INSTITUTO FEDERAL DE
EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA
FLUMINENSE
Campus Campos dos Goytacazes

Secretaria de Educação Profissional e Tecnológica
Ministério da Educação

RELATÓRIO LEAMAT III

DEDUÇÃO DA PROPORCIONALIDADE DO VOLUME DE POLIEDROS SEMELHANTES.

DEMONSTRAÇÕES

Ana Kelly Nogueira Falcão
Carolina Carneiro da Conceição
Edilane da Conceição Cabral
Liana Rangel Soares do Nascimento

CAMPOS DOS GOYTACAZES / RJ
2008.2

Ana Kelly Nogueira Falcão
Carolina Carneiro da Conceição
Edilane da Conceição Cabral
Liana Rangel Soares do Nascimento

RELATÓRIO LEAMAT III

DEDUÇÃO DA PROPORCIONALIDADE DO VOLUME DE POLIEDROS SEMELHANTES DEMONSTRAÇÕES

Trabalho apresentado ao Centro Federal de Educação Tecnológica de Campos como requisito parcial para conclusão da disciplina Laboratório de Ensino e Aprendizagem em Matemática III do Curso de Licenciatura em Matemática.

Orientadora: Profª. ANA MARY FONSECA BARRETO DE ALMEIDA

CAMPOS DOS GOYTACAZES / RJ
2008.2

1) Justificativa

"O ensino de semelhança de figuras vem sendo realizado sem aprofundar os aspectos nele envolvidos e sem relacioná-lo com os demais conteúdos, ou seja, as noções são apresentadas de forma comprimida com definições formais e alguns exemplos seguidos de exercícios, numa seqüência que não explora a riqueza e a complexidade que esse conhecimento pode propiciar". (BAIRRAL, 2004).

Com base nessas afirmações e nas investigações em algumas bibliografias, verificamos pouco ou nenhum aprofundamento na relação entre os volumes de objetos semelhantes. O que nos motivou a fazer um trabalho a respeito.

2) Objetivos

Trazer, através do estudo de objetos semelhantes, um conhecimento amplo que possa ser utilizado para dedução da proporcionalidade entre seus volumes. Para isso utilizamos com três tipos diferentes de poliedros para a dedução.

Utilizar sólidos concretos para uma melhor visualização e dedução da proporcionalidade entre os mesmos.

3) Atividades Desenvolvidas

3.1) Atividades preliminares

O LEAMAT I iniciou-se com investigações e demonstrações direcionadas pela orientadora através de textos tais como: Geometria para 3º. e 4º. ciclos pela internet de Marcelo BAIRRAL e Joaquim RODRIGUEZ, Argumentação e provas no ensino de matemática de Lílian NASSER e Lúcia TINOCO, entre outros citados na referência.

A partir das experiências obtidas foi feitas a escolha do tema com a sugestão da professora orientadora. A partir daí começou-se a elaborar a ficha de atividade deste projeto que inicialmente seria aplicada a uma turma de 9º. ano do Ensino Fundamental. Durante esta elaboração, surgiram muitas dificuldades em relação ao modelo de exercícios que poderiam ser utilizados para alcançar os objetivos propostos, por este motivo foram feitas muitas modificações até chegarmos ao modelo de atividade atual.

3.2) Relato da Aplicação da Atividade na Turma do LEAMAT II

Durante o LEAMAT II, elaboramos a ficha de atividade que inicialmente foi aplicada à turma de LEAMAT II. Tivemos algumas dificuldades com a elaboração da ficha devido à dificuldade em se encontrar material didático relacionado ao tema.

Após a elaboração das atividades, estas foram aplicadas aos grupos do LEAMAT II. Os resultados desta aplicação foram significativos, uma vez que o decorrer da aula foi como previamos, não havendo a necessidade de modificações na atividade. No entanto, os grupos do LEAMAT II e as professoras orientadoras que assistiram à apresentação, fizeram algumas observações em relação à postura e a organização de quadro das professoras em formação.

3.3) Relato da Aplicação da Atividade na turma de 2º. Ano

No LEAMAT III foi feita uma revisão da ficha de atividade e a aplicação desta atividade para uma turma de 2°. ano do Ensino Médio de uma escola pública do município de Campos dos Goytacazes. A atividade foi elaborada para duração de 100 minutos, no entanto, durou apenas 60 minutos.

No início da aula, dividiu-se a turma em três grupos devido a necessidade de manuseio de material concreto, alguns alunos estavam dispersos, mas com a entrega da ficha de atividade os mesmos se mostraram interessados e motivados.

A aula teve inicio às 7 horas e 20 minutos, a professora orientadora por motivos pessoais não pôde chegar a tempo de assistir a aula, porém a professora da turma assistiu à aula. Utilizamos materiais sólidos construídos em cartolina para melhor entendimento da atividade (foto 1).

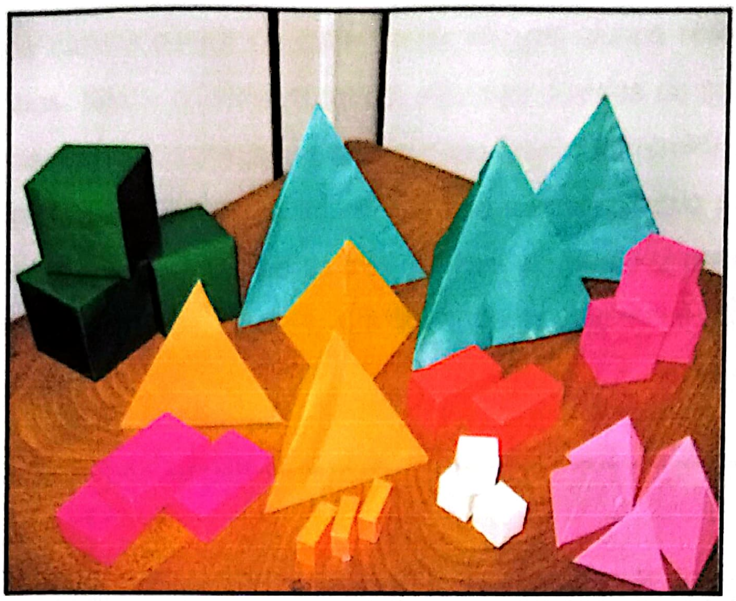


Foto 1: Sólidos geométricos em cartolina

A ficha de atividade iniciou-se com uma introdução contendo a definição intuitiva de volume e, um problema inicial para instigar o interesse dos alunos. Este problema não foi resolvido de imediato, alguns alunos deram sugestões, mas nenhum resolveu o problema. Sendo assim sugeriu-se que este fosse resolvido no final da aula.

Em seguida, apresentamos a definição de IEZZI sobre figuras semelhantes, esta definição foi explicada pela professora em formação. Nesse momento surgiu uma dúvida de uma aluna a respeito do que seriam segmentos e pontos homólogos. A professora em formação utilizou como exemplo dois mapas do Brasil de tamanhos diferentes ajudando a aluna a compreender o que são pontos e segmentos homólogos.

Após a apresentação da definição, inicia-se a atividade I que era relacionada ao cubo. A 1º. questão pergunta quais cubos são semelhantes e a 2º. pergunta como eles identificaram. Alguns alunos citaram dois cubos e a professora em formação perguntou por que o terceiro não era e como eles chegaram à conclusão que todos os três cubos eram semelhantes, pois quando um sólido depende apenas de uma medida, este será sempre semelhante. Na 3º. e 4º. questão pede-se que os alunos calculem a medida da aresta dos cubos verde e amarelo e na 5ª. questão a razão entre as arestas destes cubos. Após este momento a professora em formação explica que o valor encontrado 3 é a razão de semelhança (k) entre esses cubos. A 6ª. questão quer saber quantos cubos amarelos cabem dentro do cubo verde. Alguns alunos responderam que caberiam 9 cubos. Nesta questão surgiram algumas dúvidas de como fazer este cálculo. A professora em formação utilizou o cubo menor (amarelo) como unidade de medida para calcular o volume do cubo verde e explicou que para calcular o volume deste sólido multiplicam-se as três dimensões daí se chegaria à resposta correta que seriam 27 cubos, ou seja, a razão entre os volumes é 3^3.

Exemplo:

A maquete de uma escola foi construída em uma escala de 1:50. O volume de sua base na maquete é de 0,002 m³. Determine o volume do concreto que será necessário para construir a base desta escola.

$50^3 \cdot 0{,}002 = V$

$125.000 \cdot 0{,}002 =$

$\boxed{250 m^3}$

$\frac{v}{V} = k^3$

$\frac{0{,}002}{V} = \left(\frac{1}{50}\right)^3$

Respostas dos alunos 1.

Atividade I - CUBO

Utilizando uma régua milimetrada e cubos coloridos confeccionados em cartolina, responda:

1) Quais cubos são semelhantes?

todos

2) Como você identificou?

Através da razão entre seus lados.

3) Com auxílio da régua, determine a medida da aresta do cubo verde.

$a_{cuboverde} =$ 9cm

4) Com auxílio da régua, determine a medida da aresta do cubo amarelo.

$a_{cuboamarelo} =$ 3cm

5) Calcule a razão entre as arestas do cubo verde e do cubo amarelo.

$\frac{a_{cuboverde}}{a_{cuboamarelo}} =$ 3

Respostas de alunos 2.

Atividade III - TETRAEDRO

Utilizando uma régua milimetrada e tetraedros coloridos confeccionados em cartolina, responda:

1) Quais tetraedros são semelhantes?

Todos são semelhantes

2) Como você identificou?

Pois todos são triângulos equiláteros

3) Qual é a razão de semelhança entre o rosa e o laranja?

k = 2

4) Quantos tetraedros rosa cabem dentro do tetraedro laranja.

8

5) Portanto, qual seria a razão entre o volume do tetraedro rosa e o volume do tetraedro laranja?

$$\frac{V_{tetraedrorosa}}{V_{tetraedrolaranja}} = 2$$

Respostas dos alunos 3.

Atividade IV

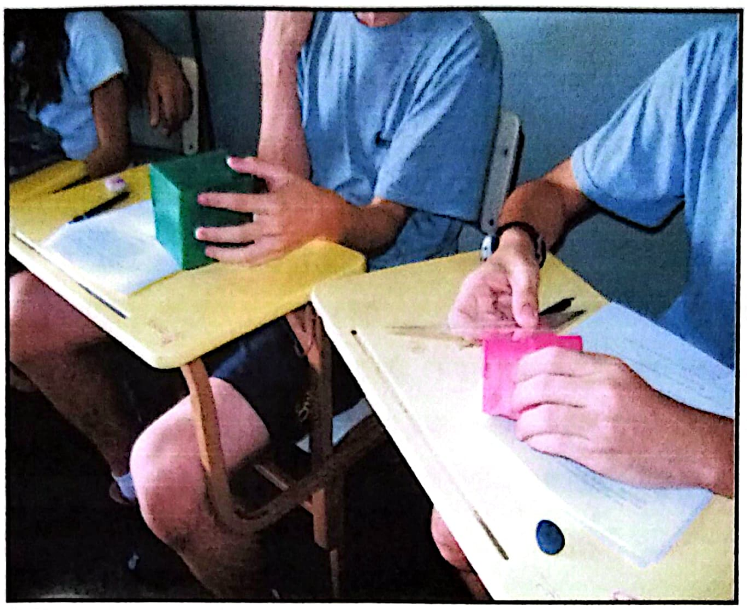
1) Comparando o item 7, 6 e 5 das atividades I, II e III, respectivamente, suas razões de proporcionalidade (k) correspondentes, o que você conclui?

→ A razão será sempre elevada ao cubo.

ou seja → A proporcionalidade (poliedros semelhantes) sempre será k^3!

Fica como sugestão à verificação do resultado acima para qualquer sólido semelhante.

Respostas dos alunos 4.



Atividade com o cubo

A partir das conclusões da atividade I, foi resolvidas a atividade II (paralelepípedo) e a atividade III (tetraedro) que seguem o mesmo modelo da atividade I.

Durante a atividade II os alunos tiveram dúvidas sobre o porquê de dois dos paralelepípedos serem semelhantes e o outro não ser, a professora em formação foi ao quadro e tirou a dúvida utilizando a razão entre os lados dos paralelepípedos. As questões seguintes foram resolvidas sem grandes dificuldades. Daí os alunos concluíram que a razão de semelhança entre os paralelepípedos rosa e laranja é 2 e que a razão entre seus volumes é 2^3.

Na atividade III, os alunos concluíram que todos os tetraedros eram semelhantes, por que assim como no cubo, o tetraedro depende apenas de uma medida. Os alunos encontraram a razão de semelhança (k) $\frac{1}{2}$ e a razão entre os volumes $\left(\frac{1}{2}\right)^3$.

Para finalizar a atividade pediu-se que eles comparassem as atividades prontas e que concluíssem com suas próprias palavras as semelhanças das atividades e, eles concluíram que a proporcionalidade entre os poliedros semelhantes é sempre a razão de semelhança ao cubo (k^3).

Ao final das atividades, voltamos ao problema inicial que foi resolvido sem dificuldades chegando assim ao nosso objetivo inicial.

4)Conclusão

Com a aplicação deste projeto numa turma de 2°. ano, percebeu-se que a maioria dos alunos já conheciam semelhança de figuras. Observamos que a utilização de sólidos concretos influenciou a motivação dos alunos, o que nos leva a concluir que a utilização de materiais concretos ajuda na visualização tridimensional e facilita a explicação e compreensão do ensino e aprendizagem de volume, bem como da geometria espacial, diferentemente do ensino tradicional que utiliza apenas quadro e giz. Fica como sugestão para trabalhos posteriores o estudo da razão de proporcionalidade no volume de figuras semelhantes quaisquer.

5) Referências

BAIRRAL, Marcelo Almeida. RODRIGUEZ, Joaquim Gimenez. *Geometria para 3.° e 4.°* ciclos pela internet. Seropédica, RJ: Edur, 2004.

NASSER, Lílian e TINOCO Lúcia A.A. *Argumentação e provas no ensino de matemática,* 2.ª ed . Rio de Janeiro: UFRJ Fundão, 2003.

PALIS, Gilda de la Roque e MALTA, Iaci. R*evista do professor de Matemática -* N°. 37. SMB, 2.º quadrimestre de 1998.

ÁVILA, Geraldo Severino de Souza. *Análise Matemática para Licenciatura. São Paulo*, Edgard Blucher. 2001.

LIMA, Elon Lages. *Exame de Textos: Análise de Livros de Matemática para o Ensino Médio.* 1.ª ed. SBM, 2001

LIMA, Elon Lages. *Matemática e ensino.* 2.° ed . SBM, 2003

http://www.ensinomedio.impa.br/materiais/ analise_de_text/machado.pdf

Campos dos Goytacazes, ____ de ______________ de 2008.

Ana Kelly Nogueira Falcão

____
Ana Kelly Nogueira Falcão

Carolina Carneiro da Conceição

____
Carolina Carneiro da Conceição

Edilane da Conceição Cabral

____
Edilane da Conceição Cabral

Liana S. Nascimento.

____
Liana Rangel Soares do Nascimento

Anexo A

CENTRO FEDERAL DE EDUCAÇÃO TECNOLÓGICA DE CAMPOS
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense
Ministério da Educação
Secretaria de Educação Profissional e Tecnológica

CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

DEDUZINDO A PROPORCIONALIDADE NO VOLUME DE POLIEDROS SEMELHANTES

ATIVIDADES

ANA KELLY NOGUEIRA FALCÃO
CAROLINA CARNEIRO DA CONCEIÇÃO
EDILANE DA CONCEIÇÃO CABRAL
LIANA SOARES RANGEL NASCIMENTO

Orientadora: ANA MARY FONSECA BARRETO DE ALMEIDA

CAMPOS DOS GOYTACAZES / RJ
2008

I. Introdução

Intuitivamente, o volume de um sólido é a quantidade de espaço por ele ocupada. Para exprimir essa "quantidade de espaço" através de um número, devemos compará-la com uma unidade; e o resultado dessa comparação será chamado de volume.

Por exemplo, podemos medir o volume de uma panela tomando como unidade uma xícara.

Esta noção intuitiva será utilizada como base para as atividades posteriores.

Exemplo:

A maquete de uma residência foi construída em uma escala de 1:50.Com isso, a base da casa passou a ter uma altura de 3 cm, comprimento de 20 cm e largura de 15 cm. Determine o volume do concreto que será necessário para construir a base da casa.

Para que possamos desenvolver as atividades a seguir, precisaremos, então, definir semelhança de uma figura qualquer. Usaremos a definição dada por IEZZI (2000):

> Em Matemática, dois objetos são semelhantes somente quando a razão entre um segmento do 1.º objeto e o segmento correspondente (ou homólogo) do 2.º objeto é sempre a mesma (é constante), qualquer que seja o par de segmentos correspondentes considerados.

Atividade I - CUBO

Utilizando uma régua milimetrada e cubos coloridos confeccionados em cartolina, responda:

1) Quais cubos são semelhantes?

____

2) Como você identificou?

____

____

3) Com auxílio da régua, determine a medida da aresta do cubo vermelho.

$$a_{cuboverde} = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_$$

4) Com auxílio da régua, determine a medida da aresta do cubo azul.

$$a_{cubopink} = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_$$

5) Calcule a razão entre as arestas do cubo vermelho e do cubo azul.

$$\frac{a_{cuboverde}}{a_{cubopink}} = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_$$

O valor encontrado é a razão de semelhança ou razão de proporcionalidade (k) entre o cubo verde e o cubo pink.

6) É possível decompor o cubo verde em cubos iguais ao cubo pink? Se possível, em quantos?

___

7) Portanto, qual seria a razão entre o volume do cubo verde e o volume do cubo pink?

$$\frac{V_{cuboverde}}{V_{cubopink}} = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_$$

Atividade II - PARALELEPÍPEDO

Utilizando uma régua milimetrada e paralelepípedos coloridos confeccionados em cartolina, responda:

1) Quais paralelepípedos são semelhantes?

___

2) Como você identificou?

___

___

3) Qual é a razão de semelhança entre eles?

k = ___

4) É possível decompor o paralelepípedo laranja em paralelepípedos iguais ao paralelepípedo rosa? Se possível, em quantos?

___

5) Portanto, qual seria a razão entre o volume do paralelepípedo laranja e o volume do paralelepípedo rosa?

$$\frac{V_{paralelepípedolaranja}}{V_{paralelepípedorosa}} = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_$$

Atividade III - TETRAEDRO

Utilizando uma régua milimetrada e tetraedros coloridos confeccionados em cartolina, responda:

1) Quais tetraedros são semelhantes?

____

2) Como você identificou?

____

____

3) Qual é a razão de semelhança entre eles?

$k =$ ____________________

4) É possível decompor o tetraedro verde em tetraedros iguais ao tetraedro rosa ? Se possível, em quantos?

____

5) Portanto, qual seria a razão entre o volume do tetraedro verde e o volume do tetraedro rosa?

$$\frac{V_{tetraedroverde}}{V_{tetraedrorosa}} = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_$$

Atividade IV

1) Comparando o item 7 da atividade I e o item 5 das atividades II e III com as suas respectivas razões de proporcionalidade (k), o que você conclui?

____

____

Anexo B

I. Introdução

Intuitivamente, o volume de um sólido é a quantidade de espaço por ele ocupada. Para exprimir essa "quantidade de espaço" através de um número, devemos compará-la com uma unidade; e o resultado dessa comparação será chamado de volume.

Por exemplo, podemos medir o volume de uma panela tomando como unidade uma xícara.

Esta noção intuitiva será utilizada como base para as atividades posteriores.

Exemplo:

A maquete de uma escola foi construída em uma escala de 1:50. O volume de sua base na maquete é de 0,002 m^3. Determine o volume do concreto que será necessário para construir a base desta escola.

Para que possamos desenvolver as atividades a seguir, precisaremos, então, definir semelhança de uma figura qualquer. Usaremos a definição dada por IEZZI (2000):

> Em Matemática, dois objetos são semelhantes somente quando a razão entre um segmento do 1.º objeto e o segmento correspondente (ou homólogo) do 2.º objeto é sempre a mesma (é constante), qualquer que seja o par de segmentos correspondentes considerados.

Atividade I - CUBO

Utilizando uma régua milimetrada e cubos coloridos confeccionados em cartolina, responda:

1) Quais cubos são semelhantes?

____

2) Como você identificou?

____

____

3) Com auxílio da régua, determine a medida da aresta do cubo verde.

$$a_{cuboverde} = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_$$

4) Com auxílio da régua, determine a medida da aresta do cubo amarelo.

$$a_{cuboamarelo} = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_$$

5) Calcule a razão entre as arestas do cubo verde e do cubo amarelo.

$$\frac{a_{cuboverde}}{a_{cuboamarelo}} = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_$$

O valor encontrado é a razão de semelhança ou razão de proporcionalidade (k) entre o cubo verde e o cubo amarelo.

6) Quantos cubos amarelos cabem no cubo verde?

____

7) Portanto, qual seria a razão entre o volume do cubo verde e o volume do cubo amarelo?

$$\frac{V_{cuboverde}}{V_{cuboamarelo}} = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_$$

8) Isso aconteceu para o caso dos cubos, será que acontecerá para outros sólidos?

____

Atividade II - PARALELEPÍPEDO

Utilizando uma régua milimetrada e paralelepípedos coloridos confeccionados em cartolina, responda:

1) Quais paralelepípedos são semelhantes?

____

2) Por que o paralelepípedo rosa e o vermelho não são semelhantes? E o laranja e o vermelho?

____

3) Como você identificou os semelhantes?

____

____

4) Qual é a razão de semelhança entre eles?

$k = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_$

5) É possível decompor o paralelepípedo rosa em paralelepípedos iguais ao paralelepípedo laranja? Se possível, quantos paralelepípedos laranja cabem no paralelepípedo rosa?

____

6) Portanto, qual seria a razão entre o volume do paralelepípedo rosa e o volume do paralelepípedo laranja?

$$\frac{V_{paralelepípedorosa}}{V_{paralelepípedolaranja}} = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_$$

Atividade III - TETRAEDRO

Utilizando uma régua milimetrada e tetraedros coloridos confeccionados em cartolina, responda:

1) Quais tetraedros são semelhantes?

____

2) Como você identificou?

____

____

3) Qual é a razão de semelhança entre o rosa e o laranja?

k = ____________________

4) Quantos tetraedros rosa cabem dentro do tetraedro laranja.

____

5) Portanto, qual seria a razão entre o volume do tetraedro rosa e o volume do tetraedro laranja?

$$\frac{V_{tetraedrorosa}}{V_{tetraedrolaranja}} = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_$$

Atividade IV

1) Comparando o item 7, 6 e 5 das atividades I, II e III, respectivamente, suas razões de proporcionalidade (k) correspondentes, o que você conclui?

____

____

____

____

Fica como sugestão à verificação do resultado acima para qualquer sólido semelhante.