CENTRO FEDERAL DE EDUCAÇÃO TECNOLÓGICA DE CAMPOS
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

RELATÓRIO LEAMAT III

DEDUZINDO AS FÓRMULAS DAS ÁREAS DE FIGURAS PLANAS NO AMBIENTE DE GEOMETRIA DINÂMICA

ENSINO E APRENDIZAGEM DE DEMONSTRAÇÕES

FLÁVIA DA SILVA GOMES
GILIANE DA SILVA PEREIRA
LARISSA FERREIRA DIAS SILVA
PAOLA MARTINS SIQUEIRA

CAMPOS DOS GOYTACAZES / RJ
2008.2

FLÁVIA DA SILVA GOMES
GILIANE DA SILVA PEREIRA
LARISSA FERREIRA DIAS SILVA
PAOLA MARTINS SIQUEIRA

RELATÓRIO LEAMAT III

DEDUZINDO AS FÓRMULAS DAS ÁREAS DE FIGURAS PLANAS NO AMBIENTE DE GEOMETRIA DINÂMICA

ENSINO E APRENDIZAGEM DE DEMONSTRAÇÕES

Trabalho apresentado ao Centro Federal de Educação Tecnológica de Campos como requisito parcial para conclusão da disciplina Laboratório de Ensino e Aprendizagem em Matemática III do Curso de Licenciatura em Matemática.

Orientador: Prof. Salvador Tavares
Profª. Ana Mary Fonseca Barreto de Almeida

CAMPOS DOS GOYTACAZES / RJ
2008.2

1) Justificativa

Segundo NASSER (2003), desde muito cedo, deve-se dar oportunidade e condições para que os alunos desenvolvam sua capacidade de justificar os resultados que julgam ser verdadeiros e de comunicar as suas idéias. Segundo ela, é necessário ajudar o aluno a desenvolver o seu raciocínio lógico e prepará-lo para dominar o processo dedutivo.

O que se observa, até hoje, no ensino e aprendizagem de áreas de figuras planas é, simplesmente, a memorização e aplicação de fórmulas sem nenhum significado.

Como muitos dos estudantes simplesmente decoram as fórmulas e não se preocupam em entender o porquê delas, elaboramos atividades, em ambiente computacional, com o objetivo de o aluno deduzir as fórmulas das áreas das de figuras planas, a fim de melhorar a compreensão da origem das fórmulas que eles utilizam.

2) Objetivos

Partindo do Teorema de Hadwiger-Glur, onde afirma que dois polígonos com áreas iguais são sempre TR-equidecomponíveis (admitem decomposições por meio de uma translação ou de uma rotação de 180º) e de que a dedução da fórmula da área de um retângulo é um processo bastante intuitivo, todos os polígonos foram subdivididos em partes, de forma que estas, reposicionadas, formassem um retângulo.

Com esse propósito, elaborou-se algumas construções geométricas, utilizando o *software* Régua e Compasso cujas transformações constituem uma ferramenta no auxílio da dedução das fórmulas das áreas de figuras planas.

Espera-se que os alunos estejam preparados para resolver problemas, mesmo não se lembrando das fórmulas, estimulando assim o raciocínio e o pensamento, de forma que estejam aptos a justificarem suas soluções tanto escrita como oralmente.

3) Atividades desenvolvidas

3.1) Atividades preliminares

As atividades trabalhadas durante as aulas de LEAMAT I, na disciplina de Demonstrações, foram os textos:

"Argumentação e prova no ensino da Matemática", relata o abandono total do raciocínio dedutivo e das demonstrações, com isso a realidade hoje nos mostra que a maioria dos alunos não está aprendendo a pensar e nem a raciocinar quando estudam os diversos conteúdos da Matemática. O professor deve estar ciente de que precisa explorar em suas aulas atividades como o objetivo de ajudar o aluno a desenvolver suas habilidades matemáticas, sendo estas "construídas" ao longo dos anos de escolaridade, através de atividades variadas como jogos, problemas-desafio, ou simplesmente exigindo-se justificativas para todas as respostas. Observa-se que nas séries inicias a criança é mais espontânea conseguindo explicar seu raciocínio oralmente, com naturalidade. Conforme, os anos vão passando, essa espontaneidade diminui e o aluno não consegue justificar suas soluções nem oralmente nem por escrito.

"Conceituação, manipulação, aplicações" o texto descreve que o ensino da Matemática deve abranger três componentes fundamentais sendo eles conceituação, manipulação e aplicação. Elas devem ser pensadas como um tripé de sustentação: as três são suficientemente para assegurar a harmonia do curso e cada uma delas é necessária para o seu bom êxito.

O que aconteceu no ensino durante o período da Matemática Moderna, foi uma forte predominância da conceituação. Quase não havia lugar para as manipulações e muito menos para as aplicações. Com isso, o ensino perdia muito em objetividade insistindo em detalhes irrelevantes e deixando de destacar o essencial, um exemplo da falta de objetividade é a definição de função como um conjunto de pares ordenados.

O texto o qual aborda o *"Raciocínio Dedutivo e Álgebra Geométrica"*, diz que o elemento dedutivo foi introduzido na matemática por Tales, dentre uma das sugestões dadas por matemáticos que o raciocínio dedutivo pode ter provido da lógica nas tentativas de convencer um oponente de conclusão, procurando premissas da qual uma conclusão segue necessariamente. E que a uma "álgebra geométrica" tomara o lugar da antiga "álgebra aritmética", e nessa nova álgebra não podia haver soma de segmentos com áreas ou de áreas de volumes devendo ser agora interpretadas geometricamente.

O texto "*Somos todos mentirosos?*" mostra que Carl Gustav Jung, um dos grandes pensadores da Psicanálise, lembrando de seus tempos de colégio, diz: "... o que mais me irritava era o princípio: se **a** = **b** e se **b** = **c**. Tendo sido dado, por definição que **a** é diferente de **b**, por conseguinte não pode ser igual a **b**, e ainda menos de **c**... dizer que **a** = **b** me parecia uma fraude evidente, uma mentira". Por este motivo muitos alunos ficam atordoados ao se deparar com a linguagem matemática ao apresentar alguns exemplos explicitação e utilização das regras, observou-se que a grande confusão de Jung vinha da substituição dos números, que ele compreendia, por letra, o que ele nunca aceitou.

O texto "*Preliminares de lógica*" mostra que para estudar Matemática não é preciso fazer um curso de lógica, as noções de lógicas costumam ser aprendidas naturalmente dentro do estudo da Matemática.

Após a leitura dos textos acima foi feito um embasamento teórico com o objetivo de aprofundar o estudo de demonstrações. Estudou-se algumas atividades que continham justificativas formais e informais que envolviam Geometria, Álgebra e Aritmética, e por último foi feito à escolha do tema a ser trabalhado durante o LEAMAT, o tema escolhido pelo grupo foi *Áreas de figuras planas*.

3.2) Relato da aplicação da atividade no grupo de LEAMAT II

Nas aulas do LEAMAT II foram desenvolvidas as atividades dentro da linha de pesquisa ensino e aprendizagem de demonstrações, que foi aplicada ao grupo de LEAMAT II, para verificação e aprimoramento da mesma, na qual utilizamos as construções geométricas feitas no *software* Cabri Geométrè II.

A partir dos resultados e das sugestões dos alunos e professores que participaram da apresentação, foram acatadas algumas mudanças para a aplicação do trabalho em uma turma de 9º ano do Ensino Básico.

3.3) Relato da aplicação da atividade na turma de 9º ano

A atividade elaborada pelo grupo foi aplicada a uma turma de 9º ano tendo duração de 2 horas aulas de uma Instituição pública do município de Campos dos Goytacazes, no laboratório de informática, em que apresentavam vinte computadores, um datashow, um quadro branco, em que todos computadores apresentavam o recurso que era necessário para a atividade.

A atividade começou com uma professora em formação perguntando aos alunos: "o que é medir?" Eles ficaram um pouco inibidos para responder, até que um aluno disse: "é medir algo, mas na linguagem matemática não sei não", logo depois concluíram o pensamento e chegaram a definição.

Em seguida foi feita a leitura da atividade (anexo1) e, ao chegar na parte de como calcular a área do retângulo no qual havia 8 quadrados unitários justapostos na horizontal em cada linha num total de 3 linhas, puderam observar que para calcular a área daquela figura era só somar a quantidade de quadradinhos da 1ª linha, da 2ª linha e da 3ª linha no que resultava a quantidade total de quadradinhos, ou seja, que a área do retângulo é a base multiplicada pela altura. E era a partir da área do retângulo que os professores em formação queriam que os alunos pudessem deduzir as fórmulas das áreas de alguns polígonos, como o triângulo, paralelogramo, trapézio e losango. Para isso, utilizamos os apllets desses polígonos os quais foram feitos pelas alunas em formação, a fim de transformar cada um deles em retângulo.

Assim, foi dado início a dedução das áreas dessas figuras, a primeira foi a do triângulo em que tinham que transformá-la em um retângulo (foto1) para que pudessem deduzir a sua área, no primeiro momento, eles não visualizaram que a altura do retângulo era a metade da altura do triângulo, mas a professora em formação foi até ao quadro (foto2) fazendo perguntas para conseguir fazer com que eles visualizassem que a altura deste retângulo era a metade da altura do triângulo, dessa forma conseguiram concluir que a área do triângulo era: $\frac{b.h}{2}$.

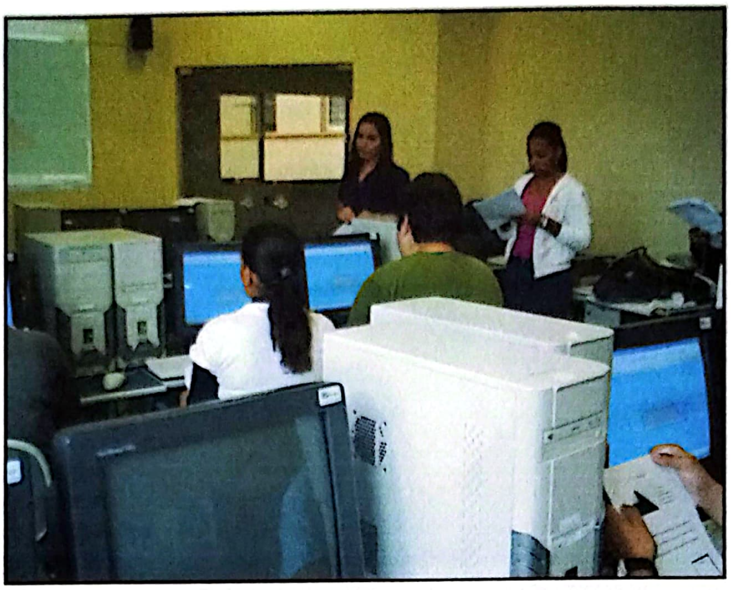


Foto 1: Transformação do triangulo em retângulo.

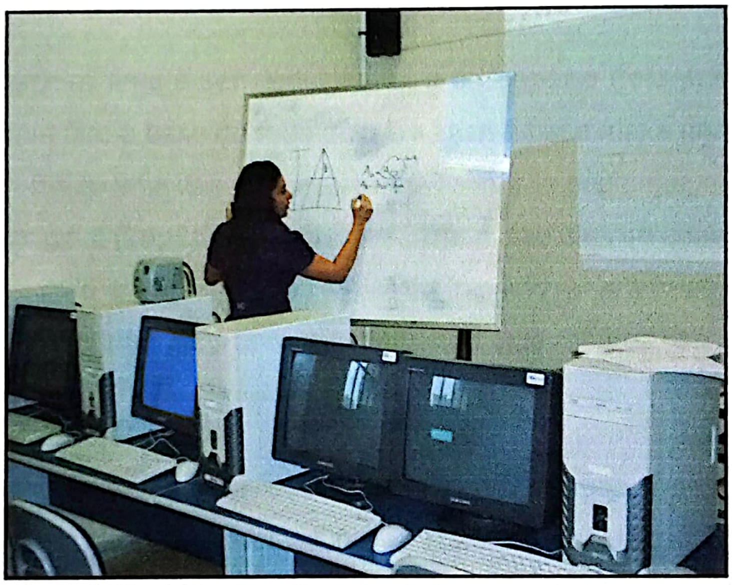


Foto 2: Professora em formação ao quadro

A segunda área a ser deduzida foi a do paralelogramo (foto3), nesse momento eles tiveram mais facilidade, uma vez que perceberam que a base e a altura do retângulo eram a mesma do paralelogramo.

Foto3: Transformação do paralelogramo em retângulo.

A terceira área a ser deduzida foi a do trapézio (foto 4) de início eles não visualizaram que a base do retângulo era igual à base maior do trapézio mais a base menor. Então uma das professoras em formação pediu que eles voltassem para a figura original (trapézio), depois de fazerem isso eles se convenceram que a base do retângulo era igual à base maior do trapézio mais a base menor e que a altura era a metade do trapézio, concluindo que a área do trapézio era: $\frac{(B+b).h}{2}$.

A quarta área a ser deduzida foi a do losango (foto5), esse foi o momento em que eles ao mover as peças puderam analisar sozinhos a área, percebemos então que não obtiveram nenhuma dificuldade e concluíram que a área era: $\frac{D.d}{2}$.

Foto 5: Transformação do losango em retângulo.

Em todas essas figuras, triângulo, paralelogramo, trapézio e losango, eles puderam observar que as áreas eram iguais e as figuras equivalentes, uma vez que não estava havendo nenhuma perda de peça ao transformá-la em um retângulo. Depois, foi entregue uma folha de atividade cujas questões eram para aplicar as fórmulas de área de figuras planas deduzidas anteriormente. Dessa forma eles iam fazendo e, em seguida, íamos corrigindo com eles. O tempo de aplicação da atividade foi suficiente e produtivo ao passo de conseguirmos resolver com eles, até a folha de atividades extras.

4) Conclusão

Com esta atividade os alunos puderam compreender que é possível deduzir as fórmulas da área de alguns polígonos conhecendo-se apenas a fórmula da área do retângulo, no qual também, puderam perceber que quando se transforma uma figura plana em outra sem que haja perda de nenhuma das partes dessas figuras, essas figuras são equivalentes e as áreas são iguais.

Esta atividade também estimulou o raciocínio dedutivo dos alunos fazendo com que eles refletissem sobre o que estavam fazendo e não apenas decorar o que deve ser feito. Com isso, os professores em formação puderam observar que os alunos e o seu professor ficaram satisfeitos em ter visto o conteúdo aplicado de forma diferente em relação ao que eles sempre estão acostumados, a fazer só com a "decoreba" das fórmulas, o que mais surpreendeu foi à fala de uma aluna ao dizer "agora eu nunca mais esqueço".

5) Referências

BIGODE, Antônio José Lopes, *Matemática hoje é feita assim*, 5ª. série, São Paulo: FTD, 2000, p. 94 a 97.

BOYER, Carl. *História da Matemática*. 2ª. ed. São Paulo: Edgard Blücher, 1996. p. 53 e 54.

LIMA, Elon Lages. *Matemática e Ensino*. 2ª. ed. Coleção do Professor de Matemática. Sociedade Brasileira de Matemática, 2003.

NASSER, Lílian. TINOCO, Lucia. *Curso Básico de Geometria: enfoque didático.* 3ª. ed. Rio de Janeiro: UFRJ/IM.Projeto Fundão, 2004.

NASSER, Lílian. TINOCO, Lucia A.A. *Argumentação e Provas no Ensino da Matemática*. 2ª. ed. Rio de Janeiro: UFRJ/IM.Projeto Fundão, 2003.

PALIS, Gilda de La Roque e MALTA, Iaci. *Revista do Professor de Matemática nº. 37* – SBM, 2º. quadrimestre, 1998.

Atividade baseada no site que está disponível em: <http://www2.mat.ufrgs.br/edumatec/atividades_diversas.php> Acesso em: 08/07/2008

Disponível em: <http://www.somatematica.com.br/soexercicios/geoplana.php> Acesso em: 13/9/08

Anexos

Anexo 1

Deduzindo Áreas de Figuras Planas

CENTRO FEDERAL DE EDUCAÇÃO TECNOLÓGICA DE CAMPOS

CEFET CAMPOS Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense

Ministério da Educação

Secretaria de Educação Profissional e Tecnológica

Licenciatura em Matemática 2008.2

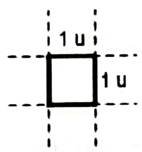
Disciplina: LEAMAT III Linha de Pesquisa: Ensino e Aprendizagem Demonstrações

Deduzindo Áreas de Figuras Planas

A partir da fórmula da área de um retângulo podemos entender as fórmulas da área de outras figuras planas, utilizando os recursos computacionais.

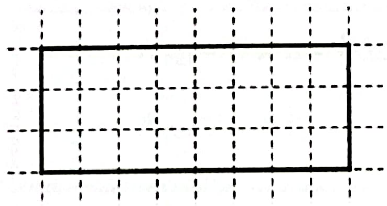
Antes de mais nada, devemos entender que para determinar a fórmula da área de uma figura precisamos escolher uma unidade de medida e, então comparar a figura com essa unidade, isto e, tratamos de responder "quantas" unidades precisamos para "compor" a figura.

Para deduzir as conhecidas fórmulas de áreas adotamos como unidade de área um quadrado que, por definição tem área igual a 1 u.a. e cujo lado será tomado como unidade de medida.



⇨ Como calcular a área de um retângulo?

A seguir temos, 8 quadrados unitários justapostos na horizontal em cada linha num total de 3 linhas.



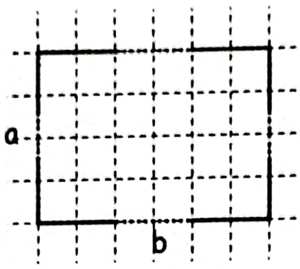
Assim, podemos escrever o total de quadrados:

$$\underbrace{\_\_\_\_}_{1.^a\ \text{linha}} + \underbrace{\_\_\_\_}_{2.^a\ \text{linha}} + \underbrace{\_\_\_\_}_{3.^a\ \text{linha}} = \_\_\_\_$$

3 linhas no total

Se contarmos a quantidade de quadrados unitários existentes no interior do retângulo teremos ________ quadrados, ou melhor, ________ unidades de área.

Contando de outra maneira, generalizamos um procedimento para cálculo de área, ou seja, a fórmula.



Mas geralmente, se temos um retângulo formado por b quadrados unitários justapostos na horizontal distribuídos em a linhas, contamos total:

$$\underbrace{\_\_\_ + \_\_\_ + \dots + \_\_\_}_{\_\_\_\ \text{linhas no total}} = \_\_\_$$

Observe que b corresponde à medida de um dos lados de retângulo, comumente chamado de base e a corresponde à medida de outro lado do retângulo, chamado de altura.

Assim, a fórmula da área do retângulo será igual a:

$$A_{\text{retângulo}} = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_$$

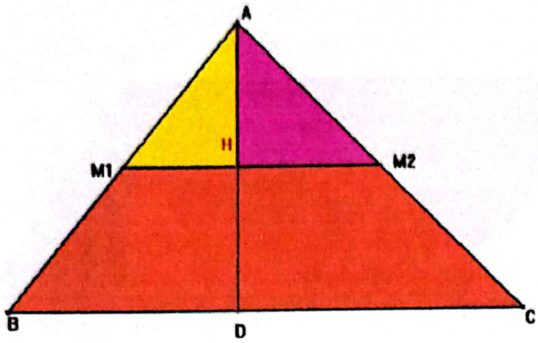
$$A_{\text{ret}} = b \times a = \text{base} \times \text{altura}$$

$$A_{\text{ret}} = b \times h$$

A partir da área do retângulo podemos deduzir as fórmulas da área de alguns polígonos.

Para deduzir as fórmulas de áreas usamos uma brincadeira de “encaixar” as peças que compõem cada polígono, podemos transformar triângulo, paralelogramo, losango e trapézio em retângulo.

TRIÂNGULO



$\overline{BC}$ = base (b)
$\overline{AD}$ = altura (h)
M_1 é ponto médio de $\overline{AB}$
M_2 é ponto médio de $\overline{AC}$
$\overline{AD}$ é perpendicular a $M_1 M_2$

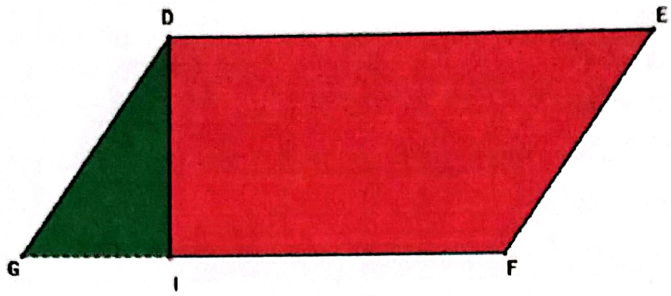
Utilizando ambiente de geometria dinâmica, responda às atividades a seguir:

No triângulo, como podemos mover as peças de forma a obter um retângulo?

O que você pode concluir em relação à área do triângulo e do retângulo?

FÓRMULA

PARALELOGRAMO



$\overline{GF}$ = base (b)
$\overline{DI}$ = altura (h)
$\overline{DI}$ = perpendicular a $\overline{GF}$

Utilizando ambiente de geometria dinâmica, responda às atividades a seguir:

No paralelogramo, como podemos mover as peças de forma a obter um retângulo?

O que você pode concluir em relação a área do paralelogramo e do retângulo?

____

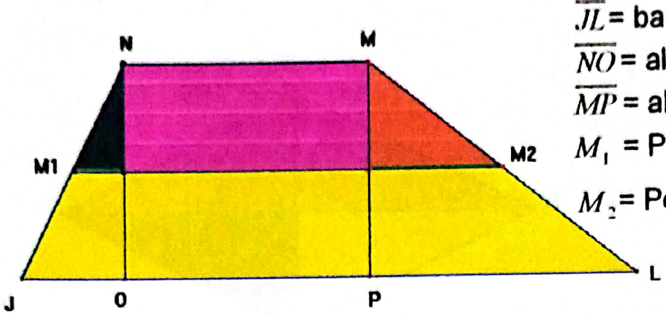
____

____

____

FÓRMULA

TRAPÉZIO



$\overline{JL}$ = base (b)
$\overline{NO}$ = altura perpendicular a $\overline{JL}$ (h)
$\overline{MP}$ = altura e perpendicular a $\overline{JL}$ (h)
M_1 = Ponto médio de $\overline{NJ}$
M_2 = Ponto médio de $\overline{ML}$

Utilizando ambiente de geometria dinâmica, responda às atividades a seguir:

No trapézio, como podemos mover as peças de forma a obter um retângulo?

O que você pode concluir em relação à área do trapézio e do retângulo?

____

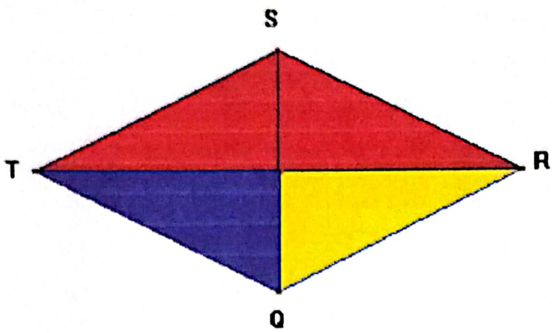
____

____

____

FÓRMULA

LOSANGO



$\overline{RT}$ = Diagonal maior (D)
$\overline{SQ}$ = Diagonal menor (d)

Utilizando ambiente de geometria dinâmica, responda às atividades a seguir:

No losango, como podemos mover as peças de forma a obter um retângulo?

O que você pode concluir em relação à área do losango e do retângulo?

____

____

____

____

FÓRMULA

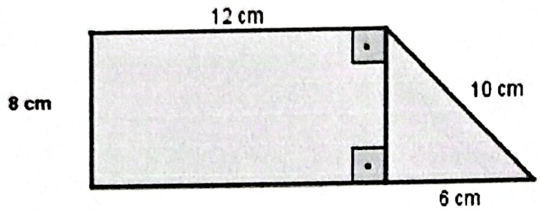
Anexo 2

Atividades

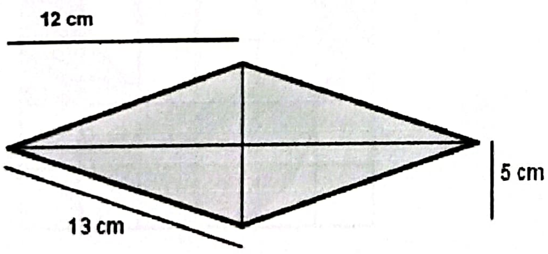
Atividades

1-Considere as medidas apresentadas e determine a área de cada figura.

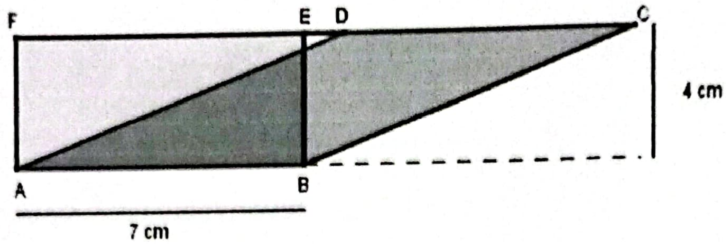
a)



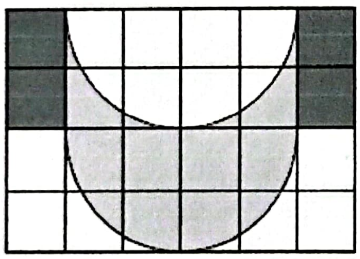
b)



2- Calcule a área e verifique se o paralelogramo ABCD e o retângulo ABEF são equivalentes.



3- Calcule a área da figura, sabendo que cada quadradinho equivale a 1 cm.

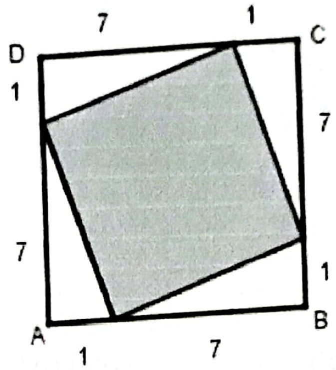


Anexo 3

Atividades Extras

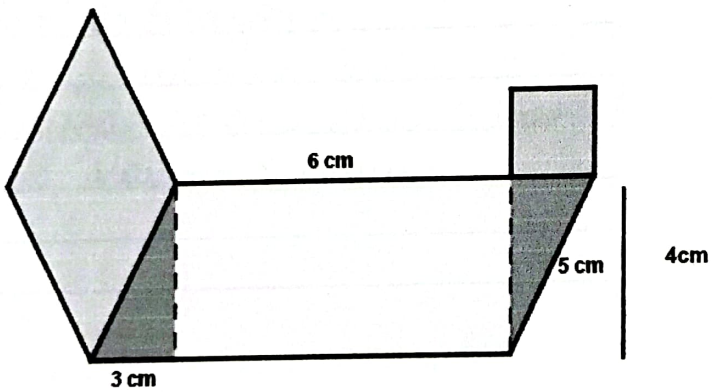
Atividades Extras

1-(PUC-SP) A área do quadrado sombreado é:



a) 36
b) 40
c) 48
d) 50
e) 60

2- Observe a figura a seguir e responda:



a) Determine a área do losango.

b) Determine a área total da figura.

Campos dos Goytacazes, 24 de Março de 2008.

Flávia da Silva Gomes

Giliane da Silva Pereira

Larissa Ferreira Dias Silva

Paola Martins Siqueira