

RELATÓRIO DO LEAMAT

DESCOMPLICANDO OS NÚMEROS COMPLEXOS COM JOGOS INTERATIVOS

ENSINO E APRENDIZAGEM DE ARITMÉTICA

**GABRIEL OLIVEIRA MARINHO
LEOMARIO RIBEIRO MACIEL DA SILVA
ROMARIO DE AZEREDO GOMES**

**CAMPOS DOS GOYTACAZES - RJ
2018.1**



GABRIEL OLIVEIRA MARINHO
LEOMARIO RIBEIRO MACIEL DA SILVA
ROMARIO DE AZEREDO GOMES

RELATÓRIO DO LEAMAT
DESCOMPLICANDO OS NÚMEROS
COMPLEXOS COM JOGOS INTERATIVOS

ENSINO E APRENDIZAGEM DE ARITMÉTICA

Trabalho apresentado ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense, *campus* Campos-Centro, como requisito parcial para conclusão da disciplina Laboratório de Ensino e Aprendizagem em Matemática do Curso de Licenciatura em Matemática.

Orientadora: Prof^ª Me. Juliana S. B. Chagas Ventura

CAMPOS DOS GOYTACAZES - RJ
2018.1

SUMÁRIO

1) Relatório do LEAMAT I	p. 3
1.1) Atividades desenvolvidas	3
1.2) Elaboração da sequência didática.....	4
1.2.1) Tema	4
1.2.2) Justificativa	5
1.2.3) Objetivo Geral	8
1.2.4) Público Alvo	8
2) Relatório do LEAMAT II	9
2.1) Atividades desenvolvidas	9
2.2) Elaboração da sequência didática	9
2.2.1) Planejamento da sequência didática	9
2.2.2) Aplicação da sequência didática na turma do LEAMAT II .	11
3) Relatório do LEAMAT III	15
3.1) Atividades desenvolvidas	15
3.2) Elaboração da sequência didática	15
3.2.1) Versão final da sequência didática	15
3.2.2) Experimentação da sequência didática na turma regular ..	15
Considerações Finais	19
Referências	20
Apêndices	22
Apêndice A - Material didático aplicado na turma do LEAMAT II	23
Apêndice B - Material didático experimentado na turma regular	30

1) Relatório do LEAMAT I

1.1) Atividades desenvolvidas

Na aula inaugural, 09/05/2017, a disciplina foi apresentada para a turma. Recebemos informações referentes às atividades que seriam desenvolvidas nas quatro linhas de pesquisa: Aritmética, Álgebra, Educação Matemática Inclusiva e Geometria. O objetivo da disciplina foi exposto, bem como a forma de avaliação e a organização em grupos para o desenvolvimento dos trabalhos.

Na aula do dia 18/05/2017 resolvemos questões envolvendo operações com números racionais. Observamos que em muitas questões a resolução acontecia de forma “mecânica” sem o entendimento dos procedimentos executados. Sendo assim, aprendemos uma forma mais adequada de abordar a aritmética com os nossos futuros alunos para que a Matemática seja realmente entendida e não decorada.

No dia 01/06/2017 fizemos a leitura e discussão do texto “O desenvolvimento do Pensamento Aritmético a Partir de Experiência Matemática”, que apresenta questões e resultados da pesquisa de mestrado de José Ricardo de Medeiros Leite referentes ao pensamento aritmético no ensino fundamental. Foram analisados quatro tipos de pensamentos aritméticos, por meio de atividades aplicadas aos estudantes do sexto e sétimo ano: Valorização do raciocínio intuitivo com a exploração de referentes; Cálculo numérico com estimativas; Raciocínio estruturado aditivo e o cálculo mental; Cálculo numérico proporcional e aproximação. Concluí-se que por meio de um diálogo mais direto e intenso com os estudantes por meio de questionamentos, levando-os à reflexão, sem oferecer soluções prontas, se contribui para o processo de compreensão dos conceitos aritméticos.

Na aula do dia 08/06/2017 um grupo que já concluiu o LEAMAT nos apresentou o seu projeto na linha de pesquisa de Aritmética intitulado “Um palpite inteligente”, em que foi trabalhada a estimativa em diversas atividades. Além disso, nos foram dadas algumas dicas por meio das experiências que esse grupo adquiriu na elaboração e aplicação do seu trabalho.

No dia 22/06/2017 um grupo que já concluiu o LEAMAT apresentou e aplicou seu trabalho na linha de pesquisa de Educação Inclusiva. Foi mostrado o material confeccionado para o estudo da soma e subtração de matrizes para alunos com

deficiência visual e ao final, dois alunos foram convidados a utilizarem o material, vendando os olhos e percebendo as dificuldades de um aluno não vidente.

Na aula do dia 06/07/2017 falamos sobre os critérios de divisibilidade. Analisamos os critérios de divisibilidade dos números 2,3,4,5,6,7,8,9, 10 e 11, entendendo o porquê das regras. Após, divididos em grupos, analisamos alguns livros didáticos, uns mais antigos e outros mais atuais, para comparar como o conteúdo é abordado. Ao final foi feita uma discussão com toda a turma. Ainda nesse encontro falamos um pouco sobre a nossa proposta para a linha de pesquisa da Aritmética, que é trabalhar com números complexos por meio de jogos interativos.

Na aula do dia 20/07/2017 resolvemos e discutimos exercícios do Enem que envolviam Aritmética. Cada aluno foi convidado a ir ao quadro para resolução dos exercícios e a professora fez algumas observações, tais como: Ser organizado, enumerar as questões, utilizar o símbolo ao lado da operação, ler a questão para melhor entendimento do aluno e destacar a resposta final, além de comentários pertinentes ao conteúdo.

Na aula do dia 03/08/2017, conversamos um pouco a respeito dos Parâmetros Curriculares Nacionais, especificamente com relação aos conteúdos de Aritmética. Deu-se ênfase em Números Complexos e Radiciação, conteúdos escolhidos pelos dois grupos presentes, B1 e B2 respectivamente, para serem trabalhados. Falamos das sugestões que os PCN trazem para abordar radiciação. E com relação aos Números Complexos, vimos que os PCN tratam como parte flexível do currículo das escolas.

A partir do dia 10/08/2017, as aulas foram destinadas à elaboração da sequência didática, finalização do relatório e preparação da apresentação.

1.2) Elaboração da sequência didática

1.2.1) Tema

Descomplicando os Números Complexos com jogos interativos.

1.2.2) Justificativa

Nas escolas brasileiras, em todos os níveis de ensino, nota-se rejeição da Matemática por parte dos alunos, considerando-a uma disciplina chata, difícil e sem aplicação. Por esse motivo, os alunos se sentem desmotivados a aprendê-la. Segundo Almeida (2011), em seu trabalho que busca analisar o insucesso da Matemática nas escolas portuguesas, "a Matemática continua a ser vista como uma disciplina intrinsecamente difícil, apenas acessível a alguns com uma inteligência acima da média" (ALMEIDA, 2011, p.13).

De fato, o ensino da Matemática continua acontecendo na sua maioria direcionado para poucos, carregado de conteúdos abstratos, de memorizações de fórmulas e quase inexistente na prática Matemática a visualização de aplicações para o conteúdo ensinado. Gontijo (2007) aponta esse problema no ensino da Matemática ao afirmar que

O trabalho pedagógico com a Matemática, na maioria das escolas, tem sido marcado pela fragmentação, descontextualização e ensino mecânico. Essa realidade tem gerado desinteresse e indiferença em relação a este componente curricular, produzindo ao longo da história escolar dos alunos um sentimento de fracasso e incapacidade para compreender e resolver problemas matemáticos (GONTIJO, 2007, p. 06).

Sendo assim, é necessário mudar a maneira que a Matemática está sendo ensinada. Essa tarefa, segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) "pressupõe a análise de variáveis envolvidas nesse processo - aluno, professor e saber matemático -, assim como das relações entre elas" (BRASIL, 1998, p. 35). Corroborando com isso, Tonon (2004 apud PADILHA, 2012, p. 07) afirma que

A construção do conhecimento não se limita a um simples repasse e conhecimentos acumulados na mente ou em livros. É preciso conhecer o aluno, tentar descobrir suas intenções e expectativas para construir um conhecimento cativante e promissor (TONON, 2004, p. 26 apud PADILHA, 2012, p.7).

Assim, para superar os problemas existentes na educação Matemática, convém a criação de estratégias para a abordagem dos conteúdos de modo a buscar a participação efetiva do aluno. Com respeito a isso, as Orientações Educacionais

Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN+) dizem que “o processo ensino-aprendizagem é bilateral, dinâmico e coletivo, portanto, é necessário que se estabeleçam parcerias entre o professor e os alunos e dos alunos entre si” (BRASIL, 2002, p.55). Nesse sentido, segundo os PCN, o professor deve “proporcionar um ambiente de trabalho que estimule o aluno a criar, comparar, discutir, rever, perguntar e ampliar ideias” (BRASIL, 1998, p.39).

Dentro desse contexto, faz-se necessária uma reflexão sobre a metodologia tradicional e a apresentação de uma metodologia alternativa para o ensino dos Números Complexos. Araújo (2006) concluiu que

As indagações dos alunos durante as aulas expositivas e as dificuldades demonstradas quando o assunto a ser estudado era números complexos chamaram a nossa atenção. As dificuldades dos alunos para interagir com o conteúdo foram sendo observadas tanto no decorrer das aulas através de perguntas, quanto no desempenho nos trabalhos e na realização de provas, ou testes, nos quais o rendimento não era satisfatório (ARAÚJO, 2006, p.15).

Números Complexos é um conteúdo muito rico e trabalha com conhecimentos aritméticos, algébricos e geométricos. Assim, pode ser aproveitado pelo professor para fixação e melhor compreensão desses conhecimentos. Segundo Chagas (2013)

A abordagem adequada dos números complexos contribui para uma visão sistematizada de diferentes linguagens e campos de estudo da Matemática, sendo possível estabelecer conexões com outros temas e conteúdos, aplicando o conhecimento de forma integrada e articulada (CHAGAS, 2013, p.66).

O trabalho com Números Imaginários não se limita apenas a conteúdos dentro da Matemática, uma vez que estão presentes em várias áreas de conhecimento. Esse é, portanto, um conteúdo que vale a pena ser estudado, mesmo por alunos que não pretendam seguir em carreira nas áreas de exatas. Neto (2013) traz algumas aplicações para os Números Complexos:

Ressalta-se que os números complexos possuem aplicações importantes, tais como: na Física: como vetores e na análise de corrente elétrica; na Astronomia: na análise das órbitas de corpos celestes; na computação gráfica: onde se inserem e investigam atividades de rotação, translação, homotetias e isometrias; na Cartografia: onde se produz mapas e se inserem vetores e sistemas de pares ordenados e se produz rotas e dados informativos; e na

própria matemática: os números complexos promovem aproximações entre diversos conteúdos, viabilizando a aproximação algébrica e geométrica a articulação interna dos conteúdos matemáticos (NETO, 2013, p. 07).

Mesmo assim, os PCN expõem que os Números Complexos podem ser tratados na parte flexível do currículo das escolas. O que dá cabimento a não visualização desse conteúdo em sala de aula, uma vez que não o considera indispensável. Contrapondo os PCN, Chagas (2013) argumenta: "Ainda que não seja possível explicar com detalhes a alunos do ensino médio muitas das aplicações dos números complexos, citá-las contribui para que eles percebam o papel desempenhado pelo conhecimento matemático no desenvolvimento da tecnologia" (CHAGAS, 2013, p. 66).

Deveras, os Números Complexos são um conteúdo muito importante por ter várias aplicações, dentro e fora da Matemática. O que torna possível a revisão de conteúdos e auxilia no aprendizado de outras disciplinas. Além de poder ser usado para despertar o interesse matemático nos alunos. Levando tudo isso em consideração, convém trabalhar os Números Complexos utilizando, por exemplo, jogos pedagógicos. Isto tem em vista tornar o ensino desse conteúdo mais dinâmico e prazeroso, buscando uma melhor compreensão e minimizando o medo que os alunos sentem quando o assunto é Números Complexos. Fialho (2008) afirma que os jogos podem colaborar no processo de ensino e aprendizagem, de forma diferenciada, dinâmica e atrativa. Ainda defende os jogos como uma metodologia inovadora e atraente para ensinar de forma mais prazerosa e interessante. E conclui:

É importante que o professor busque sempre novas ferramentas de ensino procurando diversificar suas aulas e assim torná-las mais interessantes e atraentes para seus alunos, e o trabalho com jogos vem atender essa necessidade como opção diferenciada, que pode ser utilizada como reforço de conteúdos previamente desenvolvidos (FIALHO, 2008, p. 08 - 09).

Em se tratando do uso de jogos, os PCN+ também argumentam que

Os jogos e brincadeiras são elementos muito valiosos no processo de apropriação do conhecimento. Permitem o desenvolvimento de competências no âmbito da comunicação, das relações interpessoais, da liderança e do trabalho em equipe, utilizando a relação entre cooperação e competição em um contexto formativo. O jogo oferece o

estímulo e o ambiente propícios que favorecem o desenvolvimento espontâneo e criativo dos alunos e permite ao professor ampliar seu conhecimento de técnicas ativas de ensino, desenvolver capacidades pessoais e profissionais para estimular nos alunos a capacidade de comunicação e expressão, mostrando-lhes uma nova maneira, lúdica, prazerosa e participativa de relacionar-se com o conteúdo escolar, levando a uma maior apropriação dos conhecimentos envolvidos (BRASIL, 2002, p. 56).

É, portanto, essencial a elaboração de aulas que visam ao desenvolvimento de um ensino mais efetivo. Com o avanço tecnológico, por exemplo, é possível ampliar os métodos de ensino e conseguir apresentar o conteúdo de forma mais interativo. Nesse sentido Aguiar (2008) defende: “O uso da tecnologia em sala de aula permite interatividade entre o aprendiz e o objeto de estudo propiciando uma participação ativa do aluno e uma reflexão acerca dos recursos tecnológicos computacionais” (AGUIAR, 2008, p. 65).

A partir do exposto, justifica-se a nossa escolha em trabalhar com os Números Imaginários fazendo uso de jogos. Consideramos tal conteúdo importante e indispensável, mas há uma grande dificuldade por parte dos alunos do Ensino Médio em aprendê-lo. Por esse motivo, pretendemos utilizar um *software* de geometria dinâmica, a princípio o GeoGebra, para facilitar a visualização da representação geométrica dos números complexos, além de fazer o bom uso de jogos, por julgar necessária uma metodologia mais prazerosa na abordagem desse conteúdo.

1.2.3) Objetivo Geral

Desmistificar a complexidade dos Números Imaginários por meio de Jogos Interativos e recurso tecnológico (*software*), de modo a desenvolver o entendimento desse conteúdo.

1.2.4) Público Alvo

Alunos da terceira série do Ensino Médio.

2) RELATÓRIO DO LEAMAT II

2.1) Atividades desenvolvidas

As aulas foram destinadas às discussões referentes à sequência didática. As ideias foram sendo aprimoradas à medida que pesquisas eram realizadas no laboratório, tanto por meio de livros didáticos bem como por trabalhos acadêmicos consultados no meio digital. Debates do grupo com auxílio da orientadora no que tange ao tema da linha de pesquisa foram realizados ao longo do período e foram imprescindíveis para a consolidação da sequência didática. Ressalta-se que as aulas também foram aproveitadas para confecção de materiais utilizados nos jogos, como também os exercícios que compunham os mesmos. Foram realizadas apresentações pelos grupos, com as sequências didáticas concluídas, visando testá-las e aprimorá-las, tendo em vista a contribuição da turma e das orientadoras com seus comentários sobre o trabalho exposto.

2.2) Elaboração da sequência didática

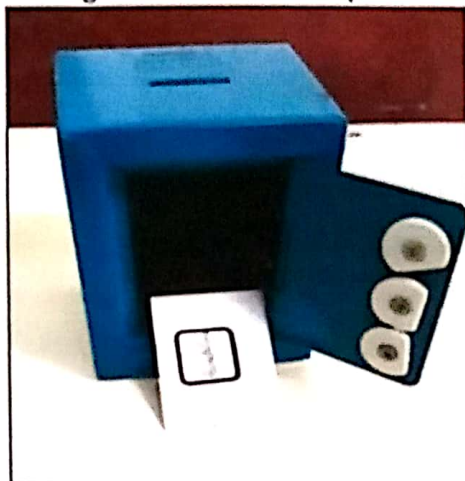
2.2.1) Planejamento da sequência didática

Inicialmente um vídeo que mostra a história dos números imaginários e suas aplicações será apresentado à turma a fim de introduzir o conteúdo e evidenciar sua importância. Após isso, definiremos o conjunto dos números complexos, apresentaremos sua forma algébrica e então serão resolvidas duas questões junto com os alunos, de forma a familiarizá-los com o conteúdo; uma que envolve encontrar as raízes complexas de uma equação polinomial e outra relacionada às condições para um número ser imaginário puro ou real.

Na sequência a turma será dividida em equipes para a realização de jogos que envolvem os números complexos e as regras do primeiro jogo, "Senha Complexa", serão expostas para a turma. O objetivo desse jogo é descobrir a senha de um cofre a partir de três dicas e então abri-lo (Figura 1), obtendo a pontuação contida no envelope em seu interior. Cada dica permite a descoberta de um algarismo da senha a partir da resolução de exercícios envolvendo números complexos na sua forma

algébrica. Nessa etapa é possível verificar a aprendizagem dos alunos quanto ao conteúdo anteriormente exposto em um ambiente mais descontraído.

Figura 1 - Senha Complexa



Fonte: Elaboração Própria.

Após o primeiro jogo, serão abordadas as operações entre números complexos bem como conjugado, para possibilitar entendimento da divisão. O segundo jogo "Dados Complexos" será apresentado à turma; neste, os alunos deverão resolver corretamente as operações com os números imaginários, que são determinadas a partir do lançamento de três dados, o primeiro e terceiro lançamentos determinarão os números complexos da operação que será definida com o lançamento do segundo dado (Figura 2). O objetivo é praticar o que foi ensinado e assim contribuir para a fixação do conteúdo

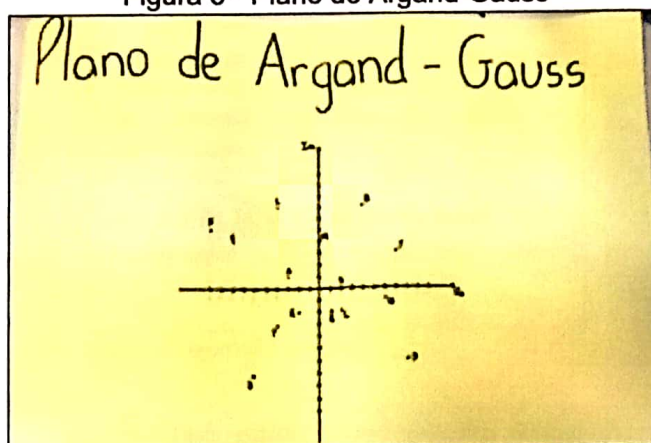
Figura 2 - Dados Complexos



Fonte: Elaboração própria.

Após o segundo jogo, será trabalhada a representação dos números complexos no Plano de Argand-Gauss, para isso utilizaremos o *software* Geogebra. Alguns exemplos serão dados de forma a visualizar os pontos no plano. Na sequência, apresentaremos o terceiro e último jogo, "Plano dos Imaginários". Cada equipe receberá um Plano de Argand-Gauss confeccionados em emborrachado com alguns pontos determinados e os alunos, na primeira etapa do jogo, precisarão relacionar dez números complexos com os pontos que os representam no plano (Figura 3). Esse jogo visa verificar a compreensão dos alunos quanto à representação geométrica dos complexos, bem como retomar as operações já que alguns números são dados como soma, diferença, produto e quociente de dois outros. A segunda etapa do terceiro jogo consiste em descobrir a palavra relacionada à Matemática que é composta pelas letras que correspondem aos pontos encontrados na primeira etapa do jogo.

Figura 3 - Plano de Argand-Gauss



Fonte: Elaboração própria.

Finalizados os jogos, serão somados os pontos obtidos pelas equipes e a que acumular maior pontuação será a vencedora, recebendo assim uma premiação.

2.2.2) Aplicação da sequência didática na turma do LEAMAT II

A sequência didática foi apresentada no dia 30/11/2017 para a turma do LEAMAT II e para as professoras Juliana S. B. Chagas Ventura e Mylane Barreto.

Iniciamos a aula fazendo a apresentação do grupo e do conteúdo a ser trabalhado, depois mostramos o vídeo que fala da história dos números complexos e de aplicações para esse conteúdo em algumas áreas de conhecimento como

Astronomia e Computação Gráfica. Após, informamos que utilizaríamos jogos relacionados aos números complexos, dividimos a turma em duas equipes e informamos que a equipe vencedora seria a que obtivesse maior pontuação ao final dos jogos.

Feito isso, definimos “Números Complexos” por meio de um slide (Figura 4) e a partir das operações entre pares ordenados mencionadas, demonstramos, junto à turma, a forma algébrica de um número complexo. Nesse momento falamos de números real e imaginário puro, além de igualdade entre números complexos na sua forma algébrica. Resolvemos dois exemplos (Figura 5) no quadro com a turma e entregamos a folha com as regras e descrição do primeiro jogo.

Figura 4 - Slide com a definição de números complexos

Definição de números complexos

Chama-se conjunto dos números complexos, e representa-se por \mathbb{C} , o conjunto de pares ordenados de números reais, onde se definem as seguintes operações de adição e multiplicação.

Adição: $(a, b) + (c, d) = (a + c, b + d)$
Multiplicação: $(a, b) \cdot (c, d) = (ac - bd, ad + bc)$

Fonte: Elaboração própria.

Figura 5 – Exemplos feitos em sala

Exemplo 1
Determine o valor de “m” de modo que o número complexo $z = (m - 2) + 5i$ seja um imaginário puro.

Exemplo 2
Quais os valores complexos de x que satisfazem a equação $x^2 + 25 = 0$?

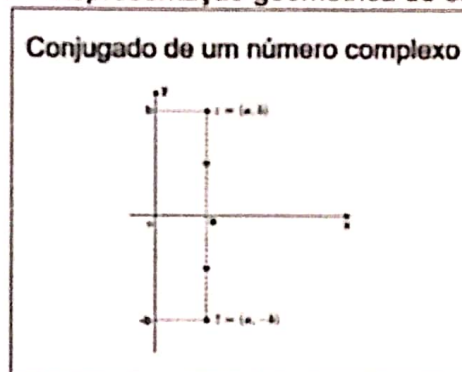
Fonte: Elaboração própria.

Explicamos o primeiro jogo e posteriormente entregamos a folha com as dicas da senha, esperamos o tempo necessário para que abrissem o cofre e pudéssemos dar continuidade à aula.

Finalizado o primeiro jogo, começamos a falar sobre operações entre números complexos na sua forma algébrica. Antes de abordar a divisão, mostramos por meio de um slide o que é geometricamente o conjugado de um número complexo (Figura 6).

Explicadas todas as operações, passamos para o segundo jogo. Foi entregue a folha com as regras e explicado o jogo. Dois integrantes do grupo ficaram responsáveis para realizar os cálculos a fim de conferirmos as respostas dadas pelas equipes.

Figura 6 – Representação geométrica do conjugado



Fonte: Elaboração própria.

Terminado o segundo jogo, mostramos, usando o software GeoGebra, como se representa um número complexo na forma de ponto no plano de Argand-Gauss. Após, entregamos a folha com a descrição e instruções da primeira etapa do terceiro jogo, explicamos e posteriormente entregamos a folha com a tabela e os planos confeccionados em emborrachado para cada um dos grupos.

Por fim, passamos para a segunda etapa do jogo. Entregamos a folha com as instruções, explicamos como funcionaria e entregamos os envelopes aos grupos e o papel para escreverem a palavra a ser decifrada. Um grupo precisou de duas dicas para descobrir a palavra, enquanto o outro, de três dicas.

Os jogos propostos agradaram bastante a turma, permitindo um ambiente de aprendizagem enriquecedor. Após a apresentação, alguns comentários foram feitos, que estão descritos a seguir:

Quanto ao vídeo que retrata a história e as aplicações dos números complexos, foi mencionada a necessidade de melhorar o áudio, uma vez que estava baixo e as palavras faladas lentamente. Como o vídeo foi adaptado, mencionou-se também a possibilidade de fazermos o nosso próprio, tendo em vista que a parte final do mesmo, feita por nosso grupo, em que as aplicações são citadas, ficou mais dinâmica.

Ao explorar as operações com números complexos, foram resolvidos alguns exemplos com a turma. Porém, foi sugerido apresentar mais alguns exemplos e dar certo tempo para que os alunos os resolvam, a fim de que se familiarizem com o conteúdo antes de começar o jogo.

Mencionou-se também a necessidade de após cada jogo verificar o motivo do insucesso da conclusão do mesmo, ouvindo a turma e os auxiliando, para que os erros cometidos sejam esclarecidos e assim, as dúvidas sejam sanadas antes de se iniciar o próximo jogo.

Foi observado que no slide utilizado para definição do conjunto dos números complexos, a representação de tal conjunto não estava com o símbolo \mathbb{C} , necessitando correção na denotação "C" que foi utilizada.

Na folha que contém a descrição do jogo 2, foi sugerido mudar o trecho "o que cair nos dados será anotado no quadro" por "O que aparecer na face do dado voltada para cima será anotado no quadro", bem como mudar "caso o segundo dado lançado caia em uma das quatro operações", fazendo a correção da palavra lançado (lançado) que foi grafada incorretamente, além de substituir "caia" por "a face voltada para cima" alterando o trecho para "caso no segundo dado a face voltada para cima seja uma das quatro operações".

3) Relatório do LEAMAT III

3.1) Atividades desenvolvidas

No primeiro dia, a aula serviu para expor o objetivo do LEAMAT III e apresentar o calendário das aulas. As aulas seguintes foram usadas para conclusão dos últimos detalhes da sequência didática e preparação para aplicação na turma regular. Após a aplicação, os encontros foram destinados à escrita do relatório e apresentação final do LEAMAT, em que mostramos à turma os resultados finais do trabalho desenvolvido ao longo dos três semestres.

3.2) Elaboração da sequência didática

3.2.1) Versão final da sequência didática

O grupo elaborou um novo vídeo, com um áudio melhor, para tentar retratar a história dos números complexos de forma mais dinâmica.

Além disso, na folha que contém a descrição do jogo 2, houve substituição da palavra "caia" por "a face voltada para cima".

3.2.2) Experimentação da sequência didática na turma regular

A sequência didática foi aplicada no dia 11/06/2018 na turma do preparatório Goytacá do IF Fluminense *campus* Campos Centro. Havia 17 alunos na turma e foram necessários três tempos de aula para aplicação.

Depois de se apresentar à turma, o grupo mostrou o vídeo que conta a história dos números complexos. Finalizado o vídeo, foi perguntado à turma se alguém sabia algo sobre o conteúdo e todos alunos responderam que nunca tinham visto. Após isso, o grupo definiu o conjunto dos números complexos, mostrou como chegar à forma algébrica de um número complexo, falou de número real e imaginário puro e foram feitos os dois exercícios.

Feito isso, a turma foi dividida em quatro equipes (equipe 1, 2 e 3 com quatro integrantes e equipe 4 com cinco integrantes) e foi explicado o primeiro jogo. Enquanto

os alunos tentavam encontrar a senha do cofre, o grupo percebeu que esqueceu de explicar igualdade entre números complexos, o que era necessário para encontrar o segundo dígito da senha do cofre. Devido a isso, foi-se de equipe em equipe explicar quando dois números complexos na sua forma algébrica são iguais e, por esse motivo, foi preciso um pouco mais de tempo, 12 minutos, para que uma equipe (Equipe 4) encontrasse a senha do cofre. Nesse momento o grupo percebeu que houve uma certa dificuldade dos alunos de resolverem a dica 3, por isso um dos integrantes explicou à turma como resolvê-la. É importante destacar que a equipe 4 não resolveu toda equação, pois foi observado pela equipe que não era necessário encontrar a raiz quadrada do discriminante, bastava apenas encontrar a parte real das raízes da equação (Figura 7).

Figura 7 – Realização do jogo I



Fonte: Protocolo de pesquisa

Finalizado o primeiro jogo, foram explicadas as operações com números complexos na sua forma algébrica e posteriormente o segundo jogo (Figura 8). O grupo distribuiu folhas para cálculos e pedaços retangulares de papel para que todos os grupos registrassem respostas das operações sorteadas. Quando a primeira equipe lançou os dados, foi observada uma certa dificuldade em resolver a operação de multiplicação sorteada; devido a isso, foi dado um tempo para todos efetuassem a operação sorteada como forma de fixação do conteúdo e posteriormente a equipe 1 lançou novamente os dados, recomeçando o jogo.

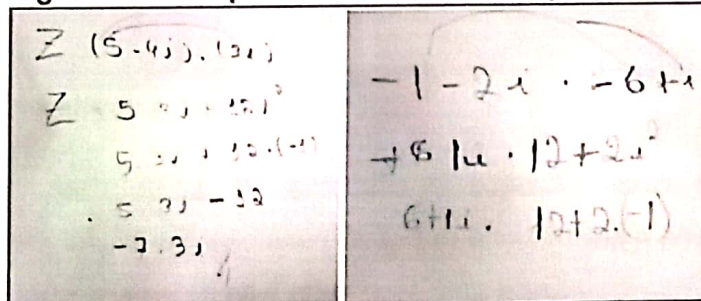
Figura 8 – Realização do jogo II



Fonte – Protocolo de pesquisa.

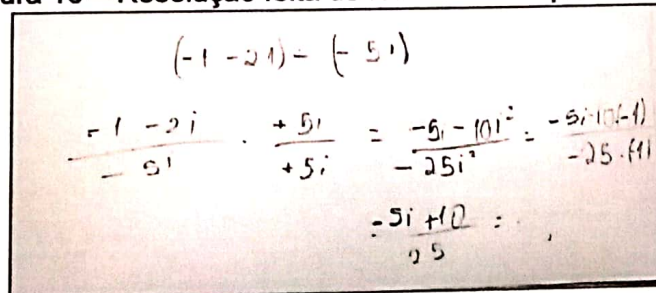
Nesse momento, foi observado que os alunos possuíam dificuldade com matemática básica, como em operações envolvendo números negativos e na propriedade distributiva, o que os levava a errar algumas operações (Figura 9). Por isso, foi necessário dar mais tempo para que os alunos resolvessem os cálculos com mais calma a fim de evitar que cometessem erros. Apesar disso, o grupo percebeu que os alunos conseguiram entender o que foi explicado e sabiam o que deveriam fazer para resolver cada operação (Figura 10).

Figura 9 – Exemplos de erros cometidos pelos alunos



Fonte: Protocolo de pesquisa.

Figura 10 – Resolução feita de forma correta por um aluno



Fonte: Protocolo de pesquisa.

Por fim o grupo explicou a representação geométrica dos números complexos. Devido a problemas no computador, não foi possível utilizar o GeoGebra nessa parte, sendo necessário representar o plano de Argand-Gauss no quadro, o que atrapalhou em nada, pois os alunos não apresentaram dificuldade.

Adiante, o grupo explicou a primeira etapa do terceiro jogo. Após um pouco mais que o tempo determinado, a equipe 4 encontrou todos os pontos corretamente, a equipe 3 faltou encontrar o último ponto da tabela, a equipe 1 encontrou todos os pontos, porém relacionaram erroneamente dois pontos por falta de atenção, enquanto a equipe 2 encontrou apenas os 7 primeiros pontos (Figura 11).

Figura 11 – Realização do jogo III



Fonte: Protocolo de pesquisa

Finalizada essa etapa, foi explicada a segunda etapa do jogo. Foram necessários 5 minutos até uma equipe (Equipe 4) encontrasse a palavra relacionada à Matemática e foi preciso abrir os 4 envelopes para isso.

Os alunos se mostraram muito interessados pela aula e pelo conteúdo e estavam sempre perguntando e anotando o que estava sendo exposto.

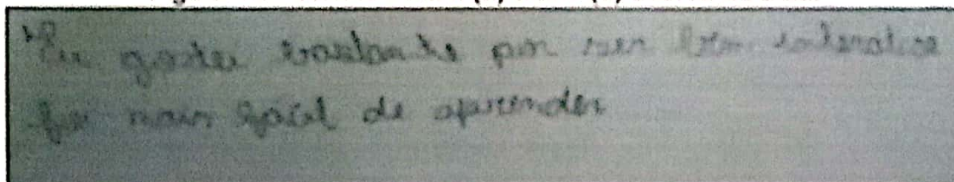
CONSIDERAÇÕES FINAIS

O grupo ficou muito satisfeito com o resultado do trabalho. Observamos que a utilização de jogos em sala de aula proporciona um ambiente de aprendizagem enriquecedor, uma vez que estimula o aprendizado. Além disso, pode-se perceber que começar a aula mostrando a história dos números complexos e suas aplicações despertou o interesse dos alunos pelo conteúdo. No final do vídeo uma aluna comentou sorrindo "Que legal".

Percebemos também que os jogos estimularam o trabalho em equipe, pode-se notar que os alunos trabalhavam juntos para resolver as questões, o que é ótimo para que eles desenvolvam essa habilidade para situações futuras que possam se deparar.

O grupo acredita que alcançou seu objetivo de tornar o ensino dos números complexos mais dinâmico com o uso de jogos de modo a desenvolver o entendimento desse conteúdo de forma mais facilitada, como relatado por um aluno (Figura 12).

Figura 12 – Relato de um (a) aluno (a) acerca da aula.

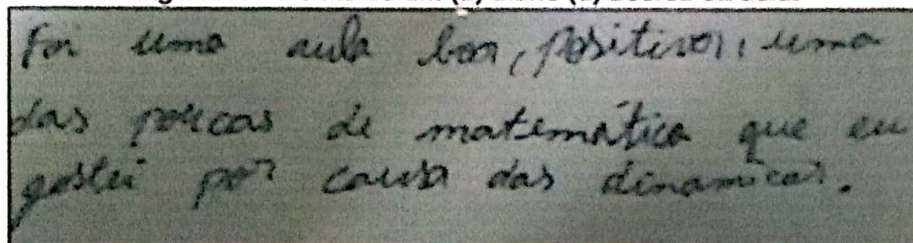


Eu gostei bastante por ser bem interativa
foi mais fácil de aprender.

Fonte: Protocolo de pesquisa.

O resultado dessa sequência didática foi bem positivo, e por ser diferente do que os alunos estão acostumados a ter em sala de aula, pode-se notar que eles gostaram bastante (Figura 13).

Figura 13 - Relato de um (a) aluno (a) acerca da aula.



foi uma aula boa, positiva, uma
das poucas de matemática que eu
gostei por causa das dinâmicas.

Fonte: Protocolo de pesquisa.

REFERÊNCIAS

- AGUIAR, E. V. B. As Novas Tecnologias e o Ensino - Aprendizagem. **Vértices**. Campos dos Goytacazes, n. 1, jan. 2008. p. 63-72. Disponível em: <<https://goo.gl/rmkBz>>. Acesso em: 11 ago. 2017.
- ALMEIDA, Maria Madalena Ribeiro de. **Insucesso na Matemática: As Percepções dos Alunos e As Percepções dos Professores**. 2011. 146 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Supervisão e Coordenação da Educação, Departamento de Ciências da Educação e do Patrimônio, Universidade Portucalense Infante D. Henrique, Porto, 2011. Disponível em: <<https://goo.gl/cM7uuX>>. Acesso em: 10 ago. 2017.
- ARAÚJO, Nanci Barbosa Ferreira. **Números Complexos: Uma Proposta de Mudança Metodológica Para uma Aprendizagem Significativa no Ensino Médio**. 2006. 111 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Matemática, Centro de Ciências Exatas e da Terra, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2006. Disponível em: <<https://repositorio.ufrn.br/jspui/handle/123456789/16025>>. Acesso em: 10 ago. 2017.
- BRASIL. Ministério da Educação/Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **PCN Terceiro e Quarto Ciclos do Ensino Fundamental: Parâmetros Curriculares Nacionais. MATEMÁTICA**. Brasília DF, 1998. Disponível em: <<https://goo.gl/zUdCM5>>. Acesso em: 16 ago. 2017.
- BRASIL. Ministério da Educação/Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **PCN+ Ensino Médio: Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio. Ciências da natureza, Matemática e suas tecnologias**. Brasília, DF, 2002. Disponível em: <<https://goo.gl/zUdCM5>>. Acesso em: 16 ago. 2017.
- CHAGAS, Juliana Santos Barcellos. **A Relevância do Ensino de Números Complexos no Ensino Médio na Opinião dos Professores de Matemática**. 2013. 113 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Matemática, Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro - Uenf, Campos dos Goytacazes, 2013. Disponível em: <<https://goo.gl/c2aqq4>>. Acesso em: 10 ago. 2017.
- FIALHO, Neusa. **Os Jogos Pedagógicos como Ferramenta de Ensino**. Curitiba: FACINTER. 9 p, 2008. Disponível em: <<https://goo.gl/3WXH72>>. Acesso em: 11. Ago. 2017.
- GONTIJO, Cleyton Hércules. **Relações Entre Criatividade, Criatividade em Matemática e Motivação em Matemática de Alunos do Ensino Médio**. 2007. 194

f. Tese (Doutorado) - Curso de Psicologia, Universidade de Brasília - Instituto de Psicologia, Brasília - Df, 2007. Disponível em: <<http://repositorio.unb.br/handle/10482/2528>>. Acesso em: 10 ago. 2017.

NETO, Vassallo. O Ensino dos Números Complexos. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 11., 2013, Curitiba. **Anais...** Rio de Janeiro. 2013. 15 p. Disponível em: <<https://goo.gl/v8JvrL>>. Acesso em: 11 ago. 2017.

PADILHA, Elizabete. **Rejeição Pela Matemática: Um Desafio a Ser Vencido.** Ponta Grossa: Universidade Estadual de Ponta Grossa, 2012. 39 p. Disponível em: <<https://goo.gl/vWWxqu>>. Acesso em 10 ago. 2017.

Campos dos Goytacazes (RJ), 08 de Agosto de 2018.

Wladimir Ribeiro Maciel da Silva
Romário de Aguiar Gomes
Gabriel V. Pariz

APÊNDICES

Apêndice A: Material didático aplicado na turma do LEAMAT II



JOGO I - Senha Complexa

DESCRIÇÃO

Todas as equipes receberão três dicas para descobrir a senha do cofre que estará sobre a mesa. A senha possui 3 (três) dígitos e o objetivo do jogo é abrir o cofre. A equipe que conseguir primeiro ganhará a pontuação indicada no interior do cofre.

INSTRUÇÕES

1. Cada integrante da equipe receberá uma folha com as dicas;
2. O tempo máximo para descoberta da senha é de 5 (cinco) minutos, caso nenhuma equipe consiga descobrir nesse tempo, nenhuma pontuará nesse jogo;
3. A equipe que descobrir uma senha deve avisar e escolher um dos membros para ir imediatamente até o cofre tentar abri-lo com a senha descoberta;
4. Mesmo que uma equipe se prontifique a abrir o cofre, as outras devem continuar tentando descobrir a senha;
5. Caso a equipe que tentar abrir o cofre erre a senha, será desclassificada do jogo I. Possibilitando que, posteriormente, outra equipe tente abrir o cofre;
6. Se o item 5 acontecer, as regras dos itens 3 e 4 se mantêm. Até que o cofre seja aberto por uma das quatro equipes no tempo indicado.

Diretoria de Ensino Superior

Licenciatura em Matemática

Disciplina: Laboratório de Ensino e Aprendizagem de Matemática

Linha de Pesquisa: Aritmética

Licenciandos: Gabriel Marinho; Leomario Ribeiro; Romario Gomes.

Orientadora: Prof^a Me. Juliana S. B. Chagas Ventura

Nome: _____ Data: ___ / ___ / 2018

Descubra a senha!

Dica 1: "m" é o primeiro dígito da senha, sabendo que $z = (3m - 9) + 4i$ é um imaginário puro.

Dica 2: Sabendo que $z = 8 + 7i$, $w = 2a + (2t+5)i$ e que $z=w$, é possível descobrir o segundo dígito da senha, já que a expressão "a+2t" resulta nesse dígito.

Dica 3: A equação $x^2 - 2x + 2 = 0$ resulta em dois números complexos cujas partes reais são iguais a "r". O terceiro dígito da senha é o triplo de "r".

Senha:

Cálculos:

JOGO II - Dados complexos

DESCRIÇÃO

Os alunos deverão resolver corretamente as operações com números complexos, que serão determinadas a partir do lançamento de 3 (três) dados.

INSTRUÇÕES

1. Um dos integrantes do grupo deve ser escolhido para lançar os dados;
2. Este jogará o primeiro dado que possui em suas faces números complexos, em seguida o dado das operações e por fim o outro dado com números complexos;
3. O que cair nos dados será anotado no quadro.

REGRAS

1. Caso no segundo dado lançado caia em uma das quatro operações, basta jogar o outro dado que possui em suas faces números complexos, mas se for a imagem do conjugado do número complexo, a operação a ser feita deverá ser com o conjugado do número obtido no lançamento do primeiro dado;
2. Caso caia o conjugado dos complexos, o dado das operações será lançado novamente. Se no lançamento se repetir a imagem do conjugado do número complexo, fica determinado que a operação a ser realizada é a multiplicação e então o outro dado que possui em suas faces números complexos será lançado;
3. Determinados os números complexos e a operação a ser realizada, caso seja uma adição ou subtração, o grupo após 40 segundos indicará um dos integrantes a escrever a resposta correta no quadro. Caso seja uma multiplicação ou divisão após 1 minuto e 30 segundos;
4. Se a resposta estiver correta o grupo ganhará 10 pontos;
5. Os demais grupos registrarão a resposta em uma folha, pois se o grupo que lançou os dados responder incorretamente, serão dados 5 pontos ao(s) grupo(s) que registrar(em) a resposta correta dentro do tempo determinado. A folha será recolhida ao término do tempo;
6. Serão realizadas duas rodadas de lançamentos de dados por grupo.

JOGO III - Plano dos imaginários

Obs.: Esse jogo é composto por duas etapas.

DESCRIÇÃO da primeira etapa

Será entregue a cada equipe um plano de Argand Gauss com alguns pontos determinados. Os alunos deverão relacionar 10 (dez) números complexos com os pontos que os representam no plano.

INSTRUÇÕES

1. As equipes terão 5 (cinco) minutos para realização dessa etapa;
2. O grupo que terminar deve avisar, para que um dos licenciandos possa fazer a correção;
3. Os grupos que conseguirem relacionar corretamente os dez números complexos no tempo estipulado ganharão 20 pontos.

DESCRIÇÃO da segunda etapa

Deve-se descobrir a palavra relacionada à Matemática que é composta pelas letras que representam os pontos encontrados na primeira etapa do jogo, podendo haver repetição de letras.

INSTRUÇÕES

1. Serão distribuídos 4 (quatro) envelopes, numerados de 1 a 4 e que contêm dicas quanto a palavra a ser descoberta. Caso o grupo precise utilizá-los deverá seguir a ordem pelos quais são numerados;
2. Os grupos terão o tempo de 3 minutos para tentar descobrir a palavra;
3. Nessa etapa ganhará 12 pontos o grupo que descobrir a palavra com o menor número de envelopes abertos (precisar de menos dicas para descobrir a palavra);
4. O grupo deverá entregar a palavra descoberta no tempo determinado;
5. Caso ocorra empate, os pontos dessa segunda etapa serão divididos igualmente entre as equipes.

Diretoria de Ensino Superior

Licenciatura em Matemática

Disciplina: Laboratório de Ensino e Aprendizagem de Matemática

Linha de Pesquisa: Aritmética

Licenciandos: Gabriel Marinho; Leomario Ribeiro; Romario Gomes.

Orientadora: Profª Me. Juliana S. B. Chagas Ventura

Nome: _____ Data: ___ / ___ / 2018

ETAPA I - Na tabela, relacione os números complexos aos pontos no plano.

NÚMEROS COMPLEXOS	PONTO NO PLANO
$z_1 = 1 - 2i$	
$z_2 = -4 - 3i$	
$z_3 = 4i$	
$z_4 = z_1 + \bar{z}_2$	
$z_5 = z_3 - z_2$	
$z_6 = z_3 \cdot \bar{z}_1$	
$z_7 = 2z_1 - z_2$	
$z_8 = 18 + (z_3)^2$	
$z_9 = z_1 \cdot z_2$	
$z_{10} = \frac{\bar{z}_3}{1 + i}$	

Cálculos:

Apêndice B: Material didático experimentado na turma regular

JOGO I - Senha Complexa

DESCRIÇÃO

Todas as equipes receberão três dicas para descobrir a senha do cofre que estará sobre a mesa. A senha possui 3 (três) dígitos e o objetivo do jogo é abrir o cofre. A equipe que conseguir primeiro ganhará a pontuação indicada no interior do cofre.

INSTRUÇÕES

1. Cada integrante da equipe receberá uma folha com as dicas;
2. O tempo máximo para descoberta da senha é de 5 (cinco) minutos, caso nenhuma equipe consiga descobrir nesse tempo, nenhuma pontuará nesse jogo;
3. A equipe que descobrir uma senha deve avisar e escolher um dos membros para ir imediatamente até o cofre tentar abri-lo com a senha descoberta;
4. Mesmo que uma equipe se prontifique a abrir o cofre, as outras devem continuar tentando descobrir a senha;
5. Caso a equipe que tentar abrir o cofre erre a senha, será desclassificada do jogo I. Possibilitando que, posteriormente, outra equipe tente abrir o cofre;
6. Se o item 5 acontecer, as regras dos itens 3 e 4 se mantêm. Até que o cofre seja aberto por uma das quatro equipes no tempo indicado.

Diretoria de Ensino Superior

Licenciatura em Matemática

Disciplina: Laboratório de Ensino e Aprendizagem de Matemática

Linha de Pesquisa: Aritmética

Licenciandos: Gabriel Marinho; Leomario Ribeiro; Romario Gomes.

Orientadora: Prof^a Me. Juliana S. B. Chagas Ventura

Nome: _____ Data: ___ / ___ / 2018

Descubra a senha!

Dica 1: “m” é o primeiro dígito da senha, sabendo que $z = (3m - 9) + 4i$ é um imaginário puro.

Dica 2: Sabendo que $z = 8 + 7i$, $w = 2a + (2t+5)i$ e que $z=w$, é possível descobrir o segundo dígito da senha, já que a expressão “ $a+2t$ ” resulta nesse dígito.

Dica 3: A equação $x^2 - 2x + 2 = 0$ resulta em dois números complexos cujas partes reais são iguais a “r”. O terceiro dígito da senha é o triplo de “r”.

Senha:

Cálculos:

JOGO II - Dados complexos

DESCRIÇÃO

Os alunos deverão resolver corretamente as operações com números complexos, que serão determinadas a partir do lançamento de 3 (três) dados.

INSTRUÇÕES

1. Um dos integrantes do grupo deve ser escolhido para lançar os dados;
2. Este jogará o primeiro dado que possui em suas faces números complexos, em seguida o dado das operações e por fim o outro dado com números complexos;
3. O que aparecer na face do dado voltada para cima será anotado no quadro.

REGRAS

1. Caso no segundo dado lançado a face voltada para cima seja uma das quatro operações, basta jogar o outro dado que possui em suas faces números complexos, mas se for a imagem do conjugado do número complexo, a operação a ser feita deverá ser com o conjugado do número obtido no lançamento do primeiro dado;
2. Caso na face voltada para cima apareça o conjugado dos complexos, o dado das operações será lançado novamente. Se no lançamento se repetir a imagem do conjugado do número complexo, fica determinado que a operação a ser realizada é a multiplicação e então o outro dado que possui em suas faces números complexos será lançado;
3. Determinados os números complexos e a operação a ser realizada, caso seja uma adição ou subtração, o grupo após 40 segundos indicará um dos integrantes a escrever a resposta correta no quadro. Caso seja uma multiplicação ou divisão após 1 minuto e 30 segundos;
4. Se a resposta estiver correta o grupo ganhará 10 pontos;
5. Os demais grupos registrarão a resposta em uma folha, pois se o grupo que lançou os dados responder incorretamente, serão dados 5 pontos ao(s) grupo(s) que registrar(em) a resposta correta dentro do tempo determinado. A folha será recolhida ao término do tempo;
6. Serão realizadas duas rodadas de lançamentos de dados por grupo.

JOGO III - Plano dos imaginários

Obs.: Esse jogo é composto por duas etapas.

DESCRIÇÃO da primeira etapa

Será entregue a cada equipe um plano de Argand Gauss com alguns pontos determinados. Os alunos deverão relacionar 10 (dez) números complexos com os pontos que os representam no plano.

INSTRUÇÕES

1. As equipes terão 5 (cinco) minutos para realização dessa etapa;
2. O grupo que terminar deve avisar, para que um dos licenciandos possa fazer a correção;
3. Os grupos que conseguirem relacionar corretamente os dez números complexos no tempo estipulado ganharão 20 pontos.

DESCRIÇÃO da segunda etapa

Deve-se descobrir a palavra relacionada à Matemática que é composta pelas letras que representam os pontos encontrados na primeira etapa do jogo, podendo haver repetição de letras.

INSTRUÇÕES

1. Serão distribuídos 4 (quatro) envelopes, numerados de 1 a 4 e que contêm dicas quanto a palavra a ser descoberta. Caso o grupo precise utilizá-los deverá seguir a ordem pelos quais são numerados;
2. Os grupos terão o tempo de 3 minutos para tentar descobrir a palavra;
3. Nessa etapa ganhará 12 pontos o grupo que descobrir a palavra com o menor número de envelopes abertos (precisar de menos dicas para descobrir a palavra);
4. O grupo deverá entregar a palavra descoberta no tempo determinado;
5. Caso ocorra empate, os pontos dessa segunda etapa serão divididos igualmente entre as equipes.

Diretoria de Ensino Superior

Licenciatura em Matemática

Disciplina: Laboratório de Ensino e Aprendizagem de Matemática

Linha de Pesquisa: Aritmética

Licenciandos: Gabriel Marinho; Leomario Ribeiro; Romario Gomes.

Orientadora: Profª Me. Juliana S. B. Chagas Ventura

Nome: _____ Data: ___ / ___ / 2018

ETAPA I - Na tabela, relacione os números complexos aos pontos no plano.

NÚMEROS COMPLEXOS	PONTO NO PLANO
$z_1 = 1 - 2i$	
$z_2 = -4 - 3i$	
$z_3 = 4i$	
$z_4 = z_1 + \bar{z}_2$	
$z_5 = z_3 - z_2$	
$z_6 = z_3 \cdot \bar{z}_1$	
$z_7 = 2z_1 - z_2$	
$z_8 = 18 + (z_3)^2$	
$z_9 = z_1 \cdot z_2$	
$z_{10} = \frac{\bar{z}_3}{1 + i}$	

Cálculos: