



RELATÓRIO DO LEAMAT

PRINCÍPIO FUNDAMENTAL DA CONTAGEM: INTRODUÇÃO AO PENSAMENTO COMBINATÓRIO POR MEIO DO JOGO SENHA

ENSINO E APRENDIZAGEM DE ARITMÉTICA

JOEL COSTA MARTINS
LARISSA ROSARIO MONTEIRO

*Recebido em 03/05/18
Ana Paula R. de Andrade*

CAMPOS DOS GOYTACAZES - RJ
2018.2

JOEL COSTA MARTINS
LARISSA ROSARIO MONTEIRO

RELATÓRIO DO LEAMAT

PRINCÍPIO FUNDAMENTAL DA CONTAGEM: INTRODUÇÃO AO PENSAMENTO COMBINATÓRIO POR MEIO DO JOGO SENHA

ENSINO E APRENDIZAGEM DE ARITMÉTICA

Trabalho apresentado ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense, *campus* Campos Centro, como requisito parcial para conclusão da disciplina Laboratório de Ensino e Aprendizagem de Matemática do Curso de Licenciatura em Matemática.

Orientadoras: Prof^ª. Me. Poliana Figueiredo Cardoso Rodrigues e Prof^ª. Me. Ana Paula Rangel de Andrade.

CAMPOS DOS GOYTACAZES - RJ
2018.2

SUMÁRIO

	p.
1) Relatório do LEAMAT I	3
1.1) Atividades desenvolvidas	3
1.2) Elaboração da sequência didática.....	4
1.2.1) Tema	4
1.2.2) Justificativa	4
1.2.3) Objetivo Geral	7
1.2.4) Público Alvo	7
2) Relatório do LEAMAT II	8
2.1) Atividades desenvolvidas	8
2.2) Elaboração da sequência didática	8
2.2.1) Planejamento da sequência didática	8
2.2.2) Aplicação da sequência didática na turma do LEAMAT II .	16
3) Relatório do LEAMAT III	19
3.1) Atividades desenvolvidas	19
3.2) Elaboração da sequência didática	19
3.2.1) Versão final da sequência didática	19
3.2.2) Experimentação da sequência didática na turma regular .	20
Considerações Finais	24
Referências	25
Apêndices	27
Apêndice A - Material didático aplicado na turma do LEAMAT II	28
Apêndice B - Material didático experimentado na turma regular	33

1) Relatório do LEAMAT I

1.1) Atividades desenvolvidas

No dia 3 de outubro de 2017 ocorreu a aula inaugural do LEAMAT, em que as professoras Mylane dos Santos Barreto, orientadora em Educação Matemática Inclusiva, e Ana Mary Fonseca Barreto de Almeida, orientadora em Geometria, nos apresentaram o funcionamento da disciplina.

As professoras também organizaram os grupos para elaboração dos trabalhos, apresentaram as linhas de pesquisas, distribuíram um calendário com todas as datas dos encontros e explicaram cada etapa do semestre.

Após a apresentação do LEAMAT I elas apresentaram as atividades que serão desenvolvidas no LEAMAT II e por seguinte no LEAMAT III.

No dia 11 de outubro de 2017, aconteceu a primeira aula das professoras Livia Azelman (orientadora em Álgebra) e Poliana Cardoso (orientadora em Aritmética). O encontro iniciou com a professora Livia lendo um trecho do livro de Malba Tahan, "A Arte de Ser um Perfeito Mau Professor" onde tiramos a conclusão do que não devemos fazer para não nos tornarmos um Perfeito Mau Professor.

As professoras convidaram a Prof. Dr^a Vanice Freitas para conversar um pouco com a turma. A professora Vanice apresentou as diferentes tendências da Educação Matemática e citou a importância de trabalhar com metodologias diferentes, além das competências de um bom professor e a diferença de ensinar Matemática e educar matematicamente.

Apresentou também outros assuntos e metodologias que podem ser agregados ao trabalho do professor de Matemática como: Resolução de Problemas; Etnomatemática; Modelagem Matemática; Jogos e Material Concreto; Tecnologia da Informação e Comunicação; História da Matemática; Leituras e Escrita.

No dia 18 de outubro de 2017, aconteceu o segundo encontro em que as professoras Livia Azelman e Poliana Cardoso conversaram sobre a elaboração do relatório, mais especificamente sobre cada parte como: tema; justificativa e objetivo. Além disso trataram também da Associação Brasileira de Normas Técnicas (ABNT).

A seguir, separaram os grupos criados no primeiro encontro para a discussão sobre os temas a serem desenvolvidos.

No dia 25 de outubro de 2017 a professora Poliana discutiu a parte da dissertação: Formação Matemática de Professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental e suas compreensões sobre os conceitos básicos da Aritmética.

Ela pediu que cada grupo falasse do texto, e foi tecendo comentários junto com a turma. Dando prosseguimento ao encontro a orientadora solicitou aos grupos que fizessem em forma de apresentação um trabalho sobre os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) e os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio (PCNEM).

No dia 1 de novembro de 2017 a professora Poliana trabalhou com os quatro grupos, questões aritméticas de Ensino Médio, de vestibular e pediu que cada um solucionasse duas questões e fosse ao quadro explicar.

No dia 29 de novembro de 2017, foram apresentados trabalhos sobre a Aritmética nos PCN e nos PCNEM. Ao fim de cada apresentação houve um diálogo entre o grupo que apresentou, a professora e os ouvintes. O nosso grupo ficou responsável pela discussão dos PCNEM. A Aritmética aparece, neste texto, interligada a outros temas da Matemática como Álgebra e Geometria. Esse fato difere dos PCN do Ensino Fundamental, onde esses três temas são trabalhados separadamente.

Em geral, os trabalhos sobre os PCN e PCNEM, foram de suma importância para nós na elaboração do relatório.

No dia 13 de dezembro de 2017, a professora Poliana reuniu os quatro grupos do LEAMAT, para discutir sobre os temas de Aritmética escolhidos para os trabalhos e nos orientou sobre como fazer o relatório, mostrando cada passo necessário e dicas para a elaboração.

Nos encontros seguintes, já em 2018, ocorreram as apresentações, e as aulas, até o fim do semestre, foram destinadas ao término dos relatórios.

1.2) Elaboração da sequência didática

1.2.1) Tema

O tema é o Princípio Fundamental da Contagem.

1.2.2) Justificativa

conhecimentos que só serão sistematizados, organizados, ampliados e aprofundados na escola (PESSOA; BORBA, 2010, p. 15).

Dada a importância do raciocínio combinatório optamos por trabalhar esse tema no Ensino Fundamental.

[...]iniciar o trabalho com Análise Combinatória no Ensino Fundamental fazendo uso da construção de diferentes agrupamentos, sem necessariamente sistematizar e/ou formalizar o estudo, pode facilitar a abordagem desse assunto no Ensino Médio. Os alunos que apresentam maiores dificuldades com relação ao tema são os que nunca tiveram contato com o conteúdo desde as séries iniciais (BATANERO, 1997; ESTEVES, 2001; ROA e NAVARRO-PELAYO, 2001 apud ALMEIDA; FERREIRA, 2009, s.p.).

Em seu trabalho Almeida e Ferreira (2009) citam a dificuldade dos professores em trabalhar a Análise Combinatória. Elas reforçam a importância de se buscar outros meios de se ensinar o conteúdo, diferentes das fórmulas e da padronização de resoluções

O lúdico, neste caso, é uma boa estratégia para o ensino e aprendizagem do conteúdo em questão, pois é uma forma prazerosa de aprender, facilitando a comunicação entre professor e aluno. Conforme Silva (2007, p.13) “o lúdico é parceiro do educador na medida em que ele é lançado como uma estratégia didática do mesmo”.

[...] o jogo assim com o material concreto pode desempenhar um importante papel no processo ensino aprendizagem, pois ambos constituem atividades atraentes para os alunos. Eles se tornam mais comunicativos e chegam a promover discussões, ajudando uns aos outros e analisando cada situação de forma cooperativa (MOREIRA; DIAS, 2010, p. 48).

Neste trabalho utilizaremos o Jogo Senha para aplicar as ideias iniciais da Análise Combinatória, expressas pelo PFC. O seu uso pode ser uma forma de auxiliar os alunos a vencerem as dificuldades sobre esse tema, inclusive nos estudos do Ensino Médio.

1.2.3) Objetivo Geral

Iniciar o estudo de Análise Combinatória, por meio do Jogo Senha, com ênfase no Princípio Fundamental da Contagem e de atividades elaboradas a partir deste jogo.

1.2.4) Público-alvo

Alunos do 9º ano do Ensino Fundamental.

2) RELATÓRIO DO LEAMAT II

2.1) Atividades desenvolvidas

No dia 24 de abril de 2018 as professoras Mylane e Ana Mary conversaram com a turma sobre a disciplina LEAMAT II, explicando sobre a sequência didática e sua importância e também sobre o calendário escolar e o prazo de entrega de cada atividade.

No dia 25 de abril de 2018 ocorreu o encontro com as professoras Lívia Azelman e Ana Paula Rangel de Andrade², orientadora de Aritmética. Elas enfatizaram a importância de um bom planejamento da sequência didática e comentaram sobre a escrita do relatório.

No dia 2 de maio de 2018, as professoras Ana Paula e Lívia conversaram com cada grupo do LEAMAT II. A professora Ana Paula revisou, com o grupo, o relatório do LEAMAT I e fez algumas considerações sobre a nossa sequência didática.

Seguindo o calendário escolar, as aulas realizadas entre os dias 8 de maio de 2018 e 13 de junho de 2018, foram destinadas a elaboração das sequências didáticas nas diversas linhas de pesquisa.

As aulas entre 20 de junho de 2018 e 22 de agosto de 2018, foram voltadas à experimentação da sequência didática na turma do LEAMAT II, em que alunos e orientadores fizeram comentários com o objetivo de aprimorar a sequência.

Por fim, as aulas de 28 de agosto de 2018 à 5 de setembro de 2018 foram reservadas à elaboração dos relatórios. A avaliação final com as orientadoras ocorreu no dia 5 de setembro de 2018.

2.2) Elaboração da sequência didática

2.2.1) Planejamento da sequência didática

A sequência didática está dividida em três partes:

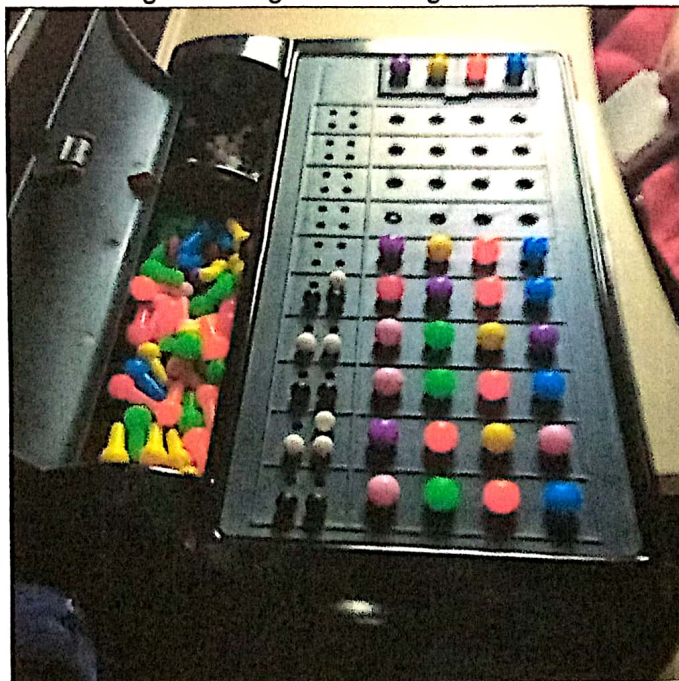
- 1- Aplicação do Jogo Senha
- 2- Atividade 1
- 3- Atividade 2

²A professora Ana Paula Rangel de Andrade assumiu a orientação do trabalho nas disciplinas LEAMAT II e LEAMAT III, substituindo a professora Poliana Figueiredo Cardoso Rodrigues.

Na primeira parte, o Jogo Senha é aplicado. A turma é dividida em grupos de dois alunos. As questões das atividades 1 e 2 foram elaboradas a partir desse jogo, por isso esse momento de familiaridade com o jogo, é tão importante.

Inicialmente pensamos em elaborar algumas questões para a sequência didática a partir do Jogo Senha original (Figura 1), porém deparamos com as posições dos pinos brancos e pretos que servem para indicar, respectivamente, se as cores estão corretas na posição errada ou corretas na posição certa. A questão é que os pinos não se referem a uma cor específica, ou seja, o jogador não saberá a que cor se referem os pinos brancos ou pretos, a não ser com a observação das tentativas anteriores.

Figura 1- Jogo Senha original



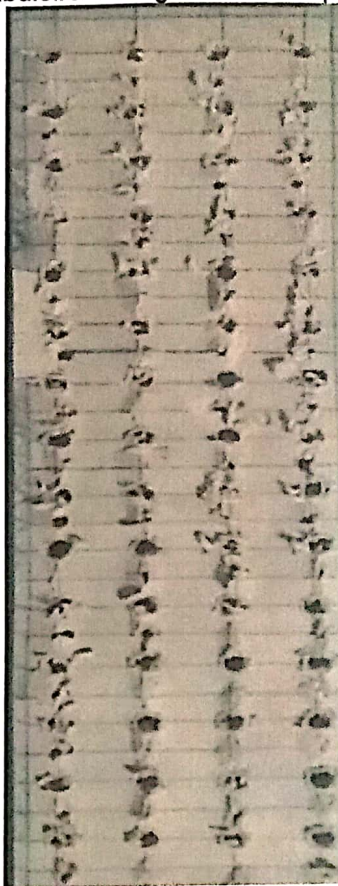
Fonte: <https://rafavac.blogspot.com/2013/12/brincando-no-aviao.html>

Por conta desse fator o grupo adaptou o jogo tornando-o mais fácil. Nessa versão, os pinos brancos e pretos se localizam abaixo das cores da senha em cada rodada. O branco indica que a cor está correta, porém na posição errada e o preto a cor e a posição estão corretas. Desta forma, o aluno não terá dúvida sobre as informações destinadas a cada cor.

Inicialmente, o grupo tentou confeccionar o jogo em um tabuleiro de madeira compensada (MDF) (Figura 2). Porém, devido ao espaço destinado às peças ter

ficado pequeno e o material ser de constituição frágil, tivemos que abandonar essa ideia.

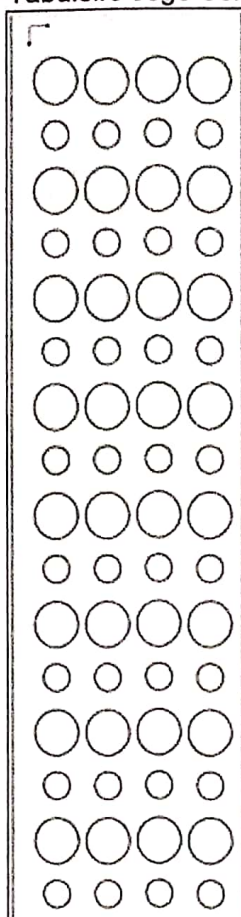
Figura 2- Tabuleiro do Jogo Senha adaptado em MDF



Fonte: Elaboração própria.

Optamos então, por utilizar papel e lápis de cor na confecção e execução do Jogo Senha (Figura 3).

Figura 3 -Tabuleiro Jogo Senha adaptado



Fonte: Elaboração própria.

Para o início do jogo, são entregues as regras, elaboradas especialmente para essa nova versão (Figura 4).

Figura 4 - Regras do Jogo Senha adaptado

REGRAS

- 1) Formar duplas e escolher quem será o desafiante e o desafiado.
- 2) O desafiante forma uma senha de quatro cores distintas. As cores são escolhidas dentre seis opções disponíveis (amarelo, azul, laranja, vermelho, verde, roxo).
- 3) O desafiado forma uma senha que acredita ser a escolhida pelo desafiador.
- 4) O desafiante fornece as seguintes informações:
 - Uma bolinha preta significa que a cor e a posição estão corretas.
Ex.: ●
 - Uma bolinha rosa significa que a cor está correta porém na posição errada.
Ex.: ●
 - Se a cor não fizer parte da senha não será colorida a bolinha abaixo da mesma.
- 5) O desafiado tem 8 tentativas para descobrir a senha.
- 6) A cada rodada, os jogadores invertem seus papéis. Se a senha não for descoberta em 8 tentativas, ganha o desafiante; Se em duas rodadas os dois jogadores acertarem a senha, vence quem descobriu em menos tentativas; Em caso de empate após duas rodadas o jogo será reiniciado.

Fonte: Elaboração própria.

O jogo tem uma duração aproximada de vinte minutos.

A Atividade 1 consta de duas questões, que serão resolvidas com os alunos. Espera-se que o aluno relacione a questão 1 (Figura 5) com possíveis situações ocorrida no jogo. A correção é feita juntamente com os alunos, ouvindo as opiniões. Pretende-se utilizar a árvore de possibilidades, explorando todas as situações possíveis e ao final, indica-se a multiplicação associada a cada parte da árvore. Por fim, é identificado o PFC.

Figura 5- Questão 1 da Atividade 1

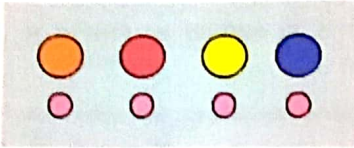
1- Suponha que você como desafiante escolheu a senha a partir de quatro cores já selecionadas. De quantas formas pode ser organizada a senha que seu oponente tentará descobrir?

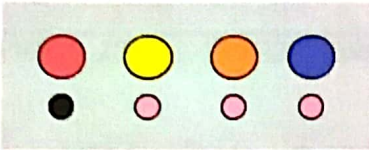
Fonte: Elaboração própria.

A questão 2 da Atividade 1 (Figura 6) tem como objetivo mostrar ao aluno que o PFC, utilizado na questão anterior não pode ser aplicado nesta questão, pois não há, neste caso, um padrão nos ramos da árvore.

Figura 6- Questão 2 da Atividade 1

2- Em cada item está representada uma situação possível de ocorrer no "Jogo Senha" Qual é o número máximo de tentativas que um jogador deverá fazer para encontrar a senha correta?

a) 

b) 

Fonte: Elaboração própria.

A Atividade 2 inicia-se com a definição do PFC (Figura 7).

Figura 7- Definição do Princípio Fundamental da Contagem

Atividade 2

Princípio Fundamental da Contagem¹

Suponha que uma sequência seja formada por k elementos $(a_1, a_2, a_3, \dots, a_k)$, em que:

- a_1 pode ser escolhido de n_1 maneiras distintas;
- a_2 pode ser escolhido de n_2 formas diferentes, a partir de cada uma das escolhas anteriores;
- a_3 pode ser escolhido de n_3 formas diferentes, a partir de cada uma das escolhas anteriores;
- ...
- a_k pode ser escolhido de n_k maneiras distintas, a partir das escolhas anteriores,

Então, o número de possibilidades para construir a sequência $(a_1, a_2, a_3, \dots, a_k)$ é:

$$n_1 \cdot n_2 \cdot n_3 \cdot \dots \cdot n_k$$

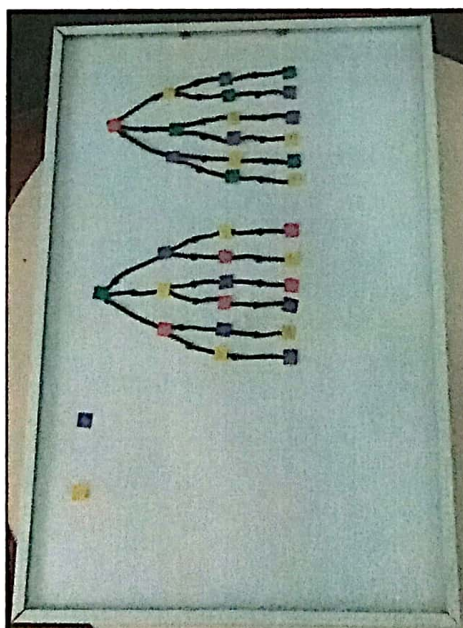
Esse resultado é conhecido como **princípio fundamental da contagem** (PFC) ou **princípio multiplicativo** e serve de base para a resolução de muitos problemas de contagem (IEZZI et al, 2016, p.228-229)

O princípio fundamental da contagem é a estrutura básica da Análise Combinatória.

Fonte:IEZZI, 2016, p. 228-229. Elaboração própria.

Nesse momento é utilizado um quadro de ímãs para facilitar a compreensão do texto (Figura 8).

Figura 8 - Quadro de ímãs

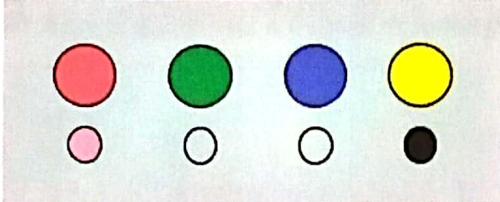


Fonte: Elaboração própria.

Após, os alunos fazem os exercícios dessa atividade (Figura 9). Espera-se que, após a explicação sobre PFC, o mesmo possa ser utilizado sem a necessidade do desenho da árvore de possibilidades.

Figura 9- Questão 1 da Atividade 2

1. Considere a situação abaixo referente a uma jogada. Determine o número máximo de tentativas que um jogador deverá fazer para encontrar a senha correta?



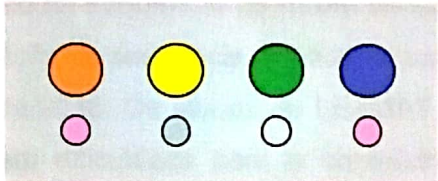
Fonte: Elaboração própria.

A questão 2(Figura 10), modifica a regra 2 do jogo com o intuito de aumentar o nível de dificuldade.

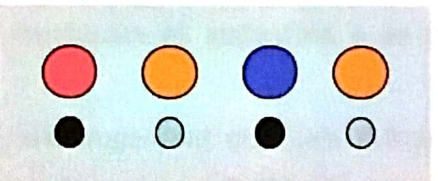
Figura 10- Questão 2 da Atividade 2

2.Modificando a regra 2 do "Jogo Senha", de: "O desafiante forma uma senha de quatro cores distintas" para "O desafiante forma uma senha de quatro cores", determine o número máximo de tentativas que um jogador terá que fazer para encontrar a senha correta.

a)



b)



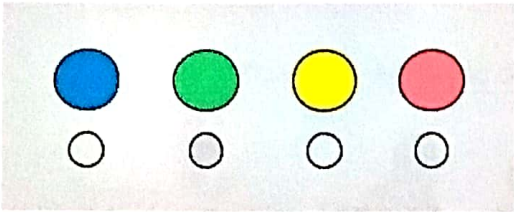
Fonte: Elaboração própria.

A questão 3 da Atividade 2 (Figura 11) tem o objetivo de mostrar situações em que a resposta do problema é um número muito elevado, o que dificulta o uso da árvore de possibilidades em toda a análise. Neste caso, o aluno deverá utilizar o PFC.

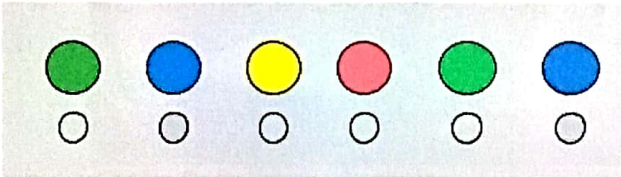
Figura 11- Questão 3 da Atividade 2

3. Considere que foram aumentadas o número de cores e de casas do "Jogo Senha". Utilize o princípio multiplicativo para determinar, nos casos abaixo, o número máximo de jogadas que um jogador deverá fazer até encontrar a senha correta.

a) 8 cores disponíveis e 4 casas. A senha possui cores distintas.



b) 12 cores disponíveis e 6 casas. A senha admite repetição de cores.



Fonte: Elaboração própria.

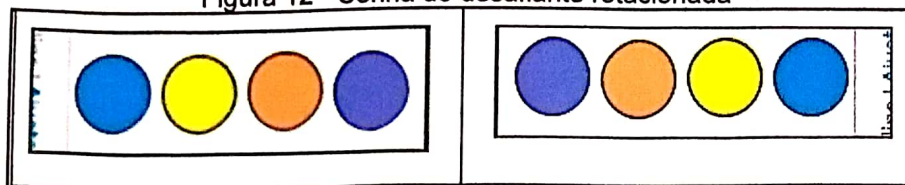
2.2.2 Aplicação da sequência na turma do LEAMAT II

A experimentação da sequência didática na turma do LEAMAT II foi realizada no dia 18 de julho de 2018. Os alunos do LEAMAT II gostaram do tema e alguns disseram que tiveram dificuldade com o conteúdo no Ensino Médio. Também elogiaram o material preparado e gostaram muito da proposta de iniciar a aula com o jogo. Segundo eles, o jogo foi o destaque da aula.

A seguir são mostradas as sugestões e as observações referentes a cada uma das partes.

Na primeira parte sugeriram que seja indicada uma direção na senha do desafiante, para que não haja confusão no caso de uma rotação de 180° no tabuleiro (Figura 12).

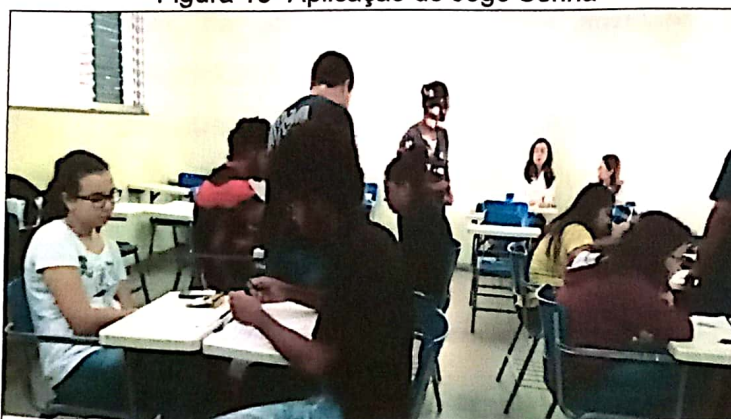
Figura 12 - Senha do desafiante rotacionada



Fonte: Elaboração própria.

Também sugeriram na primeira parte, acrescentar mais cores na senha aumentando o grau de dificuldade para o desafiado no jogo.

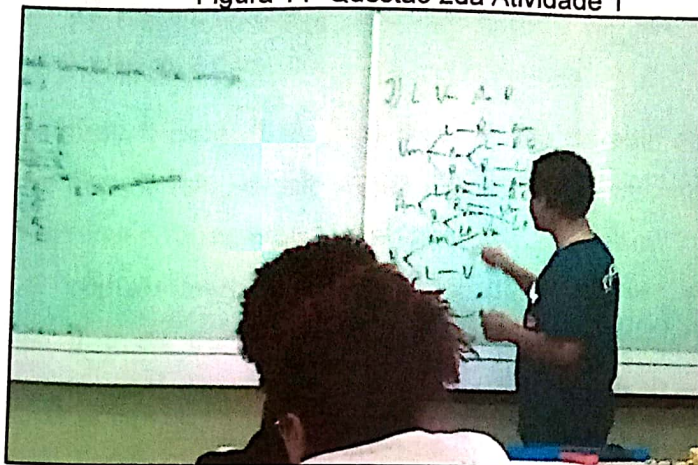
Figura 13- Aplicação do Jogo Senha



Fonte: Protocolo de pesquisa.

Na Atividade 1 não houve sugestões em relação à apostila. Os alunos da turma do LEAMAT II apenas sugeriram que o integrante do grupo que corrigiu a questão 2, tivesse mais cuidado com a construção da resposta no quadro, para não misturar os ramos das árvores e assim gerar dúvida(Figura 14).

Figura 14- Questão 2da Atividade 1



Fonte: Protocolo de Pesquisa.

Também sugeriram, na última questão desta atividade, que os alunos resolvessem sozinhos possibilitando o aparecimento de dúvidas.

Na Atividade 2, construímos com os alunos a definição do PFC, utilizando um quadro de ímãs e a questão 1 da Atividade 1 como exemplo.

Na resolução dos exercícios dessa atividade, foi pedido aos alunos que permanecessem em dupla e o uso da calculadora foi liberado.

Figura 15- Aluno explicando o PFC



Fonte: Protocolo de pesquisa.

3) RELATÓRIO DO LEAMAT III

3.1) Atividades desenvolvidas

O dia 25 de setembro de 2018, foi o primeiro dia de aula do LEAMAT III. As professoras Mylane dos Santos Barreto e Ana Paula Rangel de Andrade entregaram o calendário da disciplina e fizeram comentários sobre o mesmo.

Seguindo o planejamento do calendário, as aulas entre os dias 25 de setembro de 2018 e 9 de outubro de 2018 foram destinadas à finalização da sequência didática. Também neste período, nós licenciandos fomos em busca de escolas regulares para a aplicação da sequência didática, momento esse, de grande importância para nosso trabalho, onde conhecemos o espaço físico da escola, a estrutura, e tivemos a oportunidade de ter um breve diálogo com professores e funcionários.

As aulas entre os dias 10 de outubro de 2018 e 14 de novembro de 2018 foram destinadas à aplicação da sequência didática na turma regular. Realizamos a aplicação desta linha de pesquisa no dia 24 de outubro de 2018. Nesse período, após as aplicações, os grupos elaboraram as apresentações sobre todo o percurso do LEAMAT. As correções ocorreram de 27 de novembro de 2018 a 5 de dezembro de 2018. Paralelamente, os relatórios começaram a serem escritos.

As aulas entre os dias 11 de dezembro de 2018 a 6 de fevereiro de 2019 foram destinadas às apresentações. Este trabalho foi apresentado no dia 18 de dezembro de 2018

A correção dos relatórios ocorreu a partir do dia 6 de fevereiro de 2019 e no dia 26 de março de 2019 foi feita a avaliação final.

3.2) Elaboração da sequência didática

3.2.1) Versão final da sequência didática

Após a aplicação da sequência didática na turma do LEAMAT II, dialogamos com a nossa orientadora sobre possíveis melhorias a serem feitas.

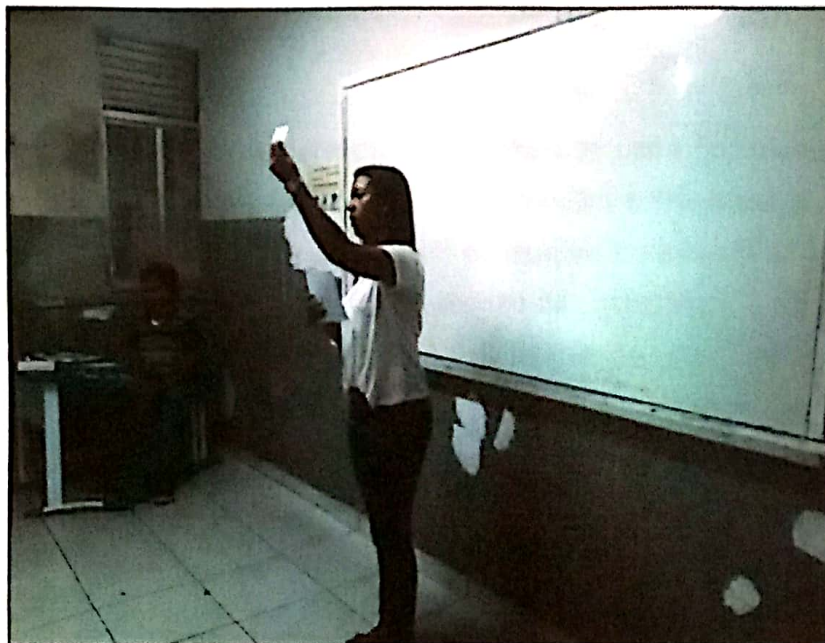
Decidimos por aumentar de seis para oito, o número de cores no jogo; e mudar o quadro de ímãs por uma explicação no quadro com o uso de legendas para as cores. Não alteramos a sequência das etapas da aula.

3.2.2) Experimentação da sequência didática na turma regular

A aplicação da sequência didática ocorreu no dia 24 de outubro de 2018, numa escola pública municipal de Campos dos Goytacazes. Participaram do encontro, 13 alunos do 9º ano do Ensino Fundamental e o tempo utilizado para foi de 2h.

Iniciamos a aula nos apresentando e apresentando a orientadora. Pedimos que os alunos sentassem em duplas, entregamos os materiais e as regras do jogo e um dos licenciandos começou a explicá-las (Figura 16).

Figura 16-Licenciando explicando as regras do Jogo Senha adaptado



Fonte: Protocolo de pesquisa.

Após apresentarmos as regras, os alunos começaram a jogar. Percebemos uma apatia dos alunos durante os momentos iniciais do jogo que foi amenizada no decorrer do tempo. O jogo durou cerca de 30 minutos.

Figura 17- Alunos jogando o Jogo Senha



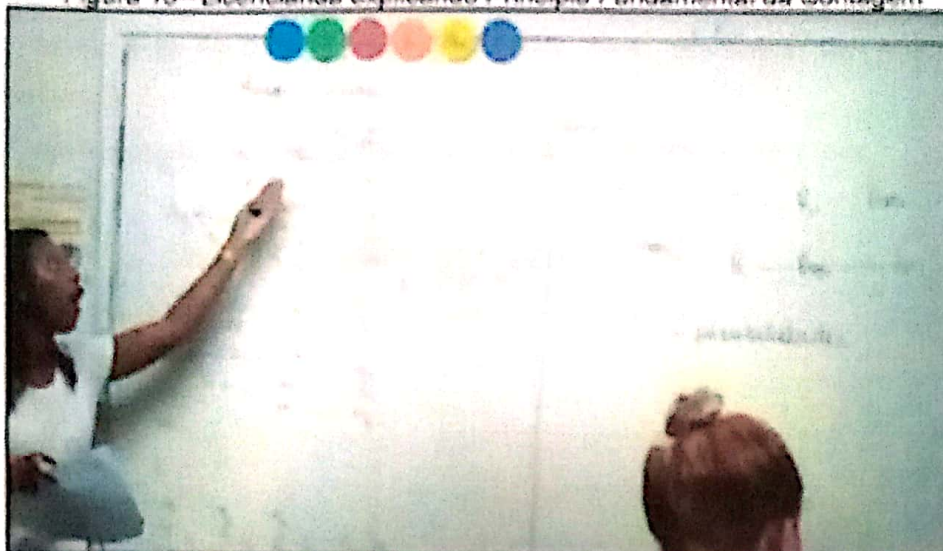
Fonte: Protocolo de pesquisa.

Após o momento do jogo, recolhemos o lápis de cor e pedimos para que os alunos sentassem de frente para o quadro. Em seguida entregamos a Atividade 1. Todos os exercícios foram feitos juntos com os alunos, explorando as situações do jogo para que houvesse uma melhor compreensão das questões.

Percebemos que, a animação e a motivação da turma diminuíram consideravelmente quando passamos do jogo para Atividade 1. A mudança do lúdico para uma aula considerada tradicional ainda é um desafio a ser enfrentado.

Posteriormente entregamos a Atividade 2 com a definição do tema proposto, o Princípio Fundamental da Contagem. A explicação do conteúdo foi feita por meio do primeiro exercício da Atividade 1 (Figura 18).

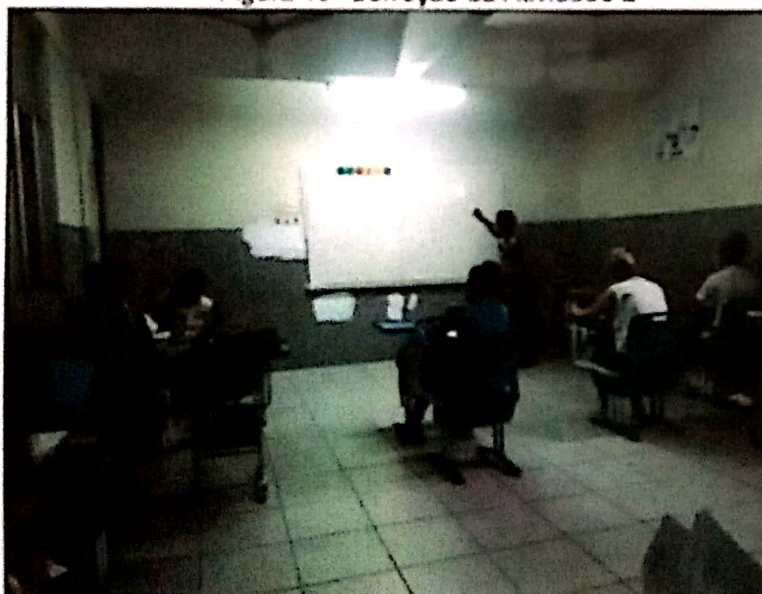
Figura 18- Licencianda explicando Princípio Fundamental da Contagem



Fonte: Protocolo de pesquisa.

Os alunos tiveram um pouco de dúvida nesta parte, já que a linguagem utilizada na definição do PFC é mais formal. Em seguida, entregamos os exercícios da Atividade 2 e as dúvidas foram sanadas individualmente. Após um determinado tempo, corrigimos as questões no quadro (Figura 19) sempre dialogando com os alunos que se mostraram muito apáticos. Devido à dificuldade da turma, decidimos que não faríamos a questão 3 da atividade 2.

Figura 19- Correção da Atividade 2

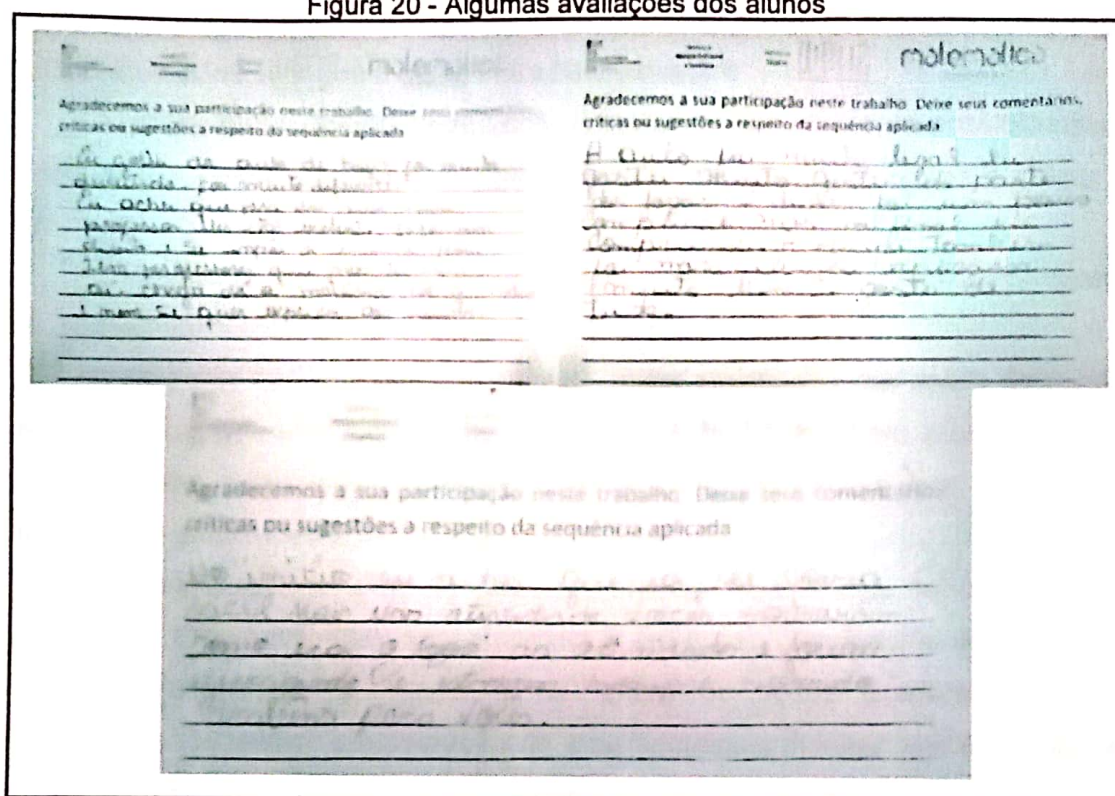


Fonte: Protocolo de pesquisa.

Apesar da dificuldade da turma conseguimos abordar o conteúdo mas, para um melhor rendimento da turma, percebemos que seria necessário um número maior de encontros.

Abaixo encontram-se algumas avaliações dos alunos sobre a aula.

Figura 20 - Algumas avaliações dos alunos



Fonte: Protocolo de pesquisa.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A sequência didática provavelmente gerou um impacto positivo na vida do aluno, pois o conteúdo tratado na aplicação, poderá servir como um facilitador na compreensão da Análise Combinatória no Ensino Médio. Além disso, permitiu ao aluno iniciar o estudo sobre o PFC de forma lúdica.

Um ponto a ser pensado é: Como fazer a transição entre o momento do jogo e o das atividades sem que o aluno fique desmotivado?

Para atividades futuras sugerimos: explorar mais a árvore de possibilidades, trabalhar com outras situações no jogo, inclusive com a troca de regras e utilizar o jogo digital.

O objetivo foi parcialmente alcançado, pois devido às características da turma não conseguimos elucidar completamente o conteúdo.

O presente trabalho teve um impacto muito significativo na nossa formação docente. Tínhamos uma concepção que a profissão docente era muito solitária, entretanto com a disciplina LEAMAT, tivemos uma perspectiva que, é possível trabalhar em grupo apesar de todas as dificuldades.

Essa aplicação foi uma de nossas primeiras experiências na condição de professores. Progredimos em nossa postura e em nosso comportamento perante a turma e melhoramos na escrita e na leitura de textos acadêmicos. Hoje, compreendemos melhor a elaboração de uma sequência didática, em especial, na linha de pesquisa em Aritmética, utilizando o jogo como ferramenta.

Referências

ALMEIDA: A. L. de; FERREIRA, A. C.. Aprendendo análise combinatória através da resolução de problemas : um estudo com classes de 9º ano do Ensino Fundamental e 2º ano do Ensino Médio. *In*: ENCONTRO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA DE OURO PRETO, 4., 2009, Ouro Preto. **Anais [...]**, Ouro Preto: UFOP, 2009. p.1-20. Disponível em:
http://www2.rc.unesp.br/eventos/matematica/ebrapem2008/upload/261-1-A-gt11_almeida_e_ferreira_ta.pdf. Acesso em: 09 mar. 2019.[]

IEZZI et al, G. **Matemática: ciência e aplicações**.9.ed. São Paulo: Saraiva, 2016.

MOREIRA, D. da S. C.; DIAS, V. M.. **A Importância dos Jogos e dos Materiais Concretos na Resolução de Problemas de Contagem no Ensino Fundamental**. 2010. Disponível em: http://fape2.edu.br/mono_1.pdf. Acesso em: 05 fev. 2018.

PESSOA, C. A. dos S.; BORBA, R. E. de S. R. O Desenvolvimento do Raciocínio Combinatório na Escolarização Básica. **Em Teia**, Pernambuco, v.1, n.1.p.1-22, 2010. Disponível em:
<https://periodicos.ufpe.br/revistas/emteia/article/viewFile/2182/1753>. Acesso em: 13 dez. 2017.

SANT'ANA, N. A. S. Pensamento Aritmético e sua importância para o Ensino da Matemática. *In*: ENCONTRO MINEIRO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 7., 2015, São João del-Rei. **Anais [...]**. São João Del-Rei: UFSJ, 2015. Disponível em:
<https://goo.gl/GochK5> . Acesso em: 24 jan. 2018.

SILVA, F. M. da. **O lúdico como agente facilitador do processo Ensino-Aprendizagem no Ensino Fundamental**.2007. Disponível em:
http://www.avm.edu.br/docpdf/monografias_publicadas/posdistancia/34545.pdf. Acesso em: 08 fev. 2019.

Campos dos Goytacazes (RJ), 3 de maio de 2019.

Joel Costa Martins
Joel Costa Martins

Larissa Rosario Monteiro
Larissa Rosario Monteiro

APÊNDICES

Apêndice A: Material didático aplicado na turma do LEAMAT II



Diretoria de Ensino Superior

Licenciatura em Matemática

Disciplina: Laboratório de Ensino e Aprendizagem de Matemática II

Linha de Pesquisa: Aritmética

Licenciandos: Joel Costa Martins e Larissa Rosario Monteiro

Orientadoras: Prof^ª. Me. Ana Paula Rangel de Andrade e Prof^ª. Me. Poliana

Figueiredo Cardoso Rodrigues

Nome: _____ Data: ___ / ___ / ___

O princípio fundamental da contagem por meio do "Jogo Senha"

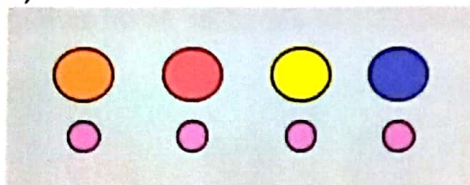
Atividade 1

Considere nas questões abaixo que a senha possui cores distintas.

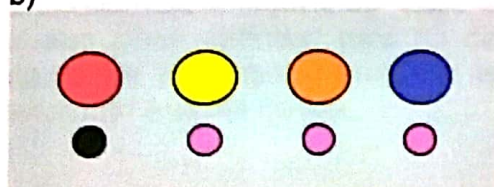
1. Suponha que você como desafiante escolheu a senha a partir de quatro cores já selecionadas. De quantas formas pode ser organizada a senha que seu oponente tentará descobrir?

2. Em cada item está representada uma situação possível de ocorrer no "Jogo Senha". Qual é o número máximo de tentativas que um jogador deverá fazer para encontrar a senha correta?

a)



b)



Atividade 2

Princípio Fundamental da Contagem

Suponha que uma sequência seja formada por k elementos $(a_1, a_2, a_3, \dots, a_k)$, em que:

- a_1 pode ser escolhido de n_1 maneiras distintas;
- a_2 pode ser escolhido de n_2 formas diferentes, a partir de cada uma das escolhas anteriores;
- a_3 pode ser escolhido de n_3 formas diferentes, a partir de cada uma das escolhas anteriores;

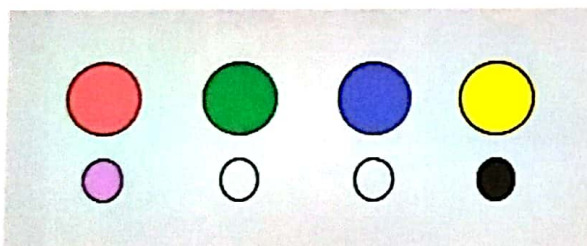
- a_k pode ser escolhido de n_k maneiras distintas, a partir das escolhas anteriores;

Então, o número de possibilidades para construir a sequência $(a_1, a_2, a_3, \dots, a_k)$ é:
 $n_1 n_2 n_3 \dots n_k$.

Esse resultado é conhecido como **princípio fundamental da contagem (PFC)** ou **princípio multiplicativo** e serve de base para a resolução de muitos problemas de contagem (IEZZI et al, 2016, p.228-229).

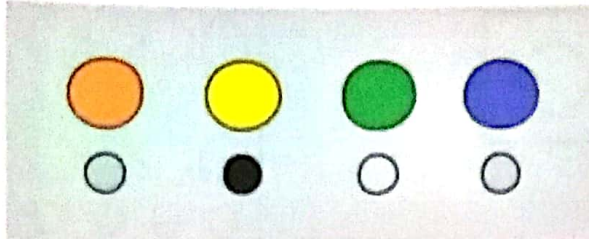
O princípio fundamental da contagem é a estrutura básica da Análise Combinatória.

1. Considere a situação abaixo referente a uma jogada. Determine o número máximo de tentativas que um jogador deverá fazer para encontrar a senha correta, sabendo que as cores utilizadas são distintas.

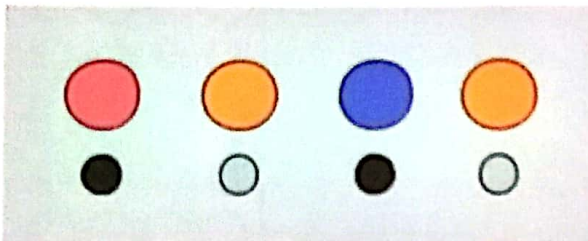


2. Modificando a regra 2 do "Jogo Senha", de: "O desafiante forma uma senha de quatro cores distintas" para "O desafiante forma uma senha de quatro cores", determine o número máximo de tentativas que um jogador terá que fazer para encontrar a senha correta.

a)

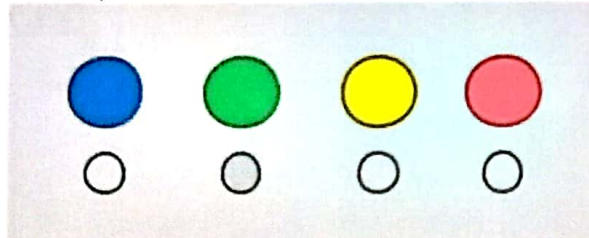


b)

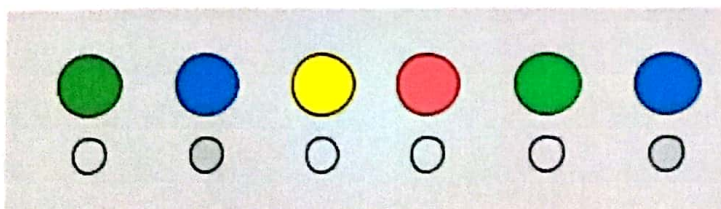


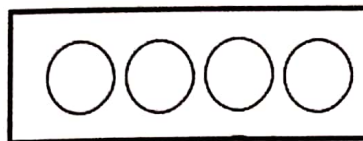
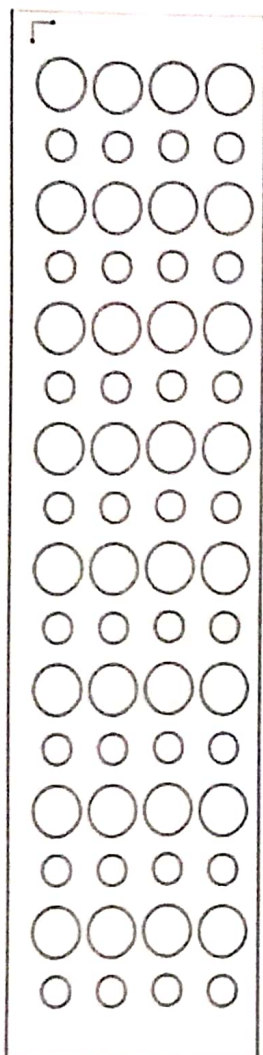
3. Considere que foram aumentadas o número de cores e de casas do "Jogo Senha". Utilize o princípio multiplicativo para determinar, nos casos abaixo, o número máximo de jogadas que um jogador deverá fazer até encontrar a senha correta.

a. 8 cores disponíveis e 4 casas. A senha possui cores distintas.



b. 12 cores disponíveis e 6 casas. A senha admite repetição de cores.





Apêndice B: Material didático experimentado na turma regular



Secretaria de
Educação Profissional
e Tecnológica



matemática
LICENCIATURA

Diretoria de Ensino Superior

Licenciatura em Matemática

Disciplina: Laboratório de Ensino e Aprendizagem de Matemática II

Linha de Pesquisa: Aritmética

Licenciandos: Joel Costa Martins e Larissa Rosario Monteiro

Orientadoras: Prof^ª. Me. Ana Paula Rangel de Andrade e Prof^ª. Me. Poliana

Figueiredo Cardoso Rodrigues

Nome: _____ Data: ___ / ___ / ___

O princípio fundamental da contagem por meio do “Jogo Senha”

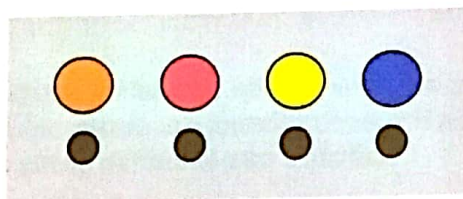
Atividade 1

Considere nas questões abaixo que a senha possui cores distintas.

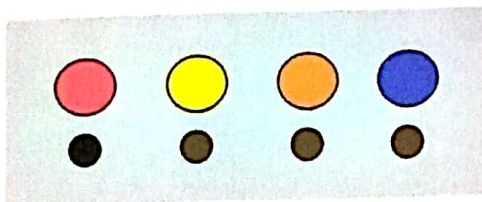
1. Suponha que você como desafiante escolheu a senha a partir de quatro cores já selecionadas. De quantas formas pode ser organizada a senha que seu oponente tentará descobrir?

2. Em cada item está representada uma situação possível de ocorrer no “Jogo Senha”. Qual é o número máximo de tentativas que um jogador deverá fazer para encontrar a senha correta?

a)



b)



Atividade 2

Princípio Fundamental da Contagem³

Suponha que uma sequência seja formada por k elementos $(a_1, a_2, a_3, \dots, a_k)$, em que:

- a_1 pode ser escolhido de n_1 maneiras distintas;
- a_2 pode ser escolhido de n_2 formas diferentes, a partir de cada uma das escolhas anteriores;
- a_3 pode ser escolhido de n_3 formas diferentes, a partir de cada uma das escolhas anteriores;
- •
•
- a_k pode ser escolhido de n_k maneiras distintas, a partir das escolhas anteriores;

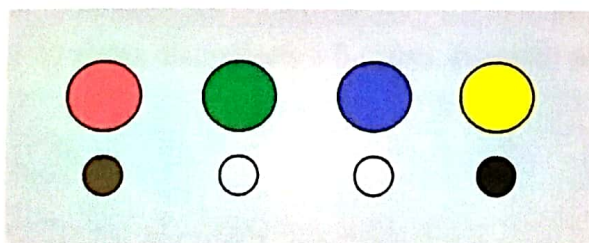
Então, o número de possibilidades para construir a sequência $(a_1, a_2, a_3, \dots, a_k)$ é: $n_1 \cdot n_2 \cdot n_3 \cdot \dots \cdot n_k$.

Esse resultado é conhecido como **princípio fundamental da contagem** (PFC) ou **princípio multiplicativo** e serve de base para a resolução de muitos problemas de contagem (IEZZI et al, 2016, p.228-229).

O princípio fundamental da contagem é a estrutura básica da Análise Combinatória.

Resolva as questões 1 e 2 utilizando o diagrama da árvore de possibilidades e considerando seis cores disponíveis: vermelho, verde, azul, amarelo, laranja e roxo.

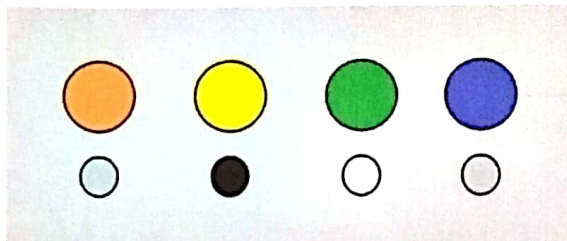
1. Considere a situação abaixo referente a uma jogada. Determine o número máximo de tentativas que um jogador deverá fazer para encontrar a senha correta, sabendo que as cores utilizadas são distintas.



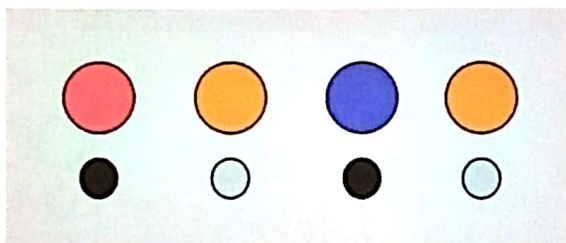
³IEZZI et al, Gelson, **Matemática: ciência e aplicações**.9.ed. São Paulo: Saraiva, 2016.

2. Modificando a regra 2 do "Jogo Senha", de: "O desafiante forma uma senha de quatro cores distintas" para "O desafiante forma uma senha de quatro cores", determine o número máximo de tentativas que um jogador terá que fazer para encontrar a senha correta.

a)

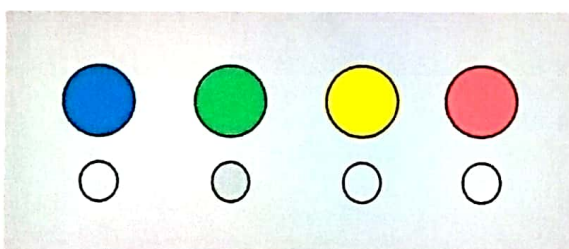


b)

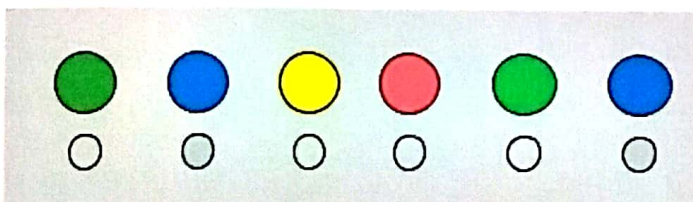


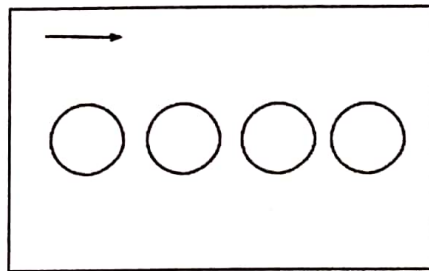
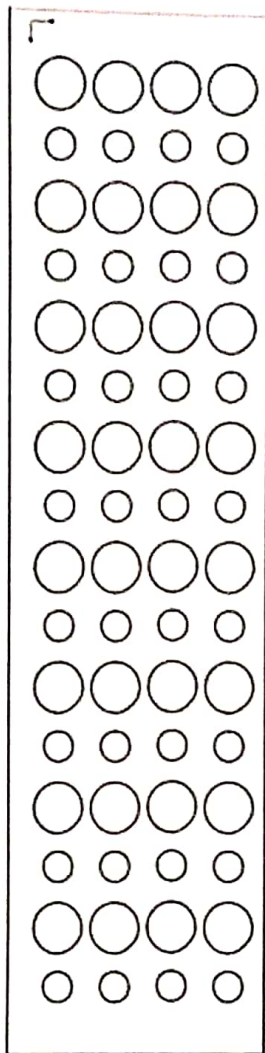
3. Considere que foram aumentadas o número de cores e de casas do "Jogo Senha". Utilize o princípio multiplicativo para determinar, nos casos abaixo, o número máximo de jogadas que um jogador deverá fazer até encontrar a senha correta.

a) 8 cores disponíveis e 4 casas. A senha possui cores distintas.



b) 12 cores disponíveis e 6 casas. A senha admite repetição de cores.





REGRAS

1) Formar duplas e escolher quem será o **desafiante** e o **desafiado**.

2) O **desafiante** forma uma senha de quatro cores distintas.

As cores são escolhidas dentre oito opções disponíveis (amarelo, azul claro, azul escuro, laranja, vermelho, verde claro, verde escuro, roxo).

3) O **desafiado** forma uma senha que acredita ser a escolhida pelo **desafiante**.

4) O **desafiante** fornece as seguintes informações:

- Uma bolinha preta significa que a cor e a posição estão corretas.



Ex.: ●

- Uma bolinha marrom significa que a cor está correta porém na posição errada.



Ex.: ●

Se a cor não fizer parte da senha não será colorida a bolinha abaixo da mesma.

5) O **desafiado** tem 8 tentativas para descobrir a senha.

6) A cada rodada, os jogadores invertem seus papéis.

Se a senha não for descoberta em 8 tentativas, ganha o **desafiante**;

Se em duas rodadas os dois jogadores acertarem a senha, vence quem descobriu em menos tentativas;

Em caso de empate após duas rodadas o jogo será reiniciado.