INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA FLUMINENSE
Campus Campos-Centro

Secretaria de Educação Profissional e Tecnológica

Ministério da Educação

BRASIL
GOVERNO FEDERAL

RELATÓRIO LEAMAT III

A RELAÇÃO FUNDAMENTAL EM TRIGONOMETRIA

LINHA DE PESQUISA: Demonstração

Por:

André Luiz da Cunha Alves

Mauricio de Souza Amaro

Tatiana Gomes da Silva

Aprovado em 20/04/2010

CAMPOS DOS GOYTACAZES / RJ

2009.2

André Luiz da Cunha Alves
Mauricio de Souza Amaro
Tatiana Gomes da Silva

RELATÓRIO LEAMAT III

A RELAÇÃO FUNDAMENTAL EM TRIGONOMETRIA

LINHA DE PESQUISA: Ensino e Aprendizagem de Demonstração

Trabalho apresentado ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia, Campus Campos-Centro, como requisito parcial para conclusão da disciplina Laboratório de Ensino e Aprendizagem em Matemática III do Curso de Licenciatura em Matemática.

Orientador: Prof.ª MS Mônica Souto da Silva Dias

CAMPOS DOS GOYTACAZES / RJ
2009.2

Sumário

1- INTRODUÇÃO

Nesta linha de pesquisa, pretendemos investigar o ensino e aprendizagem de um determinado tópico de Trigonometria, mais precisamente a Relação Fundamental em Trigonometria, visando amenizar algumas dificuldades dos alunos (KLEIN, 2008).

Nasser & Tinoco (2001) afirmam sobre a importância de desenvolver atividades de argumentação em sala de aula:

> "É claro que essas habilidades são adquiridas aos poucos, dependendo da experiência e maturidade dos alunos. De qualquer modo, o professor deve estar ciente de que precisa explorar em suas aulas de matemática atividades com o objetivo de ajudar o aluno a desenvolver tais habilidades" (p.7)

Afinados com as idéias das autoras acima, percebemos a necessidade de explorarmos atividades argumentativas que favoreça a compreensão e contrução de uma demonstração para a Relação Fundamental em Trigonometria.

2- OBJETIVO

O objetivo deste trabalho é levarmos os alunos a conjecturarem e demonstrarem a Relação Fundamental em Trigonometria: $sen^2 x + cos^2 x = 1$

3- ATIVIDADES DESENVOLVIDAS

3.1- Elaboração da Atividade

Para elaborarmos a atividade, necessitávamos de aportes teóricos que sustentassem qualquer afirmação feita por nós durante toda a elaboração da atividade. Deste modo, realizamos a revisão bibliográfica e observamos como a Relação Fundamental em Trigonometria estava sendo abordada nas salas de aula e, as estratégias utilizadas pelos professores na introdução desse conteúdo na série em que ela é abordada. Encontramos, principalmente em livros didáticos, várias maneiras diferentes para abordar esse conteúdo. Após debates em grupo sobre qual forma deveríamos trabalhar e como elaborarmos a atividade, chegamos à conclusão de que a maneira que propiciaria a compreensão do tema pelos alunos, seria trabalhar essa demonstração no triângulo retângulo. Decidida à forma pela qual iríamos trabalhar, resolvemos organizar nosso trabalho em duas partes, as quais apresentaremos a seguir.

A primeira parte contém seis questões sobre temas que são pré-requisitos, tais como: a definição de seno e de cosseno e, o teorema de Pitágoras. Essa recordação ocorreu por meio de atividades, cujo objetivo foi relembrar conceitos "adormecidos" e diagnosticar dificuldades. Para isso, elaboramos questões que abordaram esses conteúdos e suas aplicações no triângulo retângulo (Apêndice).

A segunda parte é composta de atividades (Apêndice) que possibilitam ao aluno conjecturar e demonstrar a Relação Fundamental em Trigonometria.

3.2- Aplicação no Leamat II

Concluída a elaboração de nossas atividades, experimentamos o trabalho num grupo composto pelos alunos do Leamat II e de uma professora, visando o teste exploratório. Descreveremos a seguir detalhadamente como ocorreu a aplicação do teste exploratório.

Iniciamos nosso trabalho esclarecendo o objetivo das atividades, bem como as escolhas metodológicas. Em seguida, pedimos aos alunos do LEAMAT II para resolverem as três primeiras questões da primeira parte. Após o período de tentativa de resolução pelo grupo, iniciamos a discussão das respostas. Não houve dúvidas na primeira questão. Na segunda questão, foi levantado por alguns alunos que poder-se-ia calcular outras razões trigonométricas, além das solicitadas na questão. Neste momento, os autores deste trabalho afirmaram que a opção do cálculo do seno e cosseno apenas, era devido ao objetivo da atividade.

Com relação à terceira questão, as dúvidas se voltaram para a aproximação das casas decimais dos valores do seno e cosseno, colhidas na tabela trigonométrica disponibilizada aos alunos. As aproximações realizadas com critérios diferentes, por alguns componentes do grupo, levaram à identificação de ângulos distintos. Porém uma reflexão acerca destes resultados diferentes e, a combinação de uma padronização para a aproximação das casas decimais, foram suficientes para o entendimento da solução da questão.

Solicitamos aos alunos fazerem a quarta, quinta e sexta questões. Discutimos essas questões com o grupo, após termos dado um tempo para eles resolverem. Os alunos e a professora não fizeram observações nestes itens.

Foi ratificado pelo grupo que a primeira parte do trabalho estava condizendo com o objetivo, que é relembrarmos os conceitos e diagnosticarmos dificuldades no que se refere a seno, cosseno e teorema de Pitágoras.

Prosseguindo, iniciamos a segunda parte do trabalho que consistia em conjecturar e demonstrar a Relação Fundamental da Trigonometria. Pedimos ao grupo que começassem a resolver as questões.

Não foram realizadas observações com relação à primeira questão. Na segunda, levantou-se uma grande discussão sobre a necessidade e a forma segundo a qual, deveria ser conduzido o raciocínio dos alunos para identificarem a Relação Fundamental. Foi sugerido por alguns alunos do LEAMAT II, colocar na tabela da primeira questão, o quadrado das razões, outros sugeriram fazermos juntos com eles indicando o caminho, outros para deixarmos a questão como está, porém induzindo o percurso. Foi um momento de grande contribuição para o aperfeiçoamento da questão.

Após tais discussões, prosseguimos com as atividades. Até a última questão não houve mais nenhuma polêmica acerca das atividades.

Terminada a experimentação, perguntamos à turma se o trabalho estava coerente, organizado e se conduziria o raciocínio dos alunos até a dedução da Relação Fundamental. Todos concordaram que sim, além disso, nos incentivaram e contribuíram significativamente com o trabalho.

3.3- Relato e análise da aplicação na turma de 9° ano

Analisando as sugestões dadas pelo grupo do Leamat II, optamos por deixá-la da mesma forma com o intuito de identificarmos as possíveis dificuldades que os alunos poderiam encontrar nas questões.

Esse trabalho foi aplicado a uma turma do 9° ano de um colégio estadual, na cidade de Campos dos Goytacazes, das 7h20 min às 9h30 min, do dia 21 de setembro de 2009.

Iniciamos a aplicação da atividade por meio da apresentação formal do grupo elaborador desse trabalho e, também, da professora orientadora do mesmo aos alunos presentes. Reunimos a turma em cinco grupos, com uma média de quatro alunos por grupo. Em seguida, recordamos a definição de seno e cosseno dos ângulos e do Teorema de Pitágoras, pois alguns alunos não haviam estudado este tópico. Esta recordação foi registrada no quadro branco (Fotos: nº. 1 e nº. 2).

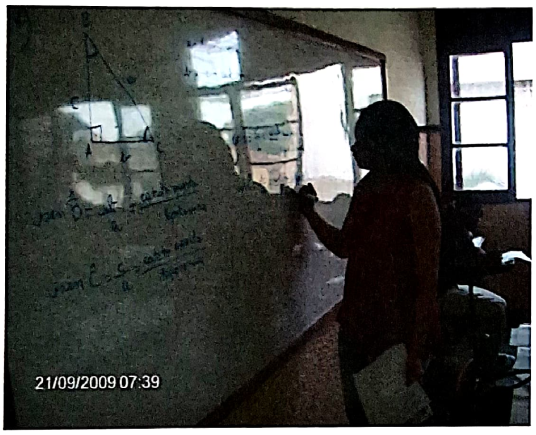


Foto n° 1: Professores em formação fazendo a revisão dos

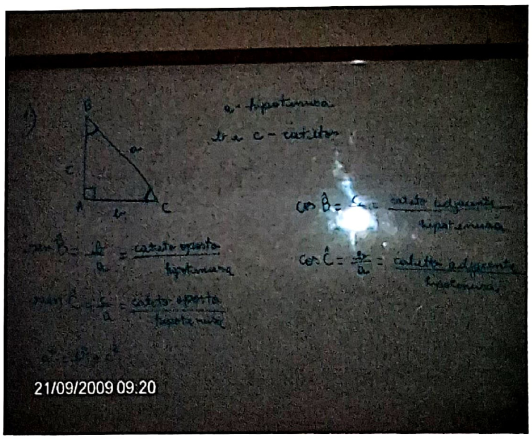


Foto n° 2: Quadro com revisão dos conceitos.

Ressaltamos que este trabalho foi dividido em duas partes: a primeira com a finalidade de revisar sobre temas que são pré-requisitos para a aplicação do trabalho, tais como a definição de seno, cosseno e o teorema de Pitágoras. A segunda parte foi composta de atividades que possibilitariam aos alunos conjecturarem e demonstrarem a Relação Fundamental em Trigonometria.

Durante a recordação das razões seno e cosseno, percebemos que poucos alunos demonstraram possuir alguma noção do que estava sendo abordado. O mesmo ocorreu, num outro momento, ao discutirmos o teorema de Pitágoras, poucos estudantes afirmaram conhecê-lo de fato. Optamos por fazer uma explicação dialogada onde incentivamos a participação de todos. Esta explicação foi registrada nas fotos (n°3 e n°4).

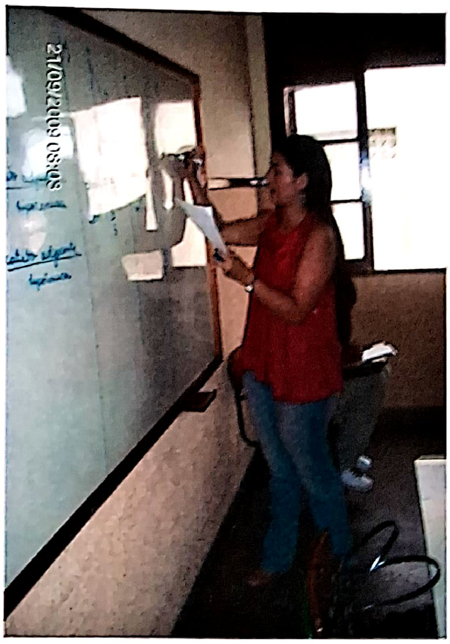


Foto n°3: Professores em formação fazendo a revisão dos conceitos.

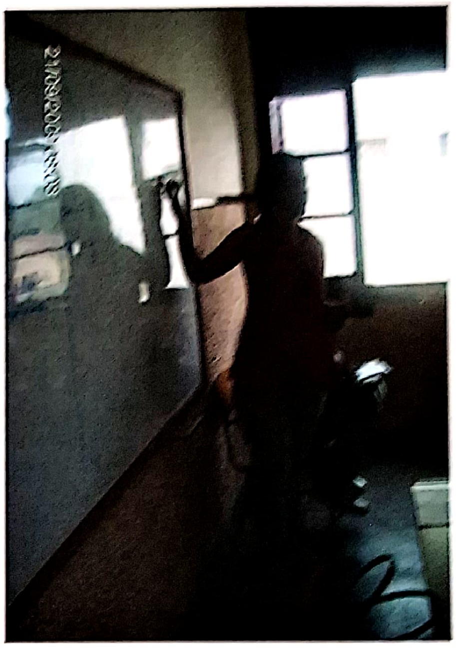


Foto n°4: Professores em formação fazendo a revisão dialogada dos conceitos.

Depois deste momento de revisão, pedimos para os alunos tentarem fazer a primeira atividade (apêndice 1).

Recordando Seno e Cosseno de um ângulo – Teorema de Pitágoras

1- Num triângulo ABC, retângulo em B, o valor da hipotenusa é 5cm e os outros catetos medem 3cm e 4cm. Determine o valor do seno e do cosseno do ângulo $\hat{C}$.

Figura 1: Questão um da primeira parte

Apenas três, dentre cinco grupos, conseguiram esboçar o triângulo, assim mesmo, com a nossa orientação. Daí, resolvemos discutir com os grupos a questão. Nessa discussão descobrimos que houve formas diferenciadas pelos grupos na colocação dos valores dos catetos no triângulo, tais como:

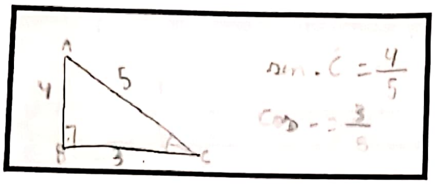


Figura 2: Resposta de um aluno para a questão 1.

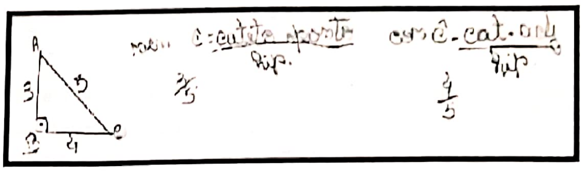


Figura 3: Resposta de um aluno para a questão 1.

Assim chegamos à conclusão que as respostas dos alunos, ao determinarem o valor do seno e cosseno, foram diferentes, dependendo da posição dos catetos.

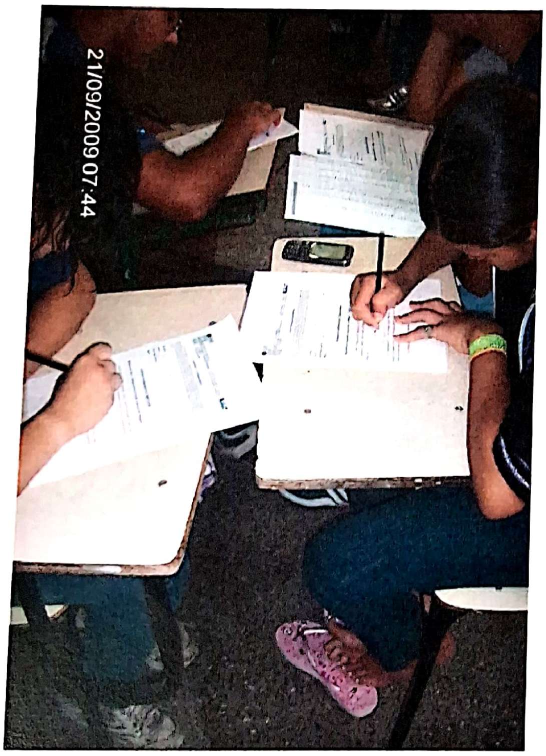


Foto n°5: Alunos resolvendo a primeira atividade.

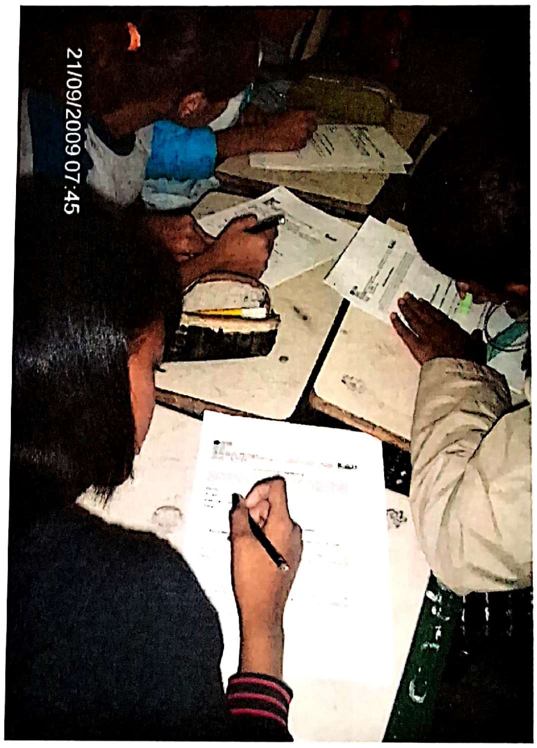
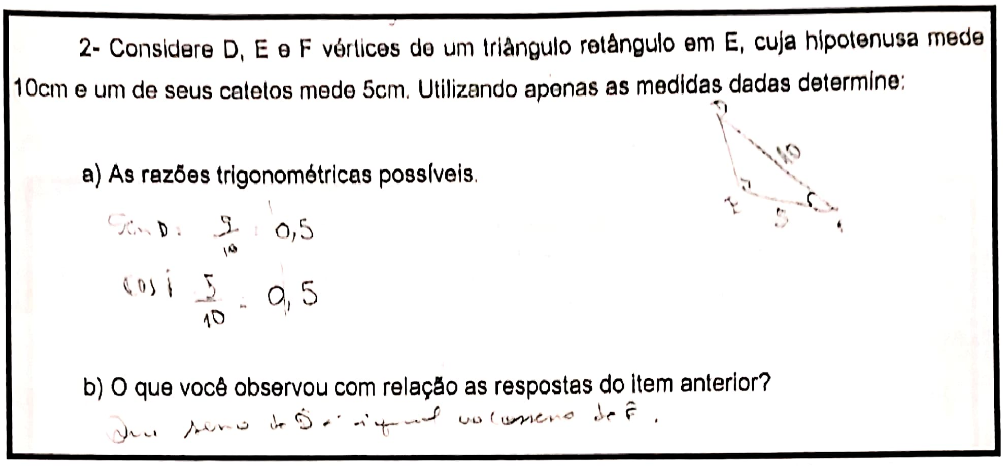


Foto n°6: Alunos resolvendo a primeira atividade.

A partir das dificuldades apresentadas pelos alunos na questão anterior, decidimos resolver as próximas questões da parte 1 com eles de forma dialogada e participativa.

Na resolução da segunda questão a turma se manteve silenciosa, poucos participaram. Deste modo, não conseguíamos detectar se eles estavam entendendo ou não o que era proposto.


2- Considere D, E e F vértices de um triângulo retângulo em E, cuja hipotenusa mede 10cm e um de seus catetos mede 5cm. Utilizando apenas as medidas dadas determine:

a) As razões trigonométricas possíveis.

sen D = $\frac{5}{10}$ = 0,5

cos F = $\frac{5}{10}$ = 0,5

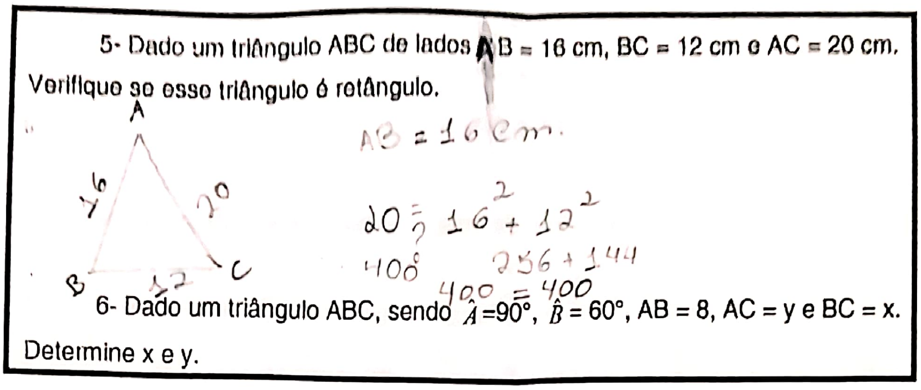
b) O que você observou com relação as respostas do item anterior?

Que seno de $\hat{D}$ é igual ao cosseno de $\hat{F}$.

Figura 4: Questão dois da primeira parte

Devido às dificuldades dos alunos, demorou-se mais do que o previsto nas questões 1 e 2. Diante deste fato, decidimos não resolver a terceira, a quarta e a sexta questões, iniciando a quinta questão. A fim de contornar a apatia da turma, incentivamos a participação da mesma por meio de perguntas tais como: *Como vocês responderam esta questão? Vocês estão muito silenciosos, como vou saber que estão entendendo?* Deste modo, conseguimos com que alguns participassem da resolução, principalmente na recordação do teorema de Pitágoras.

Observamos que nesta etapa, houve um pouco de dificuldade dos alunos na compreensão do que fora proposto. Detectamos estas dificuldades por meio da resolução das questões de modo escrito, quando acompanhávamos o trabalho dos grupos. Tais dificuldades consistiam em interpretar a questão para resolver o que ela solicitava; definição de triângulo retângulo; significado da igualdade entre o quadrado do lado maior e a soma dos quadrados dos outros dois do triângulo;


5- Dado um triângulo ABC de lados AB = 16 cm, BC = 12 cm e AC = 20 cm. Verifique se esse triângulo é retângulo.

6- Dado um triângulo ABC, sendo $\hat{A}$ =90°, $\hat{B}$ = 60°, AB = 8, AC = y e BC = x. Determine x e y.

Figura 5: Respostas dos alunos na questão cinco da primeira parte

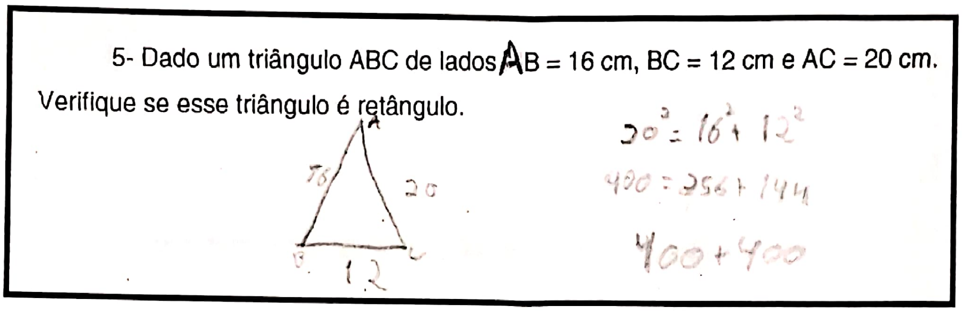

5- Dado um triângulo ABC de lados AB = 16 cm, BC = 12 cm e AC = 20 cm. Verifique se esse triângulo é retângulo.

Figura 6: Respostas dos alunos na questão cinco da primeira parte.

Logo após, demos início à segunda etapa (apêndice 2) do trabalho e pedimos para eles resolverem a primeira questão.

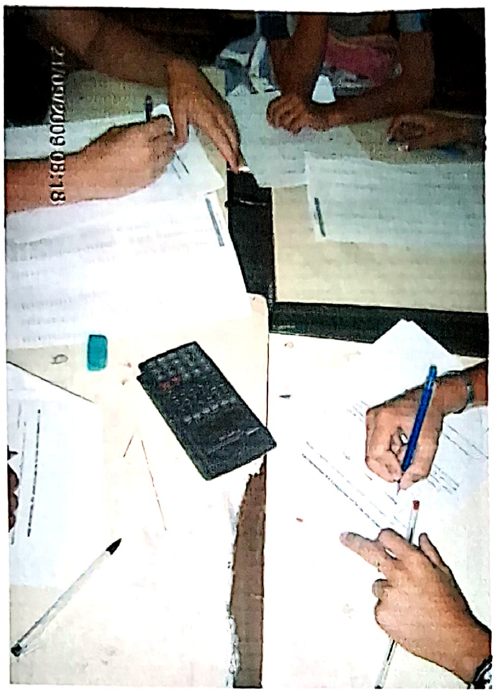
DESCOBRINDO UMA RELAÇAO IMPORTANTE EM TRIGONOMETRIA

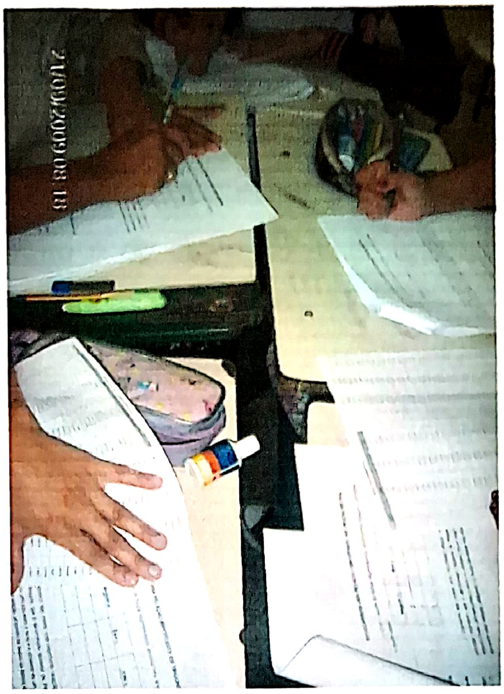
1- Com o auxílio da tabela trigonométrica, escolha três ângulos e complete a tabela abaixo:

Ângulo α	**Sen α**	**cos α**
30°	0,50	0,86
65°	0,90	0,42
80°	0,98	0,17

Figura 7: Questão um da segunda parte

Para esta resolução os alunos necessitavam utilizar a tabela trigonométrica. Neste momento, não tiveram dificuldades tanto em utilizar a tabela trigonométrica, quanto em completarem a tabela na questão.





Fotos nº7 e nº8: Alunos resolvndo segunda etapa do trabalho

A segunda questão solicitava a investigação de uma relação entre o seno e o cosseno de um ângulo. **Nesta questão gostaríamos que após** tentativas, os alunos conseguissem descobrir a Relação Fundamental, pois iríamos precisar dessa descoberta para as outras questões do trabalho. Caso não conseguissem identificar a relação, iríamos mostrar alguns caminhos que possivelmente levá-los-ia à Relação Fundamental.

> 2- *Sabemos que existe uma importante relação entre os lados de um triângulo retângulo, que é denominado teorema de Pitágoras. Há também uma relação muito utilizada entre o seno e o cosseno de um ângulo. Sua tarefa é tentar descobrir esta relação, utilizando os dados da tabela que você montou na questão 1.*
>
> $\text{Sen}^2 \hat{a} + \text{Cos}^2 \hat{a} = 1$

Figura 8: Questão dois da segunda parte.

Percebemos que os alunos tinham dificuldades em aproximar valores decimais, um pré-requisito importante para resolução da questão. Houve um grupo que teve dificuldades em somar frações e um aluno perguntou como iria somar frações com letras. Em outro grupo, os alunos mostraram-se desinteressados e desmotivados pelas dificuldades que eles encontraram na resolução do problema. Apesar de várias tentativas, nenhum aluno chegou à relação esperada, sendo necessária à intervenção dos alunos em formação e da professora orientadora. Tal intervenção ocorreu por meio de perguntas, tais como: *Se calcularmos o quadrado do seno e do cosseno? Que operações matemáticas podemos fazer? Se multiplicarmos esses valores?*

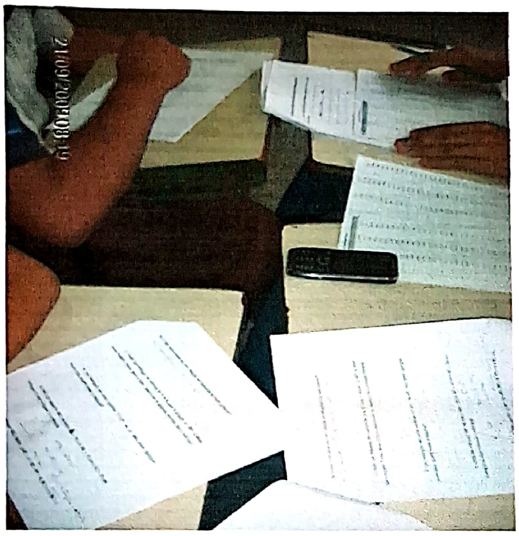


Foto nº9: Alunos resolvendo segunda etapa do trabalho.

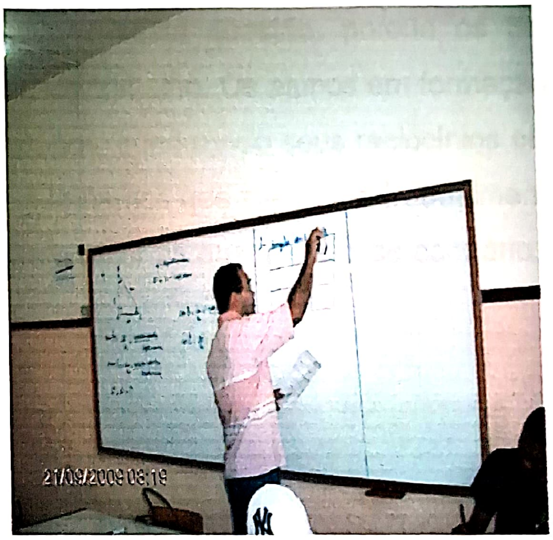
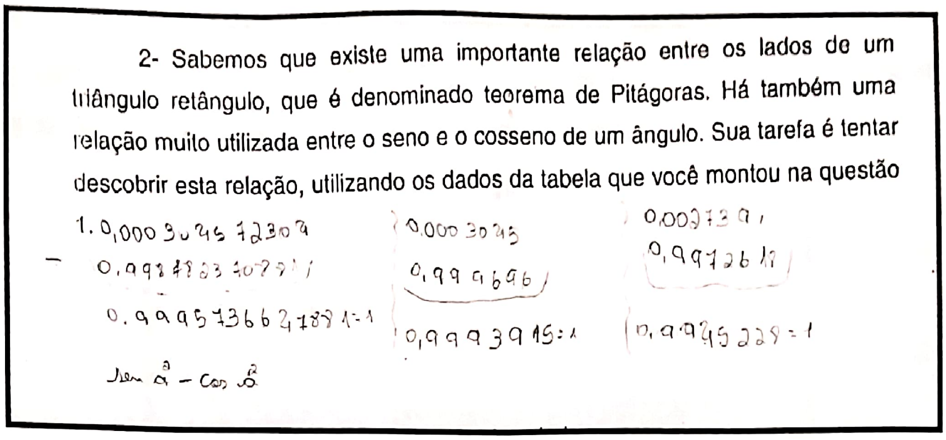


Foto nº10: Professores em formação fazendo a revisão dos conceitos.

Houve uma aluna que diminuiu o quadrado do cosseno do quadrado do seno e também encontrou um número próximo de um, algo que nós não esperávamos e nem estávamos preparados para explicarmos o porquê deste resultado, mediante esta operação, caso repercutisse uma grande polêmica entre os grupos.



2- Sabemos que existe uma importante relação entre os lados de um triângulo retângulo, que é denominado teorema de Pitágoras. Há também uma relação muito utilizada entre o seno e o cosseno de um ângulo. Sua tarefa é tentar descobrir esta relação, utilizando os dados da tabela que você montou na questão

1. 0,0003045 72307 | 0,0003045 | 0,0027391
0,9998823 40797 | 0,999696 | 0,9997261
0,9995736 62 7881 = 1 | 0,9999915 = 1 | 0,9995228 = 1

Sen $\hat{a}^2$ – Cos $\hat{a}^2$

Figura 9: Respostas da aluna na questão dois da segunda parte.

A partir desse momento, não discutimos mais nenhuma resolução das questões seguintes no quadro, salvo a sexta questão, porque os grupos apresentavam ritmos muito diferentes de trabalho. Os alunos em formação e a professora orientadora guiaram os grupos, conduzindo seus raciocínios acerca das atividades. Houve momentos que tínhamos que atender individualmente os alunos para que pelo menos tentassem fazer as questões, caso contrário, eles não fariam e/ou nem tentariam fazer.

Foto nº11: Professores em formação auxiliando os alunos.

Foto nº12: Professora orientadora auxiliando os alunos.

Na terceira questão eles iriam determinar o seno e o cosseno dos ângulos indicados nos triângulos retângulos e, após, verificar se a relação encontrada no item anterior ocorreria para tais ângulos.

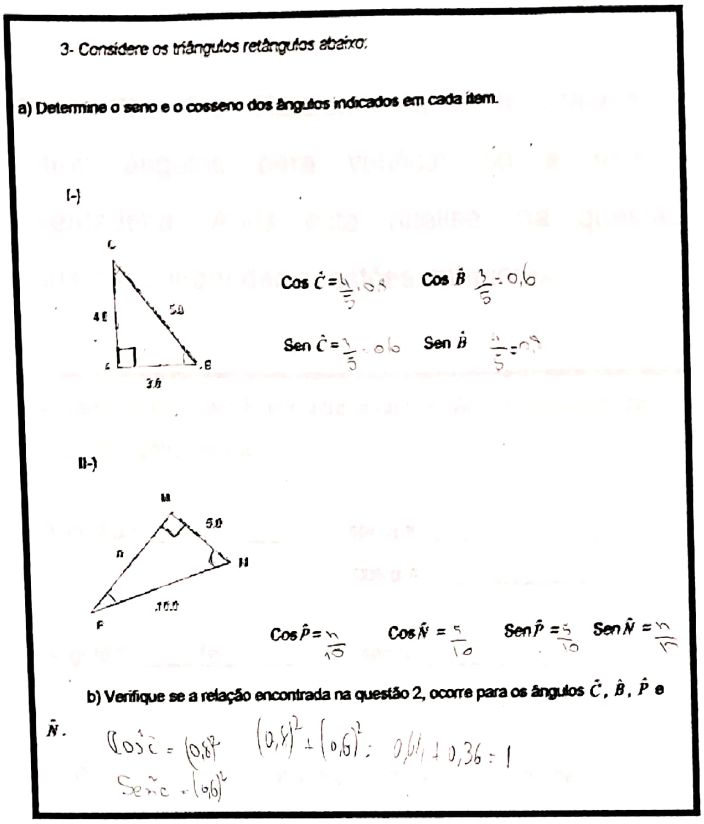
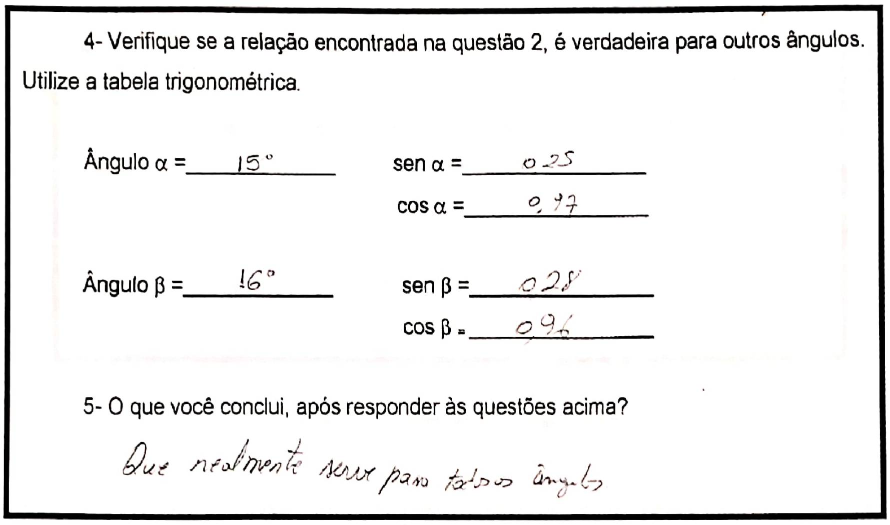


Figura 10: Questão três da segunda parte.

A partir desse momento, os professores em formação se dividiram para atender aos grupos particularmente, desta forma não ocorreu nenhuma discussão aberta onde toda a turma participasse. As dúvidas, as sugestões, as criticas, tudo que ocorresse acerca da atividade era solucionada, acatada, questionada e discutida no próprio grupo. Assim, ao final da aula e também em outros momentos, como nas aulas do Leamat III, os professores em formação se reuniram para debaterem os posicionamentos dos alunos na resolução das atividades.

A resolução desta atividade ocorreu de forma tranqüila, pois os alunos já estavam familiarizados com conteúdo por causa das atividades anteriores. Algumas dificuldades apareceram, tais como: resolução dos cálculos, em alguns grupos havia alunos com dificuldades em contas; trabalhar com dados literais, pois havia um triângulo cuja medida de um de seus lados era dado por uma incógnita; dificuldades em perceber que havia a necessidade de utilizar o teorema de Pitágoras para descobrirem o lado do triângulo que estava sendo representado por uma incógnita, para assim utilizarem as razões. Mas, com as orientações e direcionamentos dos professores em formação, todas as dúvidas foram sanadas.

Na quarta questão eles utilizaram novamente a tabela trigonométrica e escolheram outros ângulos para verificar se a relação encontrada permaneceria verdadeira. Após esta análise, na questão cinco, eles descreveram o que concluíram das questões anteriores.


4- Verifique se a relação encontrada na questão 2, é verdadeira para outros ângulos. Utilize a tabela trigonométrica.

Ângulo α = 15° sen α = 0,25
cos α = 0,97

Ângulo β = 16° sen β = 0,28
cos β = 0,96

5- O que você conclui, após responder às questões acima?

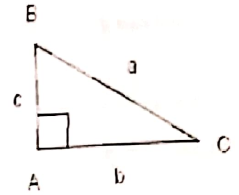
Que realmente serve para todos ângulos

Figura 11: Questão quatro e cinco da segunda parte.

Para a resolução desta questão, os alunos utilizaram o mesmo procedimento da questão anterior para verificarem se a relação encontrada servia também para outros casos, como eram vários grupos e dentro dos grupos vários alunos, a maioria escolheu ângulos diferentes entre si, daí após as resoluções e observações, chegaram à conclusão que realmente a relação fundamental atendia a todos os ângulos.

Alguns alunos conseguiram resolver a sexta questão, que consistia na demonstração da Relação Fundamental da Trigonometria, sob a orientação dos professores em formação.

6- Considere o triângulo abaixo:



a) Determine:

sen $\hat{C} = \frac{c}{a}$ cos $\hat{C} = \frac{b}{a}$

$\operatorname{Sen}^2\hat{C} + \cos^2\hat{C} = 1$

$\frac{c^2}{a^2} + \frac{b^2}{a^2} = \frac{(c^2+b^2)}{a^2} = \frac{a^2}{a^2} = 1$

a² = c^2+b^2 Teorema de Pitágoras

b) Verifique se a relação encontrada é verdadeira para este caso:

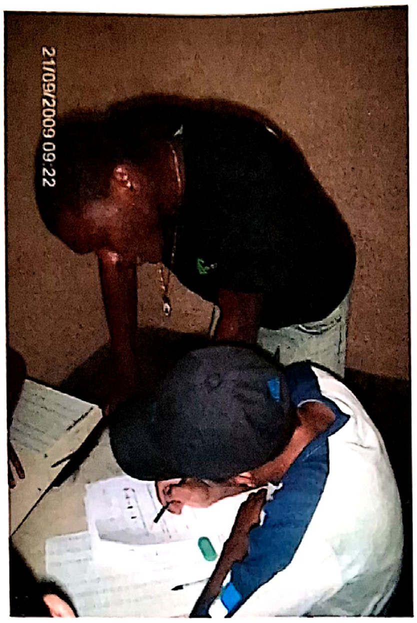
$\operatorname{Sen}^2\hat{C} + \cos^2\hat{C} = 1$

$\frac{c^2}{a^2} + \frac{b^2}{a^2} = \frac{c^2+b^2}{a^2} = \frac{a^2}{a^2} = 1$

Figura 12: Questão seis da segunda parte.

A falta de iniciativa da turma para começar a resolver as questões prejudicou o andamento do trabalho, pois se pretendeu que os alunos trabalhassem sozinhos. Creditamos este comportamento ao tipo de aula que estes alunos podem ter tido, nas quais eles recebem informações e não são incentivados a desenvolver uma autonomia acadêmica. Falta-lhes iniciativa para iniciar a solução de um problema, esperando sempre que o professor lhes dê uma dica ou encaminhe a solução. Este tipo de comportamento é incompatível com a proposta da presente atividade, pois para obter resultado positivo, é necessária a participação do aluno.

Por fim, na última questão, demonstramos, a partir de um triângulo retângulos, cujas medidas dos lados eram indicadas por letras, que a Relação Fundamental em Trigonometria seria verdadeira para quaisquer casos.



Fotos nº13 e nº14: Professores em formação auxiliando os grupos.

4- CONCLUSÃO

Com a aplicação desse projeto, percebemos que os alunos ainda não estão habituados com atividades que exijam a participação ativa dos mesmos, talvez pelo desestímulo encontrado em sala de aula, até pelos próprios professores. Houve alunos que não tentaram responder às questões, enquanto poucos tentavam. Os primeiros demonstravam "ansiedade" pela correção no quadro ou pelo menos que falássemos algo em torno da questão.

CARNEIRO e PARDIM (2001) retratam que, mediante as mudanças no ensino nas ultimas décadas no país, o professor é cada vez mais instigado a promover a interdisciplinaridade e formar cidadãos mais críticos e conscientes de seu papel na sociedade de acordo com sua realidade, assim estimulam os alunos a questionarem e utilizarem determinados conteúdos das diversas áreas do conhecimento.

Desta forma, fica claro a responsabilidade do professor em contribuir para a formação do individuo, no qual possibilite que ele faça uma análise critica acerca do problema e procure caminhos viáveis para sua solução. É importante que o professor favoreça o desenvolvimento das potencialidades dos alunos, tendo em mente de que são capazes, pois a expectativa do professor em relação ao desempenho do aluno, influência a sua evolução acadêmica. Alguns professores, na tentativa de buscar resultados positivos, auxiliam o aluno equivocadamente, o que resulta em desmotivação e falta de iniciativa do mesmo, pois ficou claro que a "ansiedade" presente nos alunos era resultado das possíveis facilidades dos quais estavam acostumados a terem em sala de aula e mediante aos desafios, não estavam preparados e nem dispostos a enfrentá-los, que por sinal é um grande problema.

O comportamento dos alunos descrito no parágrafo anterior dificultou a avaliação da aprendizagem dos alunos, do conteúdo proposto. Foi necessária a intervenção dos professores em formação, com perguntas: *Vocês estão entendendo? ; Tem alguma duvida ou pergunta? ; Captaram o objetivo da questão?*. Este procedimento foi um modo de instigar a participação deles e também levá-los a pensarem em possíveis respostas para o que fora pedido nas questões.

Observando os grupos, percebemos que poucos conseguiam fazer, alguns grupos discutiam as questões coletivamente em busca de soluções para as questões. Se não fosse a orientação dos professores em formação e também da professora que estava acompanhando o trabalho, acreditamos que possivelmente nada conseguiriam fazer, nem sequer as construções pedidas em determinadas questões. Mas ao final da atividade, mas precisamente na última questão, alguns grupos conseguiram resolver ou pelo menos encaminhar soluções possíveis na discussão da resolução da questão.

As dificuldades encontradas na aplicação deste projeto não impediram que os alunos apresentassem aprendizagem sobre o conteúdo proposto, ainda que de modo tímido.

5- REFERENCIAS:

- CARNEIRO, Júnior Marques; PARDIM, Paulo Oneis Dias. *Melhoria do Ensino da Trigonometria*. Universidade Federal de Goiás Instituto de Matemática e Estatística. Rialma, 2001. Disponível em: http://www.mat.ufg.br/especializacao/uploads/files/trigonometria%20%20Rialma.rtf. Acesso em 13 nov. 2009

- KLEIN, Marjúnia Edita Zimmer. *O ensino da trigonometria subsidiado pelas teorias dos Campos Conceituais de Gérard Vergnaud e da Aprendizagem Significativa de David Ausubel*. Disponível em: http://66.102.1.104/scholar?hl=ptBR&lr=lang_pt&q=cache:YaLLXiol_vgJ:www.pucrs.br/edipucrs/online/IIImostra/EducacaoemCienciaseMatematica/61997%2520%2520MARJUNIA%2520EDITA%2520ZIMMER%2520KLEIN.pdf+ Acesso em 06 ago. 2009.

- NASSER, Lílian; TINOCO, Lucia A.A,; *Argumentação e prova no ensino de matemática*. Rio de Janeiro,; 2001.
faltou a editora

APÊNDICE

INSTITUTO FEDERAL DE
EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA
FLUMINENSE
Campus Campos-Centro

Secretaria de Educação Profissional e Tecnológica
Ministério da Educação
BRASIL GOVERNO FEDERAL

Licenciatura em Matemática

Estas atividades foram elaboradas na disciplina Laboratório de Ensino e Aprendizagem Matemática do Curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal Fluminense do Campus Campos Centro, pelos alunos Aline do Nascimento Pereira, André Luiz da Cunha Alves, Mauricio de Souza Amaro e Tatiana Gomes da Silva, orientados pela professora Mônica Souto da Silva Dias.

Escola: ____

Aluno: ____

Prof.ª da Turma: ______________

Série: ______________

<u>A relação Fundamental em Trigonometria</u>

Recordando Seno e Cosseno de um ângulo – Teorema de Pitágoras

1- Num triângulo ABC, retângulo em B, o valor da hipotenusa é 5 cm e os outros catetos medem 3cm e 4cm. Determine o valor do seno e do cosseno do ângulo $\hat{C}$.

2- Considere D, E e F vértices de um triângulo retângulo em E, cuja hipotenusa mede 10cm e um de seus catetos mede 5cm. Utilizando apenas as medidas dadas determine:

a) As razões trigonométricas possíveis.

b) O que você observou com relação às respostas do item anterior?

3- Dado um triângulo de vértices M, N e S, cujo o ângulo $\hat{M}$ =90°, e seus lados medem 10mm, 8mm e 6mm. Determine os ângulos internos desse triângulo.

4- Um retângulo tem área medindo 12 cm² . se um lado deste retângulo mede 3cm, quanto mede a diagonal?

5- Dado um triângulo ABC de lados MB = 16 cm, BC = 12 cm e AC = 20 cm. Verifique se esse triângulo é retângulo.

6- Dado um triângulo ABC, sendo $\hat{A}$ =90°, $\hat{B}$ = 60°, AB = 8, AC = y e BC = x. Determine x e y.

DESCOBRINDO UMA RELAÇAO IMPORTANTE EM TRIGONOMETRIA

1- Com o auxílio da tabela trigonométrica, escolha três ângulos e complete a tabela abaixo:

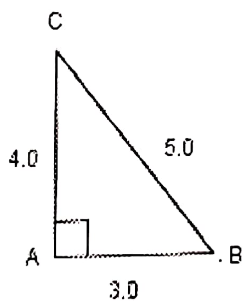
Ângulo α	**Sen α**	**cos α**

2- Sabemos que existe uma importante relação entre os lados de um triângulo retângulo, que é denominado teorema de Pitágoras. Há também uma relação muito utilizada entre o seno e o cosseno de um ângulo. Sua tarefa é tentar descobrir esta relação, utilizando os dados da tabela que você montou na questão 1.

3- Considere os triângulos retângulos abaixo:

a) Determine o seno e o cosseno dos ângulos indicados em cada item.

I-)



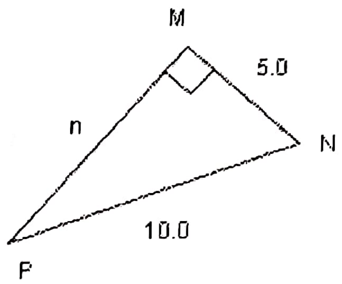
Cos $\hat{C}$ =

Cos $\hat{B}$

Sen $\hat{C}$ =

Sen $\hat{B}$

II-)



Cos $\hat{P}$ =

Cos $\hat{N}$ =

Sen $\hat{P}$ =

Sen $\hat{N}$ =

b) Verifique se a relação encontrada na questão 2, ocorre para os ângulos $\hat{C}$, $\hat{B}$, $\hat{P}$ e $\hat{N}$.

4- Verifique se a relação encontrada na questão 2, é verdadeira para outros ângulos. Utilize a tabela trigonométrica.

Ângulo α =______________ sen α =_________________

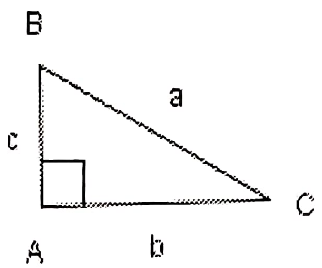
cos α =_________________

Ângulo β =______________ sen β =_________________

cos β =_________________

5- O que você conclui, após responder às questões acima?

6- Considere o triângulo abaixo:



a) Determine:

sen $\hat{C}$ = cos $\hat{C}$ =

a^2 =

b) Verifique se a relação encontrada é verdadeira para este caso:

TABELA TRIGONOMÉTRICA

Ângulo	sen	cos	tg
1	0,017452	0,999848	0,017455
2	0,034899	0,999391	0,034921
3	0,052336	0,99863	0,052408
4	0,069756	0,997564	0,069927
5	0,087156	0,996195	0,087489
6	0,104528	0,994522	0,105104
7	0,121869	0,992546	0,122785
8	0,139173	0,990268	0,140541
9	0,156434	0,987688	0,158384
10	0,173648	0,984808	0,176327
11	0,190809	0,981627	0,19438
12	0,207912	0,978148	0,212557
13	0,224951	0,97437	0,230868
14	0,241922	0,970296	0,249328
15	0,258819	0,965926	0,267949
16	0,275637	0,961262	0,286745
17	0,292372	0,956305	0,305731
18	0,309017	0,951057	0,32492
19	0,325568	0,945519	0,344328
20	0,34202	0,939693	0,36397
21	0,358368	0,93358	0,383864
22	0,374607	0,927184	0,404026
23	0,390731	0,920505	0,424475
24	0,406737	0,913545	0,445229
25	0,422618	0,906308	0,466308
26	0,438371	0,898794	0,487733
27	0,45399	0,891007	0,509525
28	0,469472	0,882948	0,531709
29	0,48481	0,87462	0,554309
30	0,5	0,866025	0,57735
31	0,515038	0,857167	0,600861
32	0,529919	0,848048	0,624869
33	0,544639	0,838671	0,649408
34	0,559193	0,829038	0,674509
35	0,573576	0,819152	0,700208
36	0,587785	0,809017	0,726543
37	0,601815	0,798636	0,753554
38	0,615661	0,788011	0,781286
39	0,62932	0,777146	0,809784
40	0,642788	0,766044	0,8391
41	0,656059	0,75471	0,869287
42	0,669131	0,743145	0,900404
43	0,681998	0,731354	0,932515
44	0,694658	0,71934	0,965689
45	0,707107	0,707107	1
46	0,71934	0,694658	1,03553
47	0,731354	0,681998	1,072369
48	0,743145	0,669131	1,110613
49	0,75471	0,656059	1,150368
50	0,766044	0,642788	1,191754
51	0,777146	0,62932	1,234897
52	0,788011	0,615661	1,279942
53	0,798636	0,601815	1,327045
54	0,809017	0,587785	1,376382
55	0,819152	0,573576	1,428148
56	0,829038	0,559193	1,482561
57	0,838671	0,544639	1,539865
58	0,848048	0,529919	1,600335
59	0,857167	0,515038	1,664279
60	0,866025	0,5	1,732051
61	0,87462	0,48481	1,804048
62	0,882948	0,469472	1,880726
63	0,891007	0,45399	1,962611
64	0,898794	0,438371	2,050304
65	0,906308	0,422618	2,144507
66	0,913545	0,406737	2,246037
67	0,920505	0,390731	2,355852
68	0,927184	0,374607	2,475087
69	0,93358	0,358368	2,605089
70	0,939693	0,34202	2,747477
71	0,945519	0,325568	2,904211
72	0,951057	0,309017	3,077684
73	0,956305	0,292372	3,270853
74	0,961262	0,275637	3,487414
75	0,965926	0,258819	3,732051
76	0,970296	0,241922	4,010781
77	0,97437	0,224951	4,331476
78	0,978148	0,207912	4,70463
79	0,981627	0,190809	5,144554
80	0,984808	0,173648	5,671282
81	0,987688	0,156434	6,313752
82	0,990268	0,139173	7,11537
83	0,992546	0,121869	8,144346
84	0,994522	0,104528	9,514364
85	0,996195	0,087156	11,43005
86	0,997564	0,069756	14,30067
87	0,99863	0,052336	19,08114
88	0,999391	0,034899	28,63625
89	0,999848	0,017452	57,28996
90	1	0	-