INSTITUTO FEDERAL DE
EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA
FLUMINENSE
Campus Campos-Centro

RELATÓRIO LEAMAT III

ESTUDO DA TRIGONOMETRIA NA CIRCUNFERÊNCIA TRIGONOMÉTRICA

ENSINO E APRENDIZAGEM DE DEMONSTRAÇÕES

CARLOS ANTÔNIO GUIMARÃES BASÍLIO
RENATA NOGUEIRA CARDOSO
ROBERTA MACHADO DE OLIVEIRA

aprovado em
13/7/2011

CAMPOS DOS GOYTACAZES / RJ

2010.2

CARLOS ANTÔNIO GUIMARÃES BASÍLIO
RENATA NOGUEIRA CARDOSO
ROBERTA MACHADO DE OLIVEIRA

RELATÓRIO LEAMAT III

SENO E COSSENO NA CIRCUNFERÊNCIA

ENSINO E APRENDIZAGEM DE GEOMETRIA

Trabalho apresentado ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense, Campus Campos-Centro, como requisito parcial para conclusão da disciplina Laboratório de Ensino e Aprendizagem em Matemática III do Curso de Licenciatura em Matemática.

Orientador: Professora Doutora Monica Souto S. Dias

CAMPOS DOS GOYTACAZES / RJ
2010.2

1) Introdução

A Trigonometria é um dos mais antigos ramos da Matemática e é utilizada em várias situações práticas e teóricas, envolvendo não somente problemas internos da Matemática, mas também de outras disciplinas científicas e tecnológicas.

Os conteúdos de conhecimentos trigonométricos são abordados de forma destacada na maioria dos livros didáticos do Ensino Fundamental e Médio, com grande riqueza de figuras e de aplicações. Entretanto a aprendizagem destes conteúdos apresenta deficiências, havendo indicações de que uma grande parte dos estudantes não compreende os conceitos e os procedimentos trigonométricos, o porquê de se estudar trigonometria, e assim não percebem a sua aplicação nas mais variadas áreas do conhecimento humano, conforme resultados de avaliações (Prova Brasil, ENEM, PISA, SAEB e Vestibulares), pois:

> *"[...] O estudo da trigonometria é pouco explorado dentro do cotidiano do aluno. Na maioria das vezes, recordam-se fórmulas e exigem-se memorizações de relações sem qualquer sentido ou significado" (BRIGUENTI, 2007; CAMARGO, 2004)*

Diante do exposto acima, achamos pertinente propor um instrumento didático, no caso, uma proposta didática para o estudo da Trigonometria no círculo trigonométrico. Não se trata de uma fórmula milagrosa, pois entendemos que não há um caminho, mas vários caminhos que possam ser propostos.

2) Objetivos

- **Objetivos Gerais**

Compreender a passagem da Trigonometria no triângulo retângulo para o círculo trigonométrico, pois esta não é bem explicada e o aluno tem dificuldade de estabelecer relações entre os ângulos de um triângulo e os arcos no círculo trigonométrico.

O resultado esperado nas aplicações da atividade elaborada é facilitar a aprendizagem dos alunos com relação aos conteúdos. Assim, construirão conceitos sólidos para que possam aplicá-los em diferentes problemas.

- **Objetivos Específicos**
  - Reconhecer os catetos e a hipotenusa no triângulo retângulo;
  - Definir o seno e o cosseno de um ângulo;
  - Aplicar os conceitos do seno e do cosseno dos ângulos;
  - Identificar que o valor do seno e do cosseno tem a mesma medida dos catetos quando a hipotenusa mede 1 unidade de medida.
  - Reconhecer que os segmentos do seno e do cosseno são perpendiculares;
  - Construir graficamente o seno, o cosseno e o ângulo no círculo trigonométrico.

3) Atividades desenvolvidas

3.1) Elaboração da atividade

A elaboração das atividades aplicadas foi baseada na pesquisa e leitura de livros didáticos utilizados nesse segmento escolar, tendo em vista que o grupo os utilizou para elaboração de novas atividades que julgavam importantes.

3.2) Relato da aplicação da atividade na turma do LEAMAT II

Essa aula teve como assistentes os alunos e os professores do LEAMAT II. Para nós foi um momento de aprendizado, pois percebemos que professores e alunos têm visões distintas, pois em cada fase da aplicação, ambos colocavam opiniões variadas. As observações dos professores orientadores foram fundamentais, pois deixou claro, para nós, a importância da capacidade do professor de se comunicar matematicamente e de refletir sobre o seu poder de argumentação.

As principais sugestões referem-se à formatação das atividades e à linguagem utilizada na apresentação oral do projeto, fazendo uso de expressões matemáticas formais.

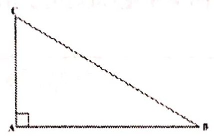
3.3) Relato da aplicação da atividade para a turma regular

O trabalho foi aplicado em uma turma do Pré-Vestibular de uma escola estadual, situada em Campos dos Goytacazes. A aula iniciou com 8 alunos presentes que receberam as folhas com as atividades, um par de esquadros, transferidor e calculadoras.

Uma das professoras em formação começou a aula revendo conceitos de Trigonometria no triângulo retângulo (Figura 1). Além da explicação da atividade, fez-se necessário a orientação dos professores em formação para o uso correto dos esquadros e do transferidor.

Revisão I:

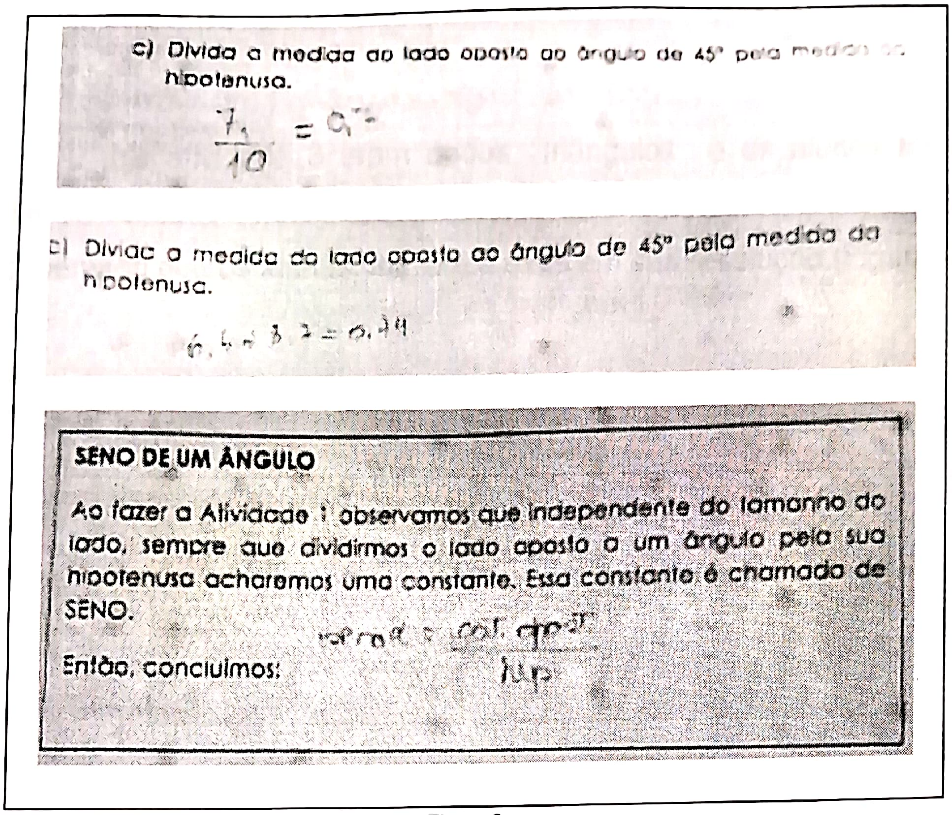
Seja ABC um triângulo retângulo



O lado CB sendo a hipotenusa, CA e AB os catetos e o Â ângulo reto. Os catetos são os menores lados do triângulo retângulo. Eles formam o ângulo reto. A hipotenusa é o lado oposto ao ângulo reto.

Figura 1

Na atividade 1, era solicitado ao aluno que construísse um triângulo retângulo de modo que houvesse um dos ângulos medindo 30º, 45º ou 60º. Após a construção, mediam-se os lados do triângulo e dividia o lado oposto ao ângulo em questão pela hipotenusa. O aluno deveria constatar que este valor encontrado era correspondente ao valor do seno (Figura 2). Os professores em formação observaram que os alunos não tiveram dificuldades em resolver essa atividade.



c) Divida a medida do lado oposto ao ângulo de 45° pela medida da hipotenusa.

$\frac{7}{10} = 0,7$

c) Divida a medida do lado oposto ao ângulo de 45° pela medida da hipotenusa.

6,6 ÷ 3,7 = 0,74

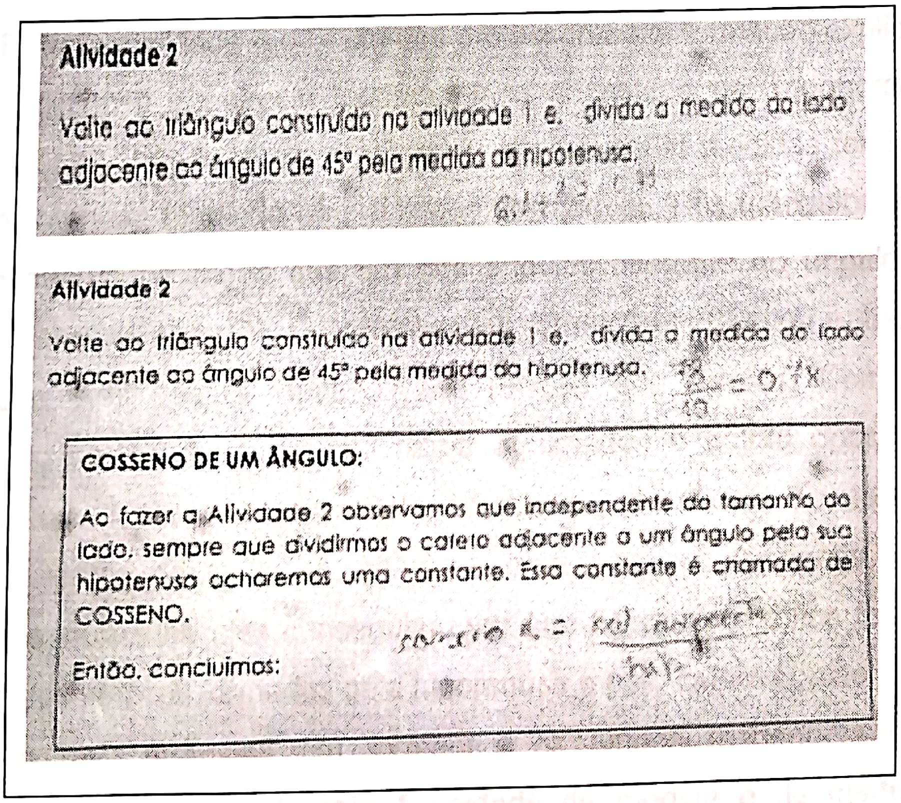
SENO DE UM ÂNGULO

Ao fazer a Atividade 1 observamos que independente do tamanho do lado, sempre que dividirmos o lado oposto a um ângulo pela sua hipotenusa acharemos uma constante. Essa constante é chamada de SENO.

Então, concluimos:

Figura 2

Na atividade 2 era pedido que dividisse a medida do lado adjacente pela medida da hipotenusa. O aluno deveria constatar que este valor encontrado era correspondente ao valor do cosseno (Figura 3). Assim como na atividade 1, os alunos não tiveram dificuldades em resolver essa atividade.



Atividade 2

Volte ao triângulo construído na atividade 1 e, divida a medida do lado adjacente ao ângulo de 45° pela medida da hipotenusa.

Atividade 2

Volte ao triângulo construído na atividade 1 e, divida a medida do lado adjacente ao ângulo de 45° pela medida da hipotenusa.

COSSENO DE UM ÂNGULO:

Ao fazer a Atividade 2 observamos que independente do tamanho do lado, sempre que dividirmos o cateto adjacente a um ângulo pela sua hipotenusa acharemos uma constante. Essa constante é chamada de COSSENO.

Então, concluimos:

Figura 3

Na atividade 3 eram dados triângulos e os alunos teriam que aplicar os conceitos vistos nas atividades anteriores utilizando a calculadora. Foi observado que os alunos obtiveram êxito em sua resolução (Figura 4).

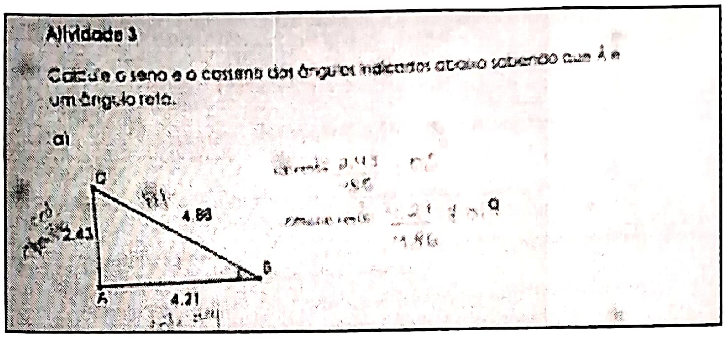


Figura 4

Na atividade 4 os alunos deveriam observar que o valor do seno e do cosseno tem a mesma medida dos catetos quando a hipotenusa mede 1 unidade de medida. Deveriam também perceber que a posição relativa dos segmentos cujas medidas são iguais as do seno e do cosseno são perpendiculares. Os alunos não apresentaram dificuldades nesta questão.

Entre a atividade 4 e 5, um dos professores em formação explicou o porquê da utilização do círculo trigonométrico no estudo da Trigonometria. Foram utilizados vários triângulos retângulos de quaisquer medidas tendo em comum a hipotenusa medindo uma unidade de medida. Tais triângulos foram colados no quadro de modo que um dos ângulos diferente do ângulo reto ficasse sobreposto (Figura 5). O professor em formação perguntou então aos alunos o que eles podiam observar em relação aos catetos. Como era esperado pelo professor, os alunos responderam que o cateto oposto era paralelo ao eixo dos senos e o cateto adjacente era colinear ao eixo dos cossenos. A partir dessa observação, o professor em formação então perguntou aos alunos se eles conseguiam ver que figura geométrica formaria com a união dos vértices formados pela hipotenusa e pelo cateto oposto. Como era esperado pelo professor em formação, os alunos responderam que formaria uma circunferência de raio 1 unidade de medida e de centro na interseção dos eixos do cosseno e do seno. Então, a partir dessa resposta, o professor em formação ligou os vértices do triângulo explicando o porquê da utilização da circunferência trigonométrica.

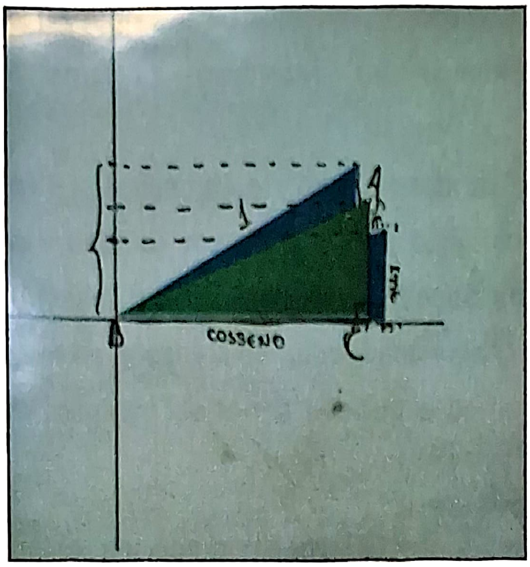


Figura 5

Na Atividade 5 era solicitado que construísse graficamente o seno, o cosseno e o ângulo no círculo trigonométrico de acordo com o que foi visto na atividade anterior, utilizando o par de esquadros (Figura 6). Não foi apresentada nenhuma dificuldade pelos alunos na resolução dessa atividade.

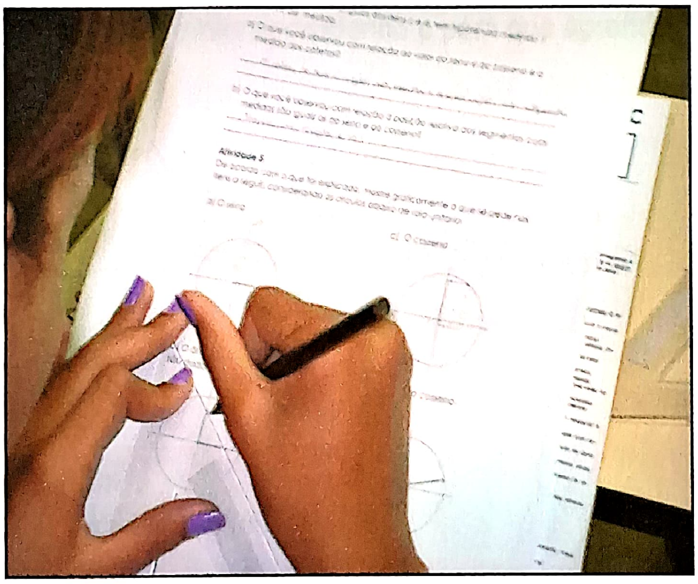


Figura 6

4) Conclusões

As leituras feitas indicam que o ensino de Trigonometria calcado no uso e aplicações de regras e de fórmulas, fundamentados na memorização, necessita de alternativas centradas na compreensão dos conceitos trabalhados.

Durante a aplicação da atividade na turma, foi observado que alguns alunos não sabiam usar os materiais, então o problema foi corrigido com a explicação do professor em formação. Em relação ao conteúdo aplicado, os alunos responderam as questões de forma satisfatória, sem dúvidas e de forma direta. Os alunos reagiram de forma positiva e participativa na aplicação da atividade.

A proposta, por nós apresentada, foca a construção de significados centrados na compreensão, buscando desta forma dar sentido ao que se estuda, fazendo com que o aluno compreenda a matemática como algo vivo, pulsante e presente de maneira fortíssima em sua vida.

Entendemos que podemos, com este trabalho, contribuir, um pouco, para a melhoria do ensino e aprendizagem Trigonometria, fazendo com que o processo de formação do aluno envolva reflexões sobre o que estão aprendendo, como estão aprendendo e para que aprender.

5) Referências

CAMARGO, Susan Nectoux. *Ensino com enfoque na pesquisa: repercussões na aprendizagem de trigonometria.* 2004. 122f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática) – Faculdade de Física, PUCRS, Porto Alegre, 2004.

GARBI, Gilberto. *Decorar é preciso: demonstrar também é.* Revista do Professor de Matemática, Rio de Janeiro, n. 68, p.1-6, 2008. Quadrimestral.

NASSER, Lílian e TINOCO, Lúcia. *Argumentação e Provas no Ensino de Matemática.* Instituto de Matemática: Projeto Fundão. UFRJ, 2001.

PEREIRA, Cicero da Silva. *Aprendizagem em Trigonometria: Um Caminho Possível Contribuições da Aprendizagem Significativa.* Disponível em: <http://ebrapem.mat.br/inscricoes/trabalhos/GT11_PEREIRA_TA.pdf>. Acesso em 07 dez. 2010.

APÊNDICE

APÊNDICE A: ATIVIDADES APLICADAS

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA FLUMINENSE
Campus Campos-Centro

Secretaria de Educação Profissional e Tecnológica

Ministério da Educação

BRASIL GOVERNO FEDERAL

Escola:________________________turma: ____________________

Nome:____

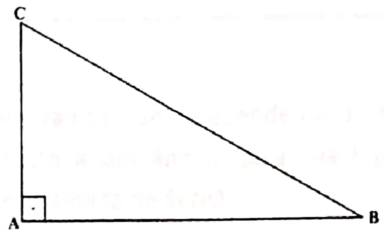
Licenciatura em Matemática - Laboratório de Ensino e Aprendizagem em Matemática

Linha de Pesquisa: Demonstrações

O CICLO TRIGONOMÉTRICO

Revisão I:

Seja ABC um triangulo retângulo:



O lado CB sendo a hipotenusa, CA e AB os catetos e o Â ângulo reto. Os catetos são os menores lados do triângulo retângulo. Eles formam o ângulo reto. A hipotenusa é o lado oposto ao ângulo reto.

Atividade 1

a) Construa três triângulos retângulos com qualquer medida para seus lados de modo que cada um deles tenha um ângulo medindo 30°.

b) Meça os catetos e a hipotenusa de cada triângulo construído.

c) Em cada um, divida a medida do lado oposto ao ângulo de 30° pela medida da hipotenusa.

Ao comparar os resultados encontrados no item c, o que podemos observar? ____

____

SENO DE UM ÂNGULO

Ao fazer a Atividade 1 observamos que independente do tamanho do lado, sempre que dividirmos o lado oposto a um ângulo pela sua hipotenusa acharemos uma constante. Essa constante é chamada de SENO.

Então, concluímos:

Atividade 2

Volte aos triângulos construidos na atividade 1 e, em cada um, divida a medida do lado adjacente ao ângulo de 30° pela medida da hipotenusa.

Ao comparar os resultados encontrados acima, o que podemos observar?____

____

COSSENO DE UM ÂNGULO:

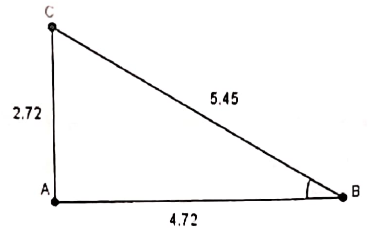
Ao fazer a Atividade 2 observamos que independente do tamanho do lado, sempre que dividirmos o cateto adjacente a um ângulo pela sua hipotenusa acharemos uma constante. Essa constante é chamada de COSSENO.

Então, concluímos:

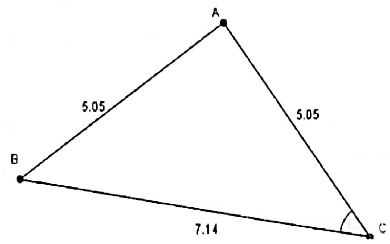
Atividade 3

Calcule o seno e o cosseno dos ângulos indicados abaixo sabendo que Â é um ângulo reto.

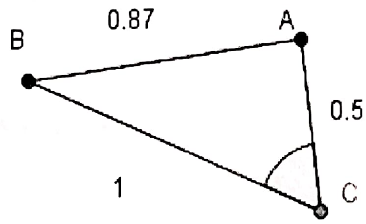
a)



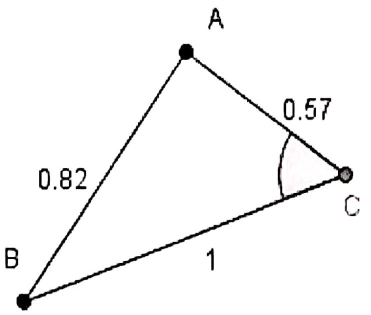
b)



c)



d)



Atividade 4

Na Atividade 3 , os triângulos dos itens c e d, tem hipotenusa medindo 1 unidade de medida.

a) O que você observou com relação ao valor do seno e do cosseno e a medida dos catetos?

____

____.

b) O que você observou com relação a posição relativa dos segmentos cujas medidas são iguais as do seno e do cosseno?

____

____.

Atividade 5

Depois de fazermos todas as atividades anteriores, vamos marcar no círculo dado em folha anexa, os ângulos de 30°, 45°, e 60°, com o transferidor. O circulo tem raio medindo 1 dm. Após marcarmos, vamos traçar retas paralelas dos eixos. O que podemos observar em relação ao comprimento dessas retas traçadas?____

____.

O que podemos observar em relação ao comprimento dessas retas traçadas com os eixos?

____

____.

Então podemos concluir que os eixos na horizontal representa o ____________ e o eixo na vertical representa o ___________.

O circulo de raio 1 unidade é chamado de circulo trigonométrico. Ele foi inventado para que possamos achar os senos e cossenos dos ângulos maiores que 90°, já que esses não podem ser encontrados no triangulo retângulo.

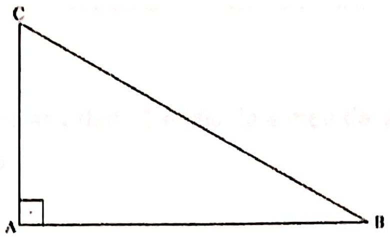
APÊNDICE B: ATIVIDADES REFORMULADAS

Escola:________________________turma: ____________________
Nome:____
Licenciatura em Matemática - Laboratório de Ensino e Aprendizagem em Matemática
Linha de Pesquisa: Ensino e Aprendizagem de Demonstrações

O CICLO TRIGONOMÉTRICO

Revisão I:

Seja ABC um triangulo retângulo:



O lado CB sendo a hipotenusa, CA e AB os catetos e o Â ângulo reto. Os catetos são os menores lados do triângulo retângulo. Eles formam o ângulo reto. A hipotenusa é o lado oposto ao ângulo reto.

Atividade 1

a) Construa um triângulo retângulo com qualquer medida para seus lados de modo que tenha um ângulo medindo 30°.

b) Meça os catetos e a hipotenusa do triângulo construído.

c) Divida a medida do lado oposto ao ângulo de 30° pela medida da hipotenusa.

SENO DE UM ÂNGULO

Ao fazer a Atividade 1 observamos que independente do tamanho do lado, sempre que dividirmos o lado oposto a um ângulo pela sua hipotenusa acharemos uma constante. Essa constante é chamada de SENO.

Então, concluímos:

Atividade 2

Volte ao triângulo construído na atividade 1 e, divida a medida do lado adjacente ao ângulo de 30° pela medida da hipotenusa.

COSSENO DE UM ÂNGULO:

Ao fazer a Atividade 2 observamos que independente do tamanho do lado, sempre que dividirmos o cateto adjacente a um ângulo pela sua hipotenusa acharemos uma constante. Essa constante é chamada de COSSENO.

Então, concluímos:

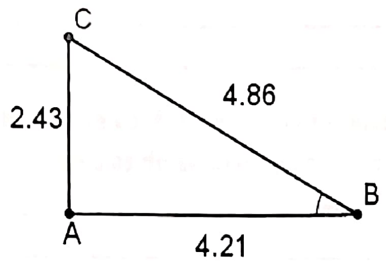
INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA FLUMINENSE
Campus Campos-Centro

Secretaria de Educação Profissional e Tecnológica
Ministério da Educação

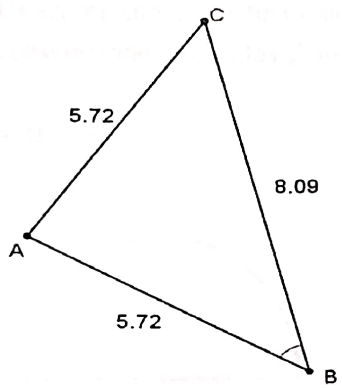
Atividade 3

Calcule o seno e o cosseno dos ângulos indicados abaixo sabendo que Â é um ângulo reto.

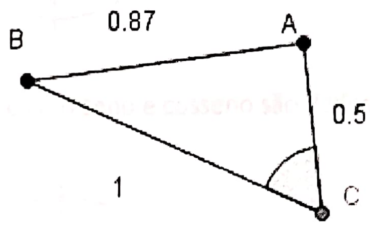
a)



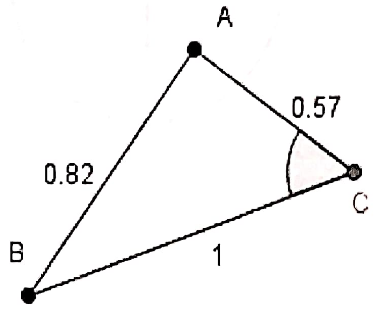
b)



c)



d)



Atividade 4

Na Atividade 3 , os triângulos dos itens c e d, tem hipotenusa medindo 1 unidade de medida.

a) O que você observou com relação ao valor do seno e do cosseno e a medida dos catetos?

____

____.

b) O que você observou com relação à posição relativa dos segmentos cujas medidas são iguais as do seno e do cosseno?

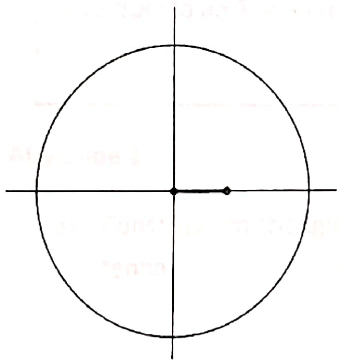
____

____.

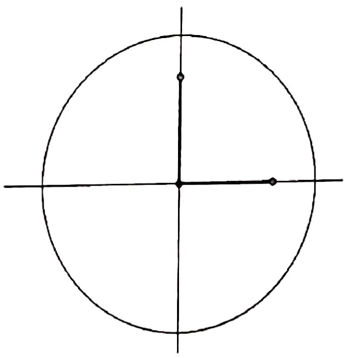
Atividade 5

De acordo com o que foi explicado, mostre graficamente o que se pede nos itens a seguir, considerando os círculos abaixo de raio unitário:

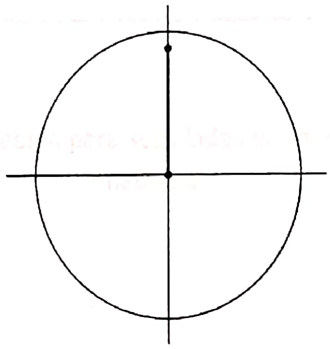
a) O seno



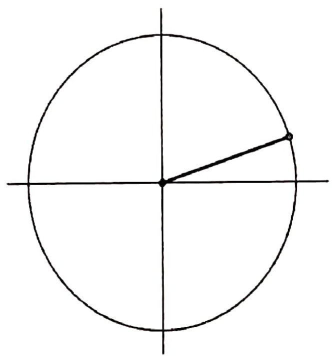
b) O ângulo cujo seno e cosseno são dados



c) O cosseno



d) O seno e o cosseno



INSTITUTO FEDERAL DE
EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA
FLUMINENSE
Campus Campos-Centro

Secretaria de Educação
Profissional e Tecnológica

Ministério
da Educação

BRASIL
GOVERNO FEDERAL

Escola:______________________turma: ______________

Nome:____

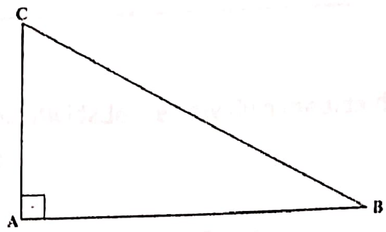
Licenciatura em Matemática - Laboratório de Ensino e Aprendizagem em Matemática

Linha de Pesquisa: Ensino e Aprendizagem de Demonstrações

O CICLO TRIGONOMÉTRICO

Revisão I:

Seja ABC um triangulo retângulo:



O lado CB sendo a hipotenusa, CA e AB os catetos e o Â ângulo reto. Os catetos são os menores lados do triângulo retângulo. Eles formam o ângulo reto. A hipotenusa é o lado oposto ao ângulo reto.

Atividade 1

a) Construa um triângulo retângulo com qualquer medida para seus lados de modo que tenha um ângulo medindo 45°.

b) Meça os catetos e a hipotenusa do triângulo construído.

c) Divida a medida do lado oposto ao ângulo de 45° pela medida da hipotenusa.

SENO DE UM ÂNGULO

Ao fazer a Atividade 1 observamos que independente do tamanho do lado, sempre que dividirmos o lado oposto a um ângulo pela sua hipotenusa acharemos uma constante. Essa constante é chamada de SENO.

Então, concluímos:

Atividade 2

Volte ao triângulo construído na atividade 1 e, divida a medida do lado adjacente ao ângulo de 45° pela medida da hipotenusa.

COSSENO DE UM ÂNGULO:

Ao fazer a Atividade 2 observamos que independente do tamanho do lado, sempre que dividirmos o cateto adjacente a um ângulo pela sua hipotenusa acharemos uma constante. Essa constante é chamada de COSSENO.

Então, concluímos:

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA FLUMINENSE
Campus Campos-Centro

Secretaria de Educação Profissional e Tecnológica

Ministério da Educação

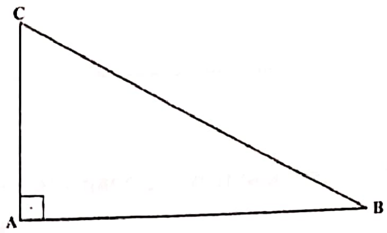
BRASIL GOVERNO FEDERAL

Escola:____________________turma: ____________
Nome:________________________________
Licenciatura em Matemática - Laboratório de Ensino e Aprendizagem em Matemática
Linha de Pesquisa: Ensino e Aprendizagem de Demonstrações

O CICLO TRIGONOMÉTRICO

Revisão I:

Seja ABC um triangulo retângulo:



O lado CB sendo a hipotenusa, CA e AB os catetos e o Â ângulo reto. Os catetos são os menores lados do triângulo retângulo. Eles formam o ângulo reto. A hipotenusa é o lado oposto ao ângulo reto.

Atividade 1

a) Construa um triângulo retângulo com qualquer medida para seus lados de modo que tenha um ângulo medindo 60°.

b) Meça os catetos e a hipotenusa do triângulo construído.

c) Divida a medida do lado oposto ao ângulo de 60° pela medida da hipotenusa.

SENO DE UM ÂNGULO

Ao fazer a Atividade 1 observamos que independente do tamanho do lado, sempre que dividirmos o lado oposto a um ângulo pela sua hipotenusa acharemos uma constante. Essa constante é chamada de SENO.

Então, concluímos:

Atividade 2

Volte ao triângulo construído na atividade 1 e, divida a medida do lado adjacente ao ângulo de 60° pela medida da hipotenusa.

COSSENO DE UM ÂNGULO:

Ao fazer a Atividade 2 observamos que independente do tamanho do lado, sempre que dividirmos o cateto adjacente a um ângulo pela sua hipotenusa acharemos uma constante. Essa constante é chamada de COSSENO.

Então, concluímos:

Campos dos Goytacazes, 13 de julho de 2011.

Renata M. Cardoso

Roberta Machado de Oliveira

Carlos Antônio C. Basílio