CENTRO FEDERAL DE EDUCAÇÃO TECNOLÓGICA DE CAMPOS
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

RELATÓRIO LEAMAT III

JUSTIFICATIVAS GRÁFICAS PARA PROPOSIÇÕES ARITMÉTICAS

ENSINO E APRENDIZAGEM DE DEMONSTRAÇÕES

DIEGO DE LIMA SANTANA
ÉRICA BARRETO PINTO
JOSELANE DE OLIVEIRA GOMES

CAMPOS DOS GOYTACAZES / RJ
2008.2

DIEGO DE LIMA SANTANA
ÉRICA BARRETO PINTO
JOSELANE DE OLIVEIRA GOMES

RELATÓRIO LEAMAT III

JUSTIFICATIVAS GRÁFICAS PARA PROPOSIÇÕES ARITMÉTICAS

ENSINO E APRENDIZAGEM DE DEMONSTRAÇÕES

Trabalho apresentado ao Centro Federal de Educação Tecnológica de Campos como requisito parcial para conclusão da disciplina Laboratório de Ensino e Aprendizagem em Matemática III do Curso de Licenciatura em Matemática.

Orientadora: Prof.ª Ana Mary F. B. Almeida

CAMPOS DOS GOYTACAZES / RJ
2008.2

1) Justificativa

Os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática para o terceiro e quarto ciclos trazem a seguinte orientação:

> *"Os adolescentes desenvolvem de forma bastante significativa a habilidade de pensar "abstratamente", se lhes forem proporcionadas experiências variadas envolvendo noções algébricas, a partir dos ciclos iniciais, de modo informal, em um trabalho articulado com a Aritmética. Assim, os alunos adquirem base para uma aprendizagem de Álgebra mais sólida e rica em significados." (PCN, 1998)*

Segundo POLYA (2006), figuras não são apenas objetos de problemas geométricos, mas sim importante instrumento de auxílio em resolução de problemas de todos os tipos, que nada apresentem de geométrico na origem.

Com base nas informações acima e a partir da análise de livros didáticos, estudos e pesquisas, discussões em sala e de nossa experiência escolar, enquanto alunos, foi constatada a pouca incidência de justificativas gráficas para proposições aritméticas. Esta análise motivou, dentro da linha de pesquisa de Demonstrações, a elaboração de atividades que envolvessem proposições aritméticas com justificativas gráficas.

2) Metodologia e Atividades desenvolvidas

Ao longo do Laboratório de Ensino e Aprendizagem em Matemática I foram analisados alguns livros didáticos de 3º. e 4º. ciclos e do Ensino Médio, além de textos indicados pela professora e os Parâmetros Curriculares Nacionais de 3º. e 4º. Ciclos.

No texto "Somos todos mentirosos?", a autora relata que muitos alunos ficam atordoados em relação ao contato com a linguagem matemática, pois se sentem em um jogo onde não conhecem as regras.

Ávila, em seu texto "Preliminares da Lógica" indica a importância da lógica matemática em outras disciplinas, e insere vários elementos e definições necessários à Análise.

Viu-se o método de indução matemática a partir do texto de Somski, e foi percebido que este método será usado para a "... demonstração de teoremas *aritméticos* ou, mais rigorosamente, de teoremas referentes às propriedades gerais dos números naturais...".

Outro texto lido foi o de Lima, intitulado "Conceituação, Manipulação e Aplicações", e um ponto interessante da discussão deste texto foi a crítica às questões que induzem o aluno ao raciocínio necessário para a resolução das mesmas. O texto indica que o ideal seria formular questões que não possam ser resolvidas com os conhecimentos já adquiridos, mas que possam ser resolvidos com o conteúdo a ser iniciado, prendendo a atenção do aluno.

Discutiu-se a importância e os tipos de provas e justificativas matemáticas, bem como a importância destas no ensino e aprendizagem da Matemática a partir do texto "Argumentação e provas no ensino da Matemática" da Tinoco e Nasser.

A leitura e discussão dos textos diversos nos proporcionaram um embasamento acerca das demonstrações e justificativas informais. Também foram realizadas atividades explorando algumas demonstrações e justificativas informais em Geometria, Álgebra e Aritmética.

Ao longo do Laboratório de Ensino e Aprendizagem em Matemática II (LEAMAT II) definiu-se o formato da primeira atividade. Foram escolhidas as proposições para comporem a atividade e a mesma ser aplicada à nossa turma do LEAMAT II. A partir das sugestões de nossos colegas e das professoras do LEAMAT que acompanharam o trabalho, alteraram-se alguns pontos da mesma.

Foi modificado o número de proposições, reduzindo para duas proposições e um desafio, pois a atividade aplicada possuía três proposições e um desafio, o que não foi bem aproveitado em duas horas-aula.

Para a aplicação da atividade utilizou-se papel quadriculado, lápis B2 e lápis coloridos.

A atividade aplicada aos alunos do LEAMAT II consta no anexo A, e a atividade reelaborada após aplicação à turma do LEAMAT II, consta no anexo B.

Não obstante foi apresentado um pôster relativo aos trabalhos desenvolvidos nos LEAMAT I e II, dentro da linha de pesquisa de Demonstrações, na II Semana da Matemática do CEFETCampos em setembro de 2008 (foto 1).

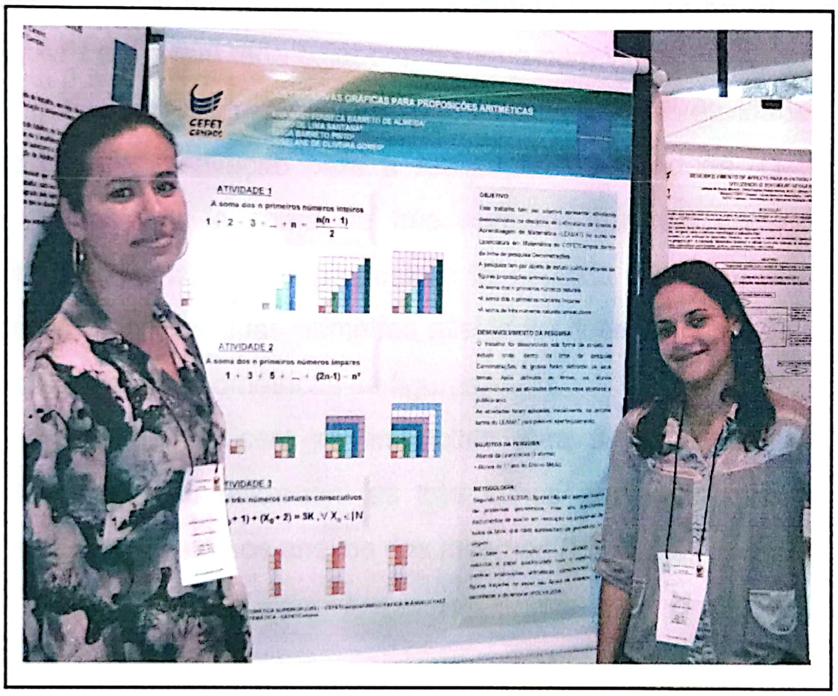


Foto 1 – Pôster apresentado na II Semana da Matemática do CEFETCampos

3) Objetivos

Considerando que figuras traçadas no papel são fáceis de preparar, de reconhecer e de lembrar, a produção de uma lúcida representação geométrica para um problema não geométrico constitui um importante passo no sentido da solução e da dedução. (POLYA, 2006)

Pretende-se então, proporcionar uma aprendizagem mais intuitiva e dinâmica de modo que algumas proposições da Aritmética sejam justificadas através de disposições geométricas de figuras.

4) Relato da aplicação da atividade

Aplicou-se a atividade a uma turma de 2º. ano do Ensino Médio de uma escola pública do município de Campos dos Goytacazes. Iniciou-se explicando que estava se aplicando uma atividade experimental que havia sido desenvolvida nos LEAMAT I e II e que toda colaboração seria bem vinda.

Iniciou-se com a leitura da introdução da atividade, onde fora apresentada uma motivação para a realização da atividade. O texto trazia a seguinte proposição: "a soma de três números naturais consecutivos é um número múltiplo de três". Esta proposição foi deixada como um desafio para que os alunos, ao final das duas primeiras atividades fossem capazes de justificar a partir de disposições geométricas de figuras.

Prosseguiu-se com as instruções para a realização das atividades, explicando como eles utilizariam as três folhas em papel quadriculado como recurso, que constavam nos anexos das mesmas (foto 2).

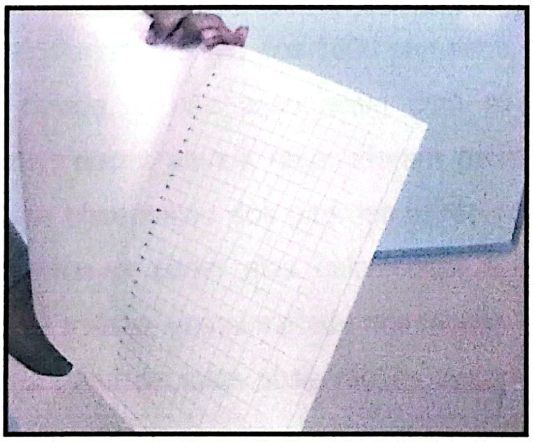


Foto 2 – Folha em papel quadriculado contida no anexo da atividade

Começou-se a realizar a atividade 1 onde se usou o conceito de seqüência sem defini-lo, tomando-o como pré-requisito da atividade. Os alunos tiveram dúvidas quando foram pedidos para escrever a "soma aritmética" das seqüências, mas quando se suprimiu o termo "aritmética", eles não tiveram dúvidas e seguiram as orientações.

Quando foi usada a folha quadriculada, e foi sugerido que os alunos pintassem com o lápis grafite (foto 3) os quadrados a fim de formar o menor retângulo, não quadrado, houve dúvidas e alguns alunos pintaram retângulos eqüiláteros e outros alunos fizeram retângulos com vértices diferentes dos indicados. Poucos conseguiram construir os retângulos conforme fora solicitado sem a instrução de algum colega ou componente do nosso grupo.

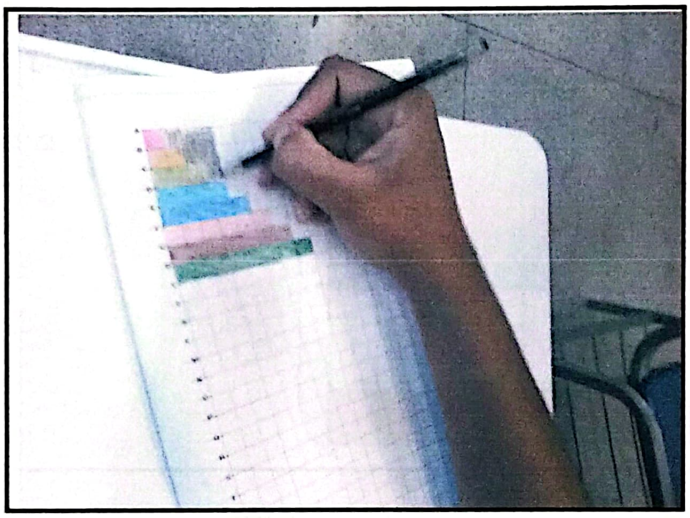


Foto 3 – Um aluno preenchendo a folha quadriculada

Após três exemplificações, foi pedido aos alunos que respondessem oralmente como eles calculariam a soma dos 1000 primeiros números naturais, e alguns demonstraram dúvida, e não associaram com a resolução dos três exemplos dados. Alguns poucos alunos responderam prontamente, fazendo o cálculo mental através da observação dos padrões apresentados nos exemplos anteriores. Então perguntou-se como eles calculariam a soma de todos os números naturais de 1 a 1 milhão, quase metade dos alunos utilizaram um rápido processo de contagem a partir de suas observações decorrentes das questões anteriores. Pediu-se então para que eles escrevessem a que conclusão havia chegado a partir dos exemplos dados.

A partir da conclusão obtida no item anterior foi pedido que eles exprimissem em linguagem matemática a soma dos n primeiros números naturais, e chegou-se assim a construção de uma proposição pelos alunos.

Concluiu-se a atividade 1 com a retomada dos três exemplos iniciais, e estendeu-se a proposição para os n primeiros números naturais (figura 1).

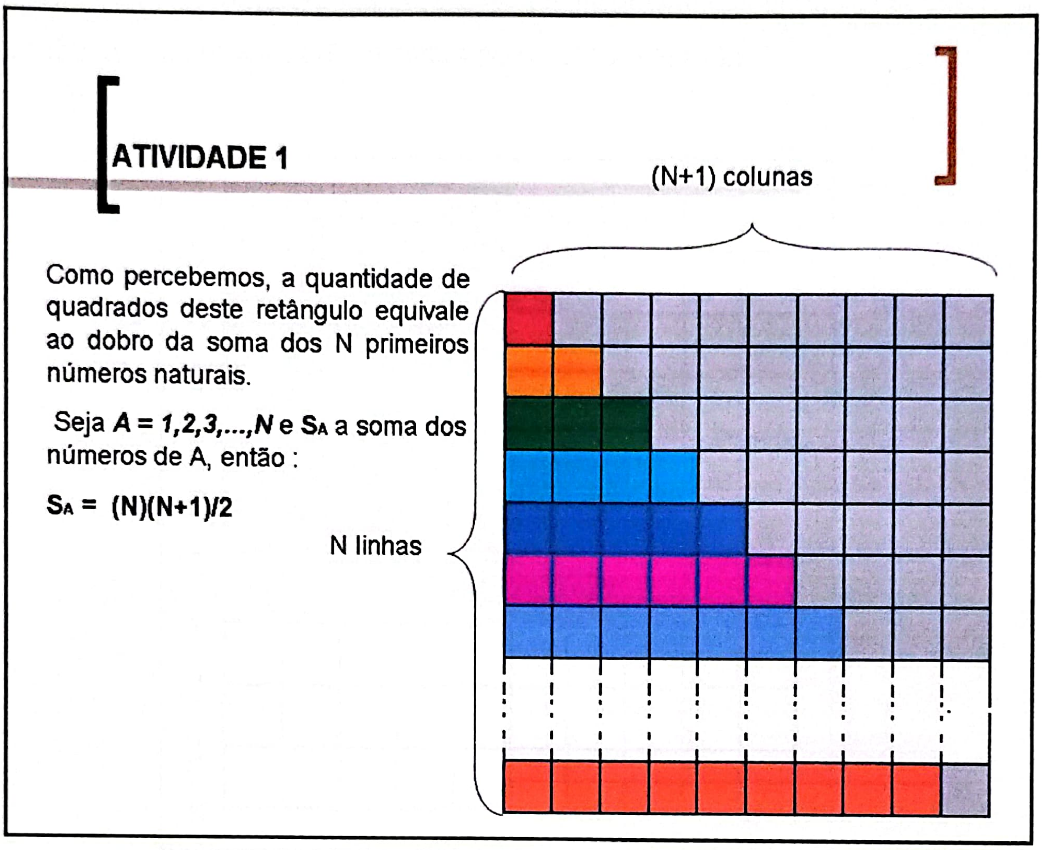


Figura 1 – Conclusão da primeira proposição apresentada em slide.

A atividade 2 tratou da proposição relacionada à soma dos n primeiros números ímpares. Pediu-se que eles escrevessem a soma aritmética, e neste momento nenhum aluno apresentou dificuldade ao executar tal procedimento.

Questionou-se como poderiam proceder no preenchimento do papel quadriculado a fim de obter disposições gráficas que permitissem um processo rápido de contagem. Os alunos se prenderam ao processo de construção desenvolvido na atividade 1, e, no entanto perceberam não ser o mais adequado para o conjunto de números fornecido.

Prosseguiu-se utilizando as instruções contidas nos itens da atividade, que direcionou a construção de quadrados consecutivos a partir do quadrado de vértices em A e B, tendo então o lado uma unidade de medida.

O primeiro exemplo tratou da soma dos 3 primeiros números naturais ímpares e ao final deste os alunos construíram um quadrado de lado medindo três unidades de medida. No segundo exemplo a soma era dos 5 primeiros números naturais ímpares e ao justificar graficamente, construíram um quadrado de lado medindo 5 unidades de medida. No terceiro e último exemplo a soma era dos 7 primeiros números naturais ímpares e ao justificar graficamente, construíram um quadrado de lado medindo 7 unidades de medida (figura 2).

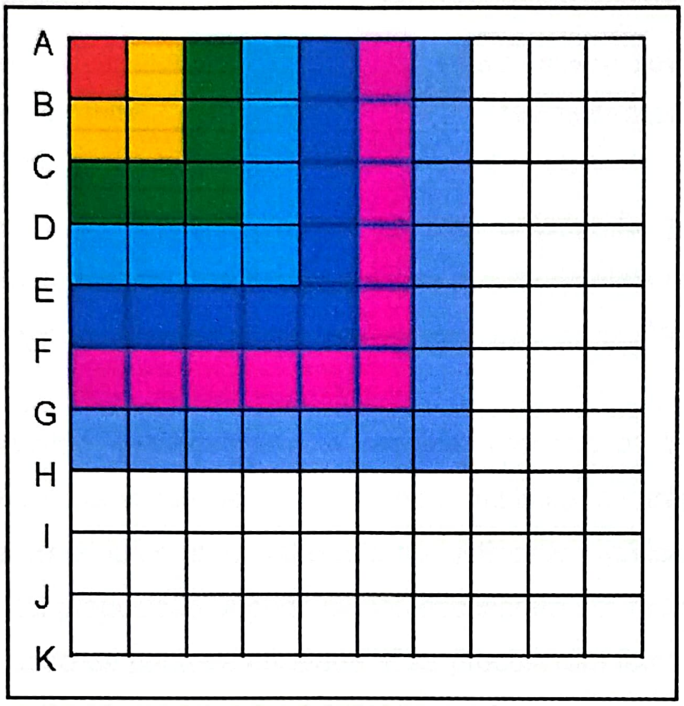


Figura 2 – Justificativa gráfica formada para a soma dos 7 primeiros números ímpares.

Quando pedidos para concluir o que fora observado nos três exemplos os alunos conjecturaram que: "a soma dos N primeiros números ímpares é igual ao termo central ao quadrado ou a média dos termos centrais ao quadrado ou ainda somar 1 unidade ao último número, dividir por dois e elevar ao quadrado" (foto 4 e 5).

Como por exemplo:

$$1 + 3 + 5 + 7 + 9 = 5^2 \text{ ou } \left[\frac{(9+1)}{2}\right]^2$$

$$1 + 3 + 5 + 7 = \left[\frac{(7+1)}{2}\right]^2 \text{ ou } \left(\frac{3+5}{2}\right)^2$$

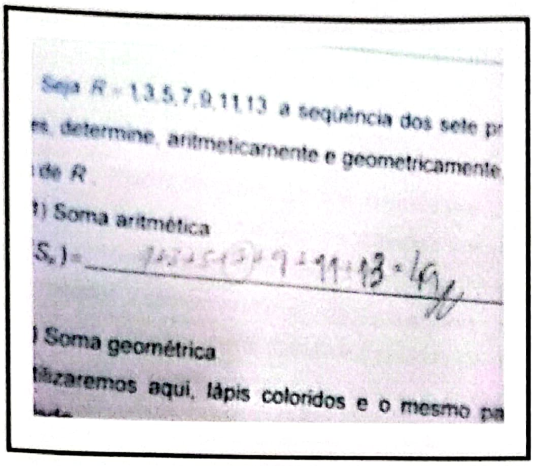


Foto 4 – um aluno que respondeu em função do termo central.

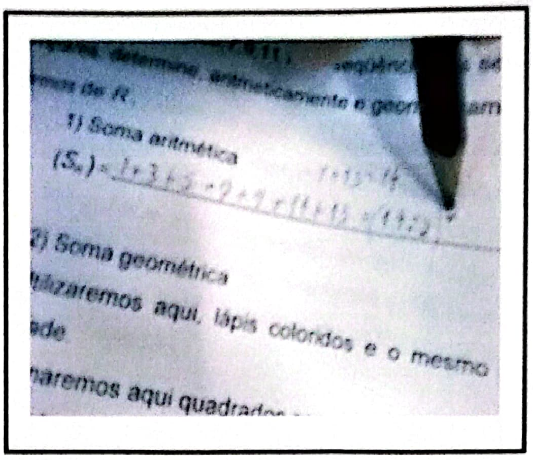


Foto 5 – exemplo de raciocínio em função do último termo.

A partir da conclusão obtida no item anterior foi pedido que eles exprimissem em linguagem matemática a soma dos n primeiros números naturais ímpares, e chegou-se assim às generalizações das proposições feitas pelos alunos.

A questão desafio trouxe a seguinte proposição: “a soma de três números naturais consecutivos é um número múltiplo de três”. Os alunos dispuseram de 10 minutos para elaborar uma justificativa gráfica que mostrasse ser verdadeira tal proposição. Alguns alunos esboçaram um raciocínio similar ao usado na resolução da primeira atividade. Eles procuravam formar retângulos de altura 3 e largura igual ao maior dos três números, tomando o cuidado de subtrair 3 unidades do total calculado a partir de tal retângulo, pois duas unidades eram adicionadas ao menor dos três números, e uma unidade ao número mediano de tal seqüência para completar tal retângulo.

Outros alunos pensaram a justificativa em função do termo central, pois perceberam que a unidade a mais do maior dos três números pode ser “emprestada” ao menor dos três, gerando assim um retângulo de largura igual ao valor do termo central e altura igual a 3. Este raciocínio foi mais fácil de visualizar para os alunos, talvez pela maior simplicidade dos artifícios utilizados quando comparado ao primeiro.

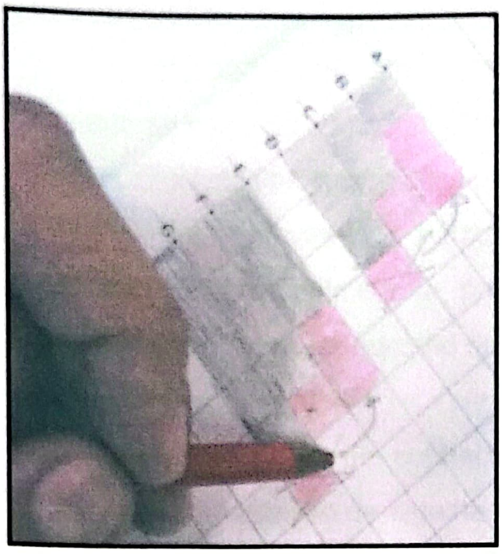


Foto 6

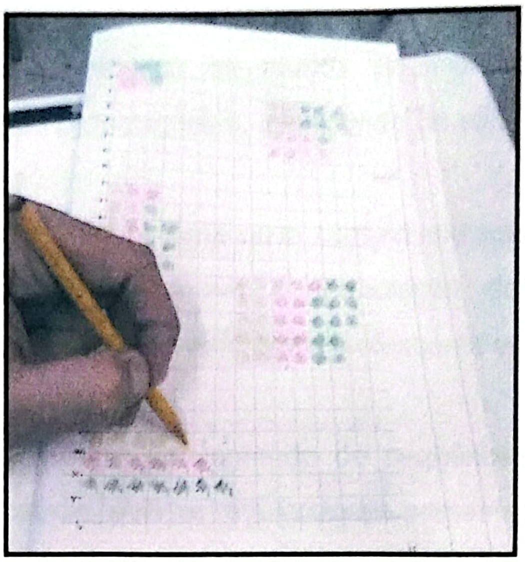


Foto 7

A foto 6 mostra a resolução da questão desafio tentando usar a mesma estrutura vista na resolução da questão1.

A foto 7 mostra um aluno que experimentou organizações similares as já vistas na questão 1 e 2.

A foto 8 retrata outra forma que foi pensada a resolução da questão desafio.

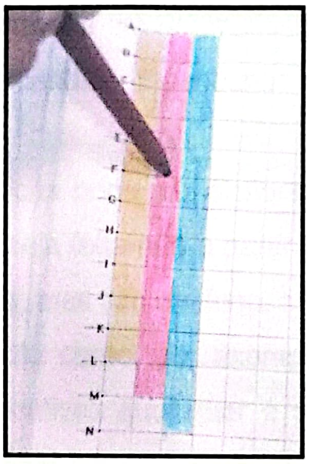


Foto 8

Dentre as várias discussões levantadas pelos alunos na resolução da questão desafio, surgiu a seguinte proposição: “a soma de 4 números consecutivos é um múltiplo de 4”. Esta proposição foi colocada em discussão com os demais alunos, e boa parte considerava verdadeira, sem, no entanto buscar uma justificativa. Em seguida foi colocado um contra-exemplo usando valores triviais: 1+2+3+4. Estes quatro números somados equivalem a 10, que não é um múltiplo de 4, isto é, 10 não é divisível por 4.

5) Conclusão

A partir das atividades percebeu-se que os alunos participaram ativamente nas respostas, formulando outras proposições e, justificando de várias formas diferentes as proposições propostas.

As atividades 1 e 2 trouxeram aos alunos uma nova contextualização das proposições aritméticas propostas e, embasaram a formulação das justificativas gráficas da questão desafio, como fora previsto pelos professores em formação.

A utilização de conhecimentos prévios do conteúdo de seqüências facilitou a formalização de algumas justificativas, pois as regularidades presentes em cada proposição eram justificadas a partir do elemento central das seqüências, ou da média aritmética dos elementos centrais.

O resultado da aplicação foi satisfatório diante das expectativas e pode-se pensar em ampliar o número de proposições a ser aplicada em um minicurso ou oficina, com carga horária de 4 horas, podendo ser estendido dependendo do número de proposições selecionadas.

Outra forma de se trabalhar justificativas gráficas pode ser explorada em proposições que utilizem recursos tridimensionais e seja feita não a partir de um quadrado de lado medindo 1 unidade de comprimento, mas sim em função de um cubo de aresta medindo 1 unidade de comprimento como, por exemplo, justificar que "O produto de 3 números naturais consecutivos quaisquer é um múltiplo de 3".

Justificativas gráficas podem ser utilizadas em futuras atividades integrando Geometria e Álgebra.

6) Referências

ÁVILA, Geraldo Severo de Souza, *Análise matemática para Licenciatura*. São Paulo: Edgard Blücher, 2001.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática - 3°. e 4°. ciclos*. Braslília: MEC/SEF, 1998. Disponível em <http://portal.mec.gov.br/seb/index.php?option=content&task=view&id=264&Itemid=254> Acesso em 28/02/2008

LIMA, Elon Lages, *Matemática e Ensino*, 2ª. ed. São Paulo: Sociedade Brasileira de Matemática.

NASSER, Lilian e TINOCO, Lúcia A.A, *Argumentação e provas no ensino de Matemática*, 2ª. ed. Rio de Janeiro: UFRJ/Projeto Fundão, 2003.

PALIS, Gilda de La Roque e MALTA, Iaci. *Revista do Professor de Matemática, Nº. 37*. São Paulo:Sociedade Brasileira de Matemática,1998.

POLYA, George. *A Arte de Resolver Problemas*. Rio de Janeiro: Interciência, 2006.

SOMSKI, I.S. *Método de Indução Matemática*, São Paulo:Atual; Moscou:MIR, 1996.

ANEXO A
(1ª versão das atividades)

CEFET CAMPOS

CENTRO FEDERAL DE EDUCAÇÃO TECNOLÓGICA DE CAMPOS
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

JUSTIFICATIVAS GRÁFICAS PARA PROPOSIÇÕES ARITMÉTICAS

ATIVIDADES

NOMES
DIEGO SANTANA
ÉRICA BARRETO
JOSELANE

Orientadora: ANA MARY FONSECA BARRETO DE ALMEIDA

CAMPOS DOS GOYTACAZES / RJ
2008

I. Introdução

Aritmético era o aluno mais dedicado de Dona Axioma, professora de Matemática do 6.º ano.

Em um belo dia, Aritmético questionou D. Axioma durante a aula de Matemática:

— D. Axioma, quando eu somo dois e quatro, que são números pares, eu tenho como resultado o seis, que também é um número par. Quando eu somo dois a quatro e a seis, que são os três primeiros números pares, eu determino doze, que também é par! Será que se eu somar os cento e um primeiros números pares, o resultado também será par?

— Com certeza, Aritmético!

— Como a senhora tem tanta certeza, professora?

D. Axioma, que não gosta de demonstrações, ficou imaginando quais argumentos matemáticos ela poderia utilizar para justificar sua resposta de forma que os seus alunos do 6.º ano entendessem. Diante desta situação, respondeu:

— Aritmético, no momento estou sem argumentos claros para responder a sua pergunta, mas prometo que estarei pesquisando, esta semana, uma melhor maneira de mostrar isso para vocês na próxima aula.

Como prometido, seguindo em sua busca, D. Axioma encontrou algumas atividades que poderiam ajudá-la na resolução de seu problema. Vejam as atividades encontradas por ela:

II. Atividades

ATIVIDADE 1

Fazendo corresponder cada $\square$ a uma unidade e, utilizando papel quadriculado (ANEXO) e lápis coloridos, responda às questões a seguir:

Seja $A = 1,2,3$ a seqüência dos três primeiros números naturais, determine, aritmeticamente e geometricamente, a soma(S_A) dos termos de A.

1) Soma aritmética

$S_A =$ ____

2) Soma geométrica

Utilizaremos aqui como instrumento para a construção deste conceito, papel quadriculado (ANEXO) e lápis coloridos.

Somaremos aqui quadrados coloridos correspondentes às quantidades descritas na seqüência A .

a) Utilizando lápis vermelho, pinte um quadrado, de forma que A e B sejam seus vértices.

b) Utilizando lápis amarelo, pinte dois quadrados de forma a obter um retângulo, onde B e C sejam seus vértices.

c) Utilizando lápis verde claro, pinte três quadrados de forma a obter um retângulo, onde C e D sejam seus vértices.

d) Utilizando seu lápis preto grafite, pinte os quadradinhos necessários, para que juntos com os quadrados anteriormente coloridos, possam formar o menor retângulo (que não seja quadrado) com vértices em A e D.

e) A quantidade de quadrados coloridos é a mesma quantidade de quadrados em grafite? ________________

f) Determine o total de quadrados destacados no papel quadriculado. Utilize um processo rápido de contagem. Como você pensou? Exprima em linguagem matemática.

____

g) Determine, então, o total de quadrados coloridos utilizando também um processo rápido de contagem. Como você pensou? Exprima em linguagem matemática.

____

Seja $B = 1,2,3,4,5$ a seqüência dos cinco primeiros números naturais, determine, aritmeticamente e geometricamente, a soma (S_B) dos termos de B.

1) Soma aritmética

$S_B =$ ____

2) Soma geométrica

Utilizaremos aqui, lápis coloridos e o mesmo papel quadriculado dando continuidade.

Somaremos aqui quadrados coloridos correspondentes às quantidades descritas na seqüência B.

a) Utilizando lápis azul claro, pinte quatro quadrados de forma a obter um retângulo, onde D e E sejam seus vértices.

b) Utilizando lápis azul escuro, pinte cinco quadrados de forma a obter um retângulo, onde E e F sejam seus vértices.

c) Utilizando seu lápis preto grafite, pinte os quadradinhos necessários, para que juntos com os quadrados anteriormente coloridos, possam formar o menor retângulo (que não seja quadrado) com vértices em A e F.

d) A quantidade de quadrados coloridos é a mesma quantidade de quadrados em grafite? _________________

e) Determine o total de quadrados destacados no papel quadriculado. Utilize um processo rápido de contagem. Como você pensou? Exprima em linguagem matemática.

____

f) Determine, então, o total de quadrados coloridos utilizando também um processo rápido de contagem. Como você pensou? Exprima em linguagem matemática.

____

Seja $C = 1,2,3,4,5,6,7,8$ a seqüência dos oito primeiros números naturais, determine, aritmeticamente e geometricamente, a soma (S_C) dos termos de C.

1) Soma aritmética

$S_C =$ ____

2) Soma geométrica

Utilizaremos aqui, lápis coloridos e o mesmo papel quadriculado dando continuidade.

Somaremos aqui quadrados coloridos correspondentes às quantidades descritas na seqüência C .

a) Utilizando lápis rosa, pinte seis quadrados de forma a obter um retângulo, onde F e G sejam seus vértices.

b) Utilizando lápis roxo, pinte sete quadrados de forma a obter um retângulo, onde G e H sejam seus vértices.

c) Utilizando lápis verde escuro, pinte oito quadrados de forma a obter um retângulo, onde H e I sejam seus vértices.

d) Utilizando seu lápis preto grafite, pinte os quadradinhos necessários, para que juntos com os quadrados anteriormente coloridos, possam formar o menor retângulo (que não seja quadrado) com vértices em A e I.

e) A quantidade de quadrados coloridos é a mesma quantidade de quadrados em grafite? ________________

f) Determine o total de quadrados destacados no papel quadriculado. Utilize um processo rápido de contagem. Como você pensou? Exprima em linguagem matemática.

____

g) Determine, então, o total de quadrados coloridos utilizando também um processo rápido de contagem. Como você pensou? Exprima em linguagem matemática.

____

Observando os itens g) dos exemplos acima, o que você concluiu?

____

____

____

A partir da conclusão obtida no item anterior, exprima em linguagem matemática a soma dos n primeiros números naturais.

____

ATIVIDADE 2

Fazendo corresponder cada $\square$ a uma unidade e, utilizando papel quadriculado (ANEXO) e lápis coloridos, responda às questões a seguir:

Seja $A = 1,3,5$ a seqüência dos três primeiros números naturais ímpares, determine, aritmeticamente e geometricamente, a soma (S_A) dos termos de A.

1) Soma aritmética

$S_A =$ ____

2) Soma geométrica

Utilizaremos aqui como instrumento para a construção deste conceito, papel quadriculado (ANEXO) e lápis coloridos.

Somaremos aqui quadrados coloridos correspondentes às quantidades descritas na seqüência A .

a) Utilizando lápis vermelho, pinte um quadrado, de forma que A e B sejam seus vértices.

b) Utilizando lápis amarelo, pinte três quadrados de forma a obter, a partir da construção anterior, um quadrado onde A e C sejam seus vértices.

c) Utilizando lápis verde claro, pinte cinco quadrados de forma a obter, a partir da construção anterior, um quadrado onde A e D sejam seus vértices.

d) Determine, então, o total de quadrados coloridos utilizando um processo rápido de contagem. Como você pensou? Exprima em linguagem matemática.

Seja $B = 1,3,5,7,9$ a seqüência dos cinco primeiros números naturais ímpares, determine, aritmeticamente e geometricamente, a soma (S_B) dos termos de B.

1) Soma aritmética

$S_B =$ ____________________

2) Soma geométrica

Utilizaremos aqui, lápis coloridos e o mesmo papel quadriculado dando continuidade.

Somaremos aqui quadrados coloridos correspondentes às quantidades descritas na seqüência B.

a) Utilizando lápis azul claro, pinte sete quadrados de forma a obter, a partir da construção anterior, um quadrado onde A e E sejam seus vértices.

b) Utilizando lápis azul escuro, pinte nove quadrados de forma a obter, a partir da construção anterior, um quadrado onde A e F sejam seus vértices.

c) Determine, então, o total de quadrados coloridos utilizando um processo rápido de contagem. Como você pensou? Exprima em linguagem matemática.

Seja $C = 1,3,5,7,9,11,13$ a seqüência dos sete primeiros números naturais ímpares, determine, aritmeticamente e geometricamente, a soma (S_C) dos termos de C.

1) Soma aritmética

$S_C =$ ____________________

2) Soma geométrica

Utilizaremos aqui, lápis coloridos e o mesmo papel quadriculado dando continuidade.

Somaremos aqui quadrados coloridos correspondentes às quantidades descritas na seqüência C .

a) Utilizando lápis rosa, pinte onze quadrados de forma a obter, a partir da construção anterior, um quadrado onde A e G sejam seus vértices.

b) Utilizando lápis roxo, pinte treze quadrados de forma a obter, a partir da construção anterior, um quadrado onde A e H sejam seus vértices.

ATIVIDADE 3

Fazendo corresponder cada $\square$ a uma unidade e, utilizando papel quadriculado (ANEXO) e lápis coloridos, responda às questões a seguir:

Seja $A = 1,2,3$ a seqüência dos três primeiros números naturais consecutivos, determine, aritmeticamente e geometricamente, a soma(S_A) dos termos de A.

1) Soma aritmética

$S_A =$ ______________________________

2) Soma geométrica

Utilizaremos aqui como instrumento para a construção deste conceito, papel quadriculado (ANEXO) e lápis coloridos.

Somaremos aqui quadrados coloridos correspondentes às quantidades descritas na seqüência A .

a) Utilizando lápis vermelho, pinte um quadrado, de forma que A e B sejam seus vértices.

b) Utilizando lápis amarelo, pinte dois quadrados de forma a obter um retângulo, onde B e C sejam seus vértices.

c) Utilizando lápis verde claro, pinte três quadrados de forma a obter um retângulo, onde C e D sejam seus vértices.

d) Cubra o último quadrado do retângulo de vértices em C e D, colando o quadrado branco fornecido, e pinte o quadrado seguinte ao retângulo de vértices em A e B com o lápis verde claro.

Seja $B = 4,5,6$ uma seqüência de três números naturais consecutivos, determine, aritmeticamente e geometricamente, a soma (S_B) dos termos de B.

1) Soma aritmética

$S_B =$ ____

2) Soma geométrica

Utilizaremos aqui, lápis coloridos e o mesmo papel quadriculado dando continuidade.

Somaremos aqui quadrados coloridos correspondentes às quantidades descritas na seqüência B .

a) Utilizando lápis azul claro, pinte quatro quadrados de forma a obter um retângulo, onde F e G sejam seus vértices.

b) Utilizando lápis azul escuro, pinte cinco quadrados de forma a obter um retângulo, onde G e H sejam seus vértices.

c) Utilizando lápis rosa, pinte seis quadrados de forma a obter um retângulo, onde H e I sejam seus vértices.

d) Cubra o último quadrado do retângulo de vértices em H e I, colando o quadrado branco fornecido, e pinte o quadrado seguinte ao retângulo de vértices em F e G com o lápis rosa.

Seja $C = 9,10,11$ uma seqüência de três números naturais consecutivos, determine, aritmeticamente e geometricamente, a soma (S_C) dos termos de C .

1) Soma aritmética

$S_C =$ ____

2) Soma geométrica

Utilizaremos aqui, lápis coloridos e o mesmo papel quadriculado dando continuidade.

Somaremos aqui quadrados coloridos correspondentes às quantidades descritas na seqüência C .

a) Utilizando lápis roxo, pinte nove quadrados de forma a obter um retângulo, onde L e M sejam seus vértices.

b) Utilizando lápis verde escuro, pinte dez quadrados de forma a obter um retângulo, onde M e N sejam seus vértices.

c) Utilizando lápis laranja, pinte onze quadrados de forma a obter um retângulo, onde N e O sejam seus vértices.

d) Cubra o último quadrado do retângulo de vértices em N e O, colando o quadrado branco fornecido, e pinte o quadrado seguinte ao retângulo de vértices em L e M com o lápis laranja.

DESAFIO

Ao final destas atividades, D. Axioma se sentiu à vontade para esquematizar uma justificativa matemática que levassem seus alunos a se convencerem, através da razão, que sua resposta estava correta.

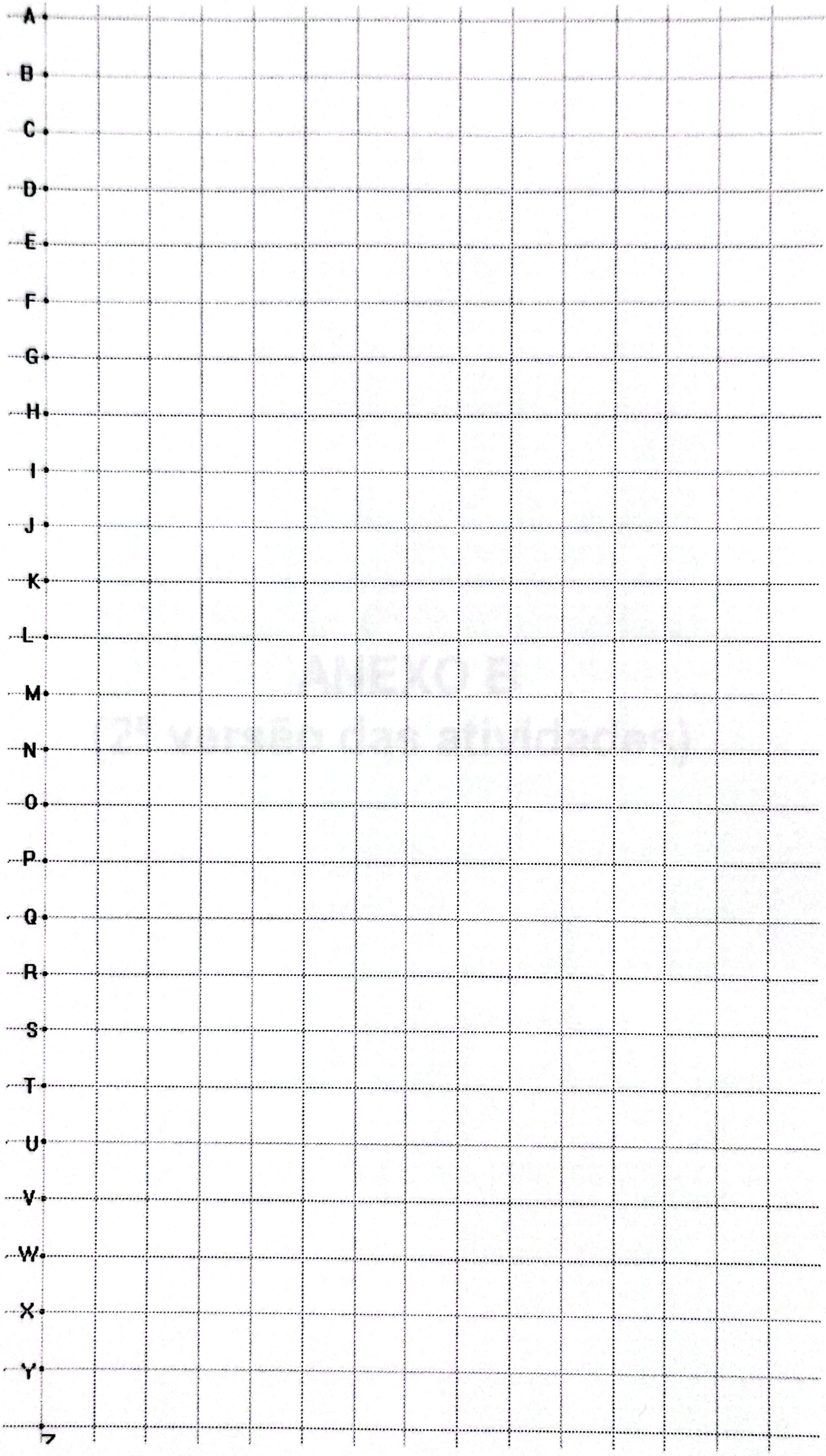
Embora D. Axioma seja uma personagem fictícia, situações como estas, recheiam o nosso dia-a-dia. Em qualquer profissão ou relação, estamos sempre sendo colocados a convencer alguém de alguma coisa.

Portanto, estamos sendo desafiados todos os dias!

Utilizando o papel quadriculado (ANEXO) e lápis coloridos, como você justificaria a proposição:

A soma dos n primeiros números naturais pares é um número par.

ANEXOS


A
B
C
D
E
F
G
H
I
J
K
L
M
N
O
P
Q
R
S
T
U
V
W
X
Y
Z

ANEXO B
(2ª versão das atividades)

CEFET CAMPOS

CENTRO FEDERAL DE EDUCAÇÃO TECNOLÓGICA DE CAMPOS
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

JUSTIFICATIVAS GRÁFICAS PARA PROPOSIÇÕES ARITMÉTICAS

ATIVIDADES

DIEGO DE LIMA SANTANA
ÉRICA BARRETO PINTO
JOSELANE DE OLIVEIRA GOMES

Orientadora: ANA MARY FONSECA BARRETO DE ALMEIDA

CAMPOS DOS GOYTACAZES / RJ
2008.2

I. Introdução

Aritmético era o aluno mais dedicado de Dona Axioma, professora de Matemática do 6.º ano.

Em um belo dia, Aritmético questionou D. Axioma durante a aula de Matemática:

— D. Axioma, quando eu somo um, dois e três, que são três números naturais consecutivos, eu tenho como resultado o seis, que é um número múltiplo de 3 . Quando eu somo oito a nove e a dez, que são outros três números naturais consecutivos, eu determino vinte e sete, que também é múltiplo de três! Será que se eu somar quaisquer três números consecutivos, o resultado também será múltiplo de três?

— Com certeza, Aritmético!

— Como a senhora tem tanta certeza, professora?

D. Axioma, que não gosta de demonstrações, ficou imaginando quais argumentos matemáticos ela poderia utilizar para justificar sua resposta de forma que os seus alunos do 6.º ano entendessem. Diante desta situação, respondeu:

— Aritmético, no momento estou sem argumentos claros para responder a sua pergunta, mas prometo que estarei pesquisando, esta semana, uma melhor maneira de mostrar isso para vocês na próxima aula.

Como prometido, seguindo em sua busca, D. Axioma encontrou algumas atividades que poderiam ajudá-la na resolução de seu problema. Vejam as atividades encontradas por ela:

II. Atividades

ATIVIDADE 1

Fazendo corresponder cada □ a uma unidade e, utilizando papel quadriculado (ANEXO) e lápis coloridos, responda às questões a seguir:

Seja $P = 1,2,3$ a seqüência dos três primeiros números naturais, determine, aritmeticamente e geometricamente, a soma (S_p) dos termos de P.

1) Soma aritmética

$(S_P) =$ ____________________________________

2) Soma geométrica

Utilizaremos aqui como instrumento para a construção deste conceito, papel quadriculado (ANEXO) e lápis coloridos.

Somaremos aqui quadrados preenchidos com lápis de cor correspondentes às quantidades descritas na seqüência P .

a) Utilizando lápis vermelho, pinte um quadrado, de forma que A e B sejam seus vértices.

b) Utilizando lápis amarelo, pinte dois quadrados de forma a obter um retângulo, onde B e C sejam seus vértices.

c) Utilizando lápis verde claro, pinte três quadrados de forma a obter um retângulo, onde C e D sejam seus vértices.

d) Utilizando seu lápis preto grafite, pinte os quadradinhos necessários, para que juntos com os quadrados anteriormente coloridos, possam formar o menor retângulo (que não seja quadrado) com vértices em A e D.

e) A quantidade de quadrados preenchidos com lápis de cor é a mesma quantidade de quadrados em grafite? ______________

f) Determine o total de quadrados pintados no papel quadriculado. Utilize um processo rápido de contagem. Como você pensou? Exprima em linguagem matemática.

____

g) Determine, então, o total de quadrados preenchidos com lápis de cor utilizando também um processo rápido de contagem. Como você pensou? Exprima em linguagem matemática.

____

Seja $Q = 1,2,3,4,5$ a seqüência dos cinco primeiros números naturais, determine, aritmeticamente e geometricamente, a soma (S_Q) dos termos de Q .

1) Soma aritmética

$(S_Q) =$ ____________________________________

2) Soma geométrica

Utilizaremos aqui, lápis coloridos e o mesmo papel quadriculado dando continuidade.

Somaremos aqui quadrados preenchidos com lápis de cor correspondentes às quantidades descritas na seqüência Q .

a) Utilizando lápis azul claro, pinte quatro quadrados de forma a obter um retângulo, onde D e E sejam seus vértices.

b) Utilizando lápis azul escuro, pinte cinco quadrados de forma a obter um retângulo, onde E e F sejam seus vértices.

c) Utilizando seu lápis preto grafite, pinte os quadradinhos necessários, para que juntos com os quadrados anteriormente coloridos, possam formar o menor retângulo (que não seja quadrado) com vértices em A e F.

d) A quantidade de quadrados preenchidos com lápis de cor é a mesma quantidade de quadrados em grafite? ________________

e) Determine o total de quadrados pintados no papel quadriculado. Utilize um processo rápido de contagem. Como você pensou? Exprima em linguagem matemática.

____

f) Determine, então, o total de quadrados preenchidos com lápis de cor utilizando também um processo rápido de contagem. Como você pensou? Exprima em linguagem matemática.

____

Seja $R = 1,2,3,4,5,6,7,8$ a seqüência dos oito primeiros números naturais, determine, aritmeticamente e geometricamente, a soma(S_R) dos termos de R.

1) Soma aritmética

(S_R)=____

2) Soma geométrica

Utilizaremos aqui, lápis coloridos e o mesmo papel quadriculado dando continuidade.

Somaremos aqui quadrados preenchidos com lápis de cor correspondentes às quantidades descritas na seqüência R.

a) Utilizando lápis rosa, pinte seis quadrados de forma a obter um retângulo, onde F e G sejam seus vértices.

b) Utilizando lápis roxo, pinte sete quadrados de forma a obter um retângulo, onde G e H sejam seus vértices.

c) Utilizando lápis verde escuro, pinte oito quadrados de forma a obter um retângulo, onde H e I sejam seus vértices.

d) Utilizando seu lápis preto grafite, pinte os quadradinhos necessários, para que juntos com os quadrados anteriormente coloridos, possam formar o menor retângulo (que não seja quadrado) com vértices em A e I.

e) A quantidade de quadrados preenchidos com lápis de cor é a mesma quantidade de quadrados em grafite? ________________

f) Determine o total de quadrados pintados no papel quadriculado. Utilize um processo rápido de contagem. Como você pensou? Exprima em linguagem matemática.

____

g) Determine, então, o total de quadrados preenchidos com lápis de cor utilizando também um processo rápido de contagem. Como você pensou? Exprima em linguagem matemática.

____

Observando os itens g) dos exemplos acima, o que você concluiu?

____

____

____

A partir da conclusão obtida no item anterior, exprima em linguagem matemática a soma dos n primeiros números naturais.

____

ATIVIDADE 2

Fazendo corresponder cada $\square$ a uma unidade e, utilizando papel quadriculado (ANEXO) e lápis coloridos, responda às questões a seguir:

Seja $P = 1,3,5$ a seqüência dos três primeiros números naturais ímpares, determine, aritmeticamente e geometricamente, a soma (S_P) dos termos de P.

1) Soma aritmética

$(S_P) =$ ______________________________

2) Soma geométrica

Utilizaremos aqui como instrumento para a construção deste conceito, papel quadriculado (ANEXO) e lápis coloridos.

Somaremos aqui quadrados preenchidos com lápis de cor correspondentes às quantidades descritas na seqüência P.

a) Utilizando lápis vermelho, pinte um quadrado, de forma que A e B sejam seus vértices.

b) Utilizando lápis amarelo, pinte três quadrados de forma a obter, a partir da construção anterior, um quadrado onde A e C sejam seus vértices.

c) Utilizando lápis verde claro, pinte cinco quadrados de forma a obter, a partir da construção anterior, um quadrado onde A e D sejam seus vértices.

.d) Determine, então, o total de quadrados preenchidos com lápis de cor utilizando um processo rápido de contagem. Como você pensou? Exprima em linguagem matemática.

____

Seja $Q = 1,3,5,7,9$ a seqüência dos cinco primeiros números naturais ímpares, determine, aritmeticamente e geometricamente, a soma (S_Q) dos termos de Q.

1) Soma aritmética

$(S_Q) =$ ______________________________

2) Soma geométrica

Utilizaremos aqui, lápis coloridos e o mesmo papel quadriculado dando continuidade.

Somaremos aqui quadrados preenchidos com lápis de cor correspondentes às quantidades descritas na seqüência Q.

a) Utilizando lápis azul claro, pinte sete quadrados de forma a obter, a partir da construção anterior, um quadrado onde A e E sejam seus vértices.

b) Utilizando lápis azul escuro, pinte nove quadrados de forma a obter, a partir da construção anterior, um quadrado onde A e F sejam seus vértices.

c) Determine, então, o total de quadrados preenchidos com lápis de cor utilizando um processo rápido de contagem. Como você pensou? Exprima em linguagem matemática.

____

Seja $R = 1,3,5,7,9,11,13$ a seqüência dos sete primeiros números naturais ímpares, determine, aritmeticamente e geometricamente, a soma a soma (S_R) dos termos de R.

1) Soma aritmética

$(S_R)=$______________________________________

2) Soma geométrica

Utilizaremos aqui, lápis coloridos e o mesmo papel quadriculado dando continuidade.

Somaremos aqui quadrados preenchidos com lápis de cor correspondentes às quantidades descritas na seqüência R.

a) Utilizando lápis rosa, pinte onze quadrados de forma a obter, a partir da construção anterior, um quadrado onde A e G sejam seus vértices.

b) Utilizando lápis roxo, pinte treze quadrados de forma a obter, a partir da construção anterior, um quadrado onde A e H sejam seus vértices.

c) Determine, então, o total de quadrados preenchidos com lápis de cor utilizando um processo rápido de contagem. Como você pensou? Exprima em linguagem matemática.

____

Observando os itens c) dos exemplos acima, o que você concluiu?

A partir da conclusão obtida no item anterior, exprima em linguagem matemática a soma dos n primeiros números ímpares.

DESAFIO

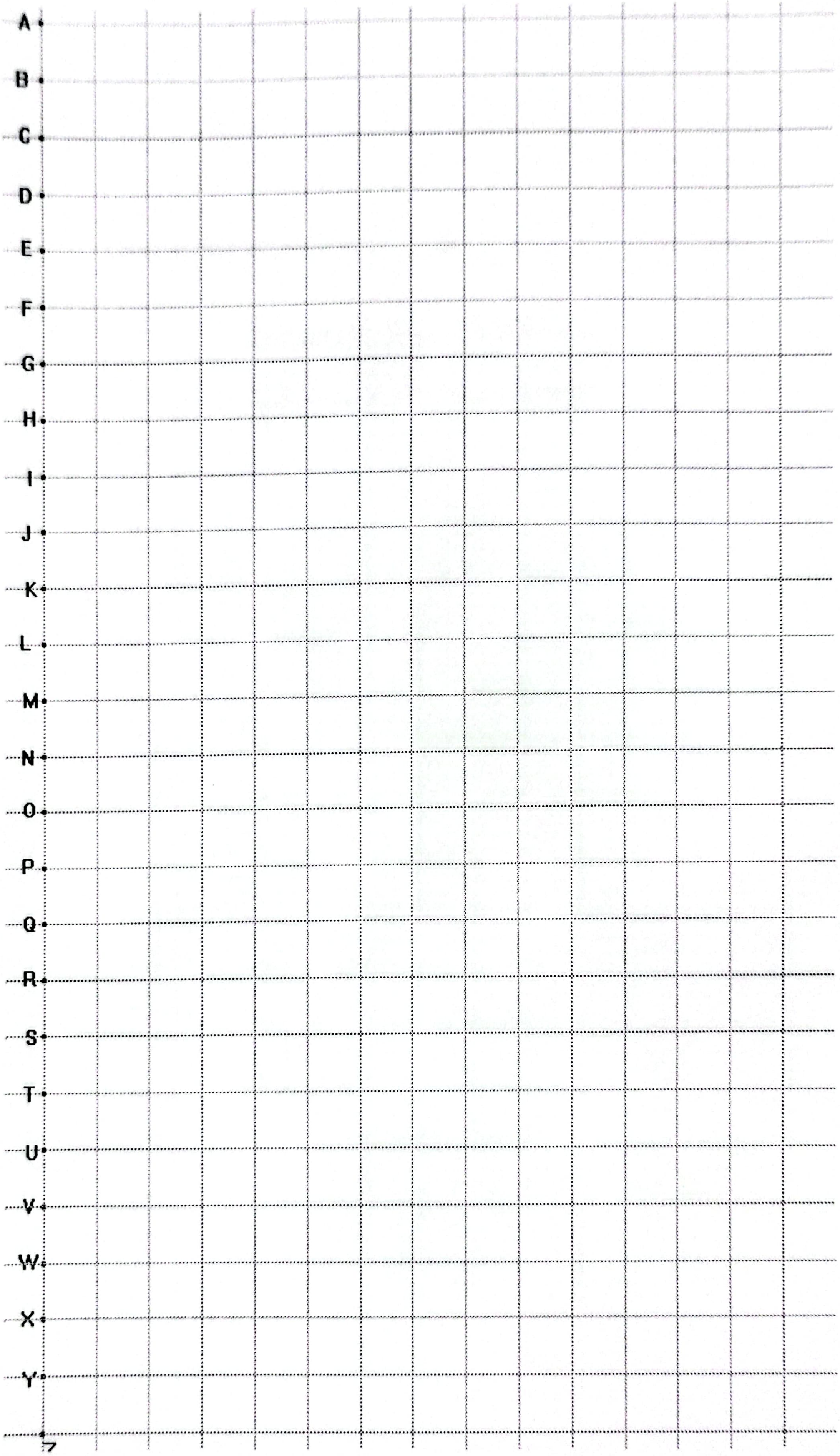
Ao final destas atividades, D. Axioma se sentiu à vontade para esquematizar uma justificativa matemática que levassem seus alunos a se convencerem, através da razão, que sua resposta estava correta.

Embora D. Axioma seja uma personagem fictícia, situações como estas, recheiam o nosso dia-a-dia. Em qualquer profissão ou relação, estamos sempre sendo colocados a convencer alguém de alguma coisa.

Portanto, estamos sendo desafiados todos os dias!

Utilizando o papel quadriculado (ANEXO) e lápis coloridos, justifique a proposição "a soma de três números consecutivos quaisquer é um múltiplo de três"?

ANEXOS


A
B
C
D
E
F
G
H
I
J
K
L
M
N
O
P
Q
R
S
T
U
V
W
X
Y
Z

Campos dos Goytacazes, ____ de ______________ de 2009.

Diego de Lima Santana

Joselane de Oliveira Gomes.