

RELATÓRIO DO LEAMAT

ABORDAGEM GEOMÉTRICA NO ENSINO DA RAIZ QUADRADA

ENSINO E APRENDIZAGEM DE ARITMÉTICA

CALILI CARDOZO DOS SANTOS PARAVIDINI
HALLEF JULIA MACABU

CAMPOS DOS GOYTACAZES - RJ
2018.1



CALILI CARDOZO DOS SANTOS PARAVIDINI
HALLEF JULIA MACABU

RELATÓRIO DO LEAMAT
ABORDAGEM GEOMÉTRICA NO ENSINO DA RAIZ
QUADRADA

ENSINO E APRENDIZAGEM DE ARITMÉTICA

Trabalho apresentado ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense, *Campus* Campos-Centro, como requisito parcial para conclusão da disciplina Laboratório de Ensino e Aprendizagem em Matemática do Curso de Licenciatura em Matemática.

Orientadora: Prof^ª. Me. Juliana Santos Barcellos Chagas Ventura

CAMPOS DOS GOYTACAZES - RJ
2018.1

SUMÁRIO

	P.
1) Relatório do LEAMAT I	3
1.1) Atividades desenvolvidas	3
1.2) Elaboração da sequência didática.....	5
1.2.1) Tema	5
1.2.2) Justificativa	5
1.2.3) Objetivo Geral	8
1.2.4) Público Alvo	8
2) Relatório do LEAMAT II	9
2.1) Atividades desenvolvidas	9
2.2) Elaboração da sequência didática	9
2.2.1) Planejamento da sequência didática	9
2.2.2) Aplicação da sequência didática na turma do LEAMAT II ..	13
3) Relatório do LEAMAT III	15
3.1) Atividades desenvolvidas	15
3.2) Elaboração da sequência didática	15
3.2.1) Versão final da sequência didática	15
3.2.2) Experimentação da sequência didática na turma regular ..	15
Considerações Finais	23
Referências	25
Apêndices	27
Apêndice A - Material didático aplicado na turma do LEAMAT II	28
Apêndice B - Material didático experimentado na turma regular	35

1) Relatório do LEAMAT I

1.1) Atividades desenvolvidas

No primeiro encontro com as orientadoras, no dia 09/05/2017, foi explicado como é a disciplina Laboratório de Ensino e Aprendizagem da Matemática (LEAMAT), como se dariam as aulas, qual objetivo a ser alcançado e qual é a proposta da disciplina.

No segundo encontro, a orientadora propôs algumas atividades envolvendo frações, a proposta era identificar os principais erros cometidos pelos alunos, permitiu identificar que os alunos por muitas vezes não compreendem o conceito de soma das frações o que gera equívocos e não compreensão do processo realiza ao se encontra o menor múltiplo comum, além das dificuldades nas operações com números mistos.

No terceiro encontro, fazendo uso do artigo "O desenvolvimento do pensamento aritmético a partir da experiência matemática", de João Bosco Laudares e José Ricardo de Medeiros Leite, publicado na Educação Matemática em Revista, a professora ressaltou os principais trechos e promoveu um debate acerca do assunto. Foram destacados quatro tipos de pensamentos matemáticos: raciocínio intuitivo, cálculo de estimativas, cálculo mental, e cálculo proporcional e aproximação. Em seguida, foram discutidas algumas atividades abordadas no artigo, que, com situações bem contextualizadas, leva o aluno a responder as perguntas e se justificar, mas sem levar em conta nenhum formalismo matemático. Assim, foi possível entender maneiras diferentes dos alunos raciocinarem e pensarem em matemática.

No quarto encontro, um grupo de alunos do 7º período de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense *Campus Campos Centro* (IF Fluminense Campos-Centro) fez uma interessante apresentação do trabalho desenvolvido na linha de pesquisa de matemática inclusiva. Contaram um pouco sobre a experiência deles ao longo dos semestres na disciplina LEAMAT, desde as escolhas dos temas, a concepção da proposta

didática, uso de material concreto e as dificuldades encontradas, até a aula dada para alunos.

No quinto encontro, a orientadora previamente havia solicitado que cada aluno pesquisasse os critérios de divisibilidade. No início da aula cada um pode expor os critérios encontrados, aqueles que havia ou não compreendido, então a orientadora apresentou as regras de divisibilidade por diversos números (2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 15, 17 e 25) realizando as demonstrações que as fundamentam. Além disso, foram distribuídos alguns livros, com os quais os grupos fizeram uma análise sobre como este assunto é abordado, e, em seguida, cada grupo comentou sobre o que merecia destaque.

No sexto encontro, a orientadora propôs a resolução de questões do Exame Nacional do Ensino Médio (Enem) que abordavam a Aritmética. Foi possível notar que questões com grau de dificuldade mais elevados podem ser elaboradas com uso apenas da Aritmética, pois algumas questões exigiram um trabalho maior para sua resolução. Nessa aula foi possível reafirmar a necessidade de uma boa base Aritmética.

No sétimo encontro, foram promovidos a leitura e o debate das partes dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) do Ensino Fundamental e Médio sobre diferentes aspectos do ensino e aprendizagem de conteúdos Aritméticos, tendo em vista a sequência didática a ser elaborada e aplicada pelos grupos. O texto cita desde as metodologias de ensino, os objetivos gerais para o ensino fundamental, passando pela organização dos conteúdos, até a avaliação, que deve ser entendida como uma maneira de captar se o aluno entendeu o conteúdo e não necessariamente uma prova.

Vale ressaltar que a sequência didática tem um momento para explicação, fixação, até a avaliação; porém, antes de dar a resposta de uma questão, é importante "ouvir" os alunos, perguntando-lhes como chegaram àquela determinada resposta.

A partir do oitavo, os encontros aconteceram com o objetivo de desenvolver e aprimorar os trabalhos, seja no campo das ideias ou na organização da escrita dos textos exigidos pela disciplina.

Os textos e os assuntos trabalhados em aula foram de grande valia para a compreensão da importância do ensino e aprendizagem da Aritmética.

1.2) Elaboração da sequência didática

1.2.1) Tema

Abordagem geométrica no ensino da raiz quadrada

1.2.2) Justificativa

A Aritmética pode ser considerada o ramo mais antigo da matemática, sendo ela considerada a área que trata de números e suas operações, todos os ramos consequentes dependem diretamente do sucesso da compreensão por parte do aluno da Aritmética. No cotidiano quando se vai ao supermercado, quando se calcula o troco, quantidades de receitas entres outros a Aritmética está presente. Nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) para o Ensino Fundamental a Aritmética ocupa posição de destaque:

Atualmente, há consenso a fim de que os currículos de Matemática para o ensino fundamental devam contemplar o estudo dos números e das operações (no campo da Aritmética e da Álgebra), o estudo do espaço e das formas (no campo da Geometria) e o estudo das grandezas e das medidas (que permite interligações entre os campos da Aritmética, da Álgebra, e da Geometria e de outros campos do conhecimento) (BRASIL, 1998, p.49).

O estudo dos números e suas operações perpassa todo o Ensino Fundamental, mesmo nos últimos anos, em que há uma ênfase na Álgebra. No entanto, como aponta Diniz (2014), a Matemática escolar brasileira foi, por décadas, fortemente influenciada pela Matemática Moderna, (décadas de 1960 e 1970), que dava ênfase à abstração e a Álgebra, negligenciando a aprendizagem da estrutura básica da Aritmética. A partir do final da década de 1980 começaram a se buscar novas maneiras de ensinar a Aritmética, levando em consideração as experiências dos alunos fora da sala de aula.

De fato, é importante fazer com que o aluno consiga relacionar aquela Matemática que é intuitiva, utilizada no dia a dia com a que é estudada em sala de aula. Pois, como defende Sant'Ana (2015) o aluno só aprende aquilo que faz parte de sua vivência e que está próximo a ele.

Dentro do amplo campo da Aritmética temos a radiciação como sendo um dos objetivos para o Ensino Fundamental, como consta nos PCN (Brasil, 1998, p.64) "resolver situações-problema envolvendo números naturais, inteiros, racionais e a partir delas ampliar e construir novos significados da adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação e radiciação;" (BRASIL, 1998, p.113). O mesmo documento afirma que o "conceito de radiciação está associado ao conceito de potenciação e pode ser introduzido por problemas como o da determinação do lado de um quadrado de área conhecida ou da aresta de um cubo de volume dado" (BRASIL, 1998, p.113).

Sendo assim, uma abordagem geométrica da radiciação torna-se relevante, devido a importância desse conteúdo:

O entendimento dos métodos de cálculos para encontrar o valor das raízes quadradas possui muita importância, pois vários problemas em linguagem algébrica atual conduzem a soluções onde precisam ser encontrados os valores de raízes, ressaltando, ainda, a sua acuidade na geometria, devido ao efetivo cálculo do lado de um quadrado cujo a área é conhecida (SILVA, 2013, p.12).

E o ensino de métodos de cálculo da raiz quadrada por meio de uma abordagem geométrica pode se dá com a utilização de tecnologias digitais de informação e comunicação. O uso dessas tecnologias em sala de aula vem sendo amplamente defendidas por vários autores, pois no momento em que vivemos, em que o avanço tecnológico tem sido marco do século e cada vez mais os alunos crescem em contato com aparatos tecnológicos e se torna mais difícil deixar as tecnologias fora da sala de aula, como afirma Pinto:

A escola, enquanto instituição social, é convocada a atender de modo satisfatório as exigências da modernidade. Se estamos presenciando estas inovações da tecnologia é de fundamental importância que a escola aprenda os conhecimentos referentes a elas para poder repassá-los a sua clientela; pois, é preciso que a escola propicie esses conhecimentos e habilidades necessários ao educando para que ele exerça integralmente a sua cidadania (PINTO, 2004, p.2).

Os *softwares* de geometria dinâmica são uma ótima ferramenta de ensino, propiciando não só o ensino de geometria, permitindo uma exploração das outras áreas a partir de uma exploração geométrica. A utilização de *softwares* pode se dar como recurso de demonstração sendo utilizado pelo professor apenas e o aluno só observa a comprovação, outra forma é possibilitar que o aluno tenha contato com o *software* e explore as construções.

Nesse contexto, umas das tecnologias digitais de Informação e comunicação atuais que permite o contato do aluno com os *softwares* é o *Tablet*, devido a sua portabilidade e facilidade de manuseio, vários autores defendem a utilização para construção do conhecimento, em sua pesquisa das aplicações do *tablet* em sala de aula Barcelos, Moreira e Peixoto apontam diversos benefícios da sua utilização como:

- [...] Além disso, pode contribuir para aprendizagens mais personalizadas e para a melhoria de resultados educacionais. Os professores atribuíram esses ganhos a vários fatores:
- i) Portabilidade do aparelho;
 - ii) Habilidade dos professores para lidar com necessidades e preferências pessoais;
 - iii) Facilidade com que os alunos utilizavam aplicativos e ferramentas;
 - iv) Adoção da concepção de que o *tablet* era uma ferramenta de aprendizagem (BARCELOS; MOREIRA; PEIXOTO, 2013, p.3).

O simples uso do *tablet* não garante melhoria dos resultados educacionais. Como já exposto anteriormente, a contextualização é importante para que o aluno possa compreender aquilo que está sendo ensinado, dessa forma o recurso tecnológico serve também como uma ferramenta para realizar a contextualização.

Segundo Menezes (2014), o professor deve propor atividades que tenham relação com a vivência do aluno.

A matemática é um instrumento valioso para a escola proporcionar a interação do educando com esse cenário, tomando o conhecimento mais contextualizado e prazeroso. O aprendizado sistematizado não pode desvincular-se da vida do aluno, já que complementa o seu saber empírico. Para adentrarem no mundo no qual nossos discentes estão inseridos, os professores necessitam interatuar com esses de forma dinâmica (MENEZES, 2014, p.16).

Sendo a Matemática um instrumento valioso é necessário que o professor procure formas novas de se ensinar ao aluno, sempre buscando reconhecer suas dificuldades. Nesse ponto pode-se ressaltar a dificuldade apresentada pelos alunos

quanto a este conteúdo, como afirma Araujo e Cardoso (2006) "Da análise desses dados extraímos os conteúdos mais citados como sendo os que apresentam o maior grau de dificuldades de aprendizagem por parte dos alunos, tais como: frações, divisão, subtração, polinômios e radiciação." (ARAUJO; CARDOSO, 2006, P.7).

A partir do exposto, podemos concluir que uma abordagem diferenciada do estudo da radiciação pode contribuir para a melhor compreensão do estudante. Além da importância de se levar para o ambiente escolar as tecnologias digitais de informação e comunicação que permeiam a vivência do aluno nos dias de hoje. O uso assistido e planejado pode contribuir para o aluno se tornar mais participativo.

Ao se realizar o uso das tecnologias digitais de informação e comunicação e a abordagem geométrica da radiciação de uma forma contextualizada onde o aluno possa transportar o conteúdo para sua realidade, contribuirá para um maior sucesso na compreensão do estudo da radiciação.

1.2.3) Objetivo Geral

Abordar de forma contextualizada as raízes quadradas por meio da exploração geométrica.

1.2.4) Público Alvo

Aluno de sexto ano do Ensino Fundamental

2) RELATÓRIO DO LEAMAT II

2.1) Atividades desenvolvidas

O objetivo do LEAMAT II é a elaboração da sequência didática que foi a proposta de trabalho defendida no LEAMAT I e a aplicação da mesma na turma do LEAMAT II. Sendo assim, na primeira aula foi apresentada a agenda do semestre e, a partir desse momento, o grupo pode utilizar as aulas para debater e elaborar a sequência didática.

Nas aulas eram apresentadas a orientadora as ideias e materiais referentes a sequência didática e nesse momento eram dadas sugestões de adaptação de alguns pontos da apostila e dos *applets* que estavam sendo elaborados.

Em cada aula eram apresentados os avanços na elaboração dos materiais a serem utilizados nas atividades. Foram feitos apontamentos pela orientadora principalmente quanto aos detalhes necessários para que os *applets* fossem de fácil compreensão e execução das atividades pelos alunos.

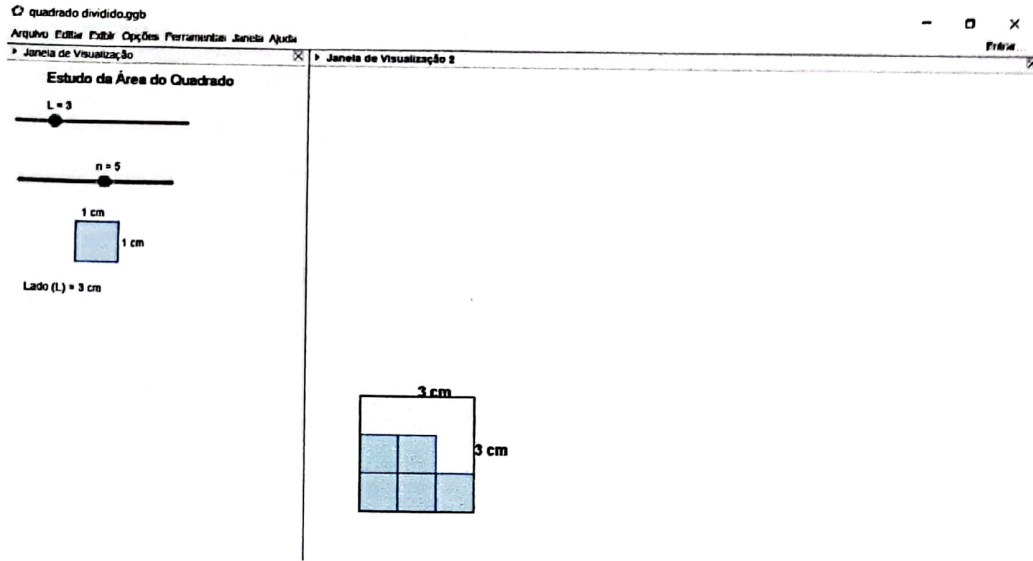
2.2) Elaboração da sequência didática

2.2.1) Planejamento da sequência didática

A sequência didática foi pensada para apresentar a interpretação geométrica da raiz quadrada, sendo utilizada tecnologias digitais da informação e comunicação por meio de dispositivo móvel (*Tablet*). Será entregue ao aluno uma apostila (Apêndice A) onde constará o conteúdo e questões de aplicação que serão realizadas com a utilização dos *applets*.

Após a entrega da apostila será apresentada a definição de radiciação. Nesse momento será exibido por meio do Datashow o *applet* "quadrado dividido" (Figura 1) com intuito de facilitar a compreensão do aluno, já que se trata de um *applet* interativo que possibilita várias alterações na Figura.

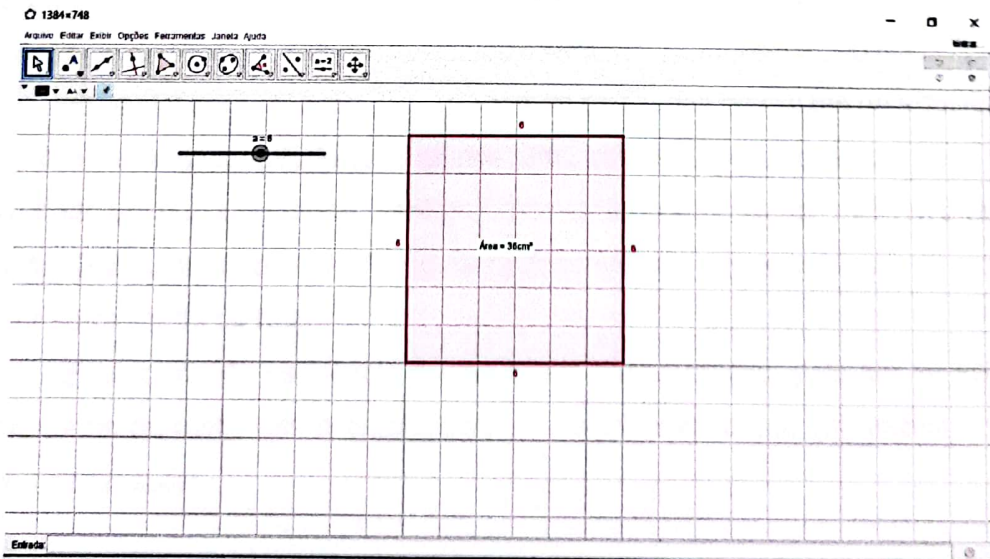
Figura 1 – Applet para compreensão da raiz quadrada



Fonte: https://www.geogebra.org/materials/?lang=pt_BR

Após a conclusão da definição de raiz quadrada serão distribuídos os *tablets* para os alunos; os *applets* já estarão abertos para facilitar o desenvolvimento da aula. Nesse momento será explicado aos alunos a utilização do *applet* sendo exibido no Datashow a mesma tela que será exibida no *tablet*. O primeiro *applet* "Raízes quadradas de 1 a 100" (Figura 2) foi desenvolvido para serem trabalhadas as raízes quadradas dos números de 1 a 100 que possuam como resultado um número natural.

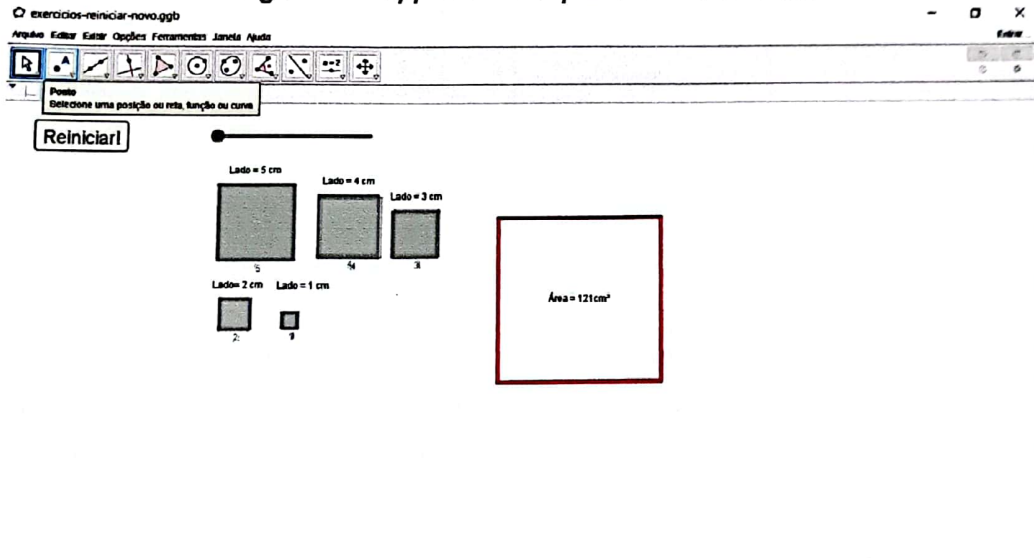
Figura 2 – "Applet raízes quadradas de 1 a 100"



Fonte: Elaboração própria

O aluno utilizará o *applet* para calcular os resultados das raízes propostas na atividade da apostila. Após a conclusão da correção desta atividade, será questionado aos alunos se é possível apenas calcular as raízes quadradas de números menores que cem. Em seguida os alunos serão instruídos a abrir o segundo *applet* "Raízes quadradas 100 a 400" (Figura 3).

Figura 3 – "Applet raízes quadradas 100 a 400"



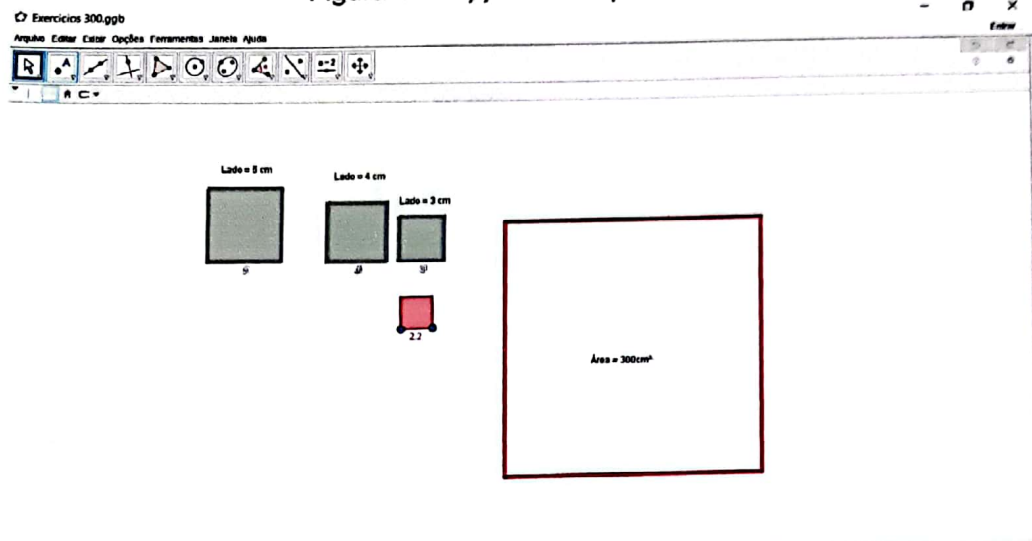
Fonte: elaboração própria

Esse *applet* foi desenvolvido para possibilitar que o aluno possa encontrar o valor do lado de um quadrado de área conhecida. Por ser utilizado em diversas atividades, se fez necessária a inserção de um botão Reiniciar. Este foi inserido com apoio da Prof. Dr. Gilmara Barcelos e Prof. Dr. Humberto Bortolossi.

O *applet* será utilizado para realizar as atividades propostas na apostila. Em seguida será apresentado aos alunos uma raiz quadrada que não tem como resultado um número natural. Será proposto então que os alunos utilizem o terceiro *applet* "Raiz quadrada de 300" (Figura 4) desenvolvido pelo grupo para encontrar o valor aproximado da raiz.

Essa parte da sequência é uma breve apresentação, pois por se tratar de uma turma de sexto ano a ênfase está no estudo das raízes quadradas que têm resultado natural.

Figura 4 – “Applet Raiz quadrada de 300”

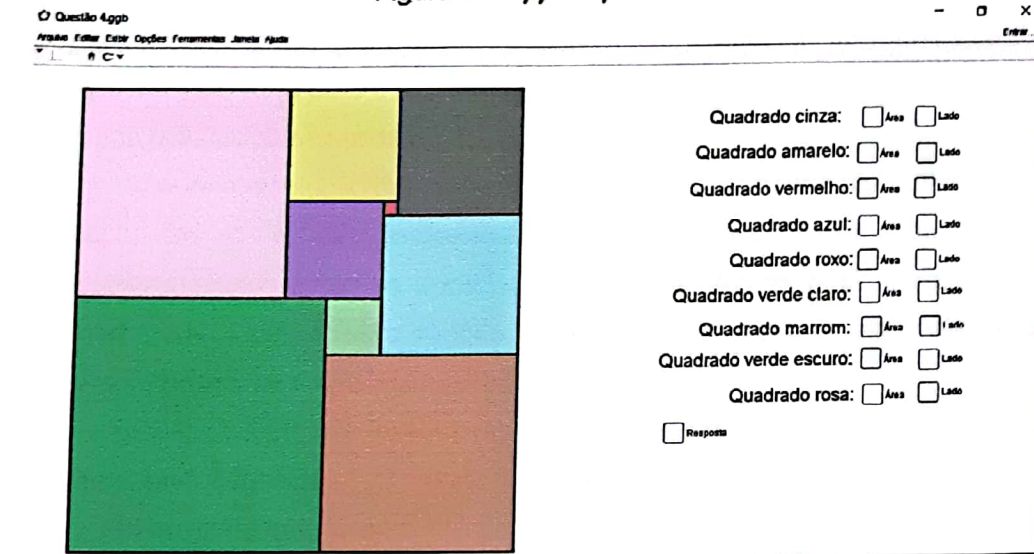


Fonte: Elaboração própria

Após essa etapa, na apostila serão propostas quatro atividades de aplicação do conteúdo estudado, sendo essas questões contextualizadas (Apêndice A). O objetivo é observar a compreensão do aluno do conteúdo exposto e sua capacidade de aplicá-lo.

Os alunos terão tempo para resolver as questões e em seguida serão corrigidas no quadro, sendo a quarta questão de realização conjunta de toda a turma. Essa será realizada com o uso do “Exercício 4” (Figura 5) exibido no Datashow, com o objetivo de facilitar a visualização da questão e para que as sugestões de respostas dadas pelos alunos possam ser expostas gradativamente.

Figura 5 – Applet questão 4



Fonte: Elaboração própria

Após a conclusão da atividade quatro se encerrará a aplicação da sequência didática.

2.2.2) Aplicação da sequência didática na turma do LEAMAT II

A sequência didática da linha de pesquisa de Aritmética foi aplicada no dia 21 de dezembro de 2017 na turma do LEAMAT II. No início da aplicação o grupo ressaltou para a turma que a aula seria bem detalhada e o conteúdo explicado de forma simplificada, por ser uma sequência pensada para o sexto ano.

A aplicação ocorreu como esperado, sendo utilizada uma sala que continha os recursos necessários para aplicação: computador e Datashow ou televisão. Todo conteúdo foi explicado da forma planejada, não havendo dificuldade na compreensão do *applet* utilizado na explicação do primeiro item.

Após a distribuição dos *tablets* e explicação da utilização do *applet*, a resolução das atividades se deu conforme esperado. Na utilização do segundo *applet* alguns licenciandos relataram dificuldade em utilizar o mesmo devido ao tamanho reduzido da tela. Porém foi possível realizar as atividades previstas na apostila.

O terceiro e quarto *applet* utilizados na aplicação possibilitam diversas formas de encontrar a resposta desejada e durante a resolução das atividades foi

possível observar que houve resoluções diferentes. Foi possível observar que os *applets* possibilitavam que o aluno se desenvolve a questão da forma que lhe parecesse mais clara para a obtenção do resultado, mesmo que essa não fosse a pensada pelo grupo na elaboração da sequência.

Durante a resolução das atividades, pensadas para serem resolvidas com a utilização dos *applets*, alguns licenciandos optaram por utilizá-los e outros pela resolução algébrica direto na apostila. A quarta questão foi realizada da forma esperada, com a participação de toda turma, de modo que cada um podia expor seus resultados e os outros observarem.

Após esse momento foi encerrada a aplicação e recolhidos os *tablets*. Então foi aberto para sugestões e comentários da turma e orientadoras.

Foi sugerido que no *applet* "Raiz quadrada de 100 a 400" que os quadrados de lado conhecido ficassem em escala maior para facilitar a sua movimentação. No *applet* "Raiz quadrada de 300" foi sugerido que o quadrado de lado ajustável fosse construído de forma a não possibilitar a rotação, para tornar mais fácil seu ajuste ao quadrado de área conhecida.

Na primeira atividade foi sugerido que seja feita uma descrição mais detalhada da faixa, se possível com uma ilustração. Na segunda atividade, foram sugeridas alterações no enunciado para deixá-lo mais claro e na imagem tracejar os lados que não serão considerados no perímetro.

Na terceira atividade foi recomendado uma alteração no contexto, pois o mesmo estava sem consonância com a realidade, devido a relação entre as cercas e os animais que elas delimitavam; foi apontado que poderiam ser alterados os animais para deixar o enunciado mais coerente.

Foi aconselhado que os exemplos fossem feitos juntos com os alunos, solicitando que eles respondessem cada exemplo e logo depois fosse realizada a correção. E foram apontadas correções gramaticais em alguns pontos da apostila.

3) Relatório do LEAMAT III

3.1) Atividades desenvolvidas

No primeiro encontro foram apresentados os objetivos do LEAMAT III e o calendário das atividades a serem desenvolvidas no decorrer do semestre. As aulas seguintes foram dedicadas aos ajustes na sequência didática seguindo as sugestões feitas pelas orientadoras e licenciandos após aplicação da mesma realizada no LEAMAT II. E também a confecção do material necessário para aplicação da sequência didática na turma regular.

Após a aplicação em turma regular as aulas foram destinadas a escrita e correções do relatório e apresentação final.

3.2) Elaboração da sequência didática

3.2.1) Versão final da sequência didática,

Conforme algumas das sugestões feitas no LEAMAT II, no *applet* "Raiz quadrada de 300" foi alterado o quadrado de lado ajustável, construído de modo a não possibilitar a rotação.

Na primeira atividade foi feita uma descrição mais detalhada da faixa. Na segunda atividade, foi alterado o enunciado para deixá-lo mais claro e na imagem foram tracejados os lados que não serão considerados no cálculo do perímetro.

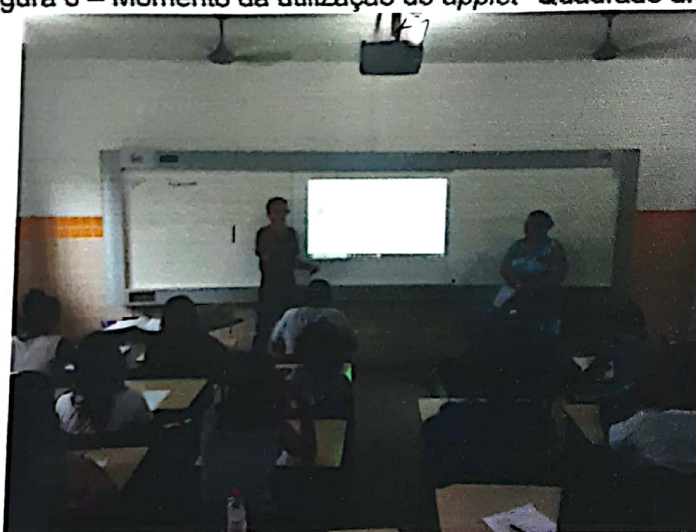
Na terceira atividade se realizou uma alteração no contexto, devido a relação entre as cercas e os animais que elas delimitavam e foram alterados os animais para deixar o enunciado mais coerente.

3.2.2) Experimentação da sequência didática na turma regular

A aplicação da sequência didática foi realizada no dia 14 de maio de 2018 em uma turma do sexto ano do ensino fundamental regular na Escola Municipal Carlos Chagas. A escola fica localizada no assentamento sem-terra Zumbi dos Palmares, na cidade de Campos dos Goytacazes. Foram disponibilizados três tempos de aula para aplicação e compareceram vinte e quatro alunos.

A aplicação se iniciou com a apresentação do grupo, da professora orientadora do trabalho e foi informado aos alunos que seriam tiradas fotos durante a aplicação, mas com o cuidado de não se fotografar o rosto deles. Em seguida foram distribuídas as apostilas (Apêndice B) para os alunos e se iniciou a leitura da mesma. Nesse momento introdutório, foi apresentada a definição de área de uma região quadrada e duas formas possíveis para calculá-la. Para auxiliar nesse momento foi utilizado o *applet* - "Quadrado dividido" (Figura 6) com intuito de facilitar o entendimento. Percebeu-se que a visualização da manipulação do *applet* favoreceu a assimilação do conceito e dos cálculos.

Figura 6 – Momento da utilização do *applet* "Quadrado dividido"

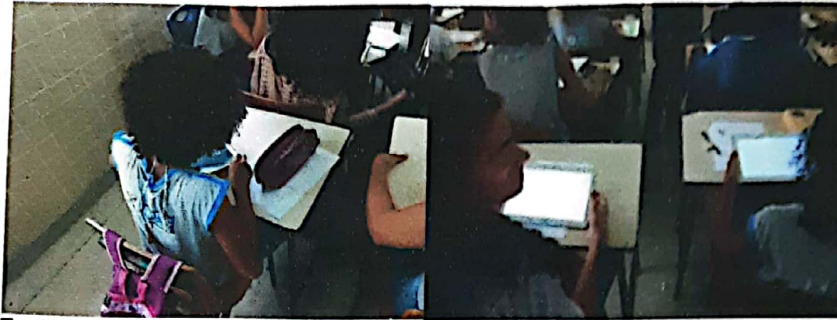


Fonte: Protocolo de pesquisa.

Em um momento seguinte foi solicitado que um aluno realizasse a leitura do balão que definia a raiz quadrada de um número natural, logo após foi perguntado aos alunos qual era a raiz quadrada de vinte e cinco. Nesse momento ainda foi utilizado o *applet* - "Quadrado dividido" para auxiliar a correção.

Dando prosseguimento a aula foram apresentados os elementos da radiciação. Nessa parte introdutória os alunos não apresentaram dificuldade. Posteriormente foi informado a turma que os *tablets* (Figura 7) seriam distribuídos e solicitado que eles lessem as curiosidades sobre a raiz quadrada.

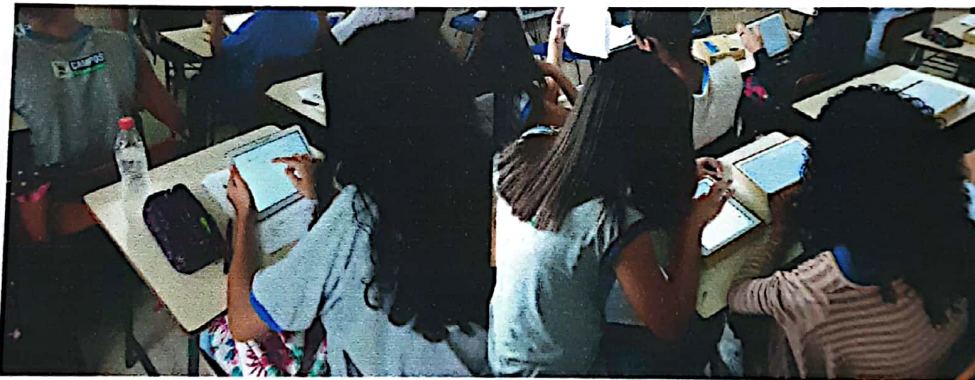
Figura 7 – Momento da entrega dos *tablets* aos alunos



Fonte: Protocolo de pesquisa.

Foi então apresentado na projeção o *applet* – “Quadrado de 0 a 10” a ser manuseado pelos alunos, que também já se encontrava aberto nos *tablets*. Foi explicado aos alunos o funcionamento do *applet* e feito junto com eles o primeiro exemplo da apostila. Deu-se tempo para os alunos resolverem os outros exemplos (Figura 8).

Figura 8 – Alunos resolvendo exemplos com *applet* – “Quadrado de 0 a 10”



Fonte: protocolo de pesquisa.

Nesse momento um aluno chegou atrasado. Um dos professores explicou individualmente a ele um resumo do que havia sido feito até então e entregou o *tablet* para realização da atividade. Mesmo tendo chegado depois, o aluno conseguiu manipular o *applet* e encontrar as respostas do primeiro grupo de exemplos.

Em seguida foi realizada a correção dos exemplos, e a maior parte dos alunos respondeu corretamente. Após essa correção foi perguntado a turma se era possível apenas calcular raiz quadrada de números naturais menores que cem. De imediato alguns alunos responderam que não e outros apresentaram dúvida.

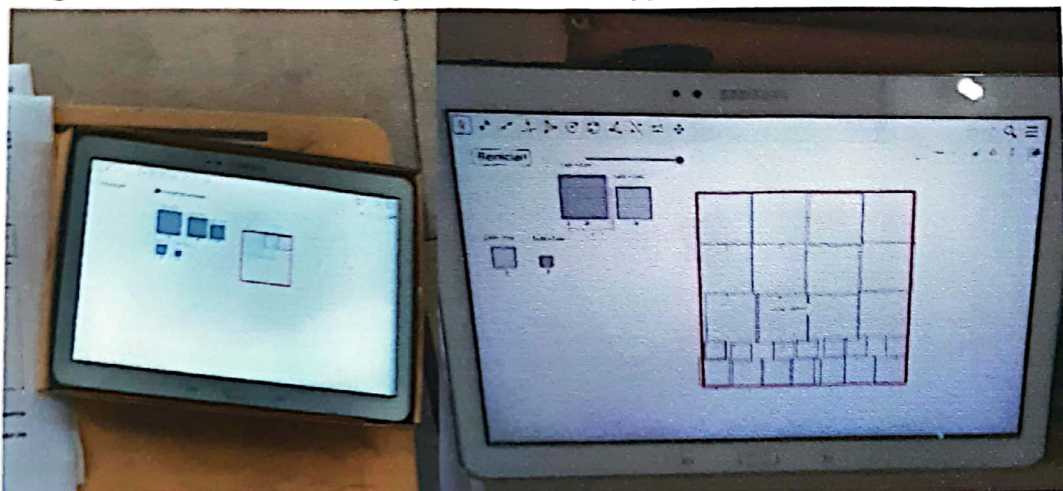
Então um dos professores explicou que existe raiz quadrada de números naturais maiores que cem e que também é possível calcular essas raízes. Os alunos foram instruídos a abrirem o *applet* – “Exercícios-reiniciar-novo”. Nesse momento pode se perceber que eles, em sua maioria, tinham facilidade no manuseio do *tablet*, pois facilmente conseguiram localizar e abrir o *applet* seguindo as orientações.

Novamente foi projetado o *applet* e explicado seu funcionamento para os alunos com a realização de alguns exemplos, em seguida deu-se tempo para os alunos responderem as atividades. Nesse momento a turma apresentou alguma dificuldade na resolução, alguns apenas devido ao manuseio do *applet*, outros tinham dúvidas ainda quanto a definição.

No primeiro *applet* ao se utilizar o controle deslizante a resposta era exibida; de acordo com a área era apresentada a medida do lado. Já nesse segundo *applet* era necessária uma compreensão maior da relação entre a medida do lado do quadrado e a área da região quadrada, por esse motivo muitos alunos tiveram dificuldade. Foi preciso atender individualmente cada caso e fazer apontamentos para sanar as dúvidas.

Por se tratar de um *applet* que permite a livre manipulação para se encontrar a resposta, foi interessante perceber que alunos chegaram às respostas de modos diferentes. Alguns alunos preencheram apenas um lado com os quadrados, pois perceberam que por se tratar de uma região quadrada os quatro lados eram congruentes; sendo assim seria preciso apenas encontrar a medida de um lado. Outros alunos realizaram a resolução preenchendo toda região quadrada com os quadrados de lado conhecido (Figura 9).

Figura 9 – Diferentes resoluções utilizando o *applet* – “Exercícios-reiniciar-novo”



Fonte: protocolo de pesquisa.

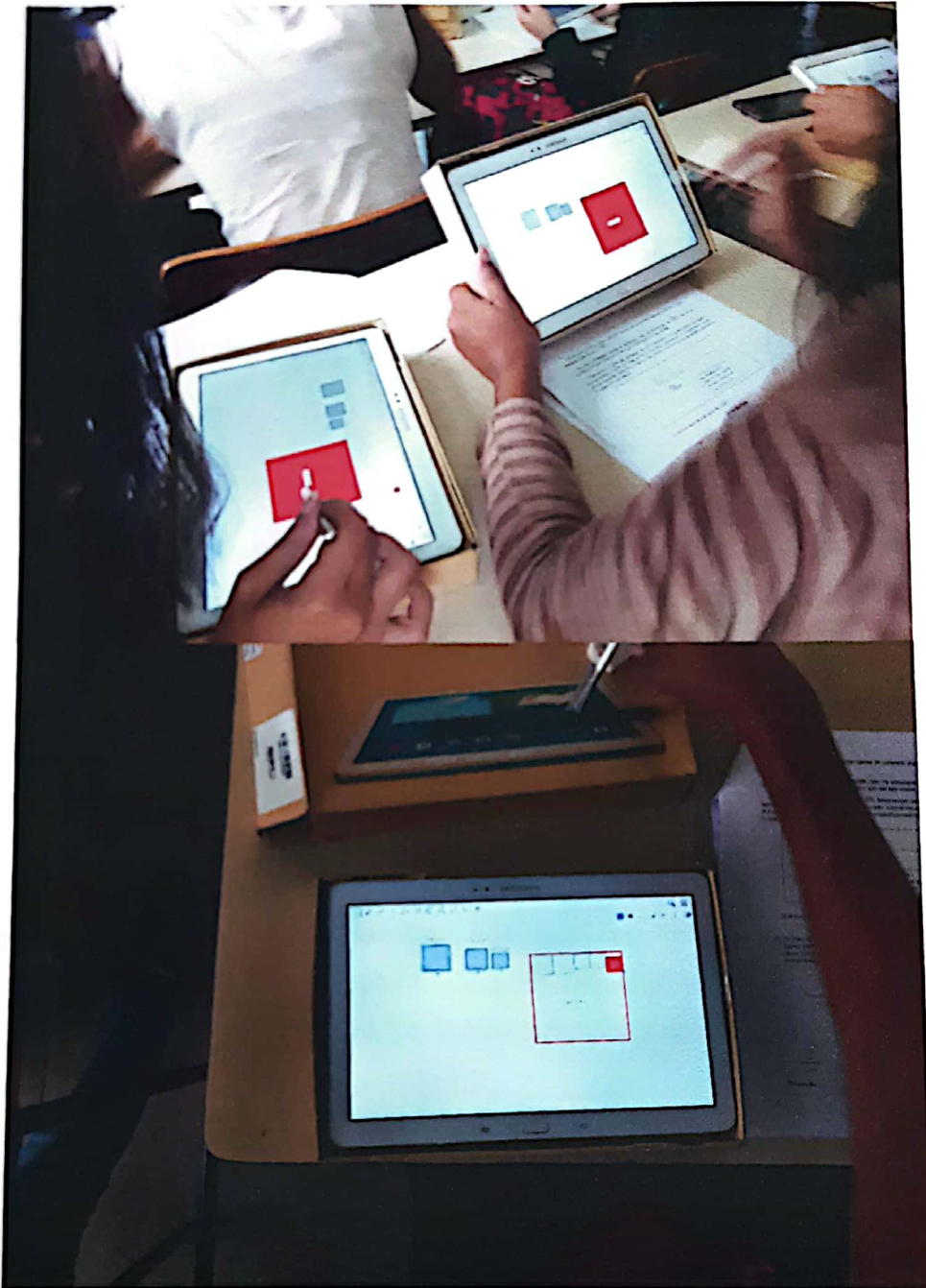
Em seguida foram corrigidos os exemplos no quadro para que os alunos pudessem conferir suas respostas. Essa atividade demandou mais tempo, pois alguns alunos terminaram rapidamente, mas outros precisaram de mais tempo para resolver os exemplos. Também percebeu-se uma certa dificuldade em utilizar o quadrado de lado um do *applet*, e devido a não fixação dos quadrados de lado conhecido no quadrado maior, alguns alunos não achavam respostas precisas.

Em seguida os alunos foram questionados sobre qual é a raiz quadrada de trezentos e, como era esperado, nenhum deles soube expor a resposta. Então foi explicado que essa raiz não tinha como resultado um número natural, mas que era possível achar seu valor aproximado.

Solicitou-se que os alunos abrissem o *applet* “Exercícios 300”. Foi explicado que o *applet* tinha o funcionamento similar ao anterior, porém que esse continha um quadrado de lado modificável, que seria utilizado para fazer a aproximação da medida do lado. Deu-se tempo para que os alunos encontrassem o valor aproximado da raiz quadrada de 300.

Mais uma vez foi possível perceber que os alunos usaram diferentes estratégias para chegarem ao resultado (Figura 10), mas a maioria percebeu que era possível cobrir toda região com o quadrado de lado modificável e assim encontrar o valor.

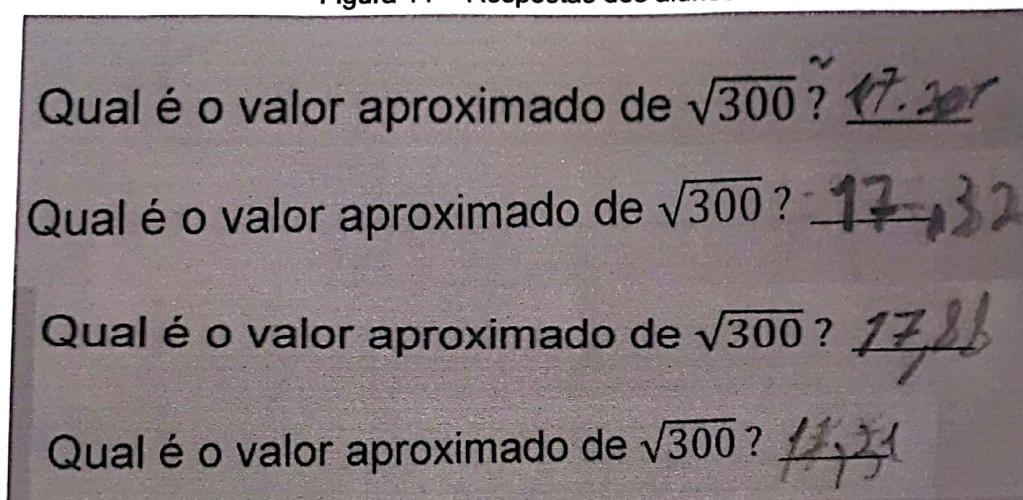
Figura 10 – Diferentes respostas utilizando o *applet* – “Exercícios 300”



Fonte: Protocolo de pesquisa.

Durante a correção ao perguntar aos alunos os valores aproximados encontrados, foi possível perceber uma grande variedade de respostas, algumas próximas do valor e outras não (Figura 11).

Figura 11 – Respostas dos alunos



Fonte: Protocolo de pesquisa.

A imprecisão nos resultados desta atividade se devem as diferentes estratégias utilizadas pelos alunos para encontrar a resposta. Alguns alunos utilizaram o quadrado de lado ajustável para preencher toda região, nesse caso a imprecisão era gerada pela dificuldade em se colocar os lados exatamente sobrepostos aos da região. Os alunos que colocaram os quadrados de lado conhecido tiveram imprecisão devido a não fixação desses quadrados, o que gerava pequenos espaços entre eles ou sobreposição.

Logo após iniciou-se a resolução das atividades propostas na apostila. As questões foram projetadas para facilitar o acompanhamento dos alunos. A primeira questão foi feita junto com os alunos. Depois disponibilizou-se tempo para os alunos resolverem a segunda questão. Foi informado aos alunos que eles poderiam utilizar os *applets* para auxiliar na resolução.

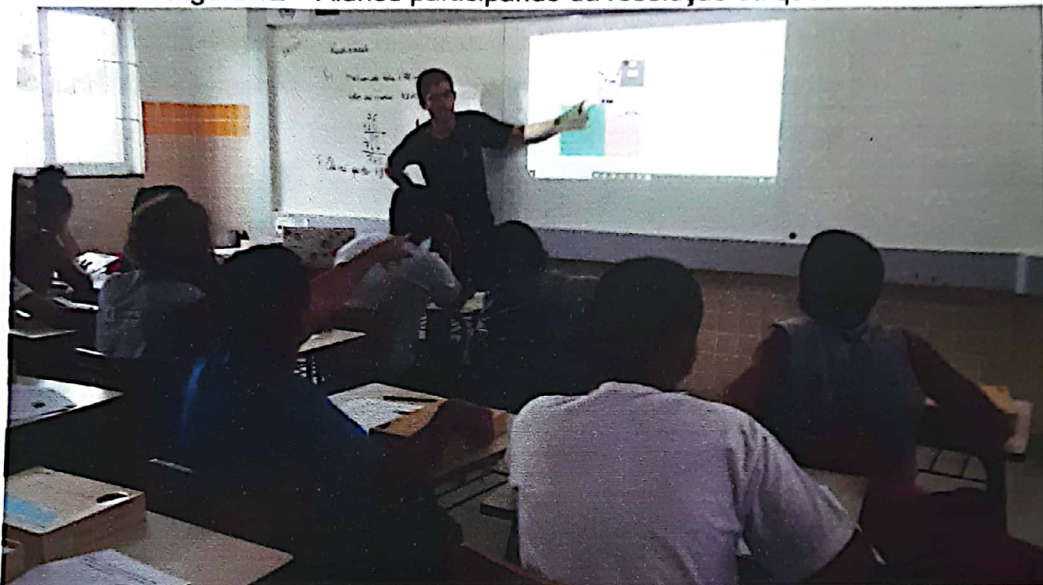
Devido ao tempo restante para aula as questões seguintes foram realizadas junto com os alunos utilizando a projeção para auxiliar na resolução. Por esse motivo não houve diferentes resoluções das questões.

A quarta questão da apostila foi colocada na projeção e foi solicitado aos alunos, após a leitura, que tentassem encontrar as medidas dos lados dos quadrados a partir das medidas já conhecidas de dois deles.

Nessa questão esperava-se uma demora maior para os alunos responderem, porém logo foram surgindo respostas, algumas incorretas, mas os alunos apresentaram respostas certas que foram levando outros a também

conseguirem apresentar resposta corretas para a medida de outros lados (Figura 12).

Figura 12 – Alunos participando da resolução da questão 4



Fonte: Protocolo de pesquisa.

A questão foi resolvida com o auxílio o *applet* – “Exercício 4” a partir das respostas dos alunos, que conseguiram calcular a medida do lado de todos os quadrados. Poucos alunos fizeram algum registro na apostila.

Para concluir, os alunos foram instruídos a guardarem e entregarem os *tablets*, dando assim fim a aplicação da sequência didática.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Concluímos que o trabalho alcançou seu objetivo geral que era abordar de forma contextualizada as raízes quadradas de números naturais por meio da exploração geométrica, de modo que os alunos conseguissem compreender a relação entre a área da região quadrada, a medida do seu lado e a raiz quadrada dos números naturais. Tendo ainda sido trabalhado questões contextualizadas.

Foi interessante perceber que mesmo um conteúdo elementar do ensino básico pode ser abordado de forma diversificada buscando formas de facilitar a visualização e construção do conhecimento. Além disso se verificou que a utilização de recurso tecnológico estimula a participação dos alunos.

Percebeu-se que a utilização de *tablets* em sala de aula nem sempre é viável, pois demanda uma atenção especial do professor individualmente a cada aluno. Mesmo na aplicação realizada pela dupla, com apoio da orientadora em alguns momentos, foi difícil conseguir atender todas as solicitações de ajuda dos alunos. Sendo assim, para um professor aplicar uma sequência com este recurso provavelmente encontraria dificuldade de atender individualmente a todos alunos e a turma poderia ficar dispersa.

Além desse ponto, percebemos que a utilização do *tablet* gerou certa agitação na turma e alguns alunos acabaram por tentar utilizar outras ferramentas não oportunas. Seria necessário que houvesse no *tablet* uma ferramenta que bloqueasse o acesso a outras funcionalidades, permitindo apenas que os alunos utilizassem as necessárias a aula.

Os *applets* em geral tiveram o funcionamento adequado, exceto no *applet* "Exercício-reiniciar-novo" que os alunos relataram dificuldade em mover os quadrados de lado um e ainda a falta de possibilidade de se fixar os quadrados no quadrado maior, que gerou erros nas repostas devido o espaço que ficava entre um quadrado e outro. Dessa forma destacamos que aplicação poderia ser realizada em um laboratório de informática, pois com o uso do *mouse* seria mais fácil mover os quadrados e ajustá-los.

É importante ainda destacar que, quando se trata do uso de tecnologias em sala, os alunos apresentam diferentes ritmos de resolução e utilização das

ferramentas. Assim em alguns momentos boa parte dos alunos já haviam terminado as resoluções, enquanto outros ainda estavam na primeira.

Porém é importante ressaltar as vantagens do uso da tecnologia em sala de aula, dando liberdade para o aluno construir o conhecimento e não o replicar, pois permite que o aluno realize a resolução a sua maneira, testando diversas possibilidades. No caso dos *applets* utilizados nessa aplicação, que possibilitavam diversas resoluções diferentes, o aluno pode construir seu raciocínio da forma mais lógica para ele.

O uso da tecnologia possibilita trabalhar os conteúdos de forma diferenciada, ampliando as possibilidades de se abordar o conteúdo, de formas que antes poderiam ser muito complicadas, como destaca Maltempi (2008).

Não tenho dúvidas de que as tecnologias ampliam as possibilidades de se ensinar e aprender, oferecendo novas e variadas formas para que esses processos ocorram, de forma que idéias para trabalhos pedagógicos que antes eram inviáveis (por limitações de custo, tempo, recursos físicos, etc.) tornam-se factíveis com o uso de tecnologias. Essa é uma das formas pelas quais as tecnologias desafiam a educação e a desestabilizam, pois oferecem a oportunidade de uma prática que potencialmente pode ser melhor que a praticada, considerando a sociedade em que vivemos (MALTEMPI, 2008, p.2).

Fica de contribuição para o grupo a percepção de que todos os conteúdos possibilitam um trabalho diferenciado, e que traz muitos benefícios para aprendizagem a abordagem diversificada dos conteúdos. Em tempos que a tecnologia está presente na vida dos alunos, a aula tradicional por muitas vezes se torna desinteressante e o professor deve buscar formas de atrair os alunos.

REFERÊNCIAS

- ARAUJO, Viviane Raupp Nunes de; CARDOSO, Eloir Fátima Mondardo. Interferências pedagógicas na superação de dificuldades da aprendizagem matemática. *Unirevista*, Santa Catarina, v. 1, n. 2, p.1-14, abr. 2016. Disponível em: <<https://proftina.pbworks.com/f/interferencias+pedagogicas+na+superação+de+dificuldades+de+aprendizagem+matematica.pdf>>. Acesso em: 05 ago. 2017.
- BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. *Parâmetros Curriculares Nacionais (Ensino Médio)*. Brasília: MEC, 2000.
- DINIZ, Espedito Aldeci Mangueira. **Desafios da Aritmética: a importância dos fatos básicos matemáticos**. 2014. 38 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Pós Graduação em Fundamentos da Educação, Universidade Estadual da Paraíba, Itaporanga, 2014. Disponível em: <<http://dspace.bc.uepb.edu.br/jspui/handle/123456789/9253>>. Acesso em: 14 ago. 2017.
- FELTES, Rejane Zeferino. **Análise de erros em potenciação e radiciação: um estudo com alunos de ensino fundamental e médio**. 2007. 136 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Programa de Pós-graduação em Educação em Ciências e Matemática, Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2007. Disponível em: <http://tede.pucrs.br/tde_arquivos/24/TDE-2007-03-22T061520Z-429/Publico/388459.pdf>. Acesso em: 12 jul. 2017.
- HODECKER, Anelise; SCHULZ, Manuela de Aviz; SILVA3, Viviane Clotilde da. Ensino e aprendizagem de radiciação: estudo dos registros de representação semiótica através da resolução de problemas no sexto ano do ensino fundamental. *Revista de Educação, Ciências e Matemática*, Rio de Janeiro, v. 5, n. 3, p.81-91, set. 2015. Quadrimestral. Disponível em: <<http://publicacoes.unigranrio.edu.br/index.php/recm/article/view/3111>>. Acesso em: 09 ago. 2017.
- MENEZES, Alice Valéria Dias. **A contribuição dos jogos para a aprendizagem da potenciação e radiciação no 9º ano: uma proposta de ensino**. 2014. 141 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – Proformat, Universidade Federal do Vale do São Francisco–univasf, Juazeiro, 2014. Disponível em: <<http://www.univasf.edu.br/~tcc/000005/0000059b.pdf>>. Acesso em: 07 ago. 2017.

PINTO, A. Marcianinha. **As novas tecnologias e a educação**. V Seminário de Pesquisa em Educação da Região Sul, 2004, Curitiba. Anais do V Seminário de Pesquisa em Educação da Região Sul. Curitiba: Editora da PUC, 2004. v. 1. p. 1-7.

SANT'ANA, Nácia Aparecida dos Santos. **Pensamento aritmético e sua importância para o ensino de matemática**. 2015. Disponível em: <<http://www.ufjf.br/emem/files/2015/10/PENSAMENTO-ARITMÉTICO-E-SUA-IMPORTÂNCIA-PARA-O-ENSINO-DE-MATEMÁTICA.pdf>>. Acesso em: 10 ago. 2017.

SILVA, Andreilson Oliveira da. **O Cálculo da Raiz Quadrada Através dos Séculos**. 2013. 99 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional Profmat, Centro de Ciências Exatas e da Natureza, Universidade Federal da Paraíba, João Pessoa, 2013. Disponível em: <http://bit.proformat-sbm.org.br/xmlui/bitstream/handle/123456789/722/2011_00495_ANDREILSON_O_LIVEIRA_DA_SILVA.pdf?sequence=1>. Acesso em: 11 ago. 2017.

Campos dos Goytacazes (RJ), 08 de agosto de 2018.

Boleif Julio Moralu
Colêti Andrade dos Santos Brossidini

APÊNDICES

Apêndice A: Material didático aplicado na turma do LEAMAT II

Diretoria de Ensino Superior
Licenciatura em Matemática
Disciplina: Laboratório de Ensino e Aprendizagem em Matemática
Linha de Pesquisa: Aritmética
Licenciandos: Calili Cardozo dos Santos Paravidini e Hallef Julia Macabu
Orientadora: Prof^a. Ms. Juliana Santos Barcellos Chagas Ventura

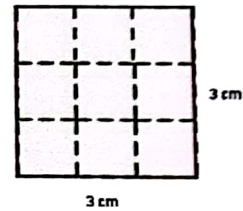
Radiciação

Quando temos uma região quadrada com lados de 3cm e queremos saber a medida de sua superfície (área), podemos:

- a) Dividir a figura em quadradinhos de 1cm de lado, cuja a área é 1 cm^2 , e verificar que a área da região é de 9 cm^2 ;

Ou

- b) Efetuar a multiplicação dos lados do quadrado:
 $3 \times 3 = 9$ e com isso chegamos à área de 9 cm^2 .



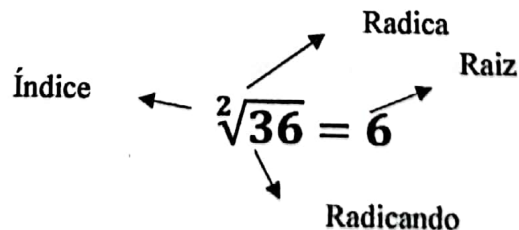
Quando temos uma região quadrada com área 36 cm^2 e queremos saber o comprimento de cada lado, devemos procurar o número que multiplicado por ele mesmo dê 36. Como $6 \times 6 = 36$, podemos dizer que o lado dessa região quadrada é 6 cm.



Quando procuramos o número natural que multiplicado por ele mesmo dá 36, estamos calculando a **raiz quadrada de 36**, que é 6, pois $6 \times 6 = 36$. Indicamos assim:

$$\sqrt{36} = 6$$

Na radiciação podemos destacar os seguintes elementos:



Interpretação geométrica da raiz quadrada

Agora você vai receber um tablet, onde faremos algumas atividades para descobrirmos um pouco mais sobre a raiz quadrada dos números.

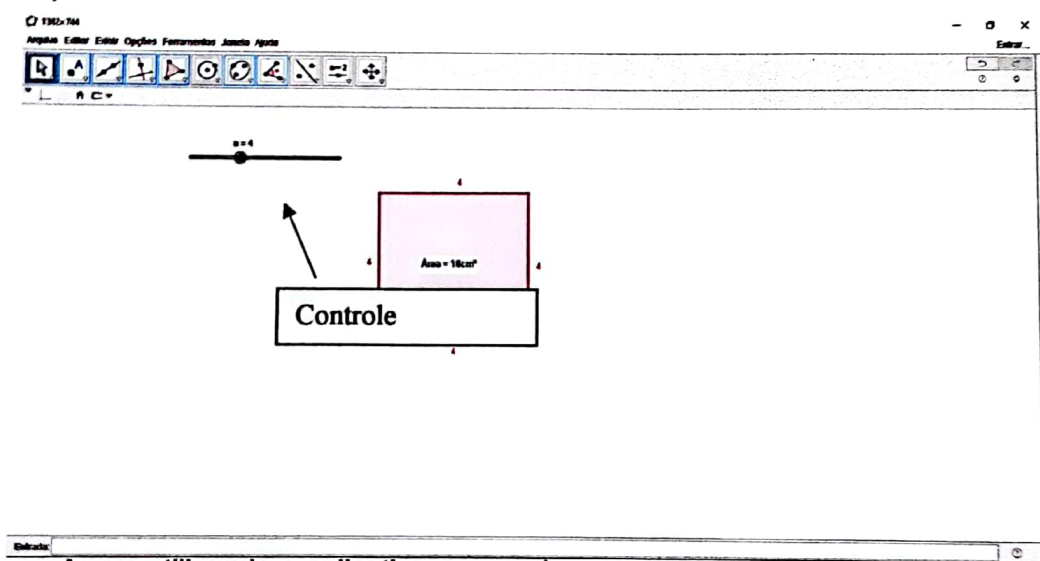
Enquanto distribuimos o tablet que tal ler algumas curiosidades sobre a raiz quadrada?



O símbolo $\sqrt{\quad}$ foi usado pela primeira vez em um livro em 1525 do matemático alemão Rudolff.

Os hindus foram os primeiros a usar as regras para extrair as raízes quadradas.

Agora que já recebeu o tablet, você estará com a tela abaixo aberta e já pode utilizar o controle deslizante que está indicado na figura para descobrir como o aplicativo funciona.



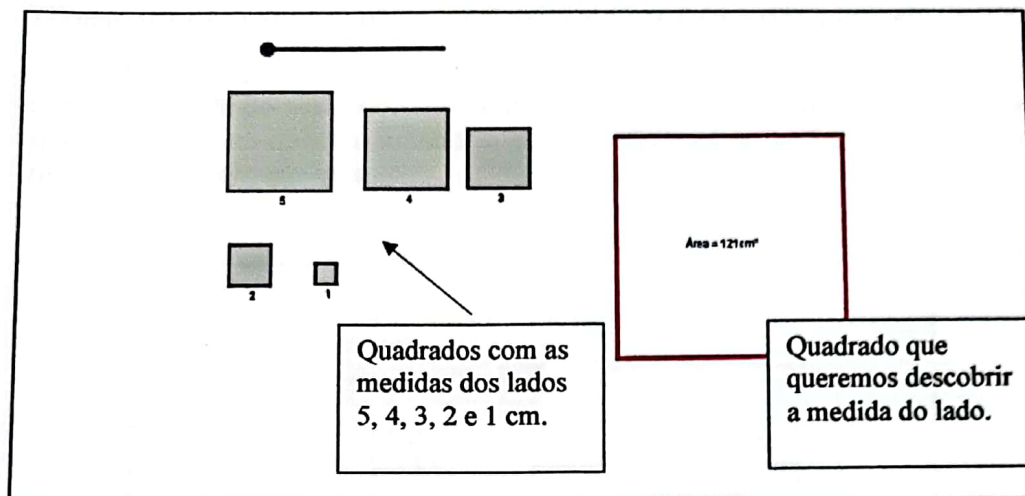
Agora utilizando o aplicativo, responda as perguntas abaixo:

- a) $\sqrt{9} = \underline{\quad}$
- b) $\sqrt{100} = \underline{\quad}$
- c) $\sqrt{64} = \underline{\quad}$
- d) $\sqrt{1} = \underline{\quad}$
- e) $\sqrt{49} = \underline{\quad}$

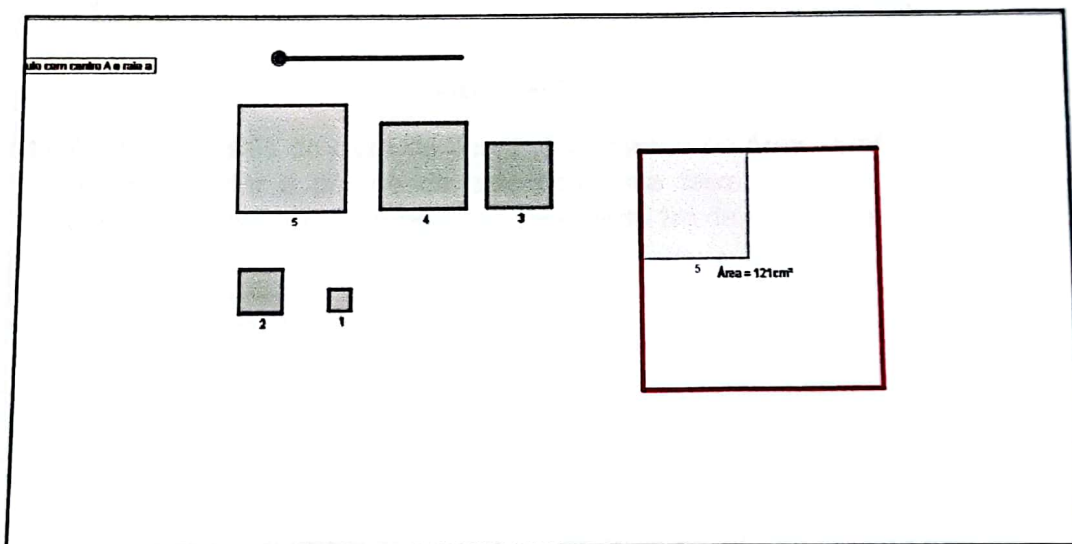


Mas só temos a raiz quadrada de números menores que 100?

Para calcular o lado de um quadrado que conhecemos a área, vamos usar alguns quadradinhos que já sabemos a medida do lado, arrastando e organizando no quadrado que queremos descobrir. Dessa forma acharemos a solução.



Faremos dessa forma:



Então qual é a $\sqrt{121}$? _____

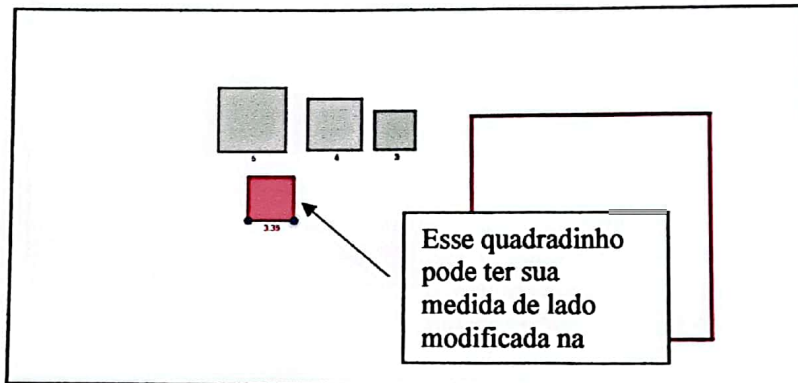
Agora utilizando o controle deslizante, você deverá nos dizer qual o valor das raízes quadradas abaixo:

- a) $\sqrt{196} = \underline{\quad}$
- b) $\sqrt{256} = \underline{\quad}$
- c) $\sqrt{400} = \underline{\quad}$
- d) $\sqrt{324} = \underline{\quad}$

Agora que já sabe calcular raízes de números maiores, você saberia dizer qual a $\sqrt{300}$?

Se não conseguiu achar a resposta, é porque $\sqrt{300}$ não tem como raiz um número natural, mas isso não quer dizer que não existe a raiz quadrada de 300.

Para achar o valor aproximado da $\sqrt{300}$, agora teremos um quadradinho vermelho que podemos modificar o tamanho do seu lado. Usaremos os quadrados que já usamos na questão anterior e quando não couber nenhum outro quadrado usaremos o quadrado vermelho.



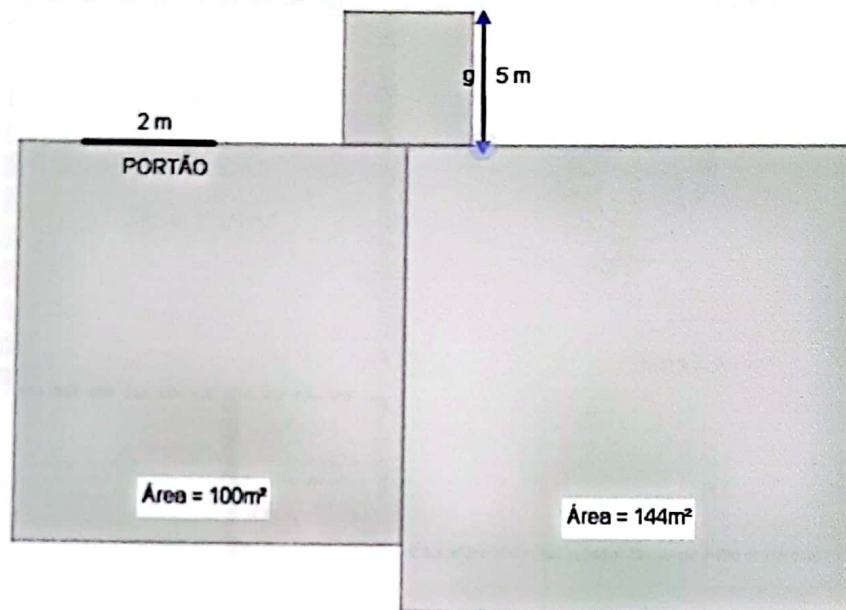
Atividades

- 1) O chão da sala da casa de Joana é quadrado de área 36m^2 . Se a Joana quiser enfeitar a parede da sala com uma faixa, quantos metros deve comprar, sabendo que a porta da sala mede 1m de comprimento?



Resposta: _____

- 2) A Dona Antónia dividiu o seu terreno em três partes quadradas, uma com 100 m^2 de área, outra com 144 m^2 área e outra com 5 m de comprimento do lado, como pode ver na figura.

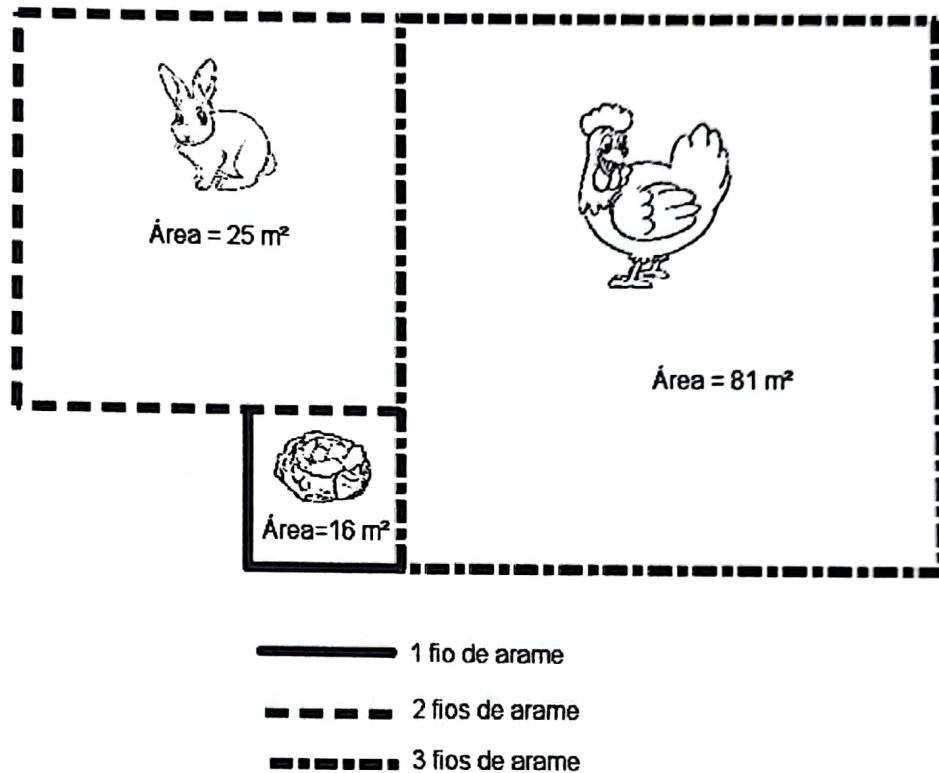


- a) Quantos metros de rede deve comprar, se pretende cercar o terreno todo após ter colocado uma portão com 2 m de largura?
Resposta:

- b) Se cada metro de rede custa R\$ $10,00$ quanto irá gastar, no mínimo, para cercar o terreno?
Resposta:

- 3) João tem um terreno formado por três quadrados onde há um galinheiro e uma coelheira e uma horta quadrada, cujas medidas de área estão indicadas na figura. O João cercou a horta, o galinheiro

e a coelheira com cercas feitas com diferentes números de fios de arame, como indicado na figura.



Quantos metros de arame ele usou?

Apêndice B: Material didático experimentado na turma regular

Diretoria de Ensino Superior

Licenciatura em Matemática

Disciplina: Laboratório de Ensino e Aprendizagem de Matemática

Linha de Pesquisa: Aritmética

Licenciandos: Calili Cardozo dos Santos Paravidini e Hallef Julia Macabu

Orientadora: Prof^ª. Me. Juliana Santos Barcellos Chagas Ventura

Nome: _____ Data: ____/____/____

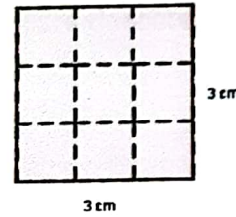
Radiciação

Quando temos uma região quadrada com lados de 3 cm e queremos saber a medida de sua superfície (área), podemos:

- c) Dividir a figura em quadradinhos de 1 cm de lado, cuja área é 1 cm², e verificar que a área da região é de 9 cm²;

Ou

- d) Efetuar a multiplicação das medidas dos lados do quadrado: $3 \times 3 = 9$ e com isso chegamos à área de 9 cm².



Quando temos uma região quadrada com área 36 cm² e queremos saber o comprimento de cada lado, devemos procurar o número que multiplicado por ele mesmo dê 36. Como $6 \times 6 = 36$, podemos dizer que o lado dessa região quadrada mede 6 cm.



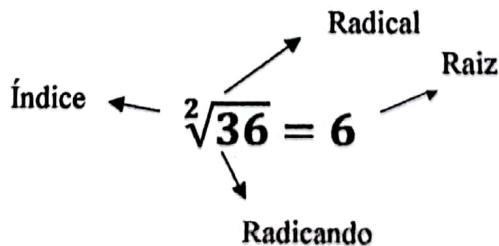
Quando procuramos o número natural que multiplicado por ele mesmo dá 36, estamos calculando a **raiz quadrada de 36**, que é 6, pois $6 \times 6 = 36$. Indicamos assim:

$$\sqrt{36} = 6$$

Assim, se tivermos um quadrado de área 25 cm², qual será a medida do seu lado? Ou qual será a raiz quadrada de 25?

$$\sqrt{25} = \underline{\quad}$$

Na radiciação podemos destacar os seguintes elementos:



Interpretação geométrica da raiz quadrada

Agora você vai receber um tablet, para fazermos algumas atividades para descobrirmos um pouco mais sobre a raiz quadrada dos números.

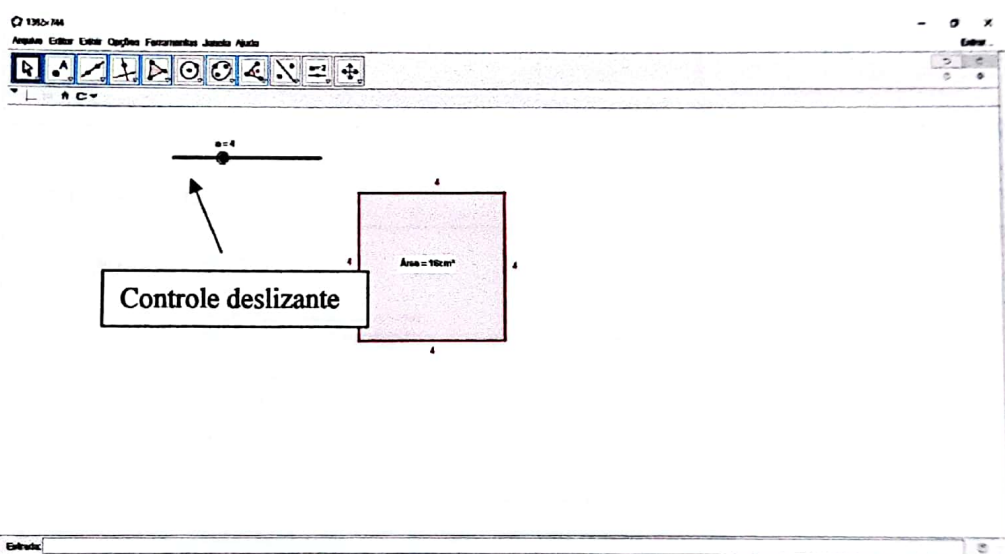
Enquanto distribuimos o tablet que tal ler algumas curiosidades sobre a raiz quadrada?



O símbolo $\sqrt{\quad}$ foi usado pela primeira vez em um livro em 1525 do matemático alemão Rudolff.

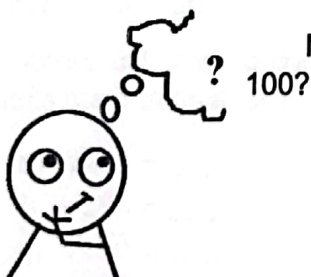
Os hindus foram os primeiros a usar as regras para extrair as raízes quadradas.

Agora que já recebeu o tablet, você estará com a tela abaixo aberta e já pode utilizar o controle deslizante que está indicado na figura para descobrir como o aplicativo funciona.



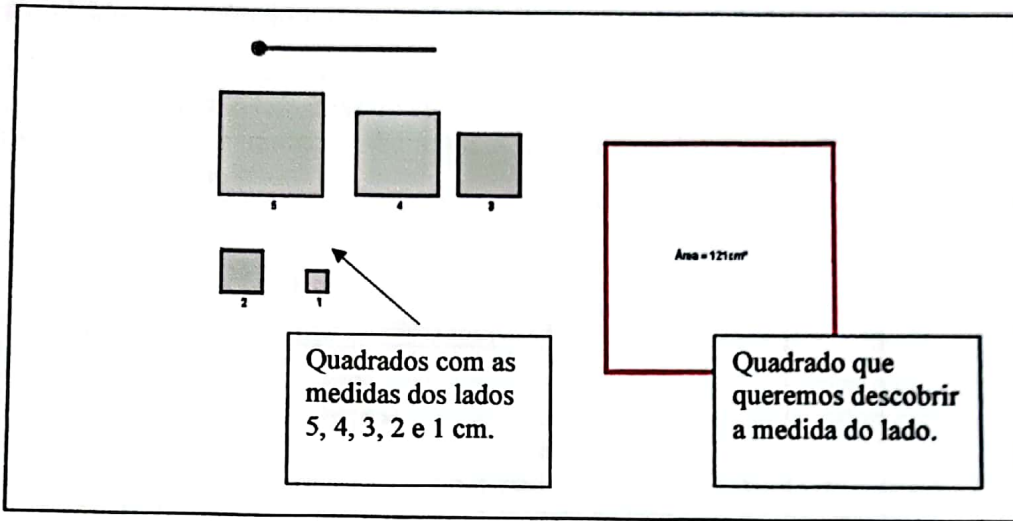
Agora utilizando o aplicativo, determine o valor das raízes quadradas abaixo.

- f) $\sqrt{9} = \underline{\quad}$
- g) $\sqrt{100} = \underline{\quad}$
- h) $\sqrt{64} = \underline{\quad}$
- i) $\sqrt{1} = \underline{\quad}$

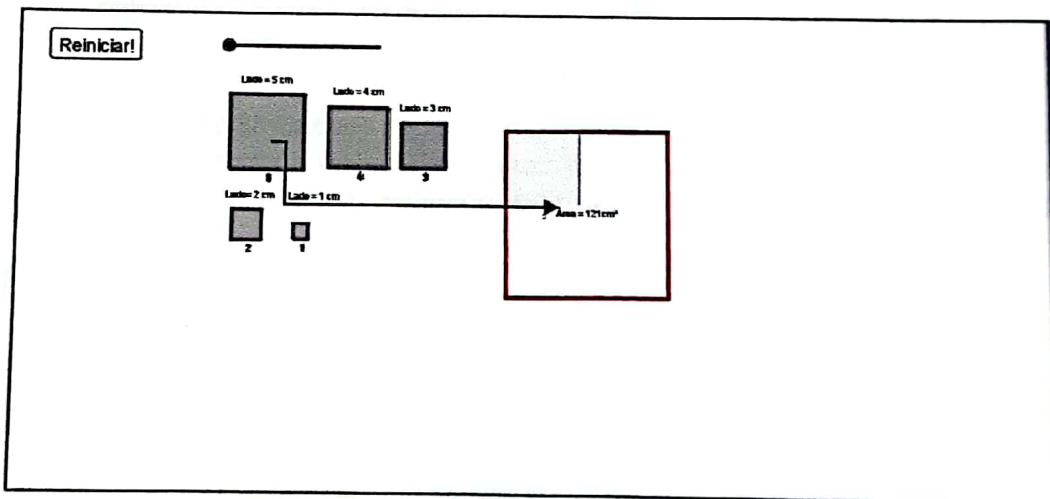


Mas só temos a raiz quadrada de números menores que

Para calcular a medida do lado de um quadrado que conhecemos a área, vamos usar alguns quadradinhos que já sabemos a medida do lado, arrastando e organizando no quadrado que queremos descobrir. Dessa forma acharemos a solução.



Faremos dessa forma:



Então qual é a $\sqrt{121}$? _____

Você poderá utilizar o botão reiniciar para fazer com que os quadradinhos voltem para o lugar.

Agora utilizando o controle deslizante, você deverá nos dizer qual o valor das raízes quadradas abaixo.

e) $\sqrt{289} =$ _____

f) $\sqrt{256} =$ _____

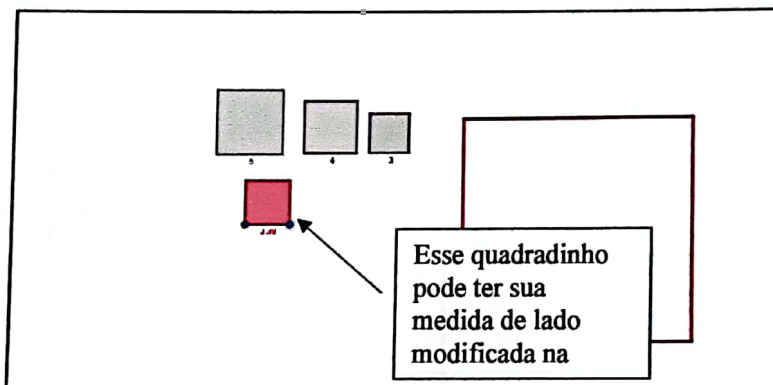
g) $\sqrt{400} =$ _____

h) $\sqrt{324} =$ _____

Agora que você já sabe calcular raízes de números maiores que 100, você saberia dizer qual a $\sqrt{300}$?

Se não conseguiu achar a resposta, não se preocupe. A $\sqrt{300}$ não é um número natural. Mas isso não quer dizer que ela não exista.

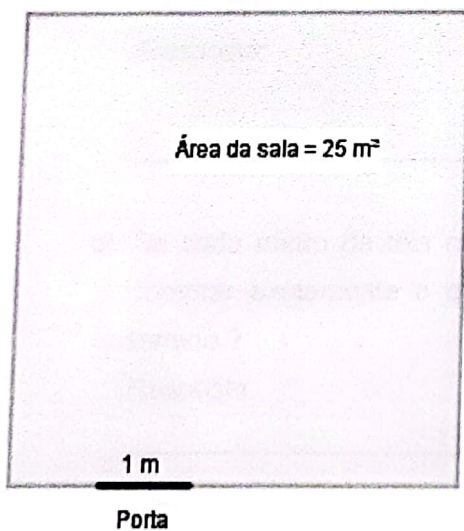
Para achar o valor aproximado da $\sqrt{300}$, teremos um quadradinho vermelho que podemos modificar o tamanho do seu lado. Usaremos os quadrados, iguais aos da questão anterior e quando não couber nenhum outro quadrado usaremos o quadrado vermelho.



Qual é o valor aproximado de $\sqrt{300}$? _____

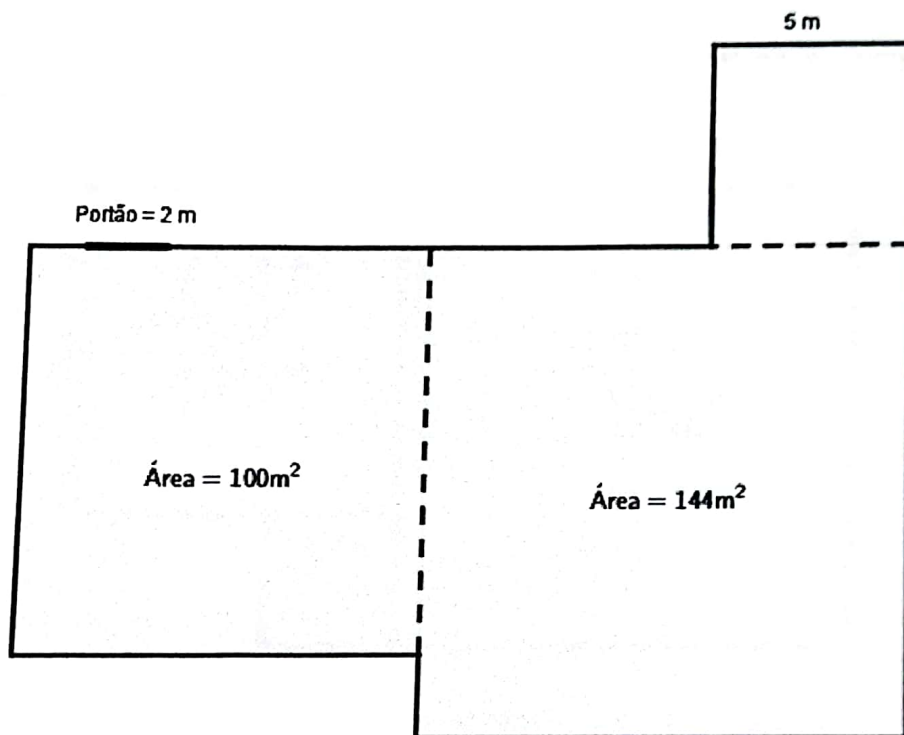
Atividades

- 1) O chão da sala da casa de Joana é quadrado de área 25 m^2 . Se Joana quiser enfeitar a parede da sala com uma faixa, quantos metros de faixa deve comprar no mínimo, sabendo que a porta da sala mede 1 m de comprimento?



Resposta: _____

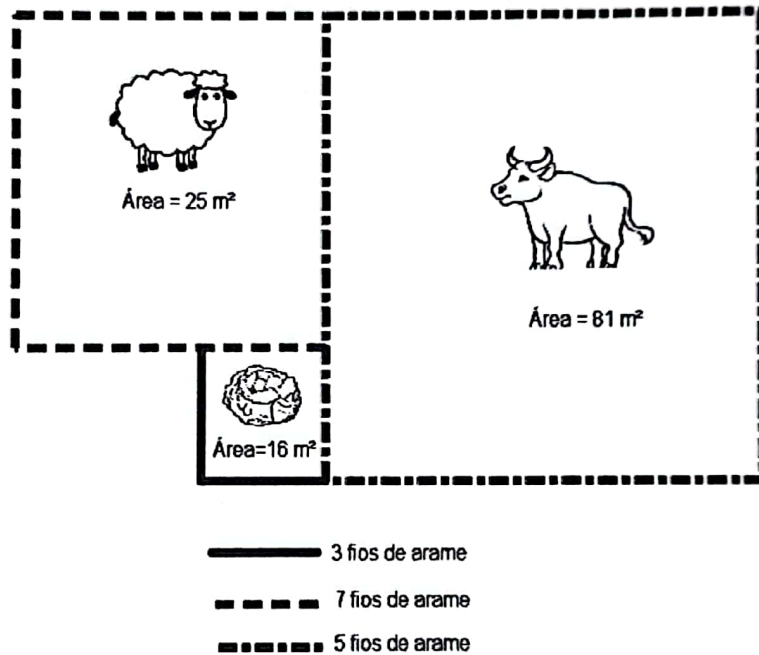
- 2) O terreno de dona Antônia é formado por três partes quadradas, a primeira com 100 m^2 de área, a segunda com 144 m^2 de área e a terceira com lado de medida 5 m , como é possível observar na figura.



- c) Quantos metros de tela ela deve comprar, se pretende cercar o terreno todo após ter colocado uma portão com 2 m de largura?
Resposta:

- d) Se cada metro de tela custa R\$ $10,00$ quanto Antônia irá gastar, se comprar exatamente a quantidade de tela necessária para cercar o terreno?
Resposta:

3) João tem um terreno formado por três quadrados onde há uma criação de gado, uma criação de ovelhas e uma horta quadrada, cujas medidas de área estão indicadas na figura. O João cercou a horta, a criação de gado e ovelhas com cercas feitas com diferentes números de fios de arame, como indicado na figura.



Quantos metros de arame ele usou?

- 4) O retângulo ABCD foi dividido em nove quadrados, como ilustra a figura abaixo. Se a área do quadro preto é 81cm^2 e do quadrado cinza é 64cm^2 . Qual o perímetro do retângulo ABCD?

