

### Questão 02

(Enem 2011) A participação dos estudantes na Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP) aumenta a cada ano. O quadro indica o percentual de medalhistas de ouro, por região, nas edições da OBMEP de 2005 a 2009:

Região	2005	2006	2007	2008	2009
Norte	2%	2%	1%	2%	1%
Nordeste	18%	19%	21%	15%	19%
Centro-Oeste	5%	6%	7%	8%	9%
Sudeste	55%	61%	58%	66%	60%
Sul	21%	12%	13%	9%	11%

Disponível em: <http://www.obmep.org.br> Acesso em: abr. 2010 (adaptado)

Em relação às edições de 2005 a 2009 da OBMEP, qual o percentual médio de medalhistas de ouro da região Nordeste?

- A) 14,6%
- B) 18,2%
- C) 18,4%
- D) 19,0%
- E) 21,0%

**Questão 03**

(Enem 2009) Suponha que a etapa final de uma gincana escolar consista em um desafio de conhecimentos. Cada equipe escolheria 10 alunos para realizar uma prova objetiva, e a pontuação da equipe seria dada pela mediana das notas obtidas pelos alunos. As provas valem, no máximo, 10 pontos cada. Ao final, a vencedora foi a equipe Ômega, com 7,8 pontos, seguida pela equipe Delta, com 7,6 pontos. Um dos alunos da equipe Gama, a qual ficou na terceira e última colocação, não pôde comparecer, tendo recebido nota zero na prova. As notas obtidas pelos 10 alunos da equipe Gama foram 10; 6,5; 8; 10; 7; 6,5; 7; 8; 6; 0.

Se o aluno da equipe Gama que faltou tivesse comparecido, essa equipe:

- A) teria a pontuação igual a 6,5 se ele obtivesse nota 0.
- B) seria a vencedora se ele obtivesse nota 10.
- C) seria a segunda colocada se ele obtivesse nota 8.
- D) permaneceria na terceira posição, independentemente da nota obtida pelo aluno.
- E) empataria com a equipe Ômega na primeira colocação se o aluno obtivesse nota 9.

**Questão 04**

(Enem 2009 – Prova cancelada) Depois de jogar um dado em forma de cubo e de faces numeradas de 1 a 6, por 10 vezes consecutivas, e anotar o número obtido em cada jogada, construiu-se o seguinte quadro de distribuição de frequências.

Número Obtido	Frequência
1	4
2	1
4	2
5	2
6	1

A média, mediana e moda dessa distribuição de frequências são, respectivamente

- A) 3, 2 e 1
- B) 3, 3 e 1
- C) 3, 4 e 2
- D) 5, 4 e 2
- E) 6, 2 e 4

**Questão 05**

(Enem 2010) Em uma corrida de regularidade, a equipe campeã é aquela em que o tempo dos participantes mais se aproxima do tempo fornecido pelos organizadores em cada etapa. Um campeonato foi organizado em 5 etapas, e o tempo médio de prova indicado pelos organizadores foi de 45 minutos por prova. No quadro, estão representados os dados estatísticos das cinco equipes mais bem classificadas (em minutos):

Equipes	Média	Moda	Desvio Padrão
Equipe I	45	40	5
Equipe II	45	41	4
Equipe III	45	44	1
Equipe IV	45	44	3
Equipe V	45	47	2

Utilizando os dados estatísticos do quadro, a campeã foi a equipe

- A) I.
- B) II.
- C) III.
- D) IV.
- E) V.

**Questão 06**

(Enem 2010) Marco e Paulo foram classificados em um concurso. Para a classificação no concurso o candidato deveria obter média aritmética na pontuação igual ou superior a 14. Em caso de empate na média, o desempate seria em favor da pontuação mais regular. No quadro a seguir são apresentados os pontos obtidos nas provas de Matemática, Português e Conhecimentos Gerais, a média, a mediana e o desvio padrão dos dois candidatos.

	Matemática	Português	Conhecimentos Gerais	Média	Mediana	Desvio Padrão
Marco	14	15	16	15	15	0,32
Paulo	8	19	18	15	18	4,97

O candidato com pontuação mais regular, portanto mais bem classificado no concurso, é:

- A) Marco, pois a média e a mediana são iguais.
- B) Marco, pois obteve menor desvio padrão.
- C) Paulo, pois obteve a maior pontuação da tabela, 19 em Português
- D) Paulo, pois obteve maior mediana.
- E) Paulo, pois obteve maior desvio padrão.

### Questão 07

(Enem 2012) Um produtor de café irrigado em Minas Gerais recebeu um relatório de consultoria estatística, constando, entre outras informações, o desvio padrão das produções de uma safra dos talhões de sua propriedade. Os talhões têm a mesma área de 30000 m<sup>2</sup> e o valor obtido para o desvio padrão foi de 90 kg/talhão. O produtor deve apresentar as informações sobre a produção e a variância dessas produções em sacas de 60kg por hectare (10 000 m<sup>2</sup>). A variância das produções dos talhões expressa em (sacas/hectare)<sup>2</sup> é:

- A) 20,25
- B) 4,50
- C) 0,71
- D) 0,50
- E) 0,25

### Questão 08

(Enem 2016). O procedimento de perda rápida de "peso" é comum entre os atletas dos esportes de combate. Para participar de um torneio, quatro atletas da categoria até 66 Kg. Peso-Pena, foram submetidos a dietas balanceadas e atividades físicas. Realizaram três "pesagens" antes do início do torneio. Pelo regulamento do torneio, a primeira luta deverá ocorrer entre o atleta mais regular e o menos regular quanto aos "pesos". As informações com base nas pesagens dos atletas estão no quadro.

Atleta	1ª Pesagem (kg)	2ª Pesagem (kg)	3ª Pesagem (kg)	Média	Mediana	Desvio Padrão
I	78	72	66	72	72	4,9
II	83	65	65	71	65	8,49
III	75	70	65	70	70	4,08
IV	80	77	62	73	77	7,87

Após as três "pesagens", os organizadores do torneio informaram aos atletas quais deles se enfrentariam na primeira luta. A primeira luta foi entre os atletas:

- A) I e III.
- B) I e IV.
- C) II e III.
- D) II e IV.
- E) III e IV

**Questão 09**

(Enem 2014 – 2ª APLICAÇÃO). Em uma escola, cinco atletas disputam a medalha de ouro em uma competição de salto em distância. Segundo o regulamento desta competição, a medalha de ouro será dada ao atleta mais regular em uma série de três saltos. Os resultados e as informações dos saltos desses cinco atletas estão no quadro.

Atleta	1º Salto	2º Salto	3º Salto	Média	Mediana	Desvio Padrão
I	2,9	3,4	3,1	3,1	3,1	0,25
II	3,3	2,8	3,6	3,2	3,3	0,4
III	3,6	3,3	3,3	3,4	3,3	0,17
IV	2,3	3,3	3,4	3	3,3	0,6

A medalha de ouro foi conquistada pelo atleta número;

- A) I.
- B) II.
- C) III.
- D) IV.
- E) V.