CENTRO FEDERAL DE EDUCAÇÃO TECNOLÓGICA DE CAMPOS
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

SOMA DOS ÂNGULOS INTERNOS DO TRIÂNGULO
E
ÁREA, DIAGONAL E VOLUME DE UM CUBO

POR
FLÁVIO DE FREITAS AFONSO
JACQUELINE DOS SANTOS SIQUEIRA
JULYANA MARINS DA COSTA

CAMPOS DOS GOYTACAZES/RJ
2004

FLÁVIO DE FREITAS AFONSO
JACQUELINE DOS SANTOS SIQUEIRA
JULYANA MARINS DA COSTA

SOMA DOS ÂNGULOS INTERNOS DO TRIÂNGULO
E
ÁREA, DIAGONAL E VOLUME DE UM CUBO

Este projeto será desenvolvido no Centro Federal de Educação Tecnológica de Campos, por alunos do curso de Licenciatura em Matemática, sob orientação da professora Vera Fazoli.

CAMPOS DOS GOYTACAZES/RJ
2004

“Ainda que não se exija do iniciante uma extraordinária construção para o progresso cientifico, não se pode conceder-lhe o direito da mediocridade”

(SALOMÃO, 1995).

Sumário

1. Introdução

Este Projeto foi elaborado durante o 1º período do curso de Licenciatura em Matemática como parte das atividades do Laboratório de Ensino. Foram escolhidos três teoremas, que serão aplicados aos alunos do ensino fundamental (7ª e 8ª séries) e o outro aos alunos da 3ª série do ensino médio. O primeiro teorema trata da soma dos ângulos internos de um triângulo, o segundo sobre área, diagonal e volume de um cubo e o terceiro teorema trata do Teorema de Pitágoras. Para uma melhor compreensão dos teoremas, faremos um trabalho prático e a demonstração formal.

2. Desenvolvimento:

2.1. Soma dos ângulos internos do triângulo

2.1.1. História

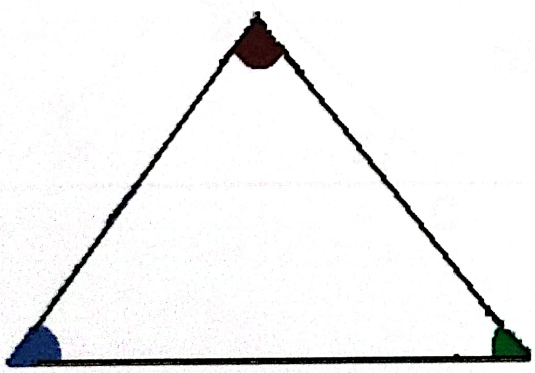
"A soma das medidas dos ângulos internos de qualquer triângulo é 180º" conhecido como "Teorema angular de Tales" segundo alguns autores, foi formulado por Pitágoras e posteriormente provado por Tales de Mileto.

Pitágoras de Samos, um grego que viveu de 580 a 497 a.C., matemático que formulou vários teoremas, entre eles o mais célebre é o "Teorema de Pitágoras". Muito inteligente, aos 16 anos foi despachado a Mileto para que estudasse com Tales (o maior sábio da época, provavelmente o primeiro grego a se dedicar cientificamente aos números).

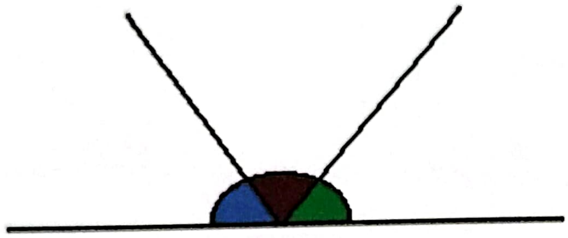
Tales de Mileto é um dos mais antigos filósofos e matemáticos gregos. Viveu no final do século VII a.C. até a metade do século VI a.C.. Um outro teorema atribuído a Tales é conhecido simplesmente como "Teorema de Tales".

2.1.2. Parte prática

Com auxílio de tesouras e folhas de cartolina, pediremos aos alunos para que desenhem triângulos quaisquer na cartolina colorindo seus ângulos internos. Em seguida, recortarão os lados do triângulo preservando os seus respectivos ângulos, como na figura seguinte:

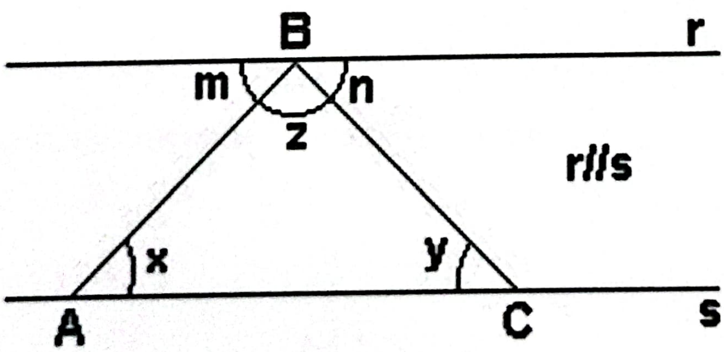


Posteriormente, traçarão uma reta, na qual irão justapor os respectivos ângulos do triângulo de modo que ao encaixá-los, formem um ângulo raso. Daí concluirão que **a + b + c =180°**.



2.1.3. Demonstração

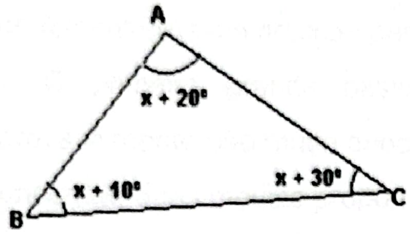
Considerando um triângulo ABC, obtém prolongando o lado AC uma reta denominada s. Pelo vértice B constrói-se uma reta r paralela a reta s. É imediata, a partir da observação atenta da figura abaixo, se lembrarmos que os ângulos alternos internos possuem a mesma medida. Assim, x = m e y = n. E como sabemos que z + m + n = 180°, vem finalmente:x + y + z = 180°.



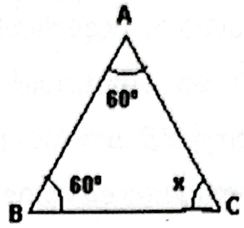
2.1.4. Atividades

1. Nos triângulos das figuras abaixo, determine o valor de **x**.

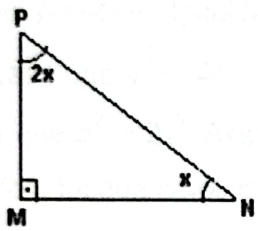
a)



b)



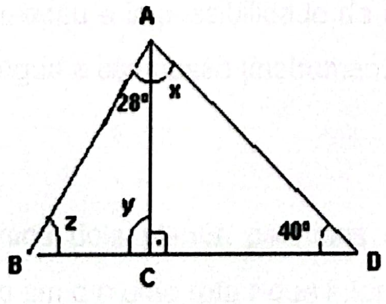
c)



2. As medidas dos ângulos internos de um triângulo são expressas por $x + 36°$, $2x - 15°$ e $3x - 39°$. Determine a medida dos ângulos desse triângulo?

3. Num triângulo, um ângulo mede 80°. A diferença entre os outros dois é 32°.Calcule os ângulos do triângulo.

4. Na figura abaixo, determine as medidas **x**, **y** e **z**:



2.2. Cubo

2.2.1. História

A duplicação do cubo é um dos "três problemas famosos (ou clássicos)" da antigüidade.Os gregos estavam familiarizados com um problema semelhante, porém bem mais simples: duplicar o quadrado. Talvez tenha sido esta simples construção que levou os gregos a pensarem em uma solução para o problema da duplicação do cubo.

O primeiro grande passo foi dado por Hipócrates de Chios, provavelmente não muito depois da aparição do problema. Ele propunha encontrar duas médias proporcionais entre segmentos de comprimento s e 2s, ou seja, achar x e y tal que:

$$\frac{s}{x} = \frac{x}{y} = \frac{y}{2s}$$

Da primeira igualdade deduzimos que $x^2 = sy$e da segunda igualdade que $y^2 = 2sx$. Substituindo o valor de y na segunda igualdade temos que $x^3 = 2s^3$. Assim dado o cubo de lado s encontramos um outro de lado x tal que o volume do segundo é o dobro do volume do primeiro. Porém não há construção geométrica para esta dupla proporção. Também devemos considerar a solução proposta por Arquitas de Tarento, a respeito da qual Heath [Heath, 1931] escreveu: "A solução de Arquitas é a mais notável de todas, especialmente quando sua data é considerada (primeira metade do séc IV a.C.) porque não é nenhuma construção plana, mas uma corajosa construção em três dimensões, determinando um certo ponto como a intersecção de três superfícies de revolução...".

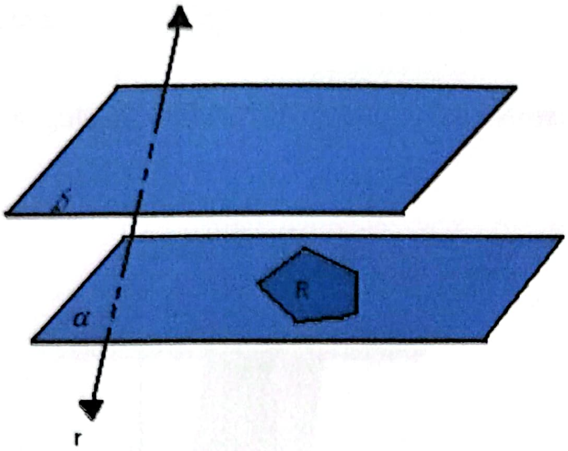
Entretanto todas as soluções eram teóricas e nenhuma solução prática foi encontrada.

Apenas no séc XIX, mais de 2000 anos depois da formulação do problema foi que se estabeleceu a impossibilidade da construção sob a limitação de usar apenas régua e compasso (instrumentos euclidianos).

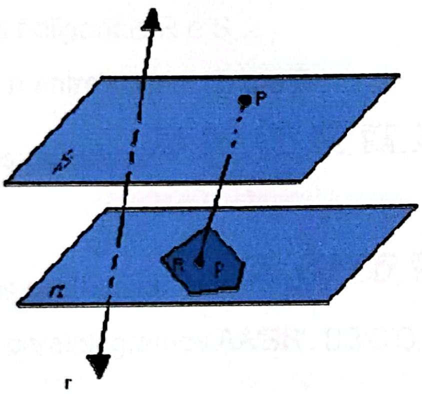
2.2.2. Conceitos

Prismas

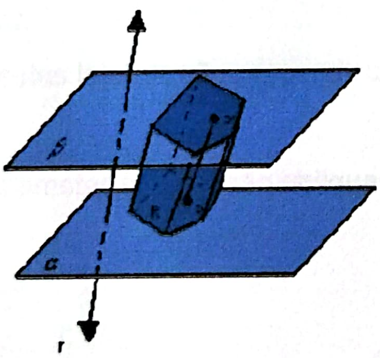
Na figura abaixo, temos dois planos paralelos e distintos, α e β, um polígono convexo **R** contido em α e uma reta **r** que intercepta α e β, mas não **R**:



Para cada ponto **P** da região **R**, vamos considerar o segmento PP`, paralelo à reta **r** (P` Є β):



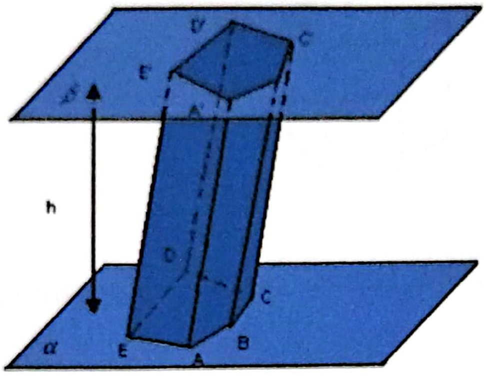
Assim, temos:



Chamamos de prisma o conjunto de todos os segmentos congruentes PP` paralelos a **r**.

Elementos do prisma

Dados o prisma a seguir, consideramos os seguintes elementos:



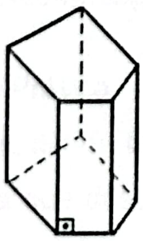
- bases: as regiões poligonais R e S
- altura:a distância h entre os planos α e β
- arestas das bases:os lados $\overline{AB}, \overline{BC}, \overline{CD}, \overline{DE}, \overline{EA}, \overline{A'B'}, \overline{B'C'}, \overline{C'D'}, \overline{D'E'}, \overline{E'A'}$ (dos polígonos)
- arestas laterais:os segmentos $\overline{AA'}, \overline{BB'}, \overline{CC'}, \overline{DD'}, \overline{EE'}$
- faces laterais: os paralelogramos AA'BB', BB'C'C, CC'D'D, DD'E'E, EE'A'A

Classificação:

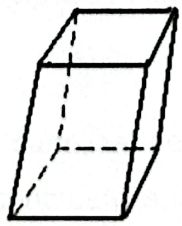
Um prisma pode ser:

- reto: quando as arestas laterais são perpendiculares aos planos das bases;
- oblíquo: quando as arestas laterais são oblíquas aos planos das bases.

Veja:

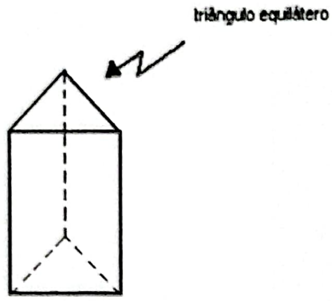


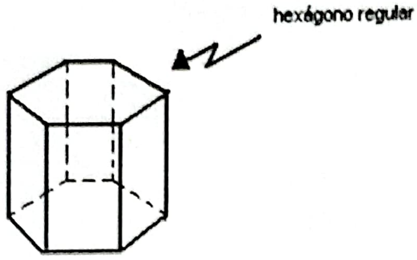
prisma reto



prisma oblíquo

Chamamos de prisma regular todo prisma reto cujas bases são polígonos regulares:





prisma regular triangular

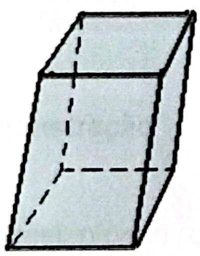
prisma regular hexagonal

Observação: As faces de um prisma regular são retângulos congruentes.

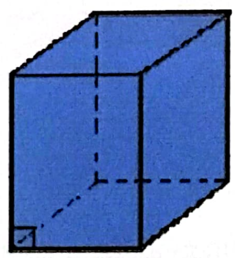
Paralelepípedo

Todo prisma cujas bases são paralelogramos recebe o nome de paralelepípedo.Assim, podemos ter:

a) paralelepípedo oblíquo



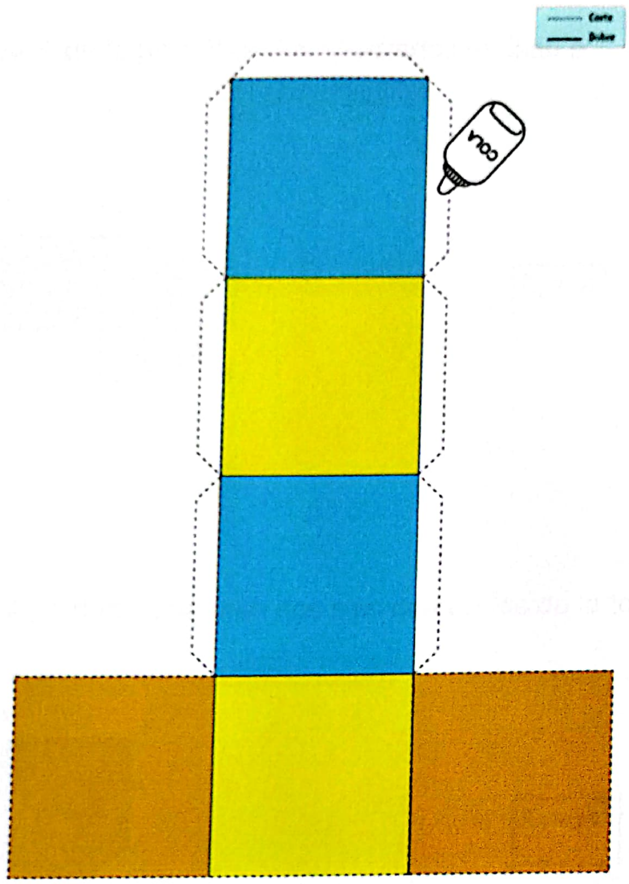
b) paralelepípedo reto



Se o paralelepípedo reto tem bases retangulares, ele é chamado de paralelepípedo *reto-retângulo, ortoedro ou paralelepípedo retângulo.*

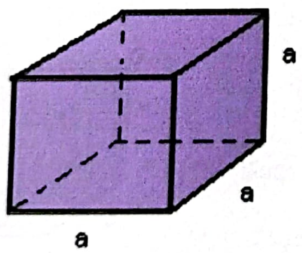
2.2.3. Parte Prática

Com o auxílio de tesoura, cola e folhas de cartolina, pediremos aos alunos para que desenhem seis quadrados congruentes, ou seja, sendo que todos os seis quadrados tenham os lados de mesma medida. Em seguida, recortarão e unirão os quadrados encontrando um cubo, como na figura seguinte.



2.2.4. Demonstração

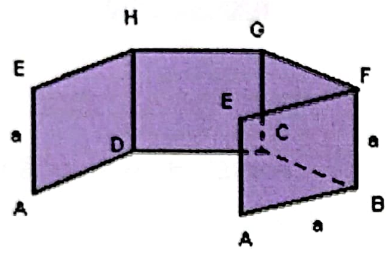
Um paralelepípedo retângulo com todas as arestas congruentes (a = b = c) recebe o nome de cubo. Dessa forma, as seis faces são quadrados.



- **Área**

Área lateral

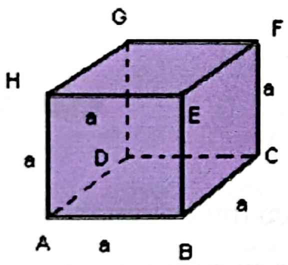
A área lateral $\mathbf{A_L}$ é dada pela área dos quadrados de lado **a**:



$$\boxed{A_L=4a^2}$$

Área total

A área total $\mathbf{A_T}$ é dada pela área dos seis quadrados de lado **a**:

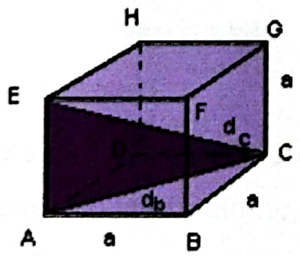


$$\boxed{A_T=6a^2}$$

- **Diagonal**

Diagonais da base e do cubo

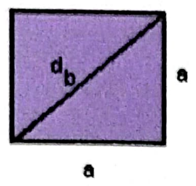
Considere a figura a seguir:



d_c=diagonal do cubo

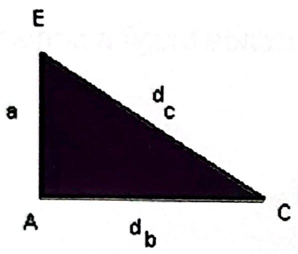
d_b = diagonal da base

Na base ABCD, temos:



$$d_b^2 = a^2 + a^2 = 2a^2 \Rightarrow d_b = a\sqrt{2}$$

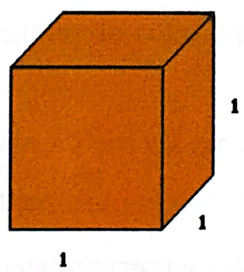
No triângulo ACE, temos:



$$d_c^2 = a^2 + d_b^2 = a^2 + 2a^2 = 3a^2 \Rightarrow d_c = a\sqrt{3}$$

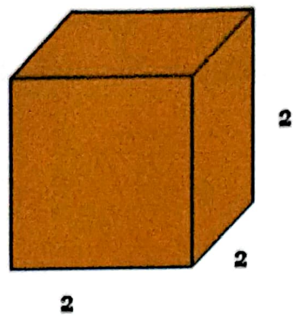
- **Volume**

Consideremos um cubo (hexaedro regular) de aresta 1 cm. A porção do espaço ocupado por esse cubo é uma unidade de volume definida como 1 cm^3 (lê-se "um centímetro cúbico").

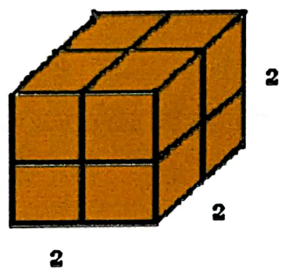


Analogamente definimos 1 dm^3, 1 m^3, 1m m^3 etc.

Vejamos como medir o volume, em centímetros cúbicos, de um cubo cuja aresta é igual a 2 cm.



Devemos comparar o volume desse cubo com o volume de um cubo de aresta 1 cm, ou seja, devemos calcular a quantidade desses cubos necessária para formar um volume igual ao volume do cubo de aresta igual a 2 cm. Para isso, vamos formar com cubos de 1 cm de aresta, um cubo com 2 cm de aresta, conforme a figura abaixo:



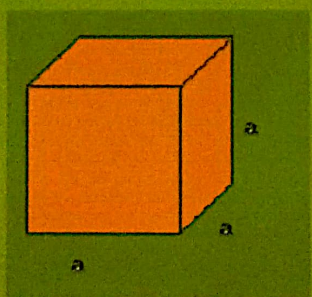
Pense nessa figura como sendo um prédio. No último andar podemos contar quadro cubos e em cada um dos outros andares há também quatro cubos. Como temos dois andares com quatro cubos em cada um, o total de cubos é 4 x 2 = 8. Assim, o volume do cubo é 8 cm^3.

Note, portanto, que o volume do cubo é calculado multiplicando-se suas dimensões:

$$V = 2 \text{ cm} \times 2 \text{ cm} \times 2 \text{ cm} = 8 \text{ cm}^3$$

De modo geral, temos o seguinte:

O volume V de um cubo de dimensões a, a e a é o produto das três dimensões:

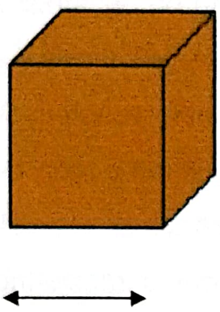


$$V = a^3$$

2.2.5. Atividades

1. Calcule a área total de cada um dos cubos abaixo, cujas medidas estão indicadas abaixo.

a)



2. Calcule a aresta de um cubo de 36 m^2 de área total.

3. Calcule a medida da aresta de um cubo de 27 m^3 de volume.

4. Determine o volume de um cubo de área total 96 cm^2.

5. Uma diagonal de uma face de um cubo mede $\sqrt{2}$ m. Calcule a medida de uma diagonal desse cubo.

6. (UFMG) O volume de uma caixa cúbica é 216 litros. A medida de sua diagonal, em centímetros, é:
   a) $0{,}8\sqrt{3}$
   b) 6
   c) 60
   d) $60\sqrt{3}$
   e) $900\sqrt{3}$

3. Relatório

O projeto (Soma dos Ângulos Internos do Triângulo) foi aplicado para a turma da 7ª série do Ensino Fundamental no Colégio Estadual 15 de Novembro. Antes foi feita uma sondagem na turma para verificar se os alunos possuíam alguns pré-requisitos, o que nos facilitou na hora da revisão no dia da apresentação do projeto. A sondagem constava de uma folha de exercícios (Anexo I) sobre ângulos e retas paralelas.

Os alunos não tinham muitas noções de geometria, como pudemos perceber com a resolução das atividades de dois alunos. (Anexo II)

No dia da apresentação do projeto, iniciamos pelos conceitos que eles não conheciam e em seguida desenvolvemos nosso projeto com bastante aproveitamento, pois os alunos (aproximadamente 43) estavam atentos e interessados, com exceção de alguns que mostraram desinteresse desde o início.

A turma A turma foi dividida em duplas na hora da atividade prática.

Não foi difícil para entenderem o teorema a partir da atividade prática feita por eles. (Anexo III)

Analisando o trabalho, de uma forma geral apesar do atraso de alguns alunos causando desvio de atenção dos demais, podemos afirmar com segurança, que a nossa apresentação foi significativa, já que a maioria dos alunos conseguiu resolver as questões propostas no final da apresentação (Anexo IV e V) com facilidade, como podemos ver nos exercícios de três alunos. (Anexo VI)

Referências Bibliográficas:

GIOVANNI, José Ruy; CASTRUCCI, Benedito; GIOVANNI JR., José Ruy. **A Conquista da Matemática**, São Paulo: Renovada, 1992 - 7ª série.

DOLCE, Osvaldo: POMPEO, José Nicolau. **Fundamentos de Matemática Elementar**, São Paulo: Atual, 1993 - vol. 10.

SIGNORELLI, Carlos Francisco. **Matemática**, São Paulo: Ática, 1992 - vol.2.

IEZZI, Gelson: DOLCE, Osvaldo: DEGENSZAJN, David Mauro: PÉRIGO, Roberto. **Matemática**, São Paulo: Atual, 1997 - vol. Único.

PAIVA, Manuel. **Matemática**, São Paulo: Moderna, 1999 - vol. Único.

REIS, Ismael. **Fundamentos da Matemática**, São Paulo: Moderna Ltda, 1997 - 8ª série.

Pitágoras de Samos. Disponível em:
http://www.matematica.br/historia/pitagoras.html.

Tales de Mileto. Disponível em:
http://www.matematica.br/historia/tales.html.

Duplicação do Cubo. Disponível em:
http://www.ime.usp.br/~teo/imatica/historia/duplica-cubo.html. Última consulta em02/12/03.

(Fonte: Microdicionário de Matemática - Imenes & Lellis - Editora Scipione)

Disponível em:
http://www.terra.com.br/matematica/arq13-3.htm

Geometria Espacial. Disponível em:

http://www.nosachamos.com/educacao/matematica/materias/geom_esp3.htm#Paralelepípedo%20Reto-Retângulo.

http://www.somatematica.com.br/emedio/espacial/espacial13.phtml

http://www.somatematica.com.br/emedio/espacial/espacial9.phtml

http://www.somatematica.com.br/emedio/espacial/espacial11.phtml

ANEXOS

ANEXO I

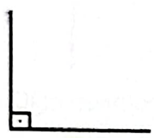
ATIVIDADE DO PRÉ-TESTE

1. Desenhe um triângulo qualquer ABC.

2. Defina retas paralelas, em seguida desenhe.

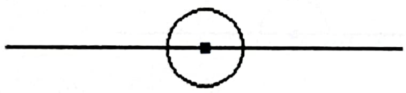
3. Diga quantos graus mede cada ângulo representado abaixo:

a) (________)

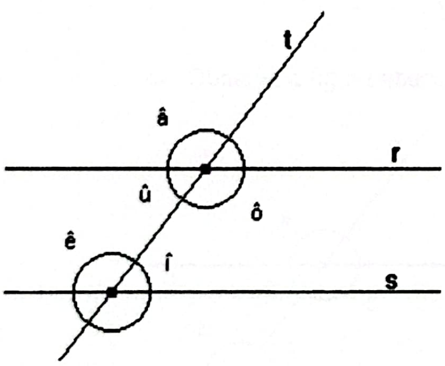


b) (________)

c) (________)



4- Observe a figura abaixo:



r e s são paralelas.
t é transversal às retas r e s.

â _____ ê (= ou ≠)
â _____ î (= ou ≠)
ô _____ ê (= ou ≠)
û _____ ô (= ou ≠)

ê + î = _____ (90º, 180º, 360º)

â + û = _____ (90º, 180º, 360º)

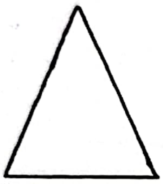
ome; Saenivan TURMA: 701

Anexo II

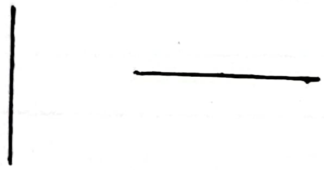
Licenciatura em Matemática

3º Período

1. Desenhe um triângulo qualquer ABC.

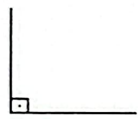


2. Defina retas paralelas, em seguida desenhe.



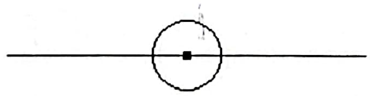
3. Diga quantos graus mede cada ângulo representado abaixo:

a) (90°)

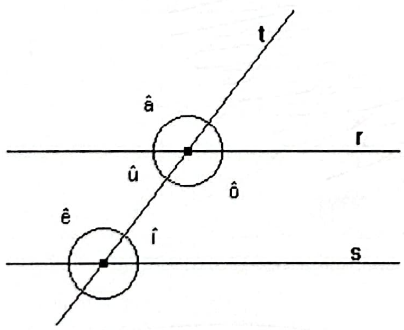


b) (180°)

c) (360°)



4- Observe a figura abaixo:



r e s são paralelas.
t é transversal às retas r e s.

â _=_ ê (= ou ≠)
â _≠_ î (= ou ≠)
ô _=_ ê (= ou ≠)
û _≠_ ô (= ou ≠)

ê + î = _180°_ (90º, 180º, 360º)

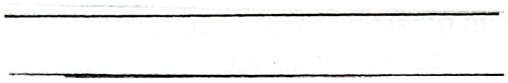
â + û = _180°_ (90º, 180º, 360º)

CEFET CAMPOS Licenciatura em Matemática

3º Período

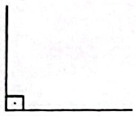
1. Desenhe um triângulo qualquer ABC.

2. Defina retas paralelas, em seguida desenhe.



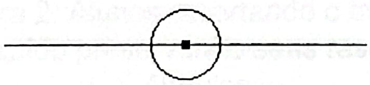
3. Diga quantos graus mede cada ângulo representado abaixo:

a) (90)

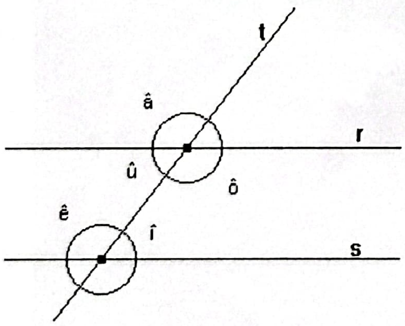


b) (180)

c) (360)



4- Observe a figura abaixo:



r e s são paralelas.
t é transversal às retas r e s.

â = ê (= ou ≠)
â ≠ î (= ou ≠)
ô = ê (= ou ≠)
û ≠ ô (= ou ≠)

ê + î = 180º (90º, 180º, 360º)

â + û = 180º (90º, 180º, 360º)

ANEXO III

FOTOS COM APLICAÇÃO DAS ATIVIDADES PRÁTICAS

Figura 1: mediadora auxiliando na construção do conhecimento através da atividade prática.

Figura 2: Alunos recortando o triângulo construído preservando seus respectivos ângulos.

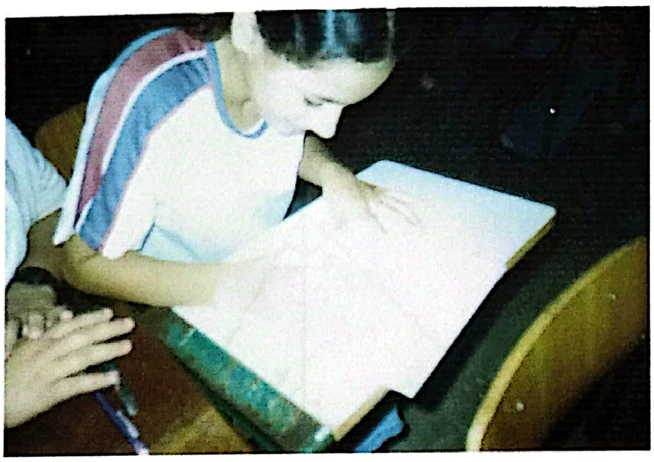
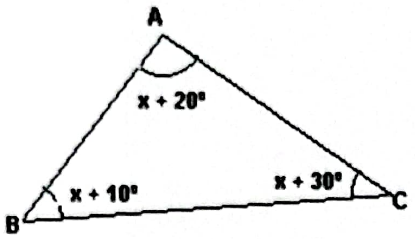


Figura 3: Alunos justapondo os ângulos do triângulo numa reta construída.

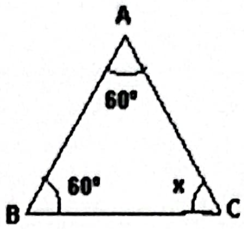
ANEXO IV
ATIVIDADE DE FIXAÇÃO

1. Nos triângulos das figuras abaixo, determine o valor de **x**.

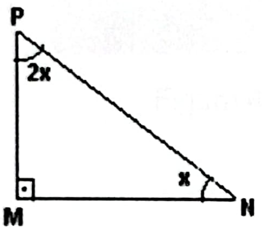
a)



b)



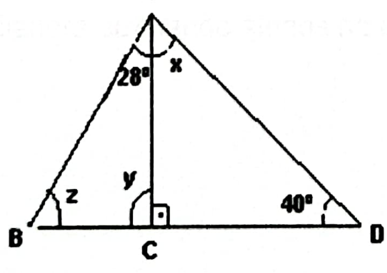
c)



2. As medidas dos ângulos internos de um triângulo são expressas por $x + 36°$, $2x - 15°$ e $3x - 39°$. Determine a medida dos ângulos desse triângulo?

3. Num triângulo, um ângulo mede 80°. A diferença entre os outros dois é 32°.Calcule os ângulos do triângulo.

4. Na figura abaixo, determine as medidas **x**, **y** e **z**:



ANEXO V

FOTOS COM APLICAÇÃO DAS ATIVIDADES PRÁTICAS

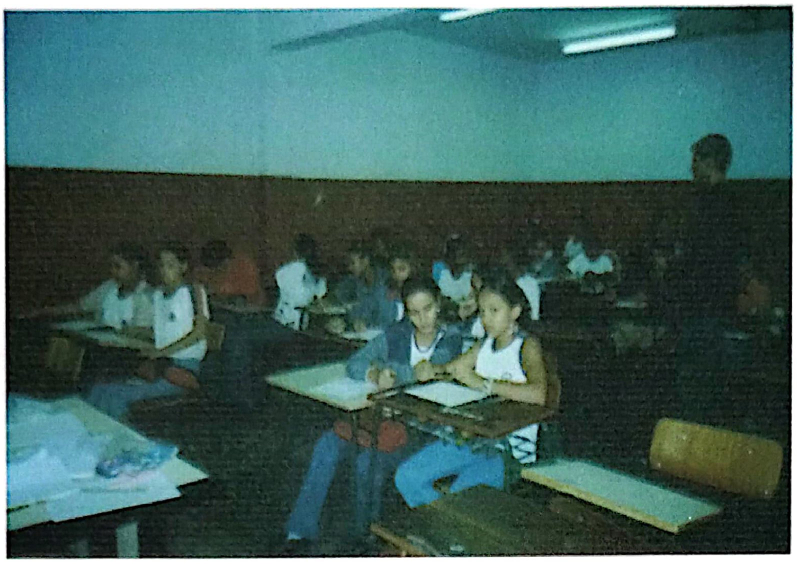


Figura 4: Mediador conduzindo a atividade.

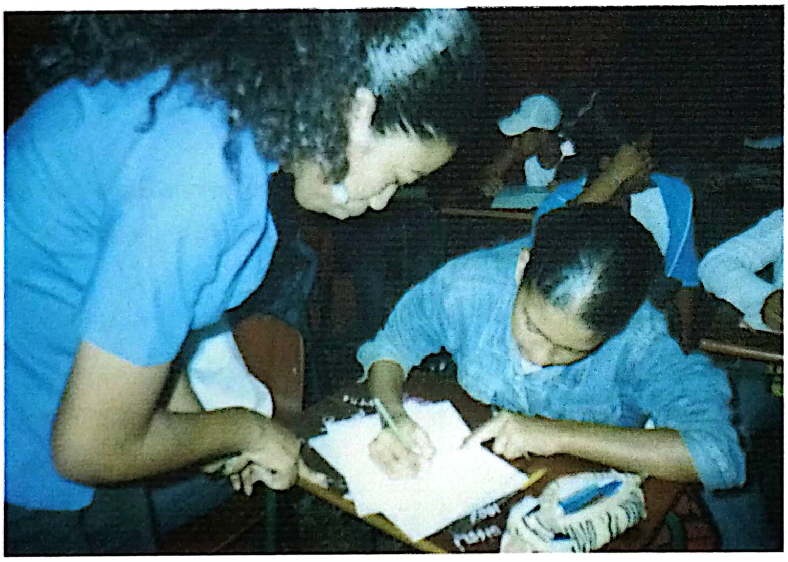


Figura 5: Mediadora auxiliando alunos na atividade.

CEFET CAMPOS Licenciatura em Matemática

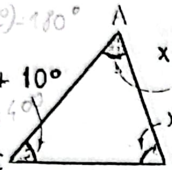
Laboratório de Ensino

Soma dos ângulos internos do triângulo

Atividades

1. Nos triângulos das figuras abaixo, determine o valor de **x**.

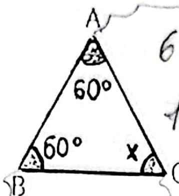
a)



$(x+20°)+(x+30°)+(x+10°)=180°$
$3x+60°=180°$
$3x=180-60°$ $3x=120°$ $x=40°$

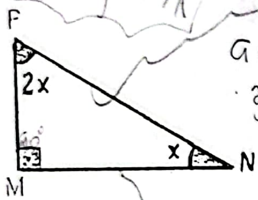
$x+10+x+20+x+30=18$
$3x=60=180$
$3x=180-60=120$
$3x=120:3$
$x=40$

b)



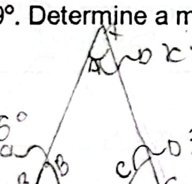
$60°+60°+x=180°$
$120+x=180$
$180-120=x$
$x=60°$

c)



$90+2x+x=180$
$3x=180-90$
$3x=90$
$3x=\frac{90}{3}=30$ $x=30°$

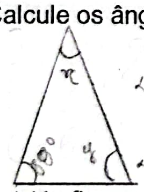
2. As medidas dos ângulos internos de um triângulo são expressas por x +36°, 2x - 15° e 3x - 39°. Determine a medida dos ângulos desse triângulo?



$x+36°+2x-15+3x-39°=180$
$6x-18°=180°$
$6x=180°+18°$
$6x=198°$
$x=198\div6=33°$

$\hat{A}=69°$
$\hat{B}=51°$
$\hat{C}=60°$

3. Num triângulo, um ângulo mede 80°. A diferença entre os outros dois é 32°. Calcule os ângulos do triângulo.

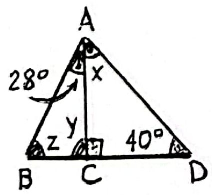


$x-y=32°$ (1)
$x+y+80°=180°$
$x+y=100°$ (2)
$\begin{cases} x-y=32° \\ x+y=100° \end{cases}$

$66°-y=32°$
$-y=-34°\ \cdot(-1)$
$y=34°$

R: 80°, 34° e 60°

4. Na figura abaixo, determine as medidas **x**, **y** e **z**.



Lindo!!!

Estela Manhães de Almeida

Jéssica de Souza Fortunato
101

CEFET CAMPOS Licenciatura em Matemática

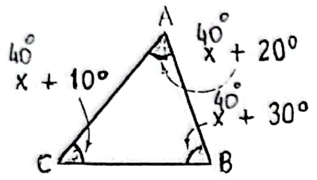
Laboratório de Ensino

Soma dos ângulos internos do triângulo

Atividades

1. Nos triângulos das figuras abaixo, determine o valor de **x**.

a)



$180° = 3x + 60°$

$3x = 180° - 60°$

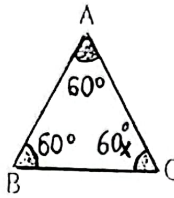
$3x = 120°$

$x = \frac{120°}{3}$

$x = 40$

R: 40

b)



$60 + 60 + \overset{x}{60} = 180°$

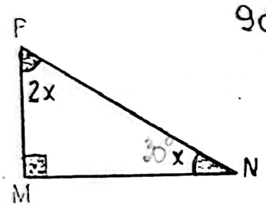
$120 + x = 180$

$x = 180 - 120$

$x = 60$

R: 60

c)



$90 + 2x + x = 180°$

$3x = 180° - 90$

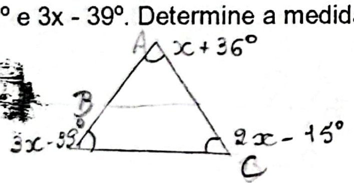
$3x = 90°$

$x = \frac{90}{3}$

$= 30$

R: 30

2. As medidas dos ângulos internos de um triângulo são expressas por x +36°, 2x - 15° e 3x - 39°. Determine a medida dos ângulos desse triângulo?



$x + 36° + 2x - 15° + 3x - 39° = 180°$

$6x - 18° = 180°$

$6x = 180° + 18°$

$6x = 198°$

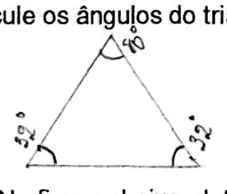
$x = \frac{198°}{6} = 33°$ $\quad x = 33$

$\hat{A} = 69°$

$\hat{B} = 51°$

$\hat{C} = 60°$

3. Num triângulo, um ângulo mede 80°. A diferença entre os outros dois é 32°. Calcule os ângulos do triângulo.



$x + y = 32°$

$x + y + 80° = 18$

$x + y = 100$ (2)

$\begin{cases} x - y = 32° \\ x + y = 100° \end{cases}$

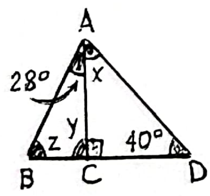
$2x = 132°$

$x = \frac{132°}{2} = 66° \Rightarrow 66 - y = 32°$

$-y = -34$

$y = 34°$ R: 80°, 34°, 6

4. Na figura abaixo, determine as medidas **x**, **y** e **z**:



Flávia Terra

CEFET CAMPOS Licenciatura em Matemática

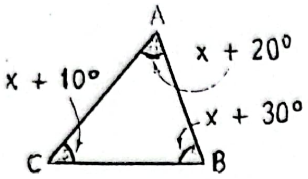
Laboratório de Ensino

Soma dos ângulos internos do triângulo

Atividades

1. Nos triângulos das figuras abaixo, determine o valor de **x**.

a)



$3x + 60 = 180$

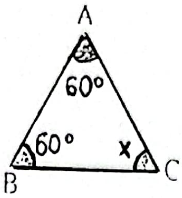
$3x = 180 - 60°$

$3x = 120°$

$x = \frac{120}{3} = 40$

R: 40°

b)

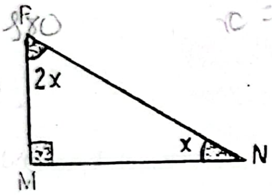


$60 + 60 + x = 180$

$x = 180 - 120$

$x = 60$

c)



$90 + 2x + x = 180$

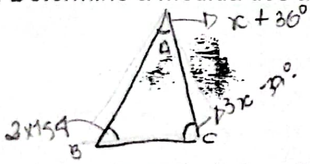
$3x = 180 - 90$

$3x = 90$

$x = \frac{90}{3} = 30$

$x = 30$

2. As medidas dos ângulos internos de um triângulo são expressas por x +36°, 2x - 15° e 3x - 39°. Determine a medida dos ângulos desse triângulo?



$x + 36° + 2x - 15° + 3x - 39° = 180°$

$6x - 18° = 180°$

$6x = 180 + 18°$

$6x = 198°$

$x = \frac{198}{6} = 33°$

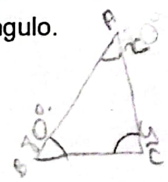
$x = 33°$

A = 69°

B = 51°

C = 60°

3. Num triângulo, um ângulo mede 80°. A diferença entre os outros dois é 32°. Calcule os ângulos do triângulo.



$x - y = 32°$

$x + y + 80° = 180°$

$x + y = 100°$

$x - y = 32°$

$x + y = 100°$

$2x = 132°$

$x = \frac{132}{2} = 66°$

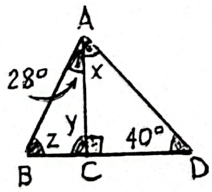
$66° - y = 32°$

$-y = -34° \times (-1)$

$y = 34°$

R: 80°, 34° e 66°

4. Na figura abaixo, determine as medidas **x**, **y** e **z**:



Daiana

Licenciatura em Matemática

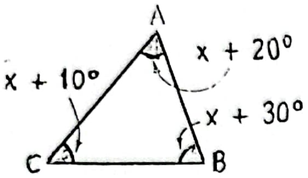
Laboratório de Ensino

Soma dos ângulos internos do triângulo

Atividades

1. Nos triângulos das figuras abaixo, determine o valor de **x**.

a)



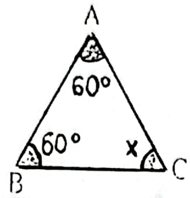
$3x + 60 = 180°$

$3x = 180° - 60$

$x = 120°$

$x = \frac{120}{3} = 40$

b)

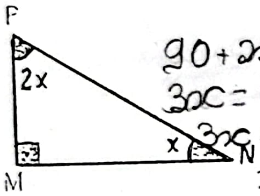


$60° + 60° + x = 180°$

$x = 180° - 120$

$x = 60$

c)



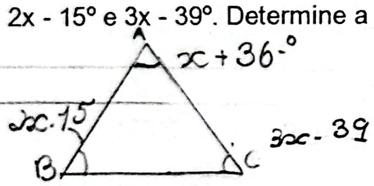
$90 + 2x + x = 180$

$3x = 180 - 90$

$3x = 90$

$x = \frac{90}{3} = 30$

2. As medidas dos ângulos internos de um triângulo são expressas por x +36°, 2x - 15° e 3x - 39°. Determine a medida dos ângulos desse triângulo?



$x + 36 + 2x - 15 + 3x - 39 = 180°$

$6x - 18° = 180°$

$6x = 180° + 18°$

$6x = 198$

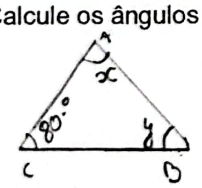
$x = \frac{198}{6} = 33°$

$\hat{A} = 69°$

$\hat{B} = 51°$

$C = 60°$

3. Num triângulo, um ângulo mede 80°. A diferença entre os outros dois é 32°. Calcule os ângulos do triângulo.



$x - y = 32°$ ① → $66 - y = 32°$

$x + y + 80° = 180°$ → $y = 34$

$x + y = 100$ ② $y = 34$

$x - y = 32°$

$x + y = 100°$

$2x = 132°$

$x = \frac{132}{2}° = 66$

R: 80°; 34° e 66°

4. Na figura abaixo, determine as medidas **x**, **y** e **z**: