



**CEFET
CAMPOS**

**CENTRO FEDERAL DE EDUCAÇÃO TECNOLÓGICA DE CAMPOS
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA**

RELATÓRIO LEAMAT III

**UTILIZANDO AS CONSTRUÇÕES GEOMÉTRICAS PARA ESTUDAR
A BISSETRIZ DE UM ÂNGULO**

ENSINO E APRENDIZAGEM DE CONSTRUÇÕES GEOMÉTRICAS

**DIEGO DE LIMA SANTANA
ÉRICA BARRETO PINTO
JOSELANE DE OLIVEIRA GOMES**

**CAMPOS DOS GOYTACAZES / RJ
2008.2**

*Aprovado
W
14/05/2009*

DIEGO DE LIMA SANTANA
ÉRICA BARRETO PINTO
JOSELANE DE OLIVEIRA GOMES

RELATÓRIO LEAMAT III

UTILIZANDO AS CONSTRUÇÕES GEOMÉTRICAS PARA ESTUDAR
A BISSETRIZ DE UM ÂNGULO

ENSINO E APRENDIZAGEM DE CONSTRUÇÕES GEOMÉTRICAS

Trabalho apresentado ao Centro Federal de Educação Tecnológica de Campos como requisito parcial para conclusão da disciplina Laboratório de Ensino e Aprendizagem em Matemática III do Curso de Licenciatura em Matemática.

Orientadora: Prof.^a Mônica Souto da Silva Dias.

CAMPOS DOS GOYTACAZES / RJ
2008.2

1) Justificativa

Os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática para o terceiro e quarto ciclos trazem a seguinte orientação:

“O trabalho com espaço e forma pressupõe que o professor de Matemática explore situações em que sejam necessárias algumas construções geométricas com régua e compasso, como visualização e aplicação de propriedades das figuras, além da construção de outras relações”. (PCN, p.51, 1998)

“... neste ciclo, as atividades geométricas centram-se em procedimentos de observação, representações e construções de figuras, bem como o manuseio de instrumentos de medidas que permitam aos alunos fazer conjecturas sobre algumas propriedades dessas figuras.... Outro aspecto que merece atenção neste ciclo é o ensino de procedimentos de construção com régua e compasso e o uso de outros instrumentos, como esquadro, transferidor, estabelecendo-se a relação entre tais procedimentos e as propriedades geométricas que neles estão presentes”.
(PCN, p.68, 1998, grifo nosso)

Este trabalho insere-se nesta perspectiva ao propor uma abordagem para o estudo de bissetriz de um ângulo que utilize as construções geométricas.

Certos conceitos são de difícil assimilação quando tratados sem construções, como por exemplo, o conceito de bissetriz.

Bissetriz é o lugar geométrico dos pontos equidistantes dos lados de um ângulo. Segundo a definição de GIOVANNI(1998), bissetriz de um ângulo é a semi-reta de origem no vértice do ângulo que determina com seus lados, dois ângulos adjacentes congruentes. Tais definições possibilitam construções importantes como, por exemplo, a determinação do incentro¹, e de dois ângulos congruentes adjacentes, a partir de qualquer ângulo dado.

A partir destas constatações decidiu-se abordar estes conteúdos com o auxílio das construções geométricas, mais especificamente, com o auxílio de dobraduras e com instrumental de desenho.

¹ Centro da circunferência inscrita em um triângulo qualquer e encontro das bissetrizes de três ângulos internos de um triângulo.

2) Metodologia e Atividades desenvolvidas

Ao longo das aulas de Laboratório de Ensino e Aprendizagem em Matemática I (LEAMAT I) foi analisado o texto "Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática para o Terceiro e Quarto Ciclos do Ensino Fundamental e o Ensino das Construções Geométricas entre Outras Considerações", segundo o qual, a partir de 1971, com a lei 5692(LDB - Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional), as construções geométricas se tornaram optativas, sendo abandonada na maioria das instituições. A partir dos PCN em 1998, houve a retomada das construções no ambiente escolar de forma mais substantiva.

Executou-se uma atividade em que foram usados instrumentais de desenho e também softwares de construção geométrica como o Cabri-Géomètre II e o Régua e Compasso, para mostrar que o uso de software e instrumentos manuais (esquadros e compasso) se complementam.

Além disso, diversos livros didáticos foram analisados a procura de construções geométricas nos mesmos e constatou-se o quase abandono das construções pelos autores de livros didáticos.

No primeiro semestre de 2008 iniciou-se o Laboratório de Ensino e Aprendizagem em Matemática II (LEAMAT II), no qual se desenvolveu a atividade (anexo A) dentro da linha de pesquisa Construções Geométricas, que foi aplicada ao grupo do LEAMAT II, para verificação e aprimoramento da mesma, a ser aplicada posteriormente em uma turma de Ensino Fundamental.

Para aplicar a atividade foi necessário o uso de instrumental de desenho (régua, compasso e transferidor), além de recortes de papel que foram utilizados para fazer as dobraduras.

A partir dos resultados e sugestões dos alunos e dos professores que acompanharam e participaram da aplicação da atividade, foram modificadas algumas questões nas quais o enunciado não estava muito claro, adicionou-se campos para as respostas, além de mudanças nos procedimentos desempenhados pelo grupo para um melhor andamento da atividade.

3) Objetivos

A atividade elaborada deve: permitir uma construção significativa pelos alunos do conceito de bissetriz, com o auxílio de construções com esquadro, compasso e transferidor; resgatar e enaltecer as construções geométricas, que há muito estão relegadas ao esquecimento.

4) Relato da aplicação da atividade

Aplicou-se a atividade elaborada durante o LEAMAT I e II em uma escola pública estadual do município de Campos dos Goytacazes, em uma turma de 6ª série (7º ano) do Ensino Fundamental, no dia sete de outubro de 2008, previsto para 100 minutos (duas horas-aula).

Antes de começar a aula, a professora da turma, na qual o trabalho foi aplicado, informou que os alunos já haviam estudado reta, semi-reta e segmento de reta.

Iniciou-se o encontro perguntando à turma onde havia exemplos de reta na sala de aula, e eles responderam: lápis, a linha da moldura do quadro, encontro de duas paredes, a borda da mesa, o contorno da porta, entre outros (foto 1).

Os alunos falaram que “semi-reta é uma reta que tem começo e não tem fim” e também que “é uma parte da reta que tem começo e não tem fim”.

Fez-se então analogia com os lados (esquerdo e direito) do nosso corpo para conceituar semi-reta como duas partes de uma reta com a mesma origem e direção e sentidos contrários.

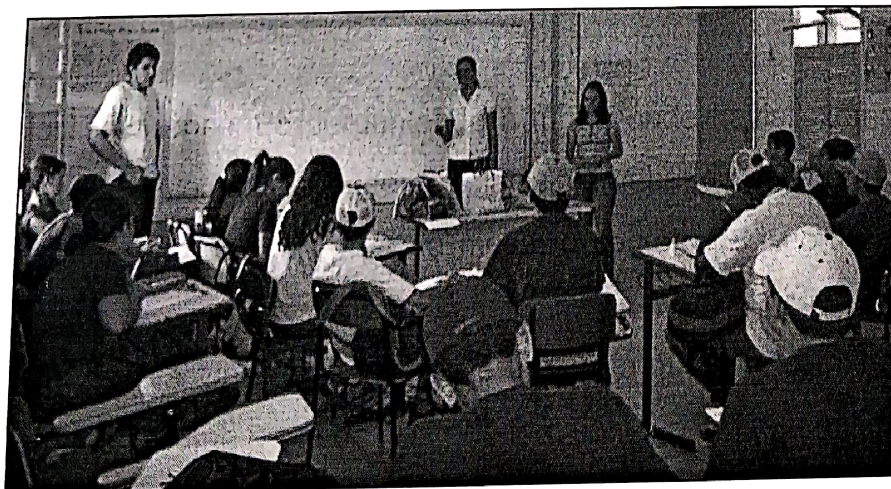


Foto 1 – Levantamento dos conhecimentos prévios da turma.

Quando perguntados se conheciam ângulos, eles mencionaram apenas ângulos retos tais como: cantos das paredes e do teto, a quina da mesa. Percebeu-se que os alunos conheciam apenas ângulos retos.

Mostrou-se uma folha dobrada e foi indicado o ângulo formado pela dobra, mostrando as bordas da folha (fotos 2 e 3). Foi citado o ângulo formado pelas páginas de um livro.

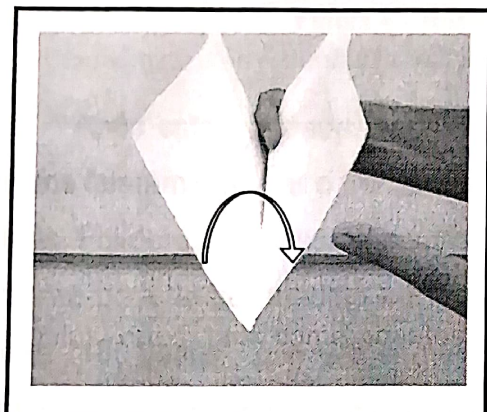


Foto 2 – ângulo menor que 90°

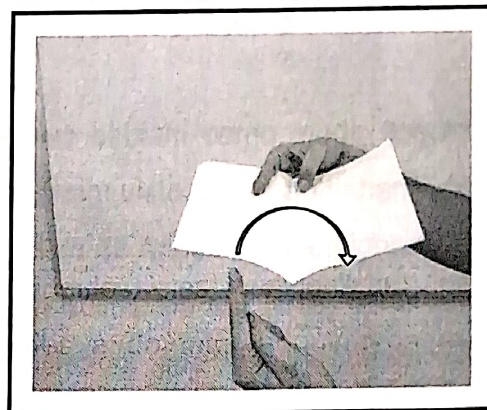
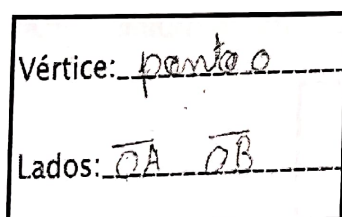
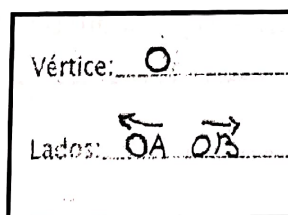


Foto 3 – ângulo maior que 90°

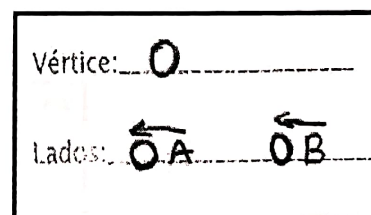
Em seguida os elementos dos ângulos foram nomeados, e quando os alunos foram solicitados para identificar o vértice e os lados de um ângulo dado, foi observado que alguns deles nomearam o lado do ângulo como segmentos de reta (figura 1). Outros usaram a seta em sentidos contrários em lados diferentes (figuras 2 e 3) como se as setas orientassem o sentido em que a semi-reta é determinada em relação ao vértice.



(Figura 1)



(Figura 2)



(Figura 3)

Ao serem perguntados o que era o vértice, alguns alunos disseram que era “o bico do ângulo” ou “a ponta do ângulo”.

Também foi definido o exterior e o interior do ângulo, fazendo analogia com estar “dentro” ou “fora” da região do plano limitada pelos lados do ângulo (figura 4).

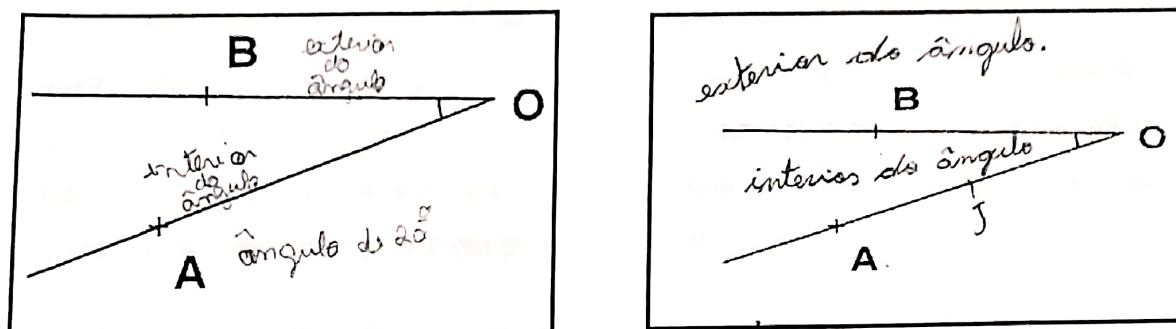


Figura 4 – Respostas de alunos para a questão 2

Após esta atividade, perguntou-se se eles sabiam como medir ângulo, e alguns falaram em usar o transferidor, pois já tinham visto, mas não tinham usado ainda. Foi perguntado qual é a unidade de medida de ângulo, e questionado se o mesmo poderia ser medido em metros, ou em quilos, ou em litros, e um aluno disse “180 graus”, que era a medida do transferidor que eles já tinham visto. Outros poucos responderam “1 grau” e os demais nada responderam.

Perguntou-se se eles sabiam a notação de grau e alguns responderam que “é uma bolinha”, e então foi colocada no quadro a resposta. Na questão “qual a unidade de medida do ângulo?” percebeu-se que alguns confundiam com a notação de número ordinal, e então foi enfatizada a diferença exibindo exemplos com o mesmo número em situações diferentes, por exemplo, 30° (trinta graus) e 30° . (trigésimo).

Neste momento foi apresentado o transferidor que eles usariam na atividade. Explicou-se que era graduado de um em um grau, e que o transferidor que se usaria no quadro era graduado de dez em dez graus. Foi mostrado como fazer a leitura do ângulo usando o mesmo (foto 4).

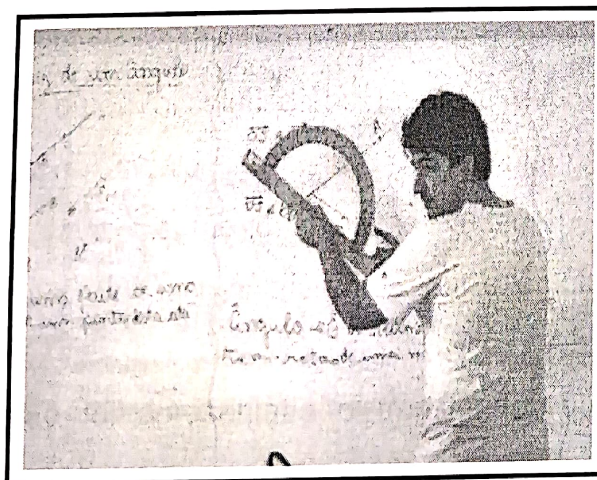


Foto 4 – Professor em formação explicando como usar o transferidor para medir ângulos

Na questão 4, que pedia aos alunos para medirem ângulos dados com o auxílio do transferidor, alguns estavam medindo a partir da marcação correspondente a 180° , e não do 0° , e deste modo a medida resultante era o suplemento dos ângulos a serem medidos. Ainda na questão 4, alguns alunos responderam sem usar o símbolo de grau (figura5).

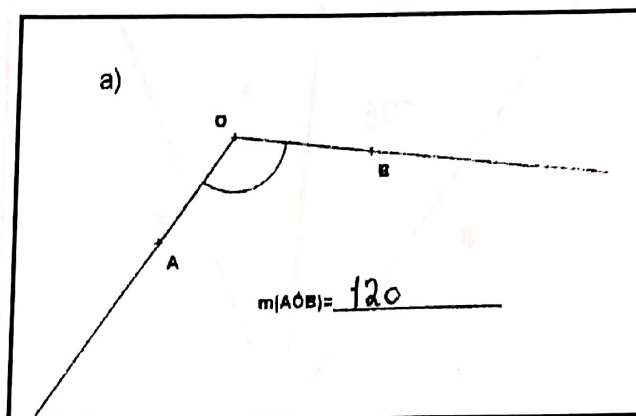


Figura 5 – Resposta de um aluno, na qual foi omitida a notação de grau

Figura 6 – Resposta de um aluno na questão 6

Desfeito o equívoco, distribuiu-se setores circulares confeccionados em cartolina e foi pedido para que os alunos dobrassem ao meio, unindo os lados do ângulo. Feita a dobra, eles marcaram com caneta a linha formada pela dobra e nomeou-se tal linha como sendo a bissetriz do ângulo (foto 5), e a definiu-se como “a semi-reta que divide um ângulo em dois ângulos iguais”.

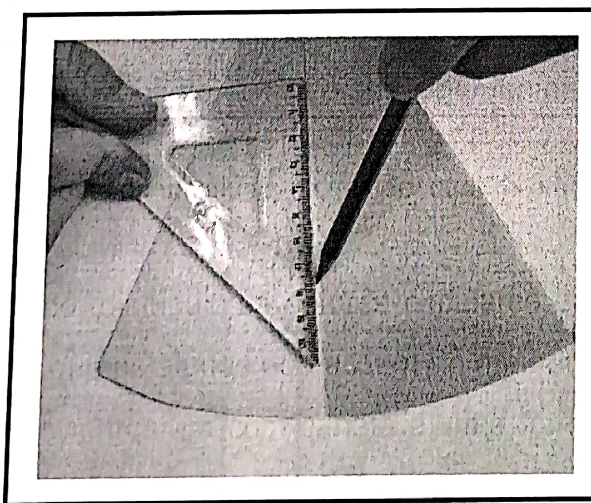


Foto 5 – aluno marcando a bissetriz na dobradura feita

Foi pedido para os alunos traçarem a bissetriz de ângulos dados usando o transferidor (questão 6). Esta tarefa foi resolvida sem dificuldades e alguns alunos se anteciparam e usaram o compasso para resolvê-la (figura 6)

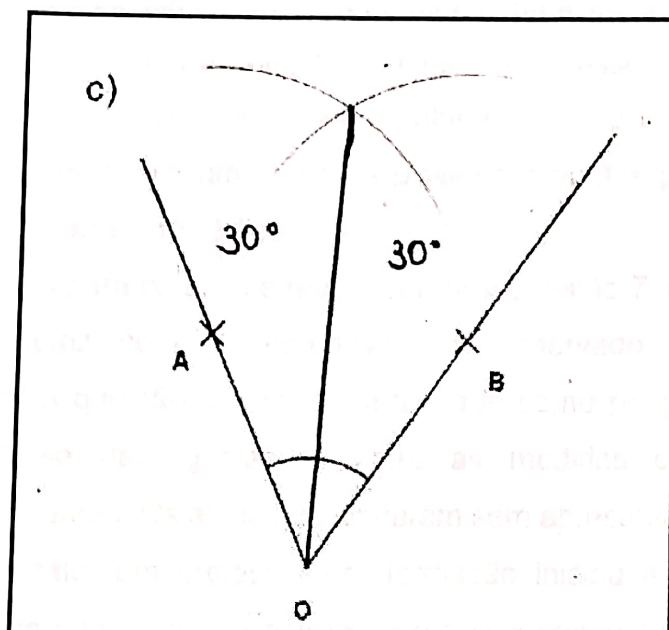


Figura 6 – Resposta de um aluno na questão 6

Retomando ao setor circular distribuído anteriormente, solicitou-se que eles fizessem outras dobraduras a partir da primeira dobra (foto 6). Então eles também marcaram as linhas determinadas pela última dobra, e com o auxílio de régua foram medidos os segmentos representados pelas linhas das dobras e solicitou-se que eles comparassem as medidas obtidas (foto 7). Os alunos observaram que os segmentos que uniam um mesmo ponto da bissetriz a pontos dos lados do ângulo, eqüidistantes do vértice eram congruentes.

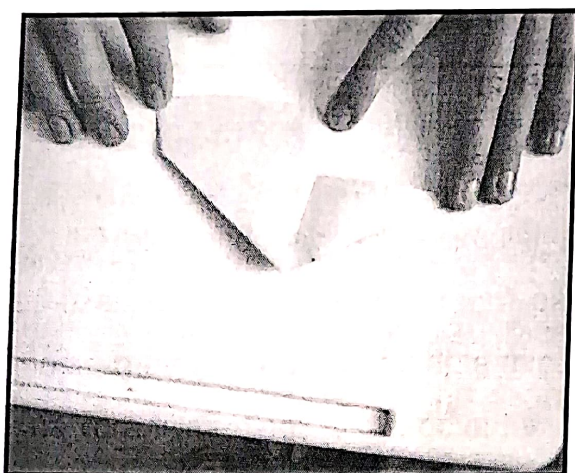


Foto 6 – aluno fazendo outras dobras

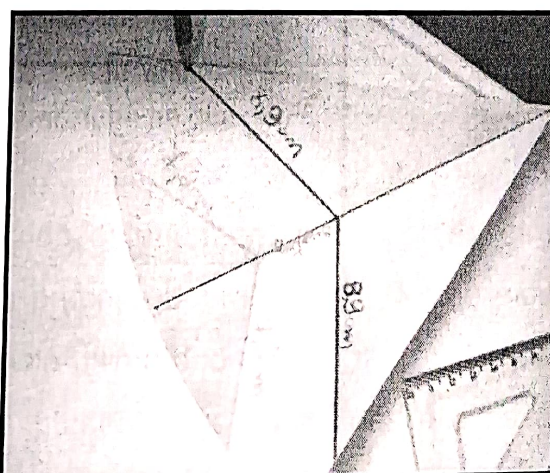


Foto 7 – medição dos segmentos congruentes

Foi apresentado o compasso como instrumento de transporte de medidas, e foi explicado que uma de suas funções é transferir e comparar as medidas, e o mesmo seria usado para construir as bissetrizes de ângulos em outras questões. Utilizou-se o setor circular distribuído anteriormente para fazer as dobraduras, pediu-se que, com o auxílio do compasso, eles comparassem a medida dos segmentos determinados pelas dobraduras. Os alunos perceberam a congruência entre os segmentos que unem um ponto da bissetriz a pontos pertencentes ao lado do ângulo eqüidistantes do vértice.

Pediu-se então para os alunos responderem a questão 7, que solicitava a construção da bissetriz com o compasso. Foi observado que eles não conseguiam resolver a questão, então foi perguntado como poderia se traçar a bissetriz, lembrando-se das igualdades entre as medidas dos segmentos observadas nas dobraduras. Os alunos continuaram sem apresentar respostas.

Diante deste fato, um professor em formação iniciou a construção da bissetriz, indicando os passos das construções e relacionando-os às conclusões obtidas na tarefa das dobraduras. Porém o fator tempo impediu que alguns terminassem de responder a última questão.

5) Conclusão

A aula fora prevista com duração de 1 hora e 40 minutos, correspondendo a 2 tempos de aula, no entanto foi disponibilizado menos tempo do que o planejado para a aplicação da atividade, cerca de 25 minutos a menos, devido à fatos administrativos da escola na qual a atividade fora aplicada.

Os alunos não conheciam o compasso, então foi necessário instruí-los individualmente quanto a sua função de construir circunferências bem como de transportar e comparar medidas.

Observou-se que os alunos não relacionaram a atividade de dobradura com o processo para construção da bissetriz. Uma possível explicação para este fato foi o tempo escasso, acredita-se que é necessário um tempo maior para que o aluno possa construir esta relação.

As construções geométricas ajudaram na construção do conceito de bissetriz, e as medições feitas nas dobraduras proporcionaram aos alunos um maior convencimento de uma propriedade dos pontos da bissetriz de um ângulo.

Os alunos foram participativos e se mostraram interessados. Não obstante cabe ressaltar que a falta de maturidade nas notações foi observada nas atividades de grande parte dos alunos, como por exemplo, as notações de semi-reta e de grau.

A utilização de dobraduras associada ao uso do compasso e do transferidor se mostrou muito positiva, contribuindo bastante para motivar os alunos, e poderão ser utilizadas novamente em outras atividades no futuro que envolvam construções geométricas, como por exemplo, determinar o incentro de um triângulo.

A aplicação da atividade possibilitou concluir que o trabalho com construções geométricas requer tempo e paciência por parte do professor, o que é recompensado com o interesse, participação e aprendizagem dos alunos.

6) Referências

BRASIL, Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática – 3º e 4º ciclos*. Brasília, MEC/SEF. 1998.

GIOVANNI, José Ruy; **CASTRUCCI**, Benedito; **GIOVANNI Jr.** José Ruy, *A Conquista da Matemática*. São Paulo, Ed. FTD. 1998.

GUELLI, Oscar, *Ensino Fundamental de nove anos*, São Paulo, Ed Moderna. 2007.

ZUIN, Elenice de Souza Lodron, *Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática para o 3º e 4º ciclos do ensino fundamental e o ensino das construções geométricas, entre outras considerações*. Caxambu, XV Reunião Anual da Anped (Associação Nacional de Pesquisa e Pós-graduação em Educação), 2002.

ANEXOS A
(1ª versão das atividades)

ANEXOS A

(1ª versão das atividades)



Licenciatura em Matemática

Disciplina: Laboratório de Ensino e Aprendizagem em Matemática II

Nome: _____

Bissetriz de um Ângulo

Idéias Iniciais

1) O que é uma semi-reta?

2) O que é ângulo?

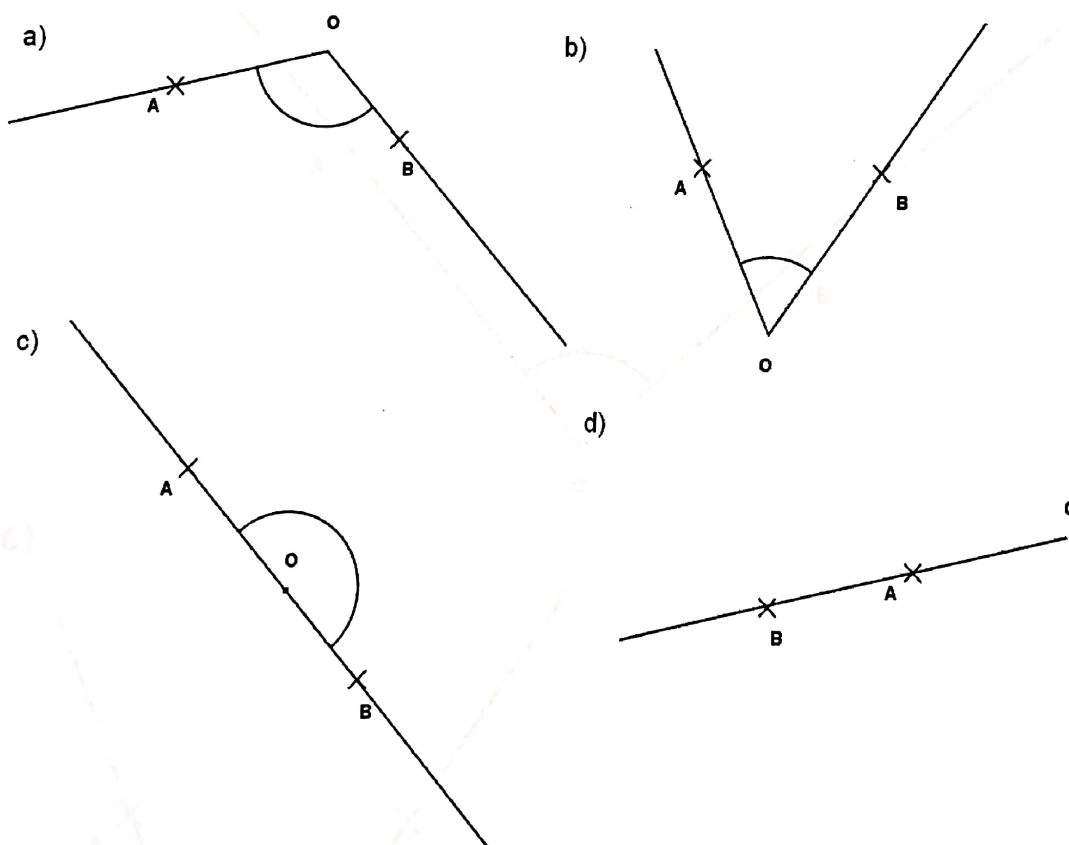
3) Como se mede ângulo? Qual unidade de medida?

Licenciatura em Matemática

Disciplina: Laboratório de Ensino e Aprendizagem em Matemática II

Nome: _____

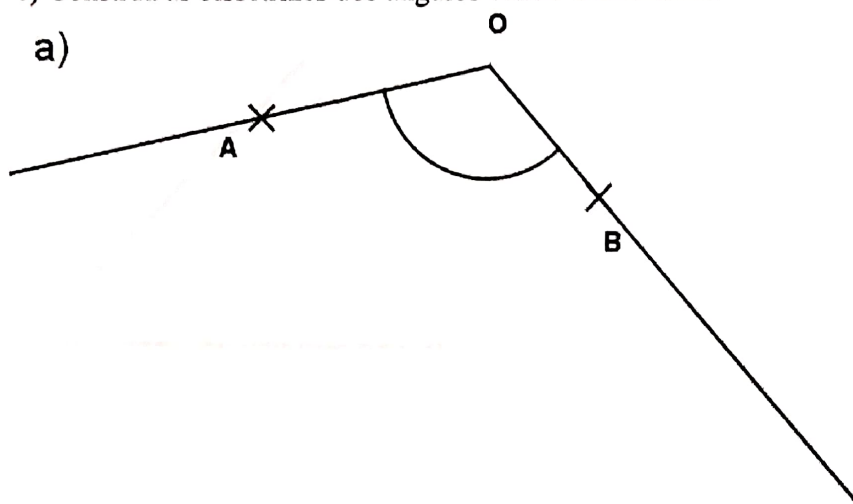
4) Com auxílio do transferidor, medir o ângulo construído nos itens a seguir:



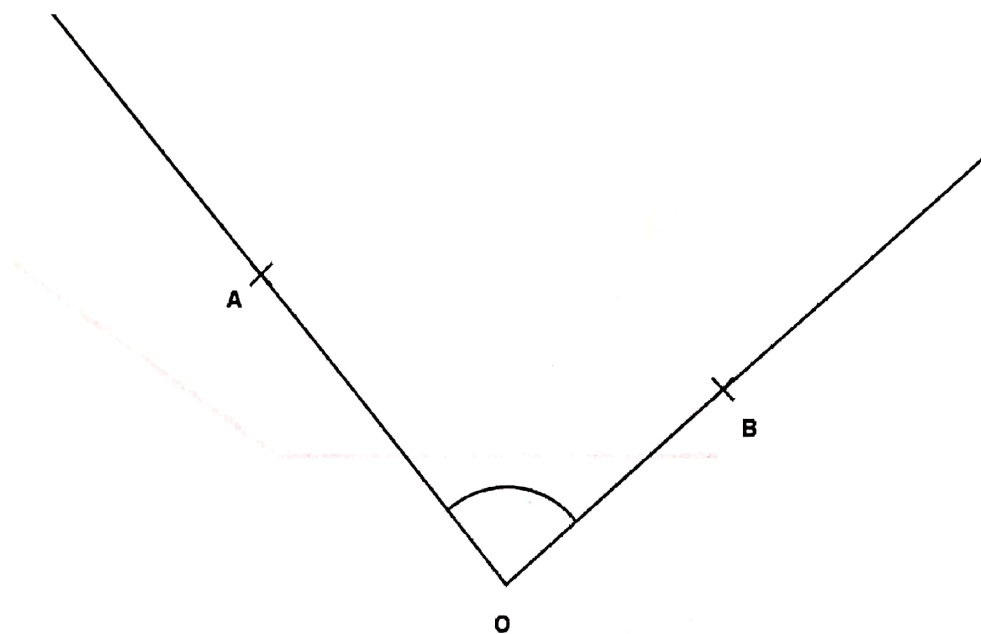
5) O que é bissetriz?

6) Construa as bissetrizes dos ângulos com o transferidor.

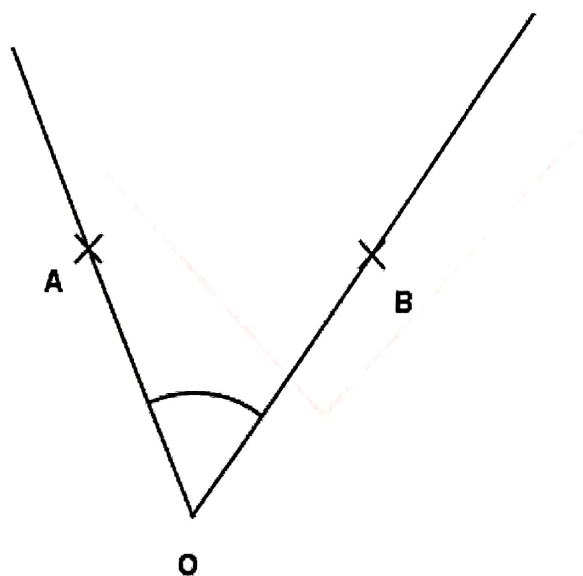
a)



b)

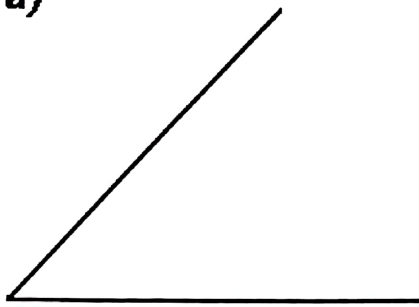


c)

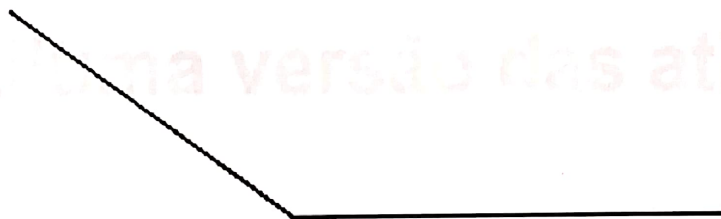


7) Construa as bissetrizes dos ângulos com o compasso. Conferir com o uso do transferidor.

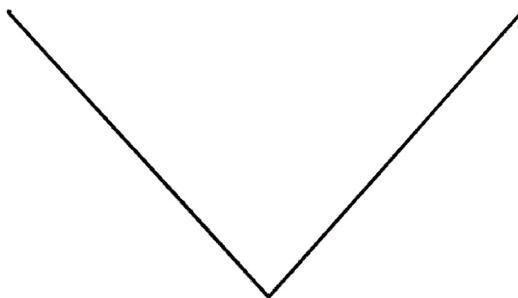
a)



b)



c)



ANEXOS B

(Última versão das atividades)



Verifique: _____

Lado OA : _____

Licenciatura em Matemática

Disciplina: Laboratório de Ensino e Aprendizagem em Matemática II

Linha de Pesquisa: Ensino e Aprendizagem em Construções Geométricas

Nome: _____ Data _____

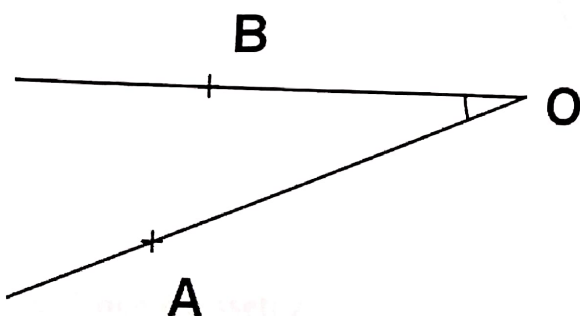
Bissetriz de um Ângulo

Idéias Iniciais

1) O que é uma semi-reta?

2) O que é ângulo?

Colocar uma figura explicativa identificando o vértice e os lados do ângulo e a notação colocar na hora com eles.



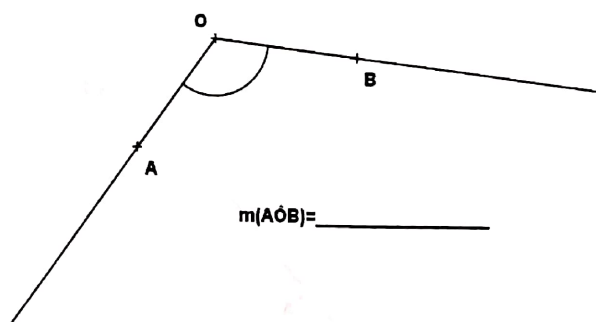
Vértice: _____

Lados: _____

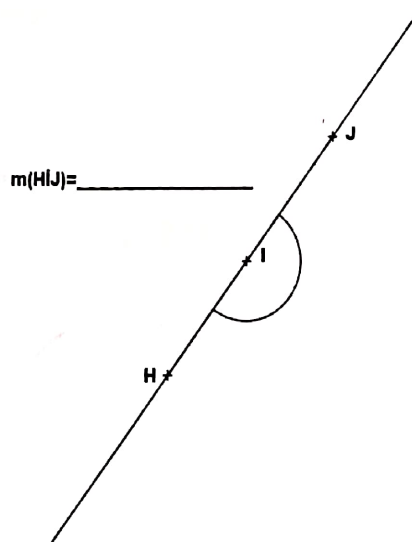
3) Qual instrumento utilizado para se medir ângulo? Qual unidade de medida?

4) Com auxílio do transferidor, medir o ângulo construído nos itens a seguir:

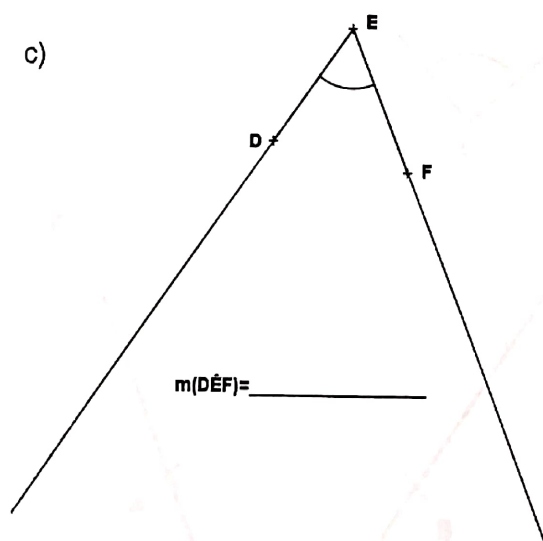
a)



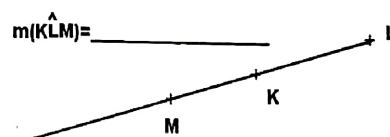
b)



c)



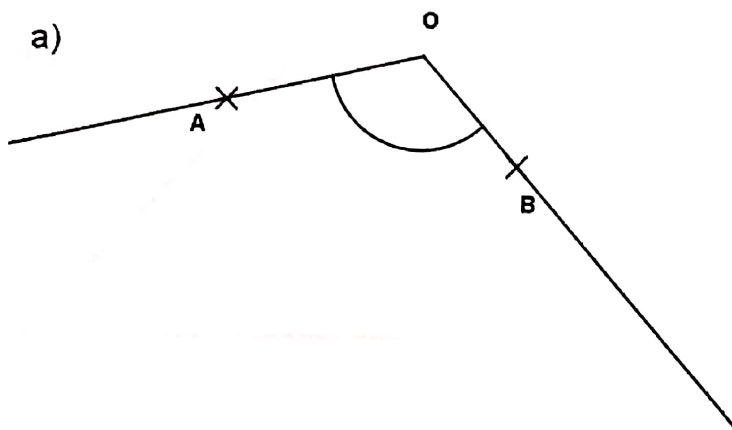
d)



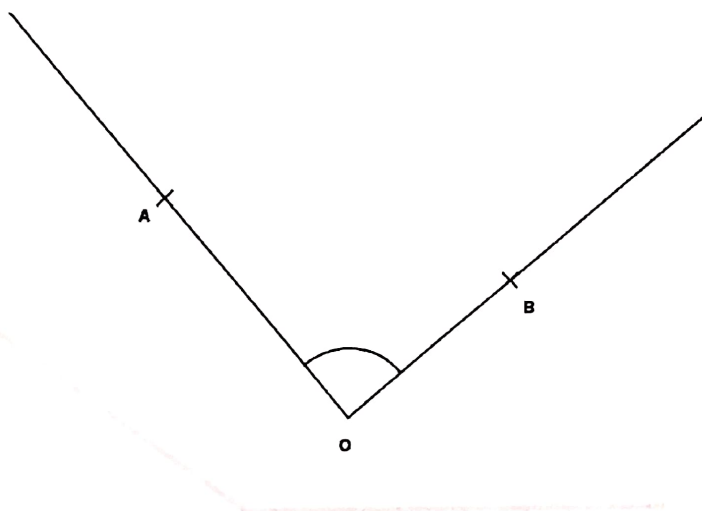
5) O que é bissetriz?

6) Construa as bissetrizes dos ângulos com o transferidor.

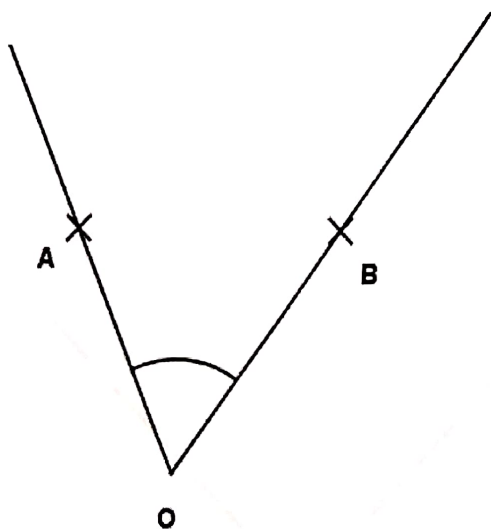
a)



b)

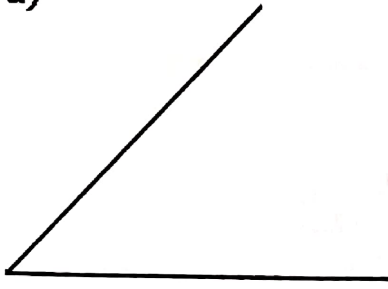


c)



7) Construa as bissetrizes dos ângulos com o compasso. Conferir com o uso do transferidor.

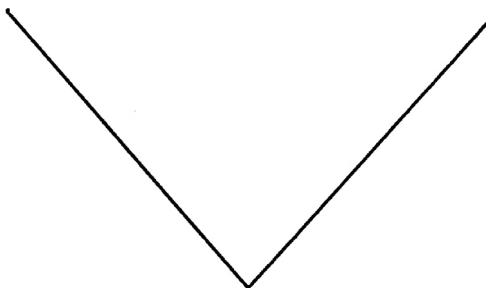
a)



b)



c)



Campos dos Goytacazes, 30 de abril de 2009.

Dilza de Lima Santana
Cláudia Barreto Pinto
Iselane de Oliveira Gomes.