



INSTITUTO FEDERAL DE  
EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA  
FLUMINENSE  
Campus Campos-Centro


# RELATÓRIO LEAMAT

CONGRUÊNCIA DE TRIÂNGULOS

ENSINO E APRENDIZAGEM DE DEMONSTRAÇÃO

APARECIDA ABUD BARBOSA  
NEIVA DE LURDES DOS SANTOS PEREIRA

CAMPOS DOS GOYTACAZES / RJ  
2010.2

*Aprovado  
em 13/7/2011*  


APARECIDA BARBOÇA ABUD  
NEIVA DE LURDES DOS SANTOS PEREIRA

# RELATÓRIO LEAMAT

CONGRUÊNCIA DE TRIÂNGULOS

ENSINO E APRENDIZAGEM DE DEMONSTRAÇÃO

Trabalho apresentado ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia, Campus Campos-Centro, como requisito parcial para conclusão da disciplina Laboratório de Ensino e Aprendizagem em Matemática III do Curso de Licenciatura em Matemática.

Orientador: Prof<sup>a</sup>. Dr<sup>a</sup>. Mônica Souto da Silva Dias

CAMPOS DOS GOYTACAZES / RJ  
2010.1

## 1) Introdução

A Geometria desempenha um papel fundamental no currículo, pois possibilita o aluno compreender de forma organizada o mundo em que vive. Existem muitas situações-problemas nessa área que favorecem o desenvolvimento do aluno para argumentar e assim construir uma demonstração (Brasil, 1998, p.122 ):

“O estudo da Geometria é um campo fértil para trabalhar com situações-problema e é um tema pelo qual os alunos costumam se interessar naturalmente. O trabalho com noções geométricas contribui para a aprendizagem de números e medidas, pois estimula o aluno a observar, perceber semelhanças e diferenças, identificar regularidades etc.”

Garbi (2008) insiati no absurdo que é fazer jovens que tem plena capacidade de entender a Matemática dedutiva, apenas decorar “leis” com as quais resolvem problemas, embora desconhecendo os raciocínios que as justifiquem. Segundo Garbi, é falso o dilema entre entender ou decorar na Matemática. O aprendizado da Matemática se faz através da compreensão e da memorização. O ideal é que a compreensão preceda a memorização e uma não exclui a outra.

Nasser e Tinoco (2001) afirmam que hoje em dia a maioria dos alunos não está aprendendo a pensar e raciocinar quando estudam os diversos conteúdos da Matemática. Tais alunos não estão habituados a comunicar suas idéias, porque a maioria das escolas continuam com o ensino baseado na resolução de lista de exercícios. Esse é um fato que já foi observado e por isso vem recebendo atenção maior de pesquisadores e educadores matemáticos.

“...na maioria das escolas, o aluno ainda é levado a resolver uma lista enorme de exercícios repetitivos, que para eles não tem significado algum. Não vendo uma ligação significativa do conteúdo com sua vida, o aluno apenas repete os modelos dados pelo professor ou aplica formulas, e em nenhum momento é questionado ou levado a pensar porque a resposta é aquela, ou mesmo se a resposta é coerente, plausível com a pergunta do problema.” (NASSER E TINOCO, 2001) *pe*

## **2) Objetivos**

O objetivo desse trabalho é elaborar atividades que possibilitem a construção do conceito de congruência de triângulos através da sobreposição, utilizando papel transparente.

## **3) Atividades desenvolvidas**

### **3.1) Elaboração da atividade**

Para o desenvolvimento das atividades, realizou-se pesquisas em livros, sites e trabalhos monográficos, para que assim tivéssemos embasamento teórico para construção de tais atividades.

A atividade foi elaborada para que os alunos através de sobreposição de figuras, medição e relação entre elementos que compõe um triângulo, compreendam quando dois triângulos são congruentes, ou seja, que para um triângulo ser congruente a outro é necessário que os lados e ângulos dos mesmos sejam congruentes.

Nasser e Tinoco (2001), afirmam que o professor ao elaborar as atividades, tem que estar ciente de que precisa explorar nas aulas de Matemática atividades com o objetivo de ajudar o aluno a argumentar suas idéias. Essa habilidade argumentativa deve ser trabalhada desde as séries iniciais, para que o aluno tenha capacidade de sempre defender seu ponto de vista, seja numa conversa informal ou numa questão Matemática.

### **3.2) Relato da aplicação da atividade na turma do LEAMAT II**

As atividades elaboradas no LEAMAT II foram aplicadas para o grupo de alunos que compõe a turma do LEAMAT II com o intuito de detectar falhas, verificar o tempo necessário para a aplicação e verificar as alterações a serem feitas.

Ao aplicarmos a atividade na turma, nos foi sugerido na primeira questão que trocássemos a palavra superposição por sobreposição, que

aumentássemos a letra da indicação das figuras. Os alunos acharam muito interessante a idéia do papel transparente.

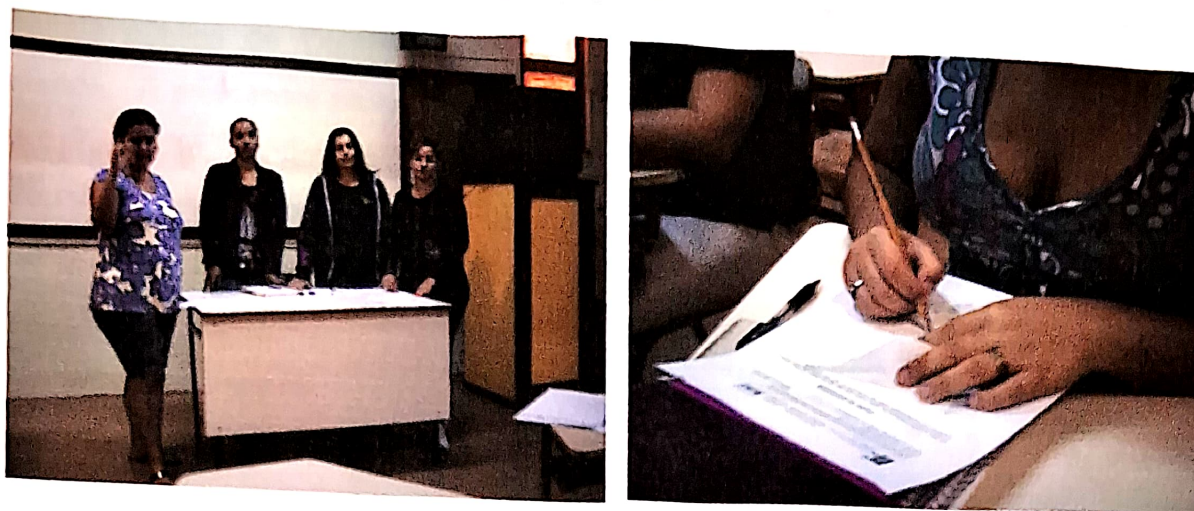


Figura 1: Aplicação da atividade

Na segunda questão, foi sugerido que colocássemos o item b ao final da atividade 2, pois esta consiste em formular uma definição de congruência de triângulos, além disso foi proposta uma alteração no enunciado, que ficou da seguinte forma: “Após os itens acima, quando podemos dizer que dois triângulos são congruentes?”. Também nos foi sugerido que apresentássemos a notação de congruência para os estudantes.

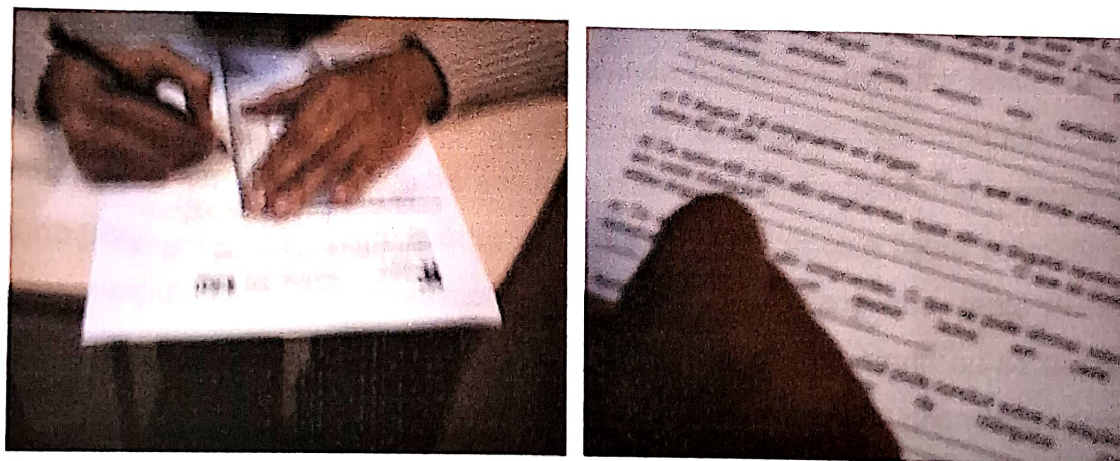


Figura 2: Aluna fazendo atividade

Foi também proposto que a terceira questão ficasse ao final da ficha de atividades, porque esta pede para que os alunos identifiquem pares de elementos congruentes, usando a notação. Na quarta questão, pediram para que trocássemos as medidas, ao invés de letra usar números.

### 3.3 Relato da atividade aplicada na turma de Ensino Regular

A atividade foi aplicada numa turma de 9º ano (Figura 3), de uma escola pública de Campos dos Goytacazes, na qual estavam presentes 22 alunos. A professora titular da turma e a orientadora apresentou as professoras em formação. A primeira solicitou a colaboração e participação dos alunos no decorrer das atividades, e também informou que a turma já havia estudado congruência de triângulos.



Figura 3: Alunos do 9º ano

Inicialmente, a atividade impressa e um pedaço de papel transparente foram entregues aos alunos. Em seguida, as professoras em formação leram o enunciado da questão 1 (Figura 4), explicando o que era para ser feito. Não foi observado nenhum tipo de dificuldade nos alunos nessa atividade. Estes compreenderam o que era para ser feito com o papel transparente, apenas um aluno perguntou se poderia inverter o papel para verificar se a figura coincidia por sobreposição. Uma das professoras em formação explicou que, tanto do lado desenhado como do verso chegaria ao mesmo resultado. Verificou-se também que os educandos não fizeram uso de nenhum tipo de material geométrico para a resolução dessa questão.

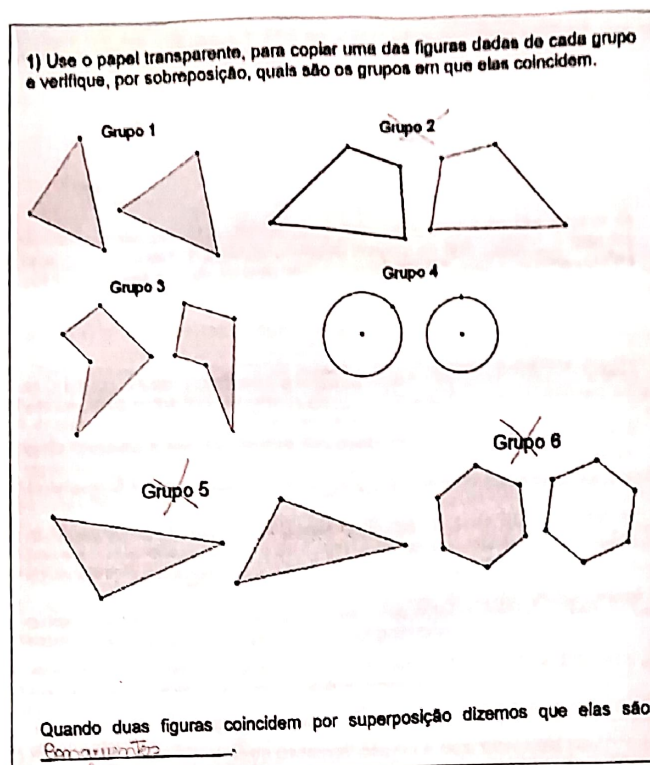


Figura 4: Questão 1

No momento da verificação oral das respostas da questão 1, percebeu-se que os alunos tinham conhecimento do conteúdo abordado, porém eles não lembravam que quando as figuras coincidem por sobreposição, elas são figuras congruentes. Todos os alunos acertaram essa questão.

As questões 2, 3, 4 e 5 também foram verificadas oralmente com a participação dos alunos.

Na questão 2 (Figura 5), também leu-se o enunciado e explicou-se o que era para ser feito. Foi dado um tempo para que eles tentassem resolver a questão com os conhecimentos que tinham. As professoras em formação auxiliaram os alunos quando eram solicitadas para sanar alguma dúvida. Observou-se, nessa questão, dúvidas em relação aos lados e ângulos congruentes, ou seja, eles não visualizavam com facilidade os lados correspondentes das figuras, o que gerou dúvidas. Estes também tiveram dúvidas na nomeação de lados e ângulos, eles não sabiam que a representação de um ângulo era dada por "acento circunflexo" e que a ordem dos vértices é importante na congruência dos lados. Alguns alunos estranharam a repetição da resposta "congruente" nos itens dessa questão.

2) Copie um dos triângulos abaixo em papel transparente e verifique que eles coincidem por superposição:

a) Deste modo, podemos afirmar que o lado AB possui a mesma medida do lado MN, o lado BC possui a mesma medida do lado MO, o lado AC possui a mesma medida do lado NO, o ângulo A possui a mesma medida do ângulo M, o ângulo B possui a mesma medida do ângulo N e o ângulo C possui a mesma medida do ângulo O.

b) O ângulo B é congruente ao ângulo N, o que se pode afirmar em relação aos lados AC e OM: são congruentes.

c) Os lados AB e MN são congruentes, quais são os ângulos opostos a esses lados em cada triângulo? C e O. O que se pode afirmar sobre estes ângulos? São congruentes.

d) Os lados CB e NO são congruentes. O que se pode afirmar sobre os ângulos opostos a cada um desses lados em cada triângulo? São congruentes.

e) Após as observações acima, o que você pode concluir sobre a relação que existe entre lados e ângulos de triângulos congruentes? São congruentes.

f) Após os itens acima, quando podemos dizer que dois triângulos são congruentes? Quando os ângulos e os lados são iguais.

Figura 5: Questão 2 respondida por um aluno

Na questão 3 (Figura 6), o uso de letras gregas para representar a medida dos ângulos confundiu os alunos. Eles pareciam não ter o hábito da utilização desta nomenclatura na Matemática. Porém, após esclarecimento das professoras em formação observou-se que os alunos entenderam. A questão 4 (Figura 7) foi facilmente compreendida e resolvida pelos alunos.

3) Sabendo que os triângulos ABC e NMO são congruentes, os ângulos  $\alpha$  e  $t$  são congruentes e os ângulos  $\beta$  e  $\theta$  também são congruentes, o lado  $\overline{AC}$  mede  $h$  e o lado  $\overline{ON}$  mede  $b$ . Então responda:  
Qual a medida do lado  $\overline{MO}$ ?  $h$   
Qual a medida do lado  $\overline{AB}$ ?  $b$

Figura 6: Questão 3 respondida por um aluno

4) Os triângulos ABC e DEF são congruentes, os lados  $\overline{CB}$  e  $\overline{FE}$  medem  $2\text{cm}$  e os lados  $\overline{DE}$  e  $\overline{AC}$  medem  $4\text{cm}$ , sendo assim quais são os pares de ângulos congruentes?  $\hat{A}=\hat{D}$ ,  $\hat{B}=\hat{E}$ ,  $\hat{C}=\hat{F}$   
Justifique sua resposta: São congruentes e possuem o mesmo ângulo.

Figura 7: Questão 4 respondida por um aluno



Nas questões 5 e 6 (Figura 8), eles apresentaram dificuldades para resolução das mesmas. As professoras em formação perceberam que tais dificuldades eram devidas à falta de interesse dos alunos em ler o enunciado com atenção, para que assim pudessem resolvê-las. A questão 5 continha dados literais, o que gerou dificuldades, apesar dos ângulos congruentes estarem indicados com a mesma letra.

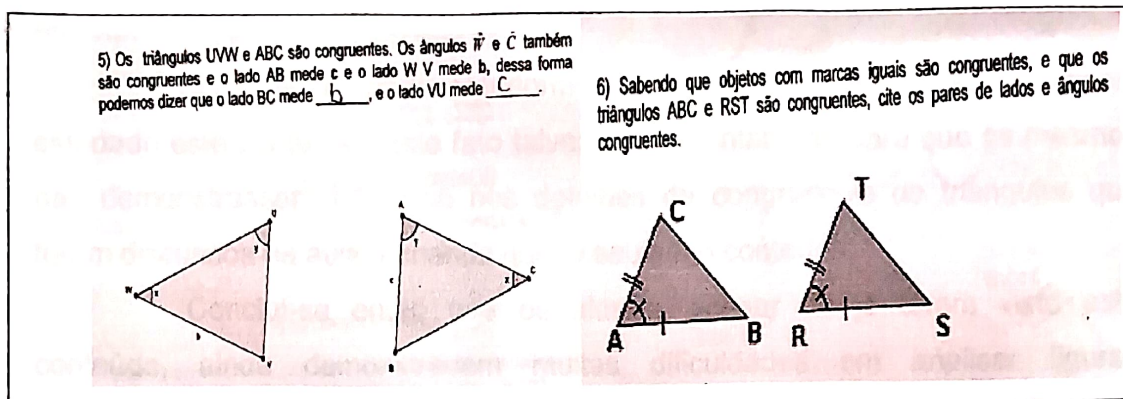


Figura 8: Questões 5 e 6

A questão 6 foi deixada para que os alunos fizessem sozinhos, e as professoras em formação pudessem utilizar os resultados para avaliação do trabalho. Durante a resolução dessa questão, as professoras em formação eram solicitadas para dizer se a questão estava correta. Observou-se a dificuldade deles em indicar todos os pares de elementos congruentes. A maioria indicou apenas três pares de elementos congruentes, ou seja, os que estavam com marcas iguais. Diante disto, as professoras em formação perguntavam aos alunos se não havia outros pares de elementos congruentes. A partir daí eles completavam corretamente a questão. A seguir resposta de um aluno (Figura 9).

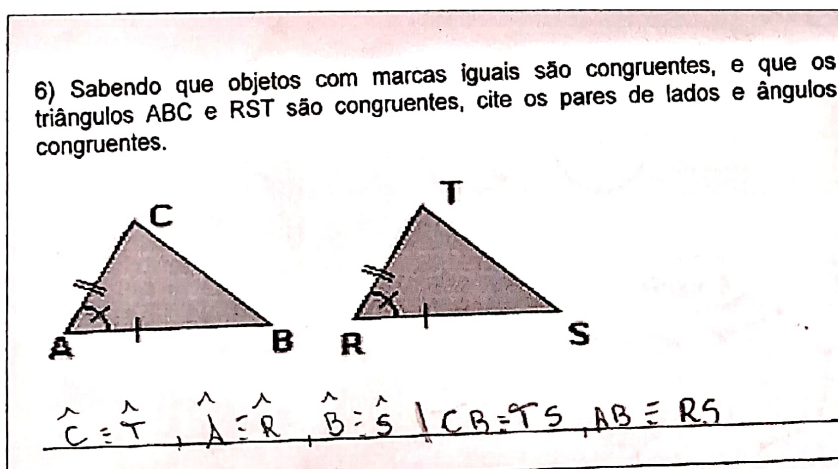


Figura 9: Resposta de um aluno

#### 4) Conclusões

A aplicação da atividade permitiu observar que os alunos participantes não apresentavam iniciativa para resolver as questões propostas, apresentando uma atitude passiva e dependente das professoras em formação. Pois, a todo instante, as mesmas eram solicitadas para verificar se as respostas dos alunos estavam corretas.

Como já afirmado anteriormente, os alunos participantes já haviam estudado este conteúdo. Este fato talvez tenha contribuído para que os mesmos não demonstrassem interesse nos detalhes de congruência de triângulos que foram discutidos na aula, achando que já sabiam o conteúdo.

Concluí-se, então, que os alunos, apesar de já terem visto este conteúdo, ainda demonstravam muitas dificuldades em analisar figuras congruentes. Por exemplo, os alunos não souberam identificar os pares de lados e ângulos congruentes nas figuras, o que demonstra que este tema não foi aprendido por eles.

Devido aos fatores descritos acima, pode se afirmar que a atividade cumpriu seu objetivo de fazer o aluno pensar sobre o conceito de congruência de triângulos e suas particularidades, ao solicitar justificativas para as respostas apresentadas.

A continuidade de atividades com perfil desta permitirá aos alunos o desenvolvimento de sua capacidade argumentativa, além de sua autonomia acadêmica. (NASSER e TINOCO, 2001)

## 5) Referências

BARRETO, Marina Menna e GRAVINA, Maria Alice. **Como construir figuras congruentes?**. Curso de Licenciatura em Matemática da UFRGS. Disponível em: <[http://penta.ufrgs.br/edu/telelab/mundo\\_mat/malice1/sistemas.htm](http://penta.ufrgs.br/edu/telelab/mundo_mat/malice1/sistemas.htm)> acesso em: 04/08/2010.

BRASIL. Parâmetros Curriculares Nacionais. Matemática. Brasília: MEC/SEF, 1998.

GARBI, Gilberto. Decorar é preciso: demonstrar também é. **Revista do Professor de Matemática**, Rio de Janeiro, n. 68, p.1-6, 2008. Quadrimestral.

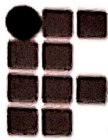
NASSER, Lílian e TINOCO, Lúcia. **Argumentação e Provas no Ensino de Matemática**. Instituto de Matemática: Projeto Fundação. UFRJ, 2001.

APÊNDICE IDADES  
APLICADAS

### Ficha de atividade 105

1) Use o papel transparente para copiar uma das figuras dadas de cada grupo e verifique por superposição, quais são as figuras que elas contêm.

# APÊNDICE A: ATIVIDADES APLICADAS



## Laboratório de Ensino e Aprendizagem em Matemática II

Linha de Pesquisa: Demonstração

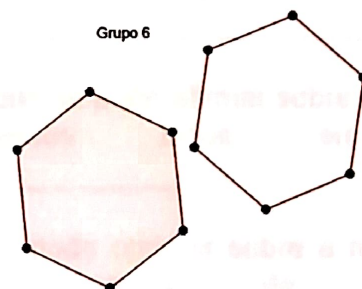
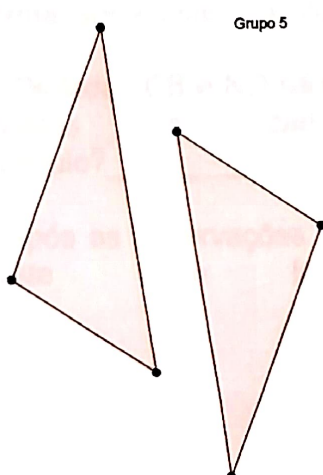
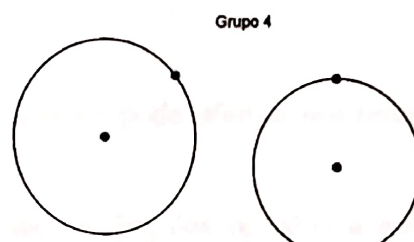
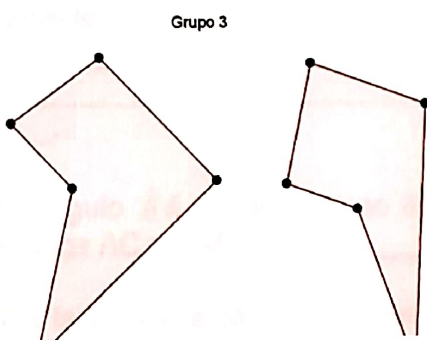
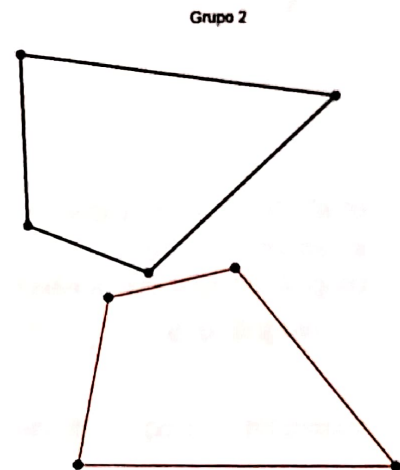
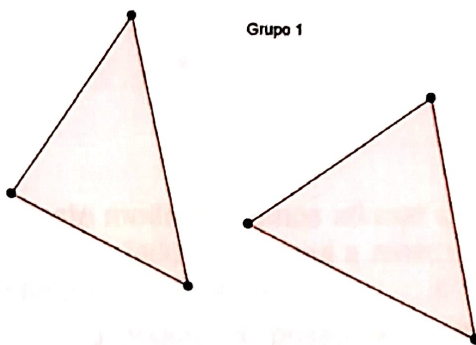
Escola: \_\_\_\_\_

Data: \_\_\_/\_\_\_/2010

Aluno: \_\_\_\_\_

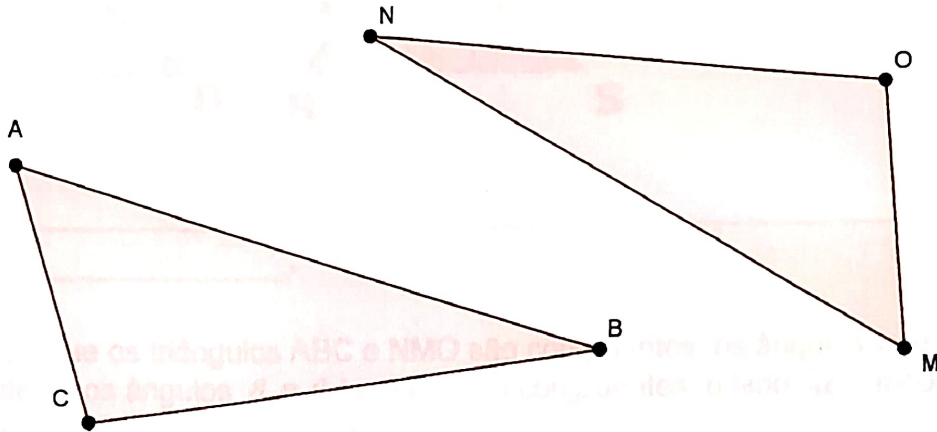
### Ficha de atividades

1) Use o papel transparente, para copiar uma das figuras dadas de cada grupo e verifique, por superposição, quais são os grupos em que elas coincidem.



Quando duas figuras coincidem por superposição dizemos que elas são \_\_\_\_\_.

2) Copie um dos triângulos abaixo em papel transparente e verifique que eles coincidem por superposição:



a) Deste modo, podemos afirmar que o lado AB possui a mesma medida do lado \_\_\_\_\_, o lado BC possui a mesma medida do lado \_\_\_\_\_, o lado AC possui a mesma medida do lado \_\_\_\_\_, o ângulo  $\hat{A}$  possui a mesma medida do ângulo \_\_\_\_\_, o ângulo  $\hat{B}$  possui a mesma medida do ângulo \_\_\_\_\_ e o ângulo  $\hat{C}$  possui a mesma medida do ângulo \_\_\_\_\_.

b) Após atividades acima, escreva uma definição para triângulos congruentes: \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_.

c) O ângulo  $\hat{B}$  é congruente ao ângulo \_\_\_\_\_, o que se pode afirmar em relação aos lados AC e OM: \_\_\_\_\_.

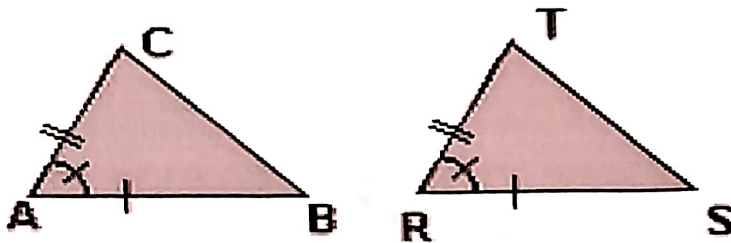
d) Os lados AB e MN são congruentes, quais são os ângulos opostos a esses lados em cada triângulo? \_\_\_\_\_ O que se pode afirmar sobre estes ângulos? \_\_\_\_\_.

e) Os lados CB e NO são congruentes. O que se pode afirmar sobre os ângulos opostos a cada um desses lados em cada triângulo? \_\_\_\_\_.

f) Após as observações acima, o que você pode concluir sobre a relação que existe entre lados e ângulos de triângulos

congruentes? \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

3) Sabendo que objetos com marcas iguais são congruentes, e que os triângulos ABC e RST são congruentes, cite os pares de lados e ângulos congruentes.

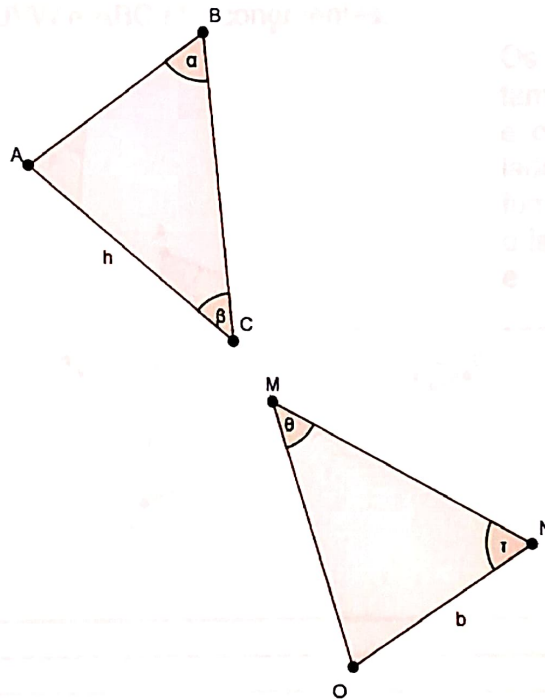


\_\_\_\_\_.

4) Sabendo que os triângulos ABC e NMO são congruentes, os ângulos  $\alpha$  e  $t$  são congruentes e os ângulos  $\beta$  e  $\theta$  também são congruentes, o lado  $\overline{AC}$  mede  $h$  e o lado  $\overline{ON}$  mede  $b$ . Então responda:

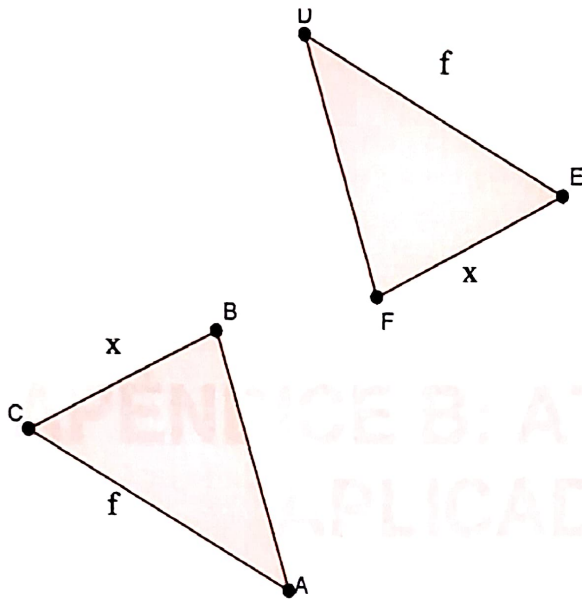
Qual a medida do lado  $\overline{MO}$ ? \_\_\_\_\_

Qual a medida do lado  $\overline{AB}$ ? \_\_\_\_\_

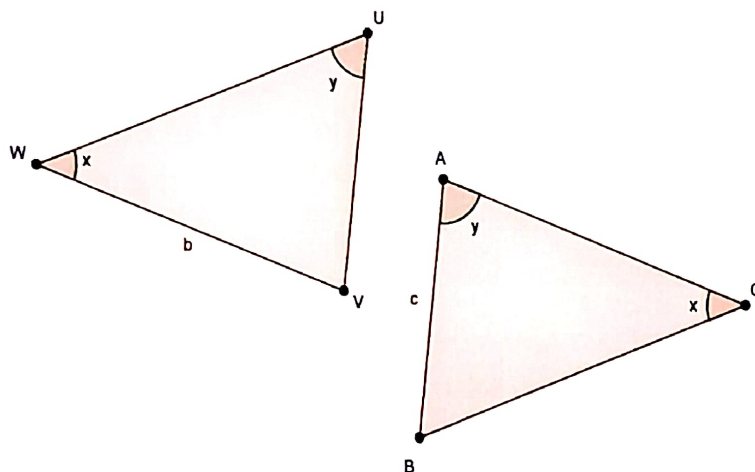




5) Os triângulos ABC e DEF são congruentes, os lados  $\overline{CB}$  e  $\overline{FE}$  medem  $x$  e os lados  $\overline{DE}$  e  $\overline{AC}$  medem  $f$ , sendo assim quais são os pares de ângulos congruentes? \_\_\_\_\_, justifique sua resposta: \_\_\_\_\_



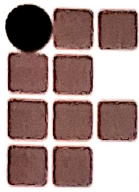
6) Os triângulos UVW e ABC são congruentes.



Os ângulos  $\hat{W}$  e  $\hat{C}$  também são congruentes e o lado AB mede  $c$  e o lado WV mede  $b$ , dessa forma podemos dizer que o lado BC mede \_\_\_\_\_, e o lado VU mede \_\_\_\_\_. Justifique sua

resposta: \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_

# APÊNDICE B: ATIVIDADES APLICADAS



## Laboratório de Ensino e Aprendizagem em Matemática III

Linha de Pesquisa: Demonstração

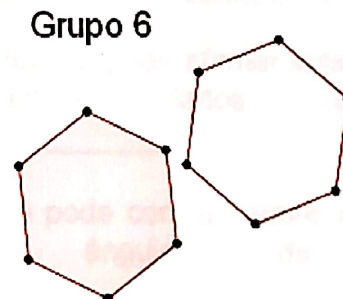
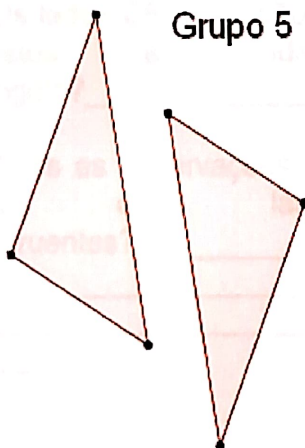
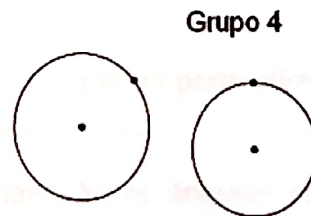
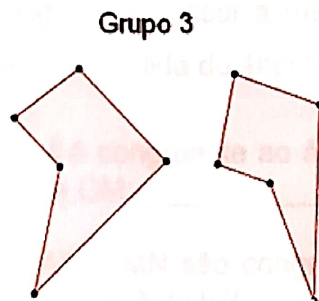
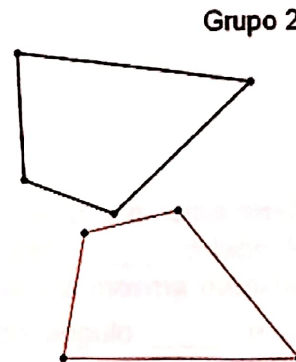
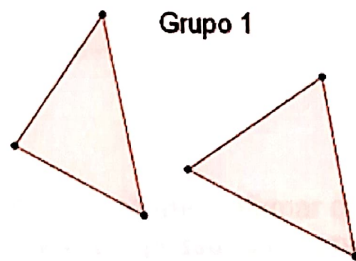
Escola: \_\_\_\_\_

Data: \_\_/\_\_/2010

Aluno: \_\_\_\_\_

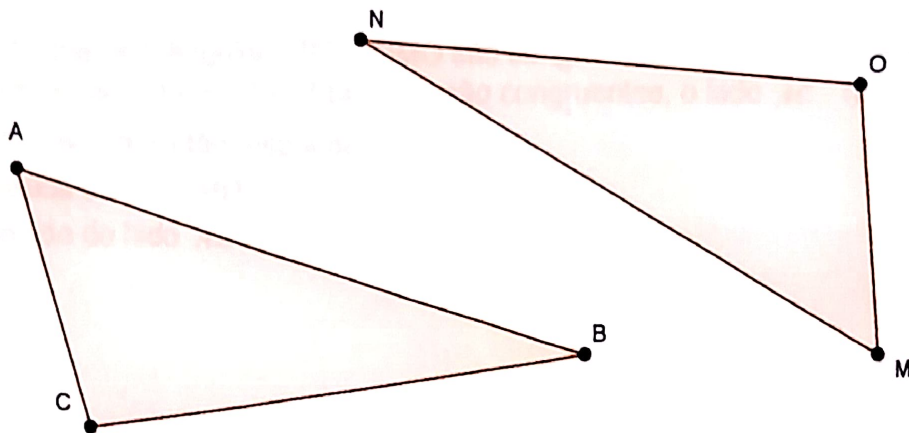
### Ficha de atividades

1) Use o papel transparente, para copiar uma das figuras dadas de cada grupo e verifique, por sobreposição, quais são os grupos em que elas coincidem.



Quando duas figuras coincidem por superposição dizemos que elas são \_\_\_\_\_.

2) Copie um dos triângulos abaixo em papel transparente e verifique que eles coincidem por superposição:



a) Deste modo, podemos afirmar que o lado AB possui a mesma medida do lado \_\_\_\_\_, o lado BC possui a mesma medida do lado \_\_\_\_\_, o lado AC possui a mesma medida do lado \_\_\_\_\_, o ângulo  $\hat{A}$  possui a mesma medida do ângulo \_\_\_\_\_, o ângulo  $\hat{B}$  possui a mesma medida do ângulo \_\_\_\_\_ e o ângulo  $\hat{C}$  possui a mesma medida do ângulo \_\_\_\_\_.

b) O ângulo  $\hat{B}$  é congruente ao ângulo \_\_\_\_\_, o que se pode afirmar em relação aos lados AC e OM: \_\_\_\_\_.

c) Os lados AB e MN são congruentes, quais são os ângulos opostos a esses lados em cada triângulo? \_\_\_\_\_ O que se pode afirmar sobre estes ângulos? \_\_\_\_\_.

d) Os lados CB e NO são congruentes. O que se pode afirmar sobre os ângulos opostos a cada um desses lados em cada triângulo? \_\_\_\_\_.

e) Após as observações acima, o que você pode concluir sobre a relação que existe entre lados e ângulos de triângulos congruentes? \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_.

1) Após os itens acima, quando podemos dizer que dois triângulos são congruentes? \_\_\_\_\_

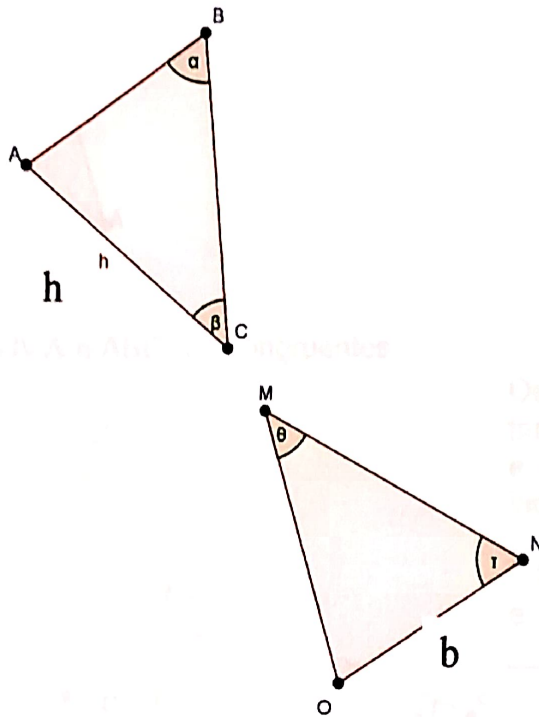
\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

3) Sabendo que os triângulos ABC e NMO são congruentes, os ângulos  $\alpha$  e  $t$  são congruentes e os ângulos  $\beta$  e  $\theta$  também são congruentes, o lado  $\overline{AC}$  mede  $h$  e o lado  $\overline{ON}$  mede  $b$ . Então responda:

Qual a medida do lado  $\overline{MO}$ ? \_\_\_\_\_

Qual a medida do lado  $\overline{AB}$ ? \_\_\_\_\_

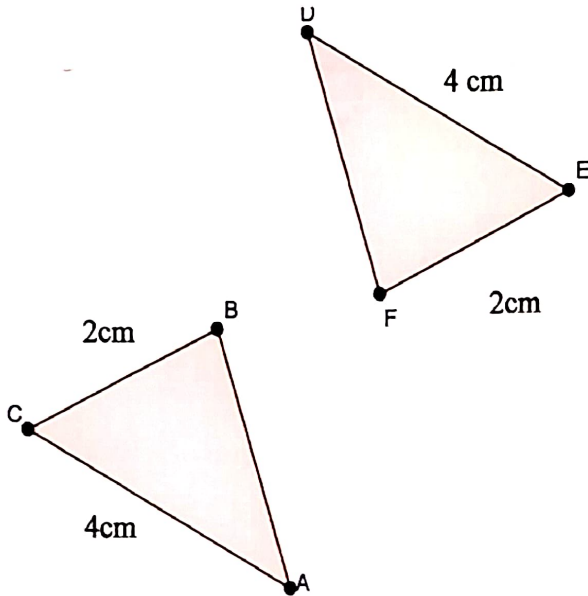


4) Os triângulos ABC e DEF são congruentes, os lados  $\overline{CB}$  e  $\overline{FE}$  medem 2cm e os lados  $\overline{DE}$  e  $\overline{AC}$  medem 4cm, sendo assim quais são os pares de ângulos congruentes? \_\_\_\_\_, justifique sua resposta: \_\_\_\_\_

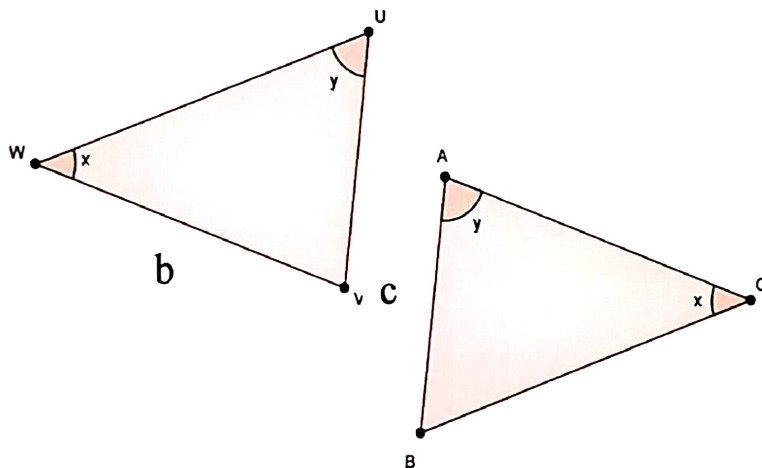
---



---



5) Os triângulos UVW e ABC são congruentes.



Os ângulos  $\hat{W}$  e  $\hat{C}$  também são congruentes e o lado AB mede c e o lado W V mede b, dessa forma podemos dizer que o lado BC mede \_\_\_\_\_, e o lado VU mede \_\_\_\_\_. Justifique sua

resposta: \_\_\_\_\_

---

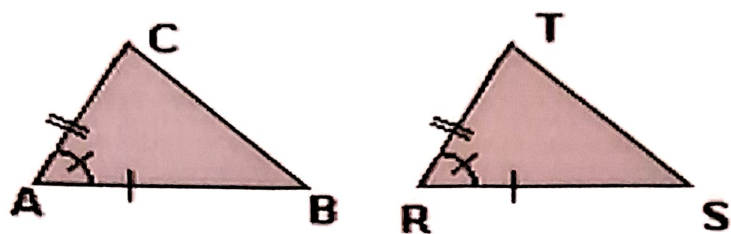


---



---

6) Sabendo que objetos com marcas iguais são congruentes, e que os triângulos ABC e RST são congruentes, cite os pares de lados e ângulos congruentes.



---

---

Campos dos Goytacazes, 16 de março de 2011.

Aparecida Barbosa Aluch  
Neiva Santos Pereira