

**CENTRO FEDERAL DE EDUCAÇÃO TECNOLÓGICA DE CAMPOS  
LICENCIATURA EM MATEMÁTICA  
LABORATÓRIO DE ENSINO  
EDIMARA RIBEIRO DA SILVA  
ESTÉFANE PEREIRA PINTO DE SOUZA  
ÉDSON DA SILVA BRAGA**

**RELATÓRIO  
PROJETO CONGRUÊNCIA DE TRIÂNGULOS**

**Campos/ Dezembro de 2002**

**CENTRO FEDERAL DE EDUCAÇÃO TECNOLÓGICA DE CAMPOS  
LICENCIATURA EM MATEMÁTICA  
PRÁTICA PROFISSIONAL/ESTÁGIO SUPERVISIONADO  
EDIMARA RIBEIRO DA SILVA  
ESTÉFANE PEREIRA PINTO DE SOUZA  
ÉDSON DA SILVA BRAGA**

**RELATÓRIO  
PROJETO CONGRUÊNCIA DE TRIÂNGULOS**

Este trabalho tem como objetivo relatar as atividades desenvolvidas no Laboratório de Ensino, e sua contribuição para formação de uma visão crítica em relação aos atuais projetos pedagógicos desenvolvidos nas Instituições de Ensino, proporcionando ao estagiando a possibilidade de desenvolver projetos inovadores orientados por profissionais capacitados, que buscam inovar a prática docente.

**Campos/ Dezembro de 2002**

*Na Aurora do terceiro milênio, é preciso  
compreender que revolucionar, desenvolver,  
inventar, sobreviver, viver, morrer, anda  
tudo inseparavelmente ligado.  
(Edgar Morin, in LAGO e PÁDUA, 1994,p. 6.)*

## SUMÁRIO

INTRODUÇÃO.....4

DESENVOLVIMENTO.....5

CONCLUSÃO.....7

ANEXOS.....8

I. PROJETO CONGRUÊNCIA DE TRIÂNGULOS

II. FICHA DE ATIVIDADE

III. FOTOGRAFIAS

BIBLIOGRAFIA.....9



## **INTRODUÇÃO**

Visando trabalhar os casos de congruência e de condição de existência de triângulos, elaboramos um projeto, que depois de iniciado, foi planejado e aplicado com alunos da Escola Estadual Máximo de Azevedo que estão cursando a 8ª série do Ensino Fundamental.

Os alunos foram convidados a visitar o laboratório de Ciências do Centro Federal de Educação Tecnológica de Campos, onde o trabalho foi aplicado pelos alunos que participaram da elaboração do Projeto e das atividades.

## DESENVOLVIMENTO

O projeto foi desenvolvido de modo a inserir uma nova prática de ensino da geometria nos currículos escolares que consiste na utilização de materiais para desenho como compasso, esquadros e régua.

O CEFET junto a Coordenação de Ensino Superior forneceu todo material necessário dando suporte e apoio para realização do Projeto.

A primeira atividade teve como objetivo levar os alunos a um contato com o instrumental de desenho, sendo apresentado como se deve transportar segmentos utilizando compasso e como traçar retas paralelas.

Observamos pelo relato dos alunos que aquele era o primeiro contato com tais instrumentos. Uma aluna utilizou a seguinte frase para caracterizar sua dificuldade: "Nenhuma aula de matemática a professora utilizou compasso e esquadro".

Em seguida foi dada uma noção básica dos elementos do triângulo, tais como seus vértices, seus lados e seus ângulos.

A atividade proposta de construção de triângulos teve como objetivo levar os alunos a perceberem a relação existente entre os lados, para que se possa construir o triângulo, tais atividades tiveram observações relevantes, porém os alunos não chegaram a relação completa da condição de existência de triângulos, porém é relevante citarmos a colocação da aluna Thássi Morais Pessanha, que descreve: "...consegui fazer o triângulo porque o maior segmento era maior que a soma dos outros dois menores segmentos" ou "...não consegui fazer o triângulo porque o segmento maior era maior ou igual que a soma dos outros dois".

Propusemos ainda atividades de construção de triângulos congruentes e uma aluna relatou oralmente: "Ah!, então é possível construir triângulos congruentes, não só com a medida dos lados, mas também se conhecermos os ângulos?"

Esclarecemos a pergunta da aluna dizendo que é possível construir triângulos congruentes a partir dos lados congruentes, mas apenas se conhecermos os ângulos congruentes não é possível, observamos que a aluna ainda não convencida tornou a perguntar, "Como assim?", então mostramos a ela o esquadro que apesar de conter dois triângulos com os ângulos respectivamente congruentes, possui as medidas de seus lados diferentes.

Mostrando em seguida a partir das construções propostas quais casos de congruências existe.

Os alunos apresentaram dificuldades, tais como: manuseio de instrumental e devido a isto os mesmos repetiram as atividades que utilizaram o instrumental em folhas à parte, além disso, apresentaram algumas dificuldades para construir triângulos a partir de medidas de segmentos e ângulos, por não terem trabalhado com instrumentais durante sua vida escolar, porém observamos que é possível a prática do uso de instrumental de desenho no estudo da geometria.

### CONCLUSÃO

Embora os alunos apresentassem dificuldades, obtiveram uma grande aprendizagem, devido ao interesse que demonstraram e a forma descontraída e prática com o qual o projeto foi aplicado, e isto acrescentou uma experiência a mais em nossa vida acadêmica.

As atividades desenvolvidas, apesar de serem novas para os alunos que desconheciam a utilização do material de desenho é possível contornar e leva-los a uma aprendizagem concreta e gradativa.

## ANEXOS

# Anexo 1

**CENTRO FEDERAL DE EDUCAÇÃO TECNOLÓGICA DE CAMPOS  
LICENCIATURA EM MATEMÁTICA**

**PROJETO  
CONGRUÊNCIA  
DE  
TRIÂNGULO**

**Campos dos Goitacazes  
Março de 2002**

Este projeto será desenvolvido no CENTRO FEDERAL DE EDUCAÇÃO  
TECNOLÓGICA DE CAMPOS, por alunos do Curso de Licenciatura em Matemática.

Março de 2002



## Sumário

1. Identificação do projeto.....	4
2. Introdução.....	4
3. Objetivo.....	5
4. Justificativa.....	5
5. Metodologia.....	5
6. Planejamento didático.....	5
6.1. Conteúdo abordado.....	5
6.2. Procedimentos.....	6
7. CRONOGRAMA DE ATIVIDADES.....	6
8. Anexos.....	7
8.1 Ficha de Trabalho	
9. Bibliografia.....	8

## 1. IDENTIFICAÇÃO DO PROJETO

**Título do Projeto:** Congruência de Triângulos

**Participantes:** Edimara Ribeiro da Silva  
Estéfane Pereira Pinto de Souza  
Édson da Silva Braga

**Curso:** Licenciatura em Matemática

**Orientador:** Salvador Tavares

## 2. INTRODUÇÃO

O curso de Licenciatura em Matemática do CEFET-CAMPOS iniciou suas atividades junto aos professores em formação no segundo semestre de 2001, um dos objetivos é transformar a sala de aula num Espaço de Criação, tornando-se num espaço de trocas entre os professores formadores e professores em formação, onde ocorra uma total troca de conhecimentos e experiências vividas, para que todos os membros envolvidos no processo de ensino aprendizagem estejam num fluxo constante de conhecimento.

Ensinar matemática não consiste em apenas explicitar e exemplificar leis, teoremas e axiomas. Depende do saber matemático que o professor adquire ao longo da sua formação; da relação professor-aluno e vice-versa, pois os problemas que a educação enfrenta não podem ser compreendidos isoladamente. "Ela exige uma visão sistêmica e holística da realidade e nos impõe a tarefa de substituir compartimentação por integração, desarticulação por articulação, descontinuidade por continuidade, tanto na parte teórica como na prática educacional" (1), e devido a isso, a educação vive uma fase de transição de um sistema fechado para um sistema aberto, que valoriza a construção e reconstrução pela ação do sujeito sobre o meio ambiente, mediante relações interativas e diálogo entre aluno, professor e o ambiente escolar, e valoriza a importância da interação aluno e processo.

### 3. OBJETIVO

Uma das figuras geométricas de maior aplicação nas construções geométricas do homem é o triângulo. Nosso objetivo principal constitui-se em definir a condição de existência do triângulo e seus possíveis casos de congruência.

Estimulando os alunos a observar as características do triângulo presente em elementos naturais e em objetos criados pelo homem. Levando-os a crer que a atividade matemática escolar não se limita apenas a "olhar para coisas prontas e definidas"(6), mas consiste na construção e apropriação do conhecimento, que lhe servirá para compreender e transformar sua realidade.

### 4. JUSTIFICATIVA

Devido ao distanciamento que se observa nas escolas atuais com relação ao ensino sobre a condição de existência dos triângulos e suas respectivas aplicações geométricas, resolvemos elaborar um projeto de aulas que proporcionasse aos alunos a possibilidade de conhecer mais a respeito do assunto de forma prática e objetiva.

Além disso, visamos levar o aluno à prática da geometria como algo construtivo para a vida, e através disso, verificar a construção de triângulos e seus principais pré-requisitos.

Todo esse projeto visa uma mudança quanto ao estudo de triângulos. Esse projeto também se justifica pelo fato de que como a geometria, a construção geométrica de triângulos é de fundamental importância para a vida prática do aluno. Podemos citar por exemplo a visualização de triângulos em diversos lugares no seu dia a dia. Para exemplificar melhor, podemos justificar a visualização de triângulos nos portões, na construção de casas, na construção de pontes, na construção de telhados, nos triângulos de sinalização, em estruturas metálicas, entre outros.

### 5. METODOLOGIA

O projeto será desenvolvido com 10 alunos da Rede Pública Estadual e/ou Municipal, pretendendo-se constituir a veiculação das informações de diferentes fontes e formas.

### 6. PLANEJAMENTO DIDÁTICO

#### 6.1 CONTEÚDO ABORDADO

- Condição de existência do triângulo: identificar os casos possíveis e impossíveis de construção de triângulo dados três segmentos quaisquer.
- Congruência de triângulo: identificar os casos de congruências existentes dados dois triângulos.

## 6.2 PROCEDIMENTOS

- Exposição oral: Construção de triângulos. Comparação de triângulos por sobreposição.
- Manuseio de material de desenho.

## 8. CRONOGRAMA DE ATIVIDADES

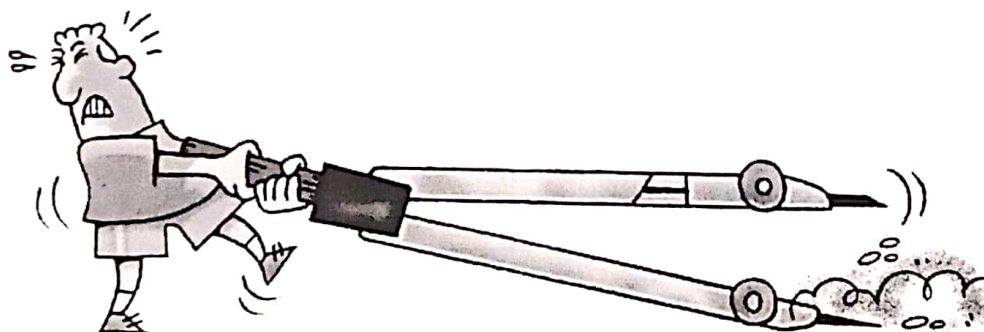
Atividade	Janeiro/02	Fevereiro/02	Março/02	Abril/02	Maió/02	Junho/02	Julho/02
Escolha dos Temas	x	x					
Divisão do grupo		x					
Pesquisa Bibliográfica			x	x			
Elaboração do Projeto				x	x	x	
Elaboração das Atividades						x	x
Resolução das Atividades							x

Atividade	Agosto/02	Setembro/02	Outubro/02	Novembro/02	Dezembro/02
Ajustes e considerações	x	x			
Contato com a Escola		x			
Aplicação do Trabalho			x		
Análise dos resultados objetivos				x	
Conclusões e considerações pertinentes				x	x
Elaboração do Relatório Final					x

## ANEXOS

**Centro Federal de Educação Tecnológica de Campos**  
**Licenciatura em Matemática**

**"Projeto Congruência de Triângulos"**



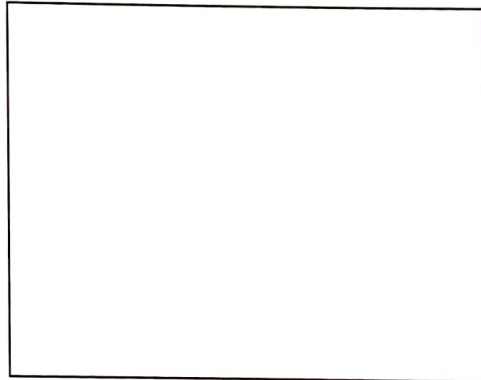
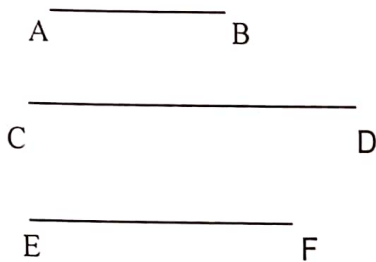


## Trabalhando com Instrumental

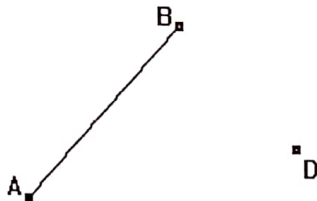
1. Construa um segmento qualquer. Utilizando apenas o compasso transporte este segmento para a reta  $r$ .



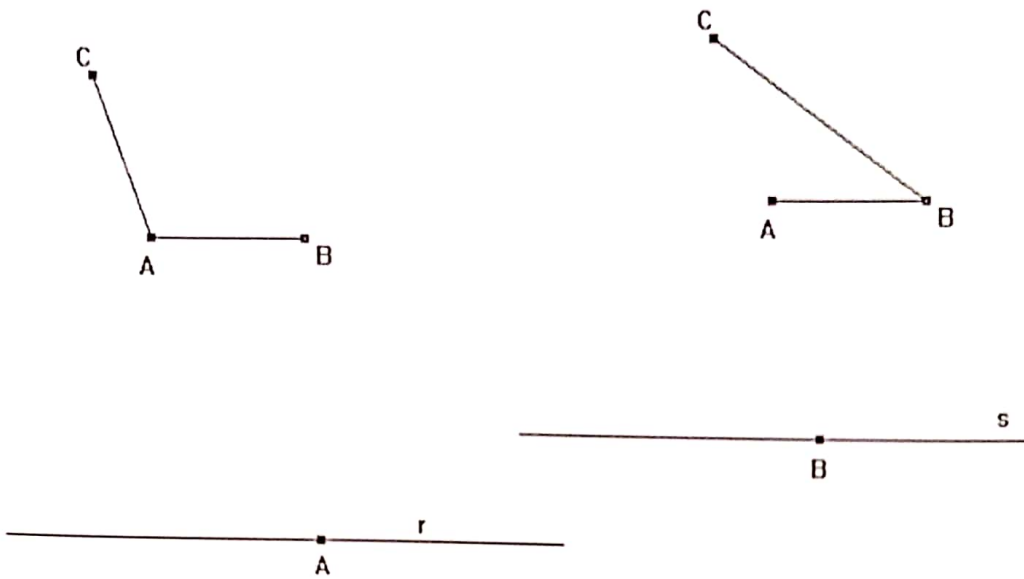
2. Transporte os segmentos abaixo para o quadro ao lado.



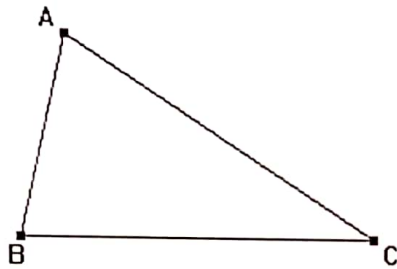
3. Trace uma reta paralela ao segmento dado passando pelo ponto D.



4. Transporte o ângulo  $\hat{A}$  para reta  $r$  e o ângulo  $\hat{B}$  para reta  $s$ .



### Elementos do Triângulo



**Vértices:** são os pontos A, B e C.

**Lados:** são os segmentos  $\overline{AB}$ ,  $\overline{BC}$  e  $\overline{CA}$ .

**Ângulos:** são os ângulos internos  $\hat{A}$ ,  $\hat{B}$  e  $\hat{C}$ .

### Trabalhando com Instrumental

5. Construa, se possível, um triângulo ABC de medidas:

- a) 4cm
- 5cm
- 7cm



- b) 2cm
- 4cm
- 7cm

- c) 3cm
- 4cm
- 7cm

d) O que se pode concluir com o processo utilizado na questão anterior?

 **Trabalhando com Instrumental**

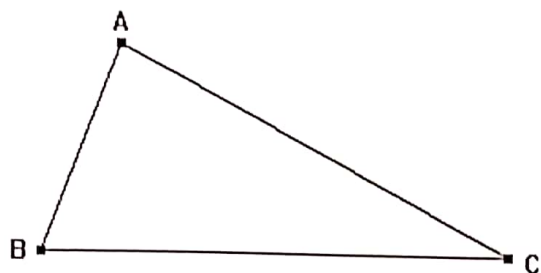
6. Construa um triângulo ABC, dados os segmentos:

a)  $\underline{\quad a \quad}$   
 $\underline{\quad b \quad}$   
 $\underline{\quad c \quad}$

b)  $\underline{\quad a \quad}$   
 $\underline{\quad b \quad}$   
 $\underline{\quad c \quad}$

c)  $\underline{\quad a \quad}$   
 $\underline{\quad b \quad}$   
 $\underline{\quad c \quad}$

7. Considere o triângulo ABC da figura abaixo:



Construa o triângulo MNP, tal que:

a)  $\overline{MN} \equiv \overline{AB}$   
 $\overline{MP} \equiv \overline{AC}$   
 $\overline{NP} \equiv \overline{BC}$

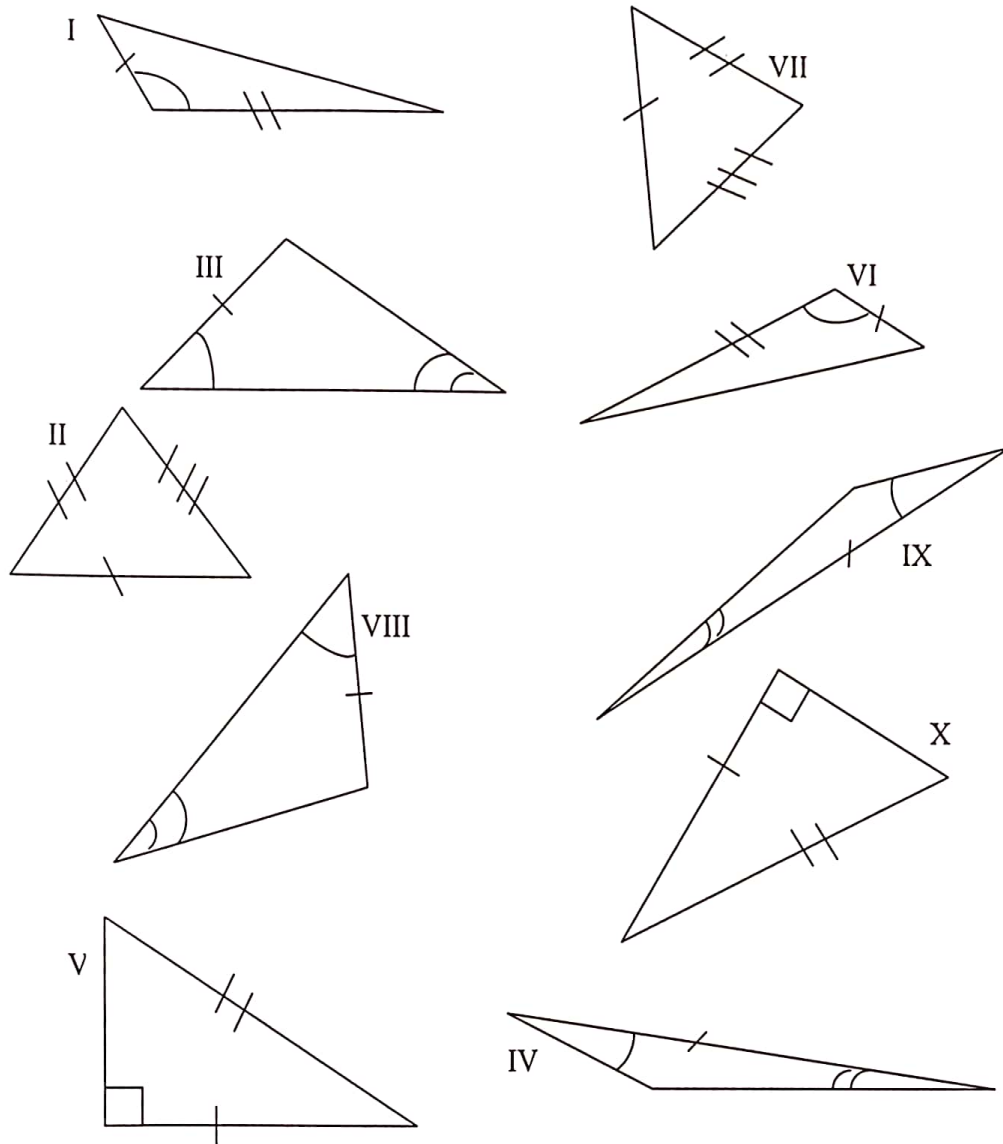
b)  $\overline{MN} \equiv \overline{AB}$   
 $\hat{M} \equiv \hat{A}$   
 $\overline{MP} \equiv \overline{AC}$

c)  $\hat{M} \equiv \hat{A}$   
 $\overline{MN} \equiv \overline{AB}$   
 $\hat{N} \equiv \hat{B}$

d)  $\overline{MN} \equiv \overline{AB}$   
 $\hat{N} \equiv \hat{B}$   
 $\hat{P} \equiv \hat{C}$

 **Exercícios**

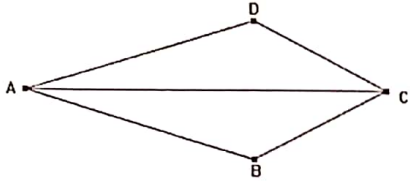
8. Identifique os triângulos congruentes e o caso de congruência.



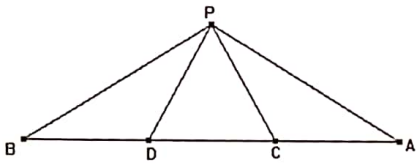
 **Exercícios de verificação de aprendizagem**

9. Dada às figuras abaixo, identifique os triângulos congruentes e os casos de congruência:

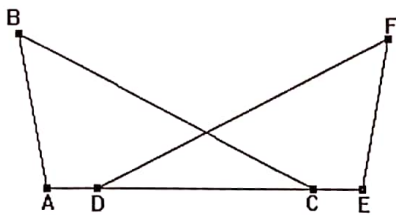
a) Sendo  $\widehat{BAC} \cong \widehat{CAD}$  e  $\widehat{DCA} \cong \widehat{BCA}$



b) Sendo o triângulo PBA isósceles e o segmento  $\overline{BD} \cong \overline{AC}$



c) Sendo  $\overline{AD} \cong \overline{CE}$ ,  $\widehat{BAC} \cong \widehat{FED}$  e  $\widehat{ABC} \cong \widehat{EFD}$



10. Existe um triângulo cujos lados medem:

a) 6 cm  
8 cm  
10 cm

b) 6 cm  
8 cm  
14 cm

c) 3 cm  
4 cm  
10 cm

## 9. BIBLIOGRAFIA

- (1) CÂNDIDA, M. (2000). "*O Paradigma Educacional Emergente*".Papirus.
- (2) SEVERINO, Antônio Joaquim. *Metodologia do Trabalho Científico*. 21ª edição. Ver. Ampl. SP, Cortiz Editora 2000.
- (3) LOGEM, Adilson. *Matemática em Movimento*, 7ª série -São Paulo: Editora do Brasil, 1999.
- (4) FRANÇA, Elizabeth. *Matemática na vida e na escola*, 7ª série -São Paulo: Editora do Brasil, 1ª edição, 1999.
- (6) TAVARES, Salvador- *Projeto da Licenciatura em Matemática*- CEFET CAMPOS, 2001.

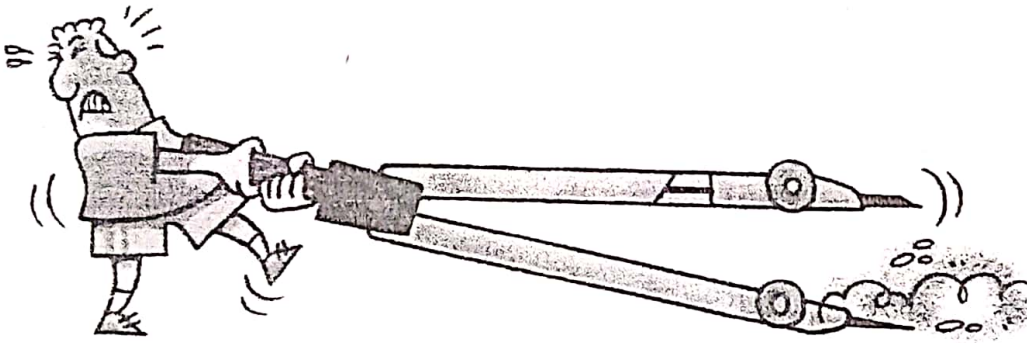
## **Anexo 2**



Kassia Morais Bessanha

**Centro Federal de Educação Tecnológica de Campos**  
**Licenciatura em Matemática**

**“Projeto Congruência de Triângulos”**

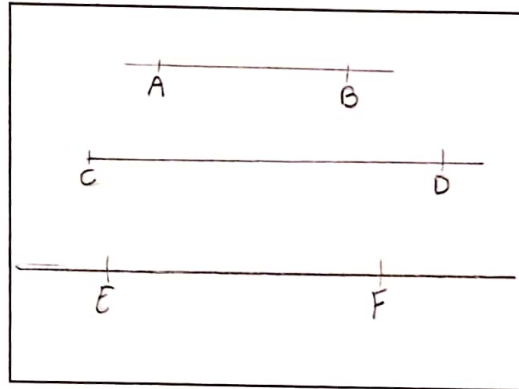
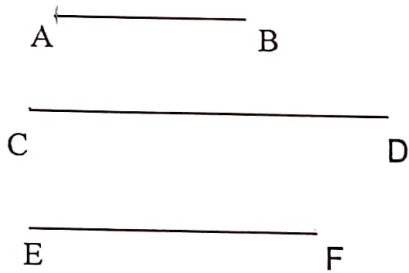


### Trabalhando com Instrumental

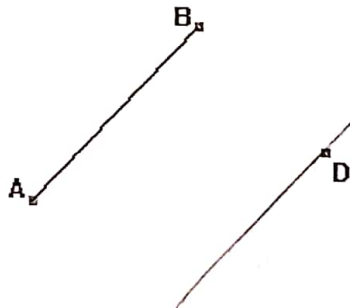
1. Construa um segmento qualquer. Utilizando apenas o compasso transporte este segmento para a reta  $r$ .



2. Transporte os segmentos abaixo para o quadro ao lado.



3. Trace uma reta paralela ao segmento dado passando pelo ponto  $D$ .

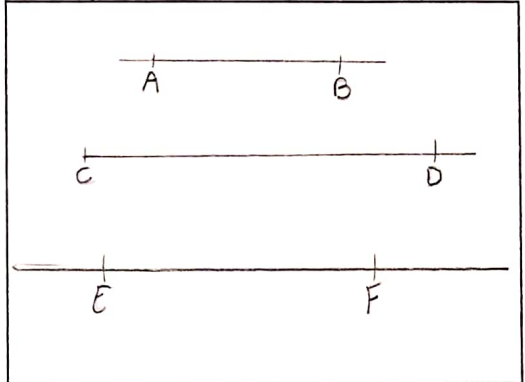
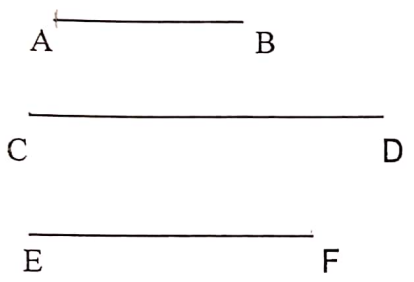


**Trabalhando com Instrumental**

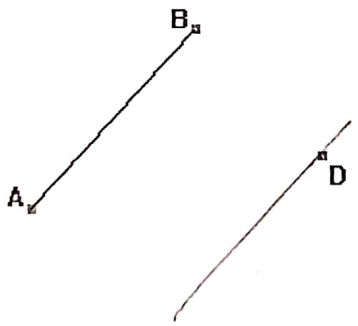
1. Construa um segmento qualquer. Utilizando apenas o compasso transporte este segmento para a reta  $r$ .



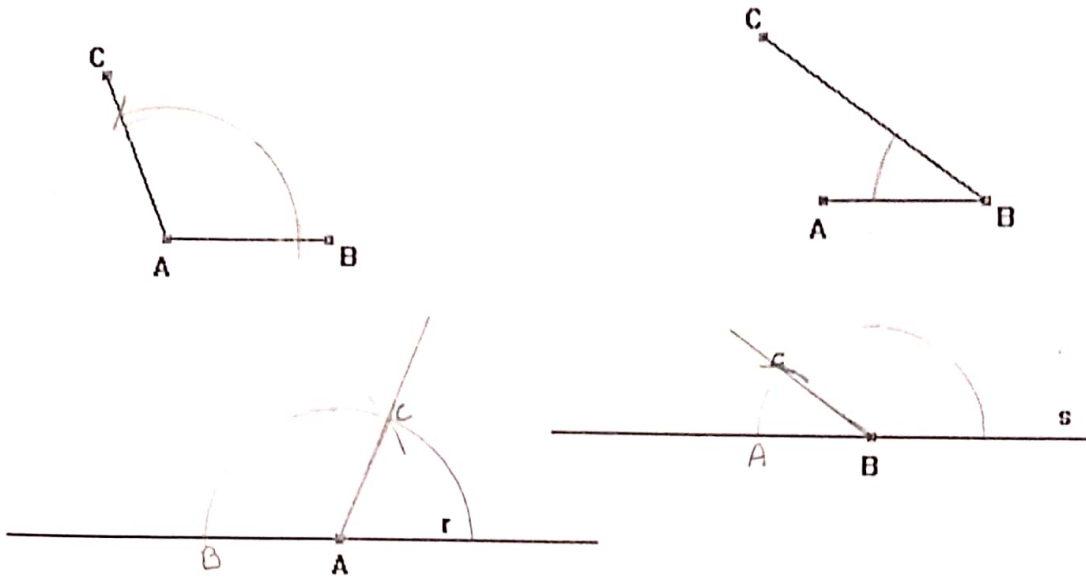
2. Transporte os segmentos abaixo para o quadro ao lado.



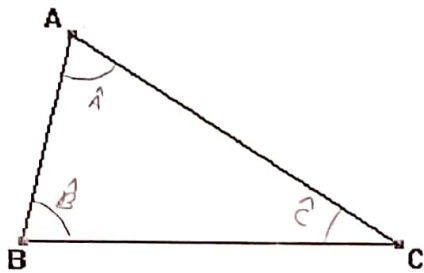
3. Trace uma reta paralela ao segmento dado passando pelo ponto D.



4. Transporte o ângulo  $\hat{A}$  para reta  $r$  e o ângulo  $\hat{B}$  para reta  $s$ .



### Elementos do Triângulo



**Vértices:** são os pontos A, B e C.

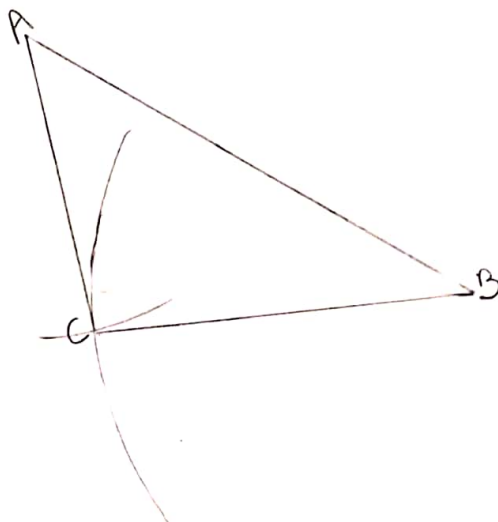
**Lados:** são os segmentos  $\overline{AB}$ ,  $\overline{BC}$  e  $\overline{CA}$ .

**Ângulos:** são os ângulos internos  $\hat{A}$ ,  $\hat{B}$  e  $\hat{C}$ .

### Trabalhando com Instrumental

5. Construa, se possível, um triângulo ABC de medidas:

- a) 4cm  
5cm  
7cm



b) 2cm

4cm

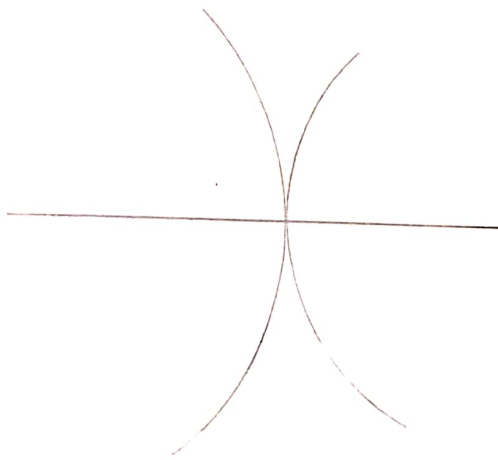
7cm



c) 3cm

4cm

7cm

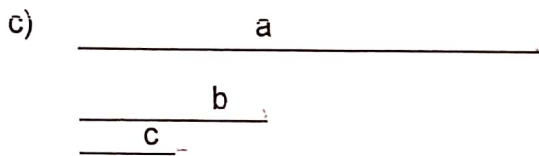
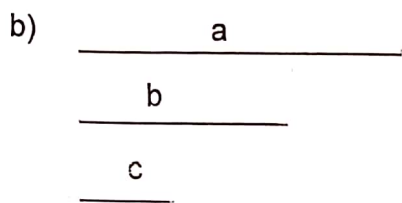
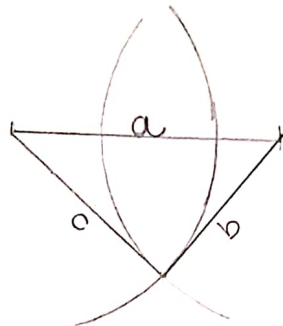
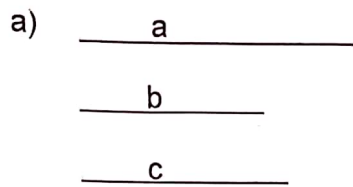


d) O que se pode concluir com o processo utilizado na questão anterior?

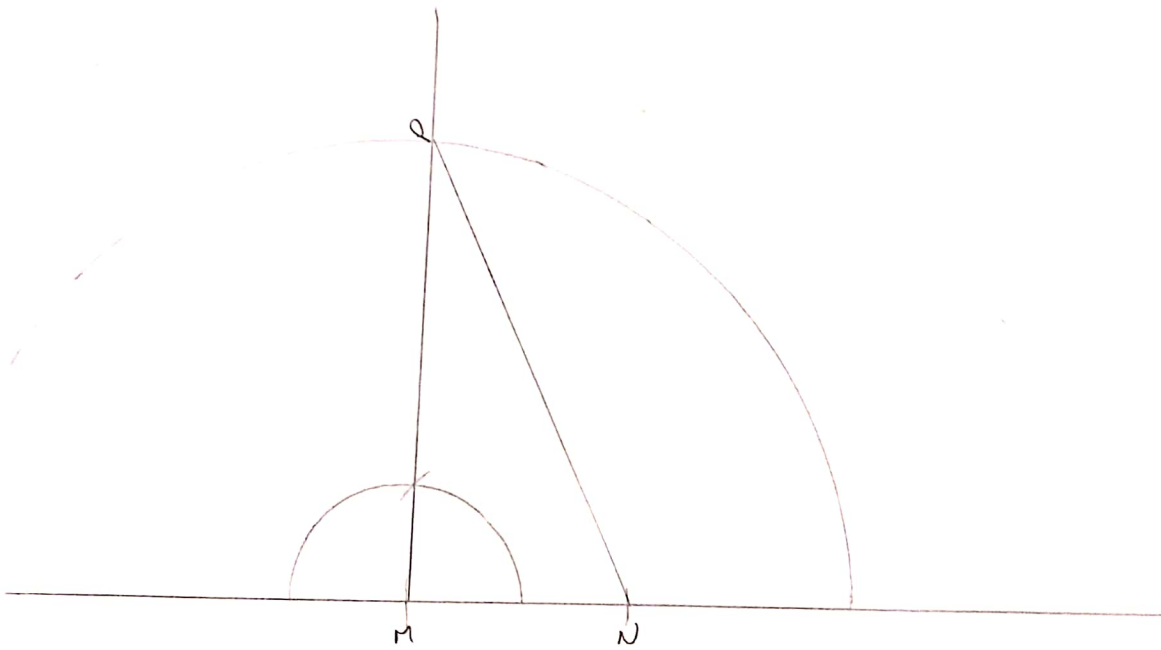
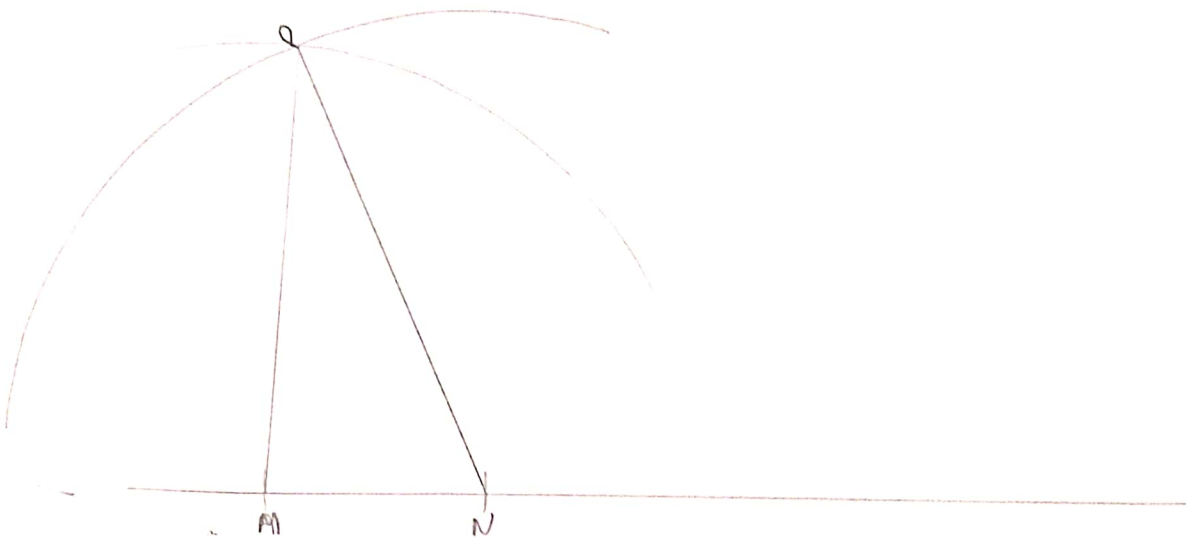
Com as medidas dadas no a consegui fazer o triângulo porque o maior segmento era menor que a soma dos menores segmentos, mas no b e c não consegui fazer o triângulo porque o maior segmento era maior (b) ou igual (c) que a soma dos segmentos menores.

**Trabalhando com Instrumental**

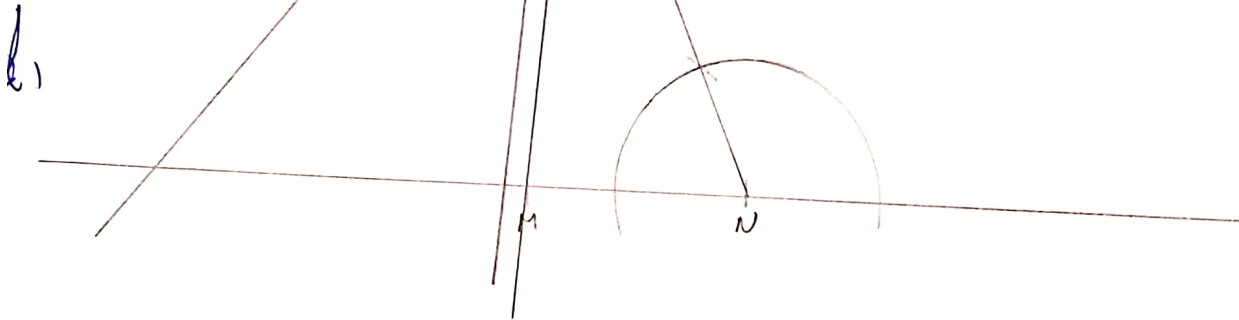
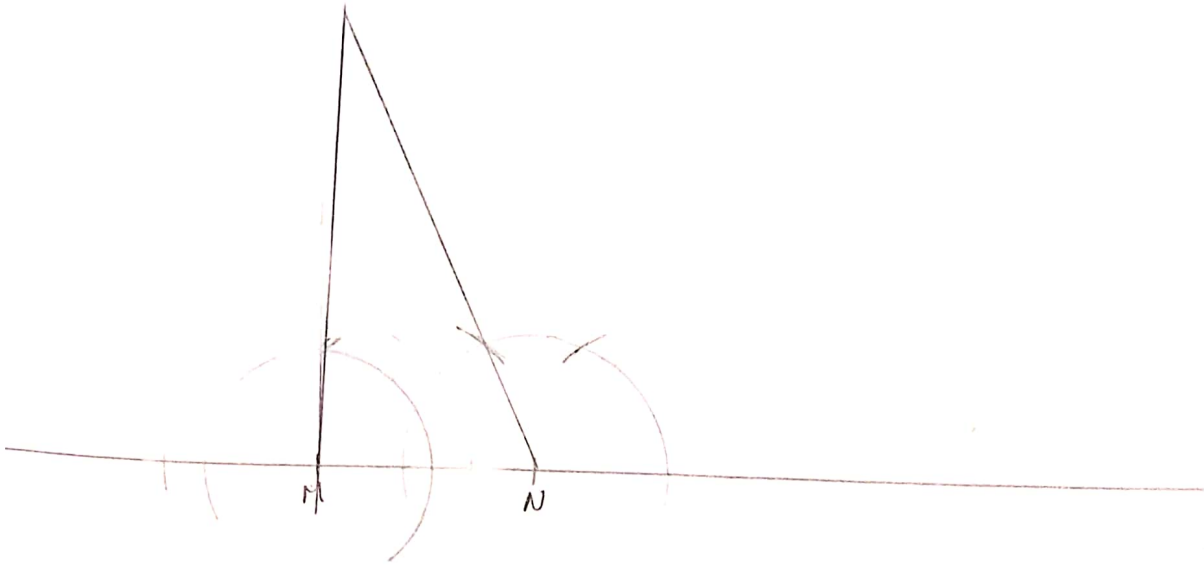
6. Construa um triângulo ABC, dados os segmentos:



Kessanhar

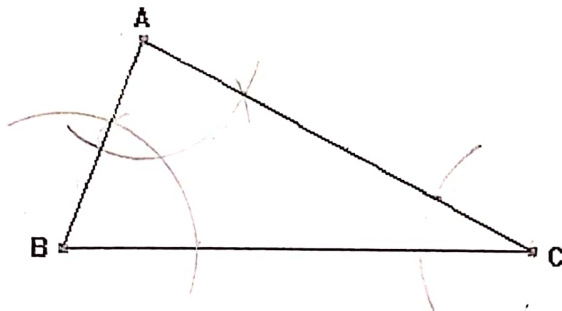


Ressanka





7. Considere o triângulo ABC da figura abaixo:



Construa o triângulo MNP, tal que:

$$\begin{aligned} \text{a) } \overline{MN} &\equiv \overline{AB} \quad \sphericalangle \\ \overline{MP} &\equiv \overline{AC} \quad \sphericalangle \\ \overline{NP} &\equiv \overline{BC} \quad \sphericalangle \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } \overline{MN} &\equiv \overline{AB} \quad \sphericalangle \\ \hat{M} &\equiv \hat{A} \quad A \\ \overline{MP} &\equiv \overline{AC} \quad \sphericalangle \end{aligned}$$

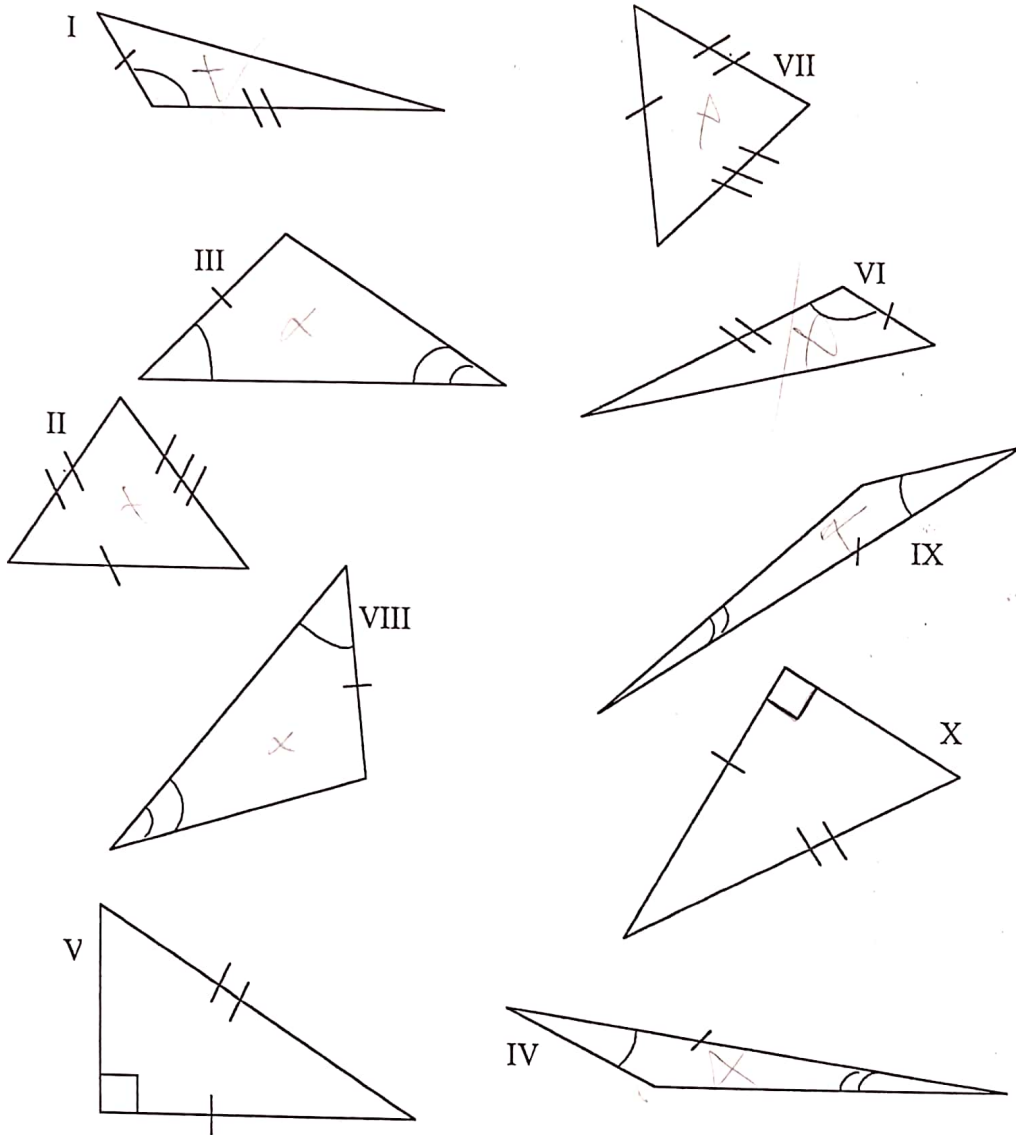
$$\begin{aligned} \text{c) } \hat{M} &\equiv \hat{A} \quad A \\ \overline{MN} &\equiv \overline{AB} \quad \sphericalangle \\ \hat{N} &\equiv \hat{B} \quad A \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d) } \overline{MN} &\equiv \overline{AB} \quad \sphericalangle \\ \hat{N} &\equiv \hat{B} \quad A \\ \hat{P} &\equiv \hat{C} \quad A \text{ opostos (o)} \end{aligned}$$

Com o exercício concluímos que podemos  
riar um triângulo sem "medida" e só com  
lados e ou ângulos.

**Exercícios**

8. Identifique os triângulos congruentes e o caso de congruência.



$I \cong VI - LAL$

$II \cong VII - LLL$

$III \cong VIII - LAA$

$IV \cong IX - ALA$

$V \cong X -$  caso especial de triângulo retângulo

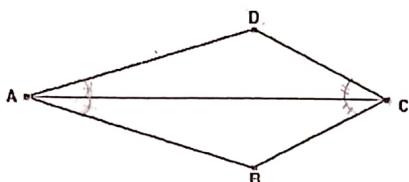
(Um ângulo só é oposto quando há um lado à sua frente.)

**Exercícios de verificação de aprendizagem**

9. Dada às figuras abaixo, identifique os triângulos congruentes e os casos de congruência:

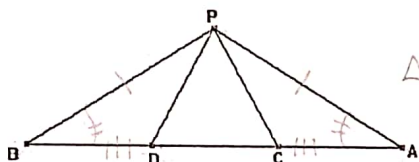
a) Sendo  $\hat{B}\hat{A}C \equiv \hat{C}\hat{A}D$  e  $\hat{D}\hat{C}A \equiv \hat{B}\hat{C}A$

$\Delta \rightarrow$  triângulo



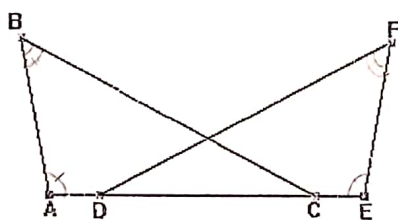
$\Delta ABC \equiv \Delta ADC$  - pelo caso de congruência:  $ALA$

b) Sendo o triângulo PBA isósceles e o segmento  $\overline{BD} \equiv \overline{AC}$



$\Delta PBD \equiv \Delta PAC$  - pelo caso de congruência:  $LAL$

c) Sendo  $\overline{AD} \equiv \overline{CE}$ ,  $\hat{B}\hat{A}C \equiv \hat{F}\hat{E}D$  e  $\hat{A}\hat{B}C \equiv \hat{E}\hat{F}D$



$BAC \equiv FED$  - pelo caso de congruência:  $LAA_0$

Tháisia

10. Existe um triângulo cujos lados medem:

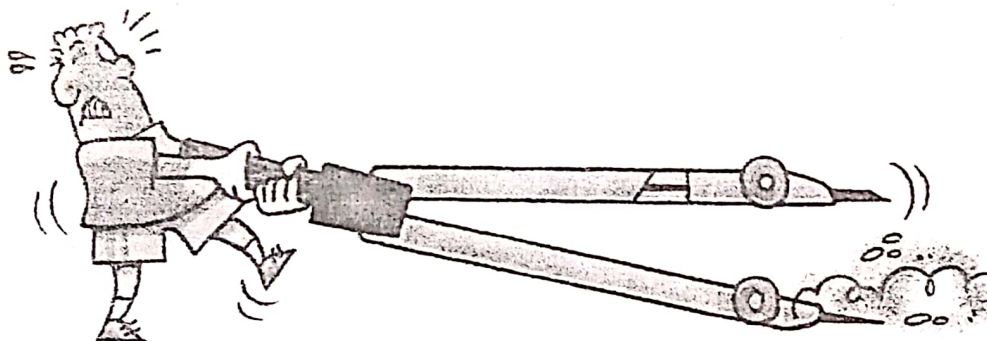
a) 6 cm  $|8-10| < 6 < 8+10 = 18$   
8 cm  
10 cm

b) 6 cm  $|8-14| < 6 < 8+14$   
8 cm  
14 cm  $6 < 6 < 22$  — Não é possível construir um  $\Delta$   
porq<sup>u</sup>  $6 = 6$  não  $<$ .

c) 3 cm  $|4-10| < 3 < 4+10 =$   
4 cm  
10 cm  $6 < 3 < 14$  — Não é possível construir um  $\Delta$   
porq<sup>u</sup>  $6 > 3$  não  $<$

Centro Federal de Educação Tecnológica de Campos  
Licenciatura em Matemática

“Projeto Congruência de Triângulos”



uma Graciele Bentes

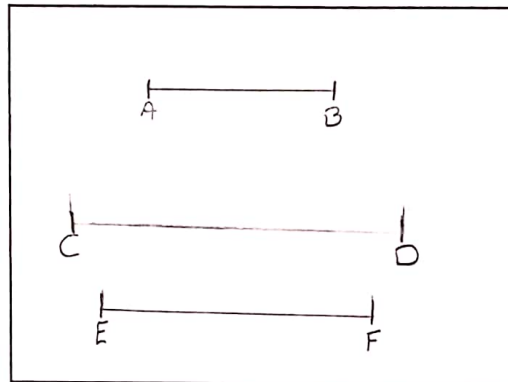
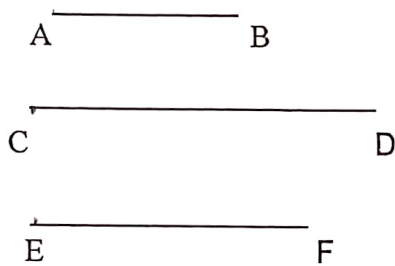
NA

### Trabalhando com Instrumental

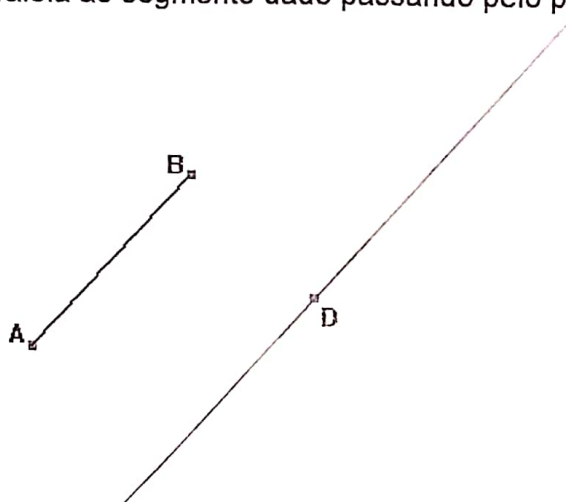
1. Construa um segmento qualquer. Utilizando apenas o compasso transporte este segmento para a reta  $r$ .



2. Transporte os segmentos abaixo para o quadro ao lado.



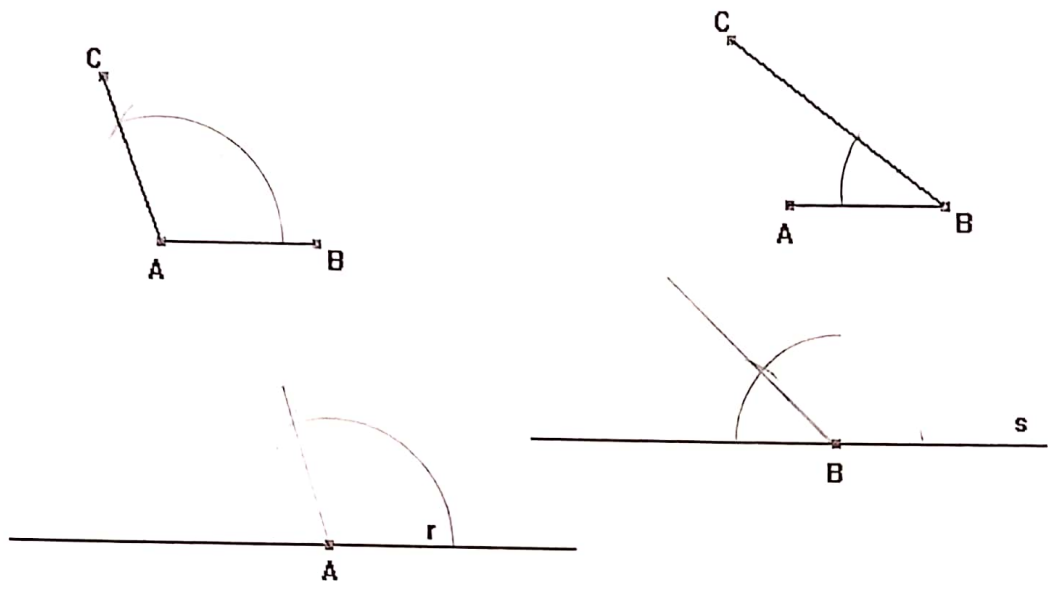
3. Trace uma reta paralela ao segmento dado passando pelo ponto D.



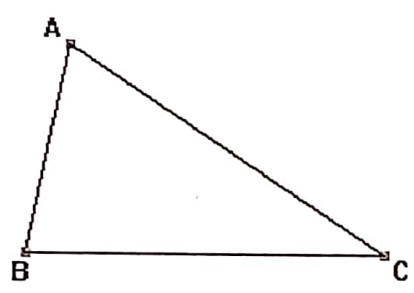
Luciana G. A.



4. Transporte o ângulo  $\hat{A}$  para reta  $r$  e o ângulo  $\hat{B}$  para reta  $s$ .



### 📖 Elementos do Triângulo

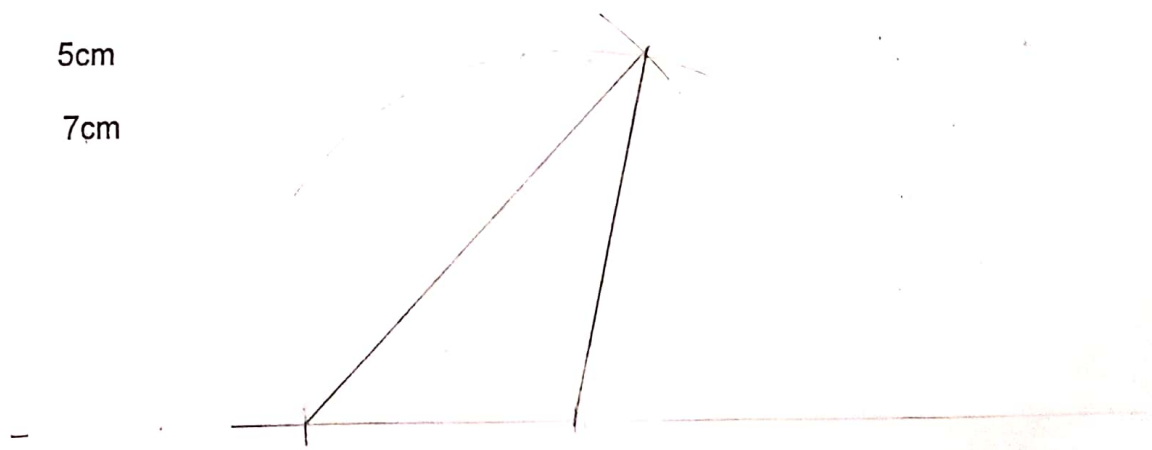


**Vértices:** são os pontos A, B e C.  
**Lados:** são os segmentos  $\overline{AB}$ ,  $\overline{BC}$  e  $\overline{CA}$ .  
**Ângulos:** são os ângulos internos  $\hat{A}$ ,  $\hat{B}$  e  $\hat{C}$ .

### 📏 Trabalhando com Instrumental

5. Construa, se possível, um triângulo ABC de medidas:

- a) 4cm
- 5cm
- 7cm



Luana G. A.

- b) 2cm
- 4cm
- 7cm

- c) 3cm
- 4cm
- 7cm

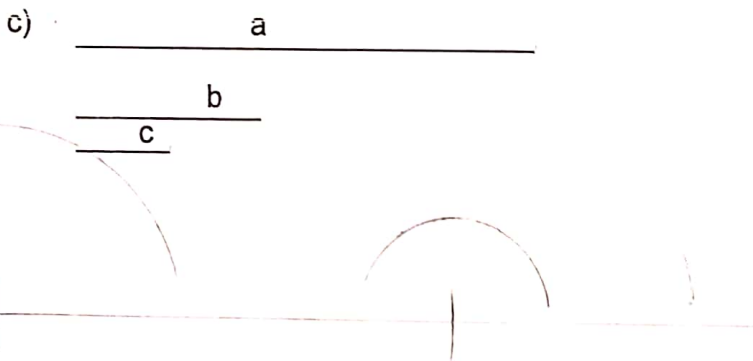
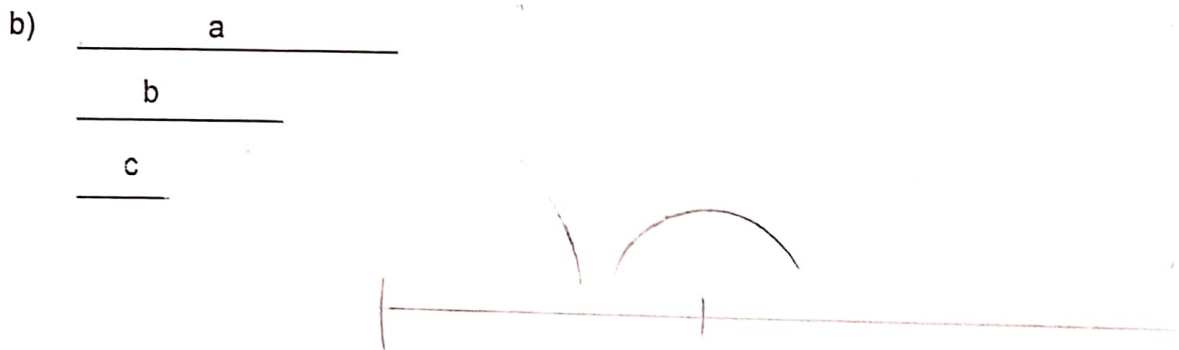
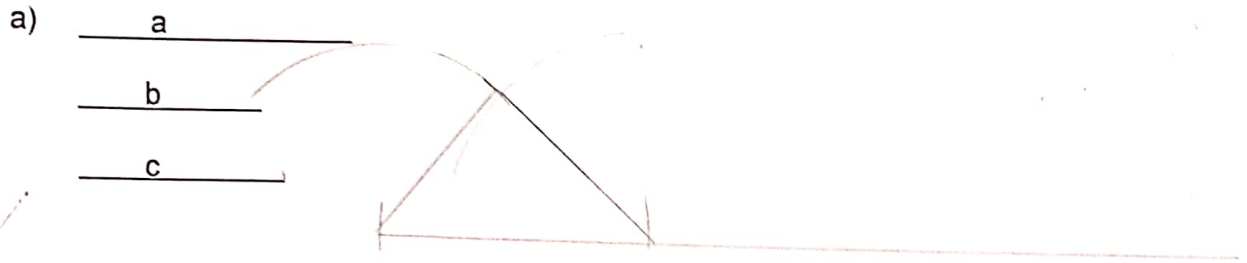
d) O que se pode concluir com o processo utilizado na questão anterior?

Quando a soma dos dois primeiros  $cm$  forem maiores pode-se formar um triângulo, mas quando a soma é menor ou igual não é possível construir um triângulo.

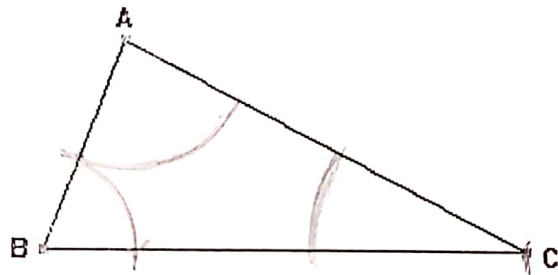


### Trabalhando com Instrumental

6. Construa um triângulo ABC, dados os segmentos:



7. Considere o triângulo ABC da figura abaixo:



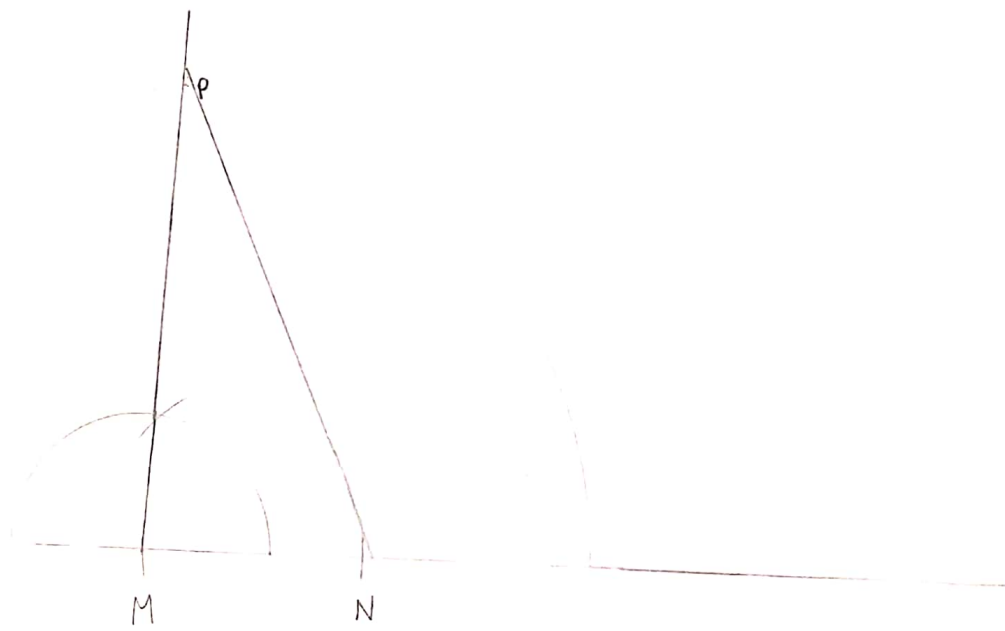
Construa o triângulo MNP, tal que:

a)  $\overline{MN} \equiv \overline{AB}$   
 $\overline{MP} \equiv \overline{AC}$   
 $\overline{NP} \equiv \overline{BC}$

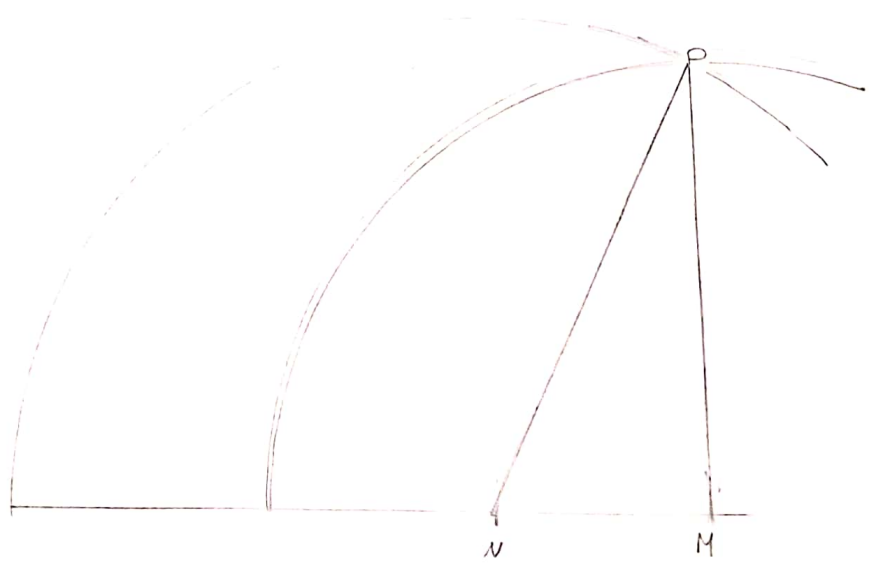
b)  $\overline{MN} \equiv \overline{AB}$   
 $\hat{M} \equiv \hat{A}$   
 $\overline{MP} \equiv \overline{AC}$

c)  $\hat{M} \equiv \hat{A}$   
 $\overline{MN} \equiv \overline{AB}$   
 $\hat{N} \equiv \hat{B}$

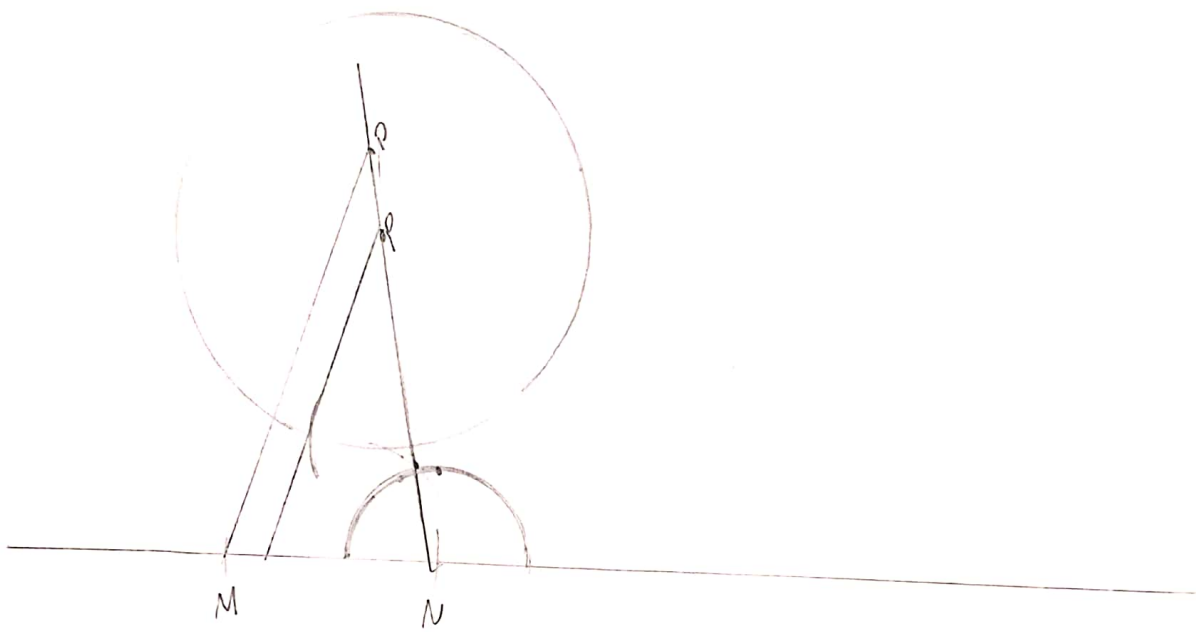
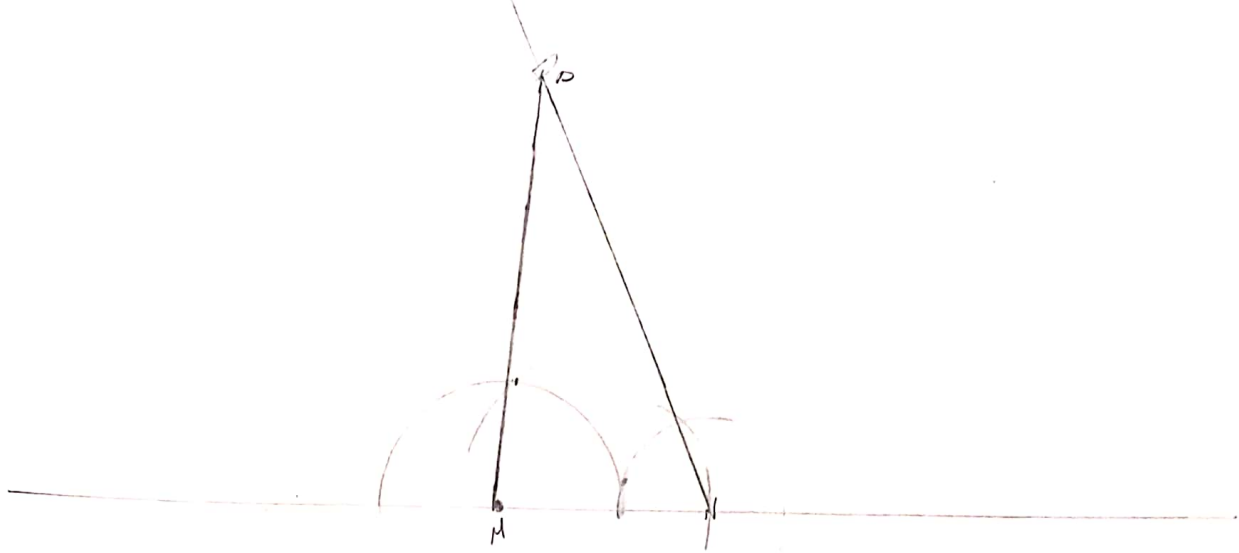
d)  $\overline{MN} \equiv \overline{AB}$   
 $\hat{N} \equiv \hat{B}$   
 $\hat{P} \equiv \hat{C}$



a)

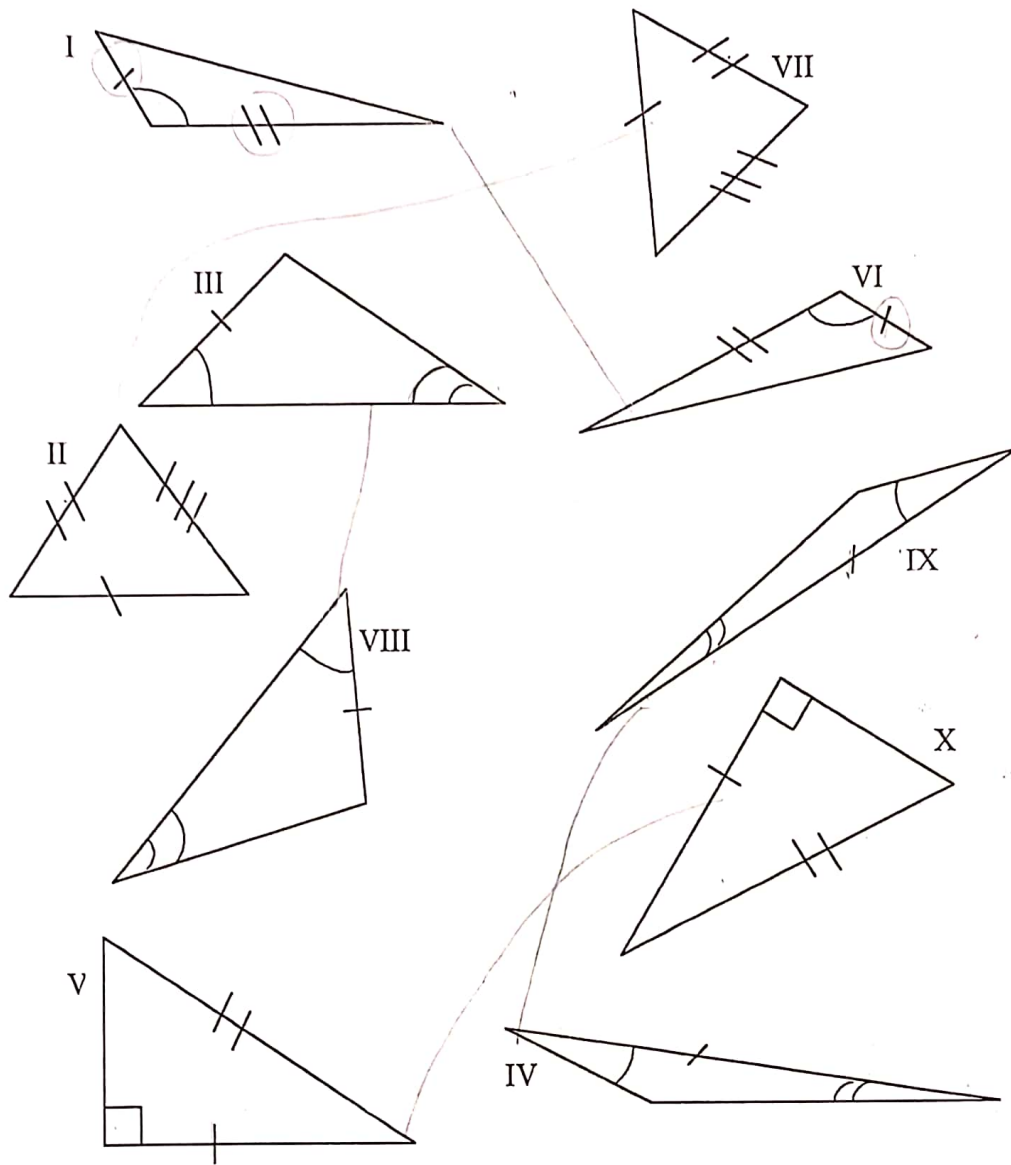


)



**Exercícios**

8. Identifique os triângulos congruentes e o caso de congruência.



VI caso LAL

VIII caso LAA

VII caso LLL

IV caso ALA

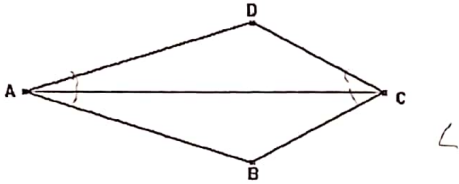
Caso especial de congruência do triângulo retângulo.

**Exercícios de verificação de aprendizagem**

9. Dada às figuras abaixo, identifique os triângulos congruentes e os casos de congruência:

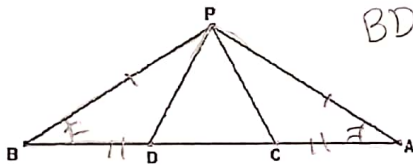
a) Sendo  $\widehat{BAC} \cong \widehat{CAD}$  e  $\widehat{DCA} \cong \widehat{BCA}$

$ABC \cong ADC$  a LAL

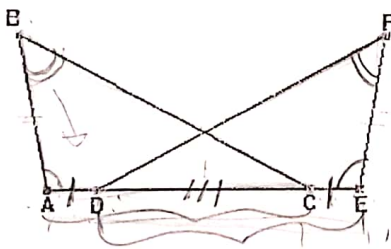


b) Sendo o triângulo PBA isósceles e o segmento  $\overline{BD} \cong \overline{AC}$

$BDP \cong PAC$  a LAL



c) Sendo  $\overline{AD} \cong \overline{CE}$ ,  $\widehat{BAC} \cong \widehat{FED}$  e  $\widehat{ABC} \cong \widehat{EFD}$



$$\Delta BAC$$

$$AC = \overline{AD} + \overline{DC} = y + x$$

$$\Delta FDE$$

$$DE = \overline{DC} + \overline{CE} = x + y$$

$$x + y = y + x$$

$$AC = DE$$

$$\overline{AC} \cong \overline{DE}$$

$$BAC \cong FDE \text{ a LAA}$$

10. Existe um triângulo cujos lados medem:

- a)  $\frac{6 \text{ cm}}{8 \text{ cm}}$   
10 cm

Quando a soma de dois números for maior do que o terceiro, então é possível que exista um triângulo.

$$8 - 10 < 6 < 8 + 10$$

$$2 < 6 < 18$$

- b)  $\frac{6 \text{ cm}}{8 \text{ cm}}$   
14 cm

$$18 - 14 < 6 < 8 + 14$$

$$6 < 6 < 22$$

não é possível pois a diferença entre 4 e 10 é igual a 6, e 6 é igual ao outro lado que é 6.

- c)  $\frac{3 \text{ cm}}{4 \text{ cm}}$   
10 cm

$$14 - 10 < 3 < 4 + 10$$

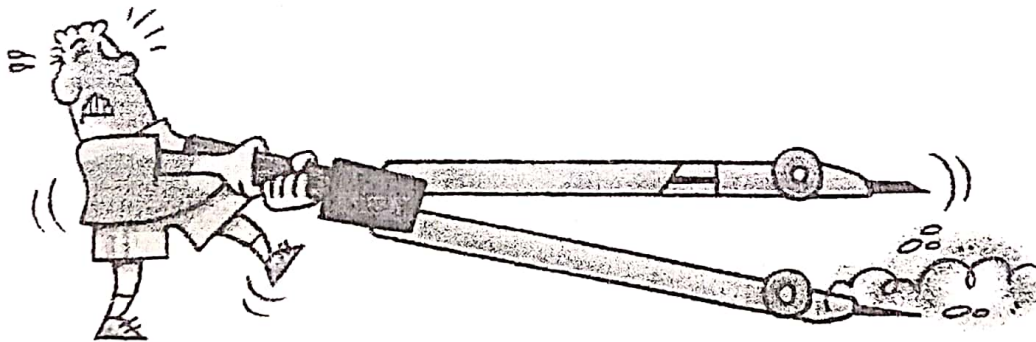
$$3 < 3 < 14$$

não é possível pois a diferença entre 4 e 10 é igual a 6, e 3 é igual ao outro lado que é 3.

Guilherme Cristiano Veloso

**Centro Federal de Educação Tecnológica de Campos**  
**Licenciatura em Matemática**

**"Projeto Congruência de Triângulos"**



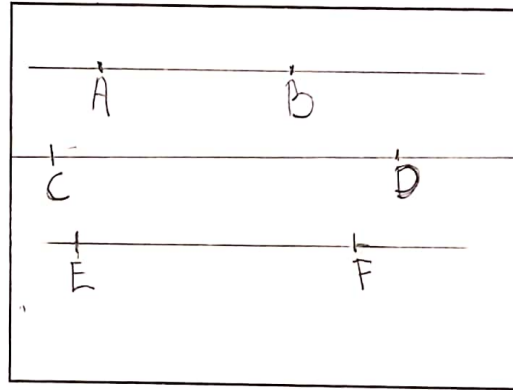
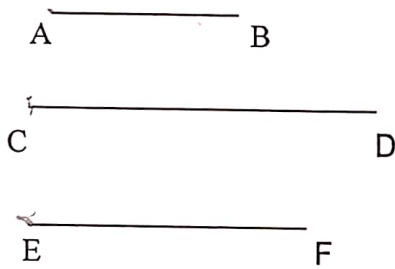


## Trabalhando com Instrumental!

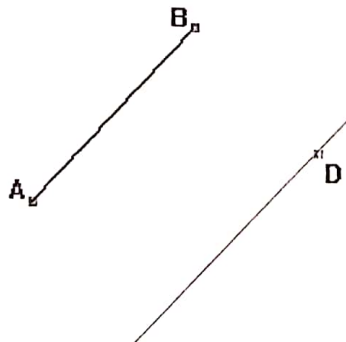
1. Construa um segmento qualquer. Utilizando apenas o compasso transporte este segmento para a reta  $r$ .



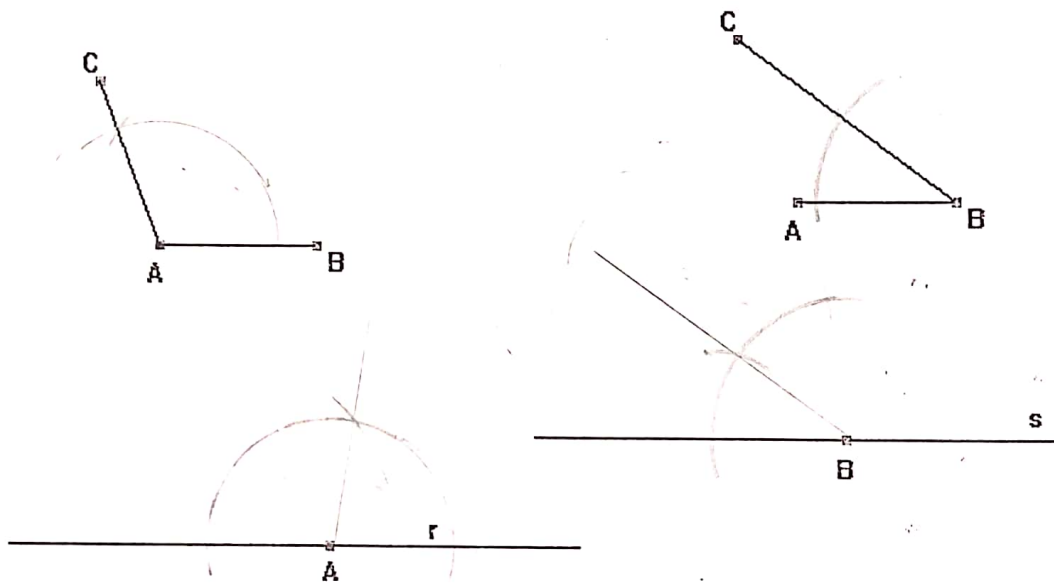
2. Transporte os segmentos abaixo para o quadro ao lado.



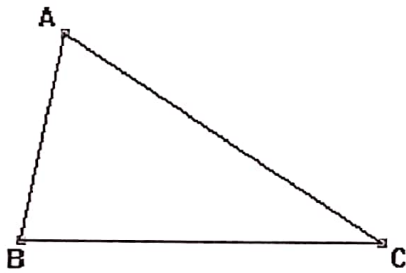
3. Trace uma reta paralela ao segmento dado passando pelo ponto D.



4. Transporte o ângulo  $\hat{A}$  para reta  $r$  e o ângulo  $\hat{B}$  para reta  $s$ .



### Elementos do Triângulo



**Vértices:** são os pontos A, B e C.

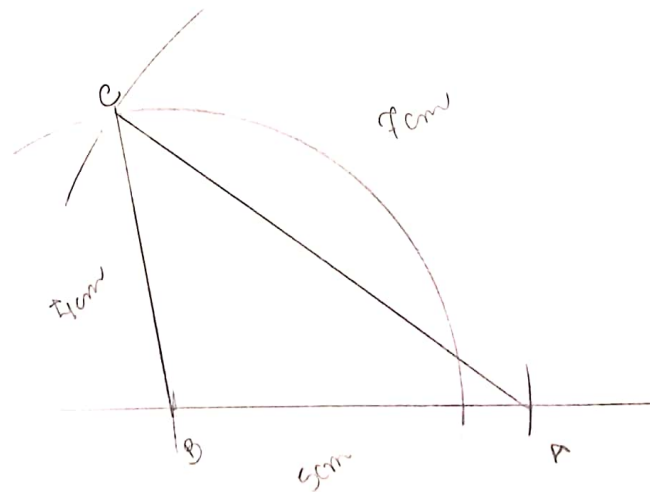
**Lados:** são os segmentos  $\overline{AB}$ ,  $\overline{BC}$  e  $\overline{CA}$ .

**Ângulos:** são os ângulos internos  $\hat{A}$ ,  $\hat{B}$  e  $\hat{C}$ .

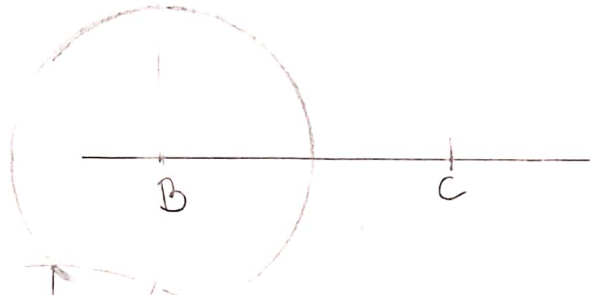
### Trabalhando com Instrumental

5. Construa, se possível, um triângulo ABC de medidas:

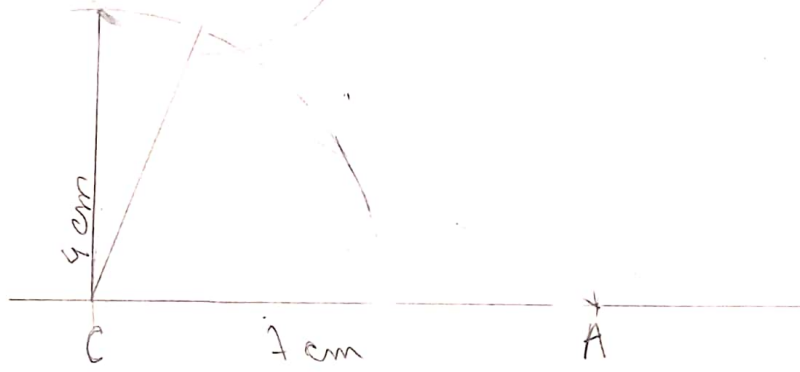
- a) 4cm
- 5cm
- 7cm



- b) 2cm  
~~4cm~~  
 7cm

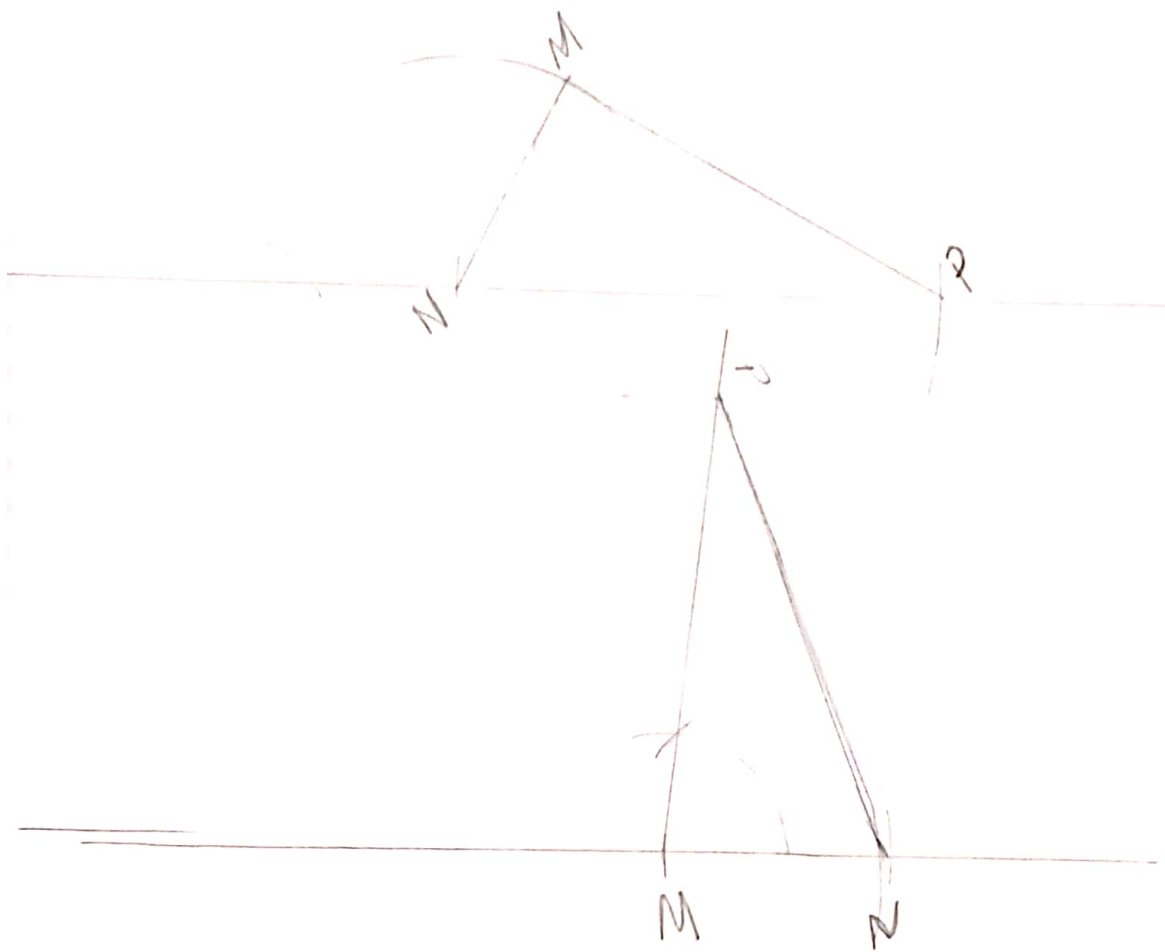


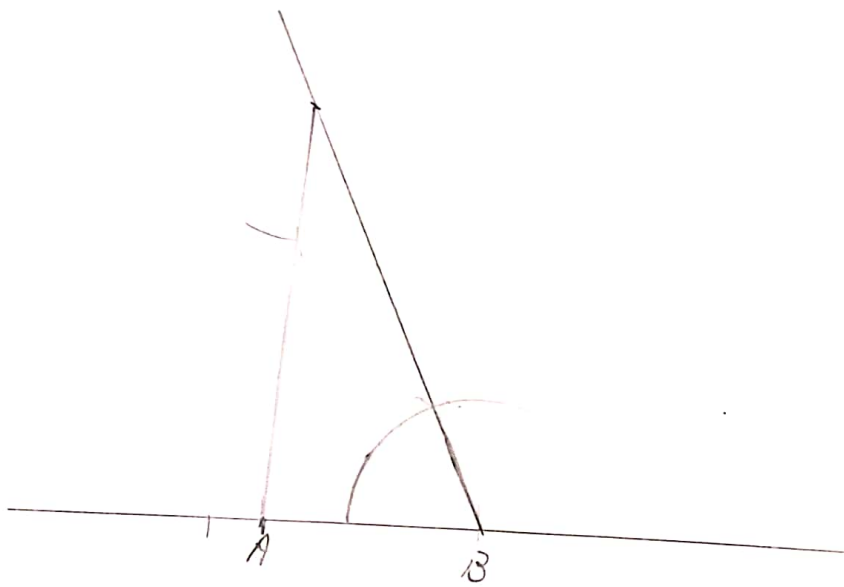
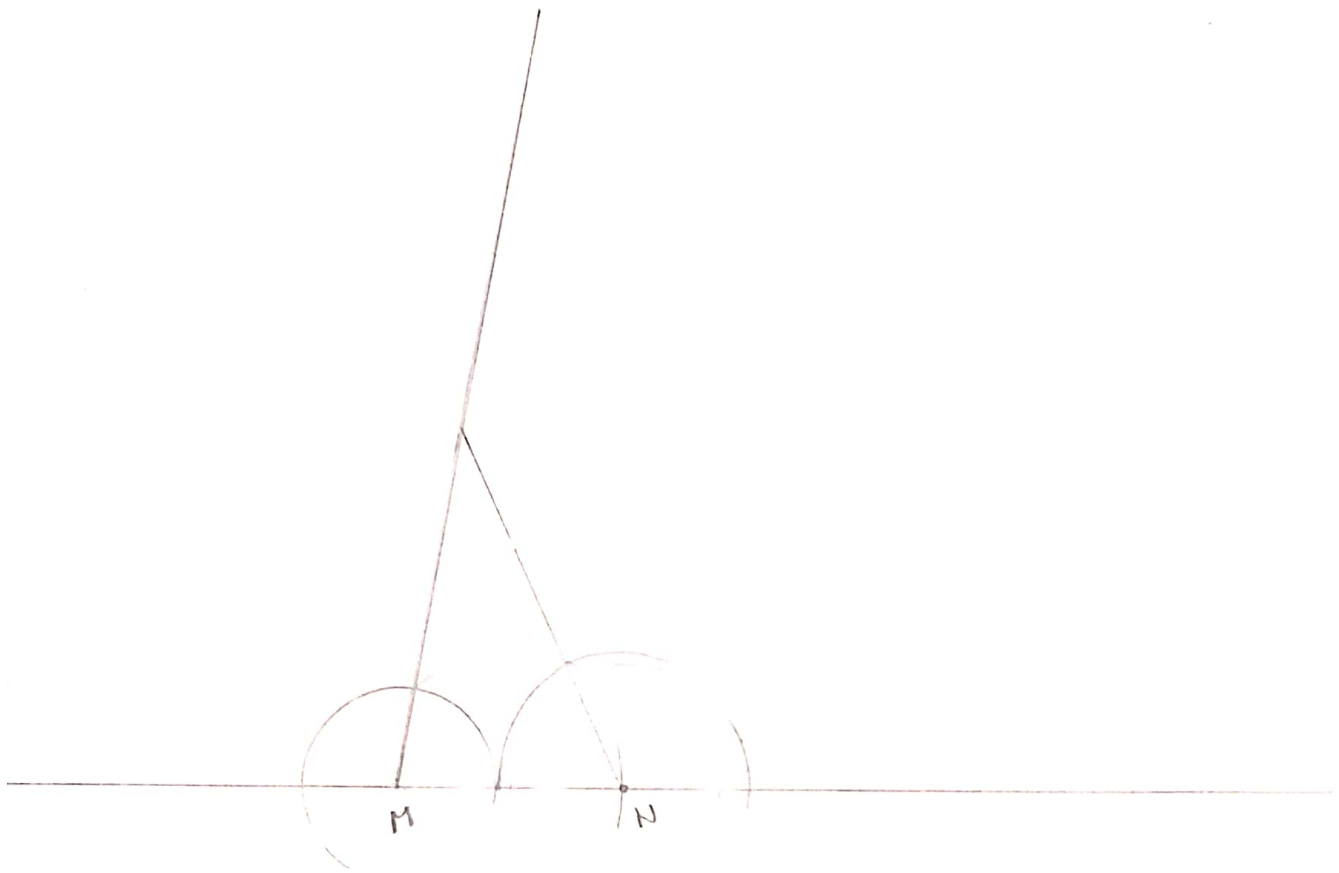
- c) 3cm  
 4cm  
~~7cm~~

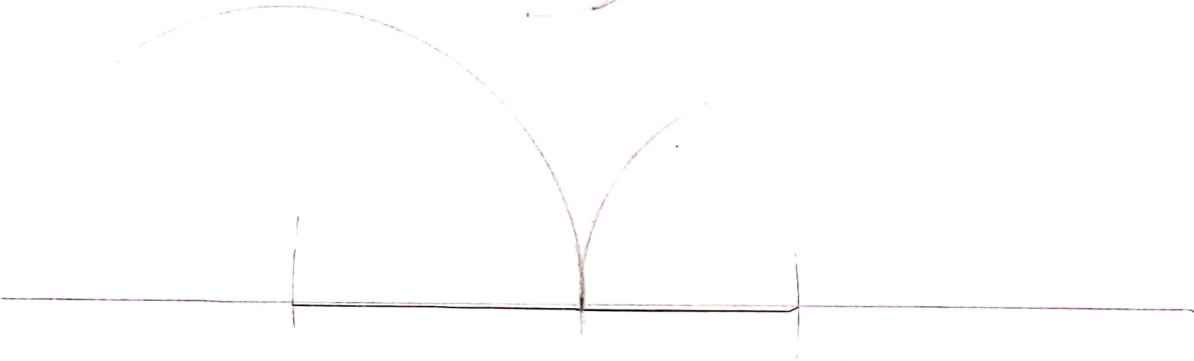


- d) O que se pode concluir com o processo utilizado na questão anterior?

*Eu concluí que algumas questões do 1º para construir um triângulo e algumas não.*

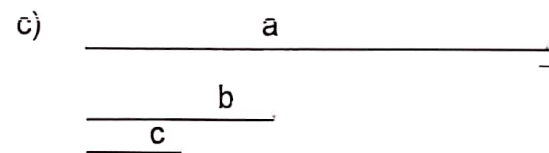
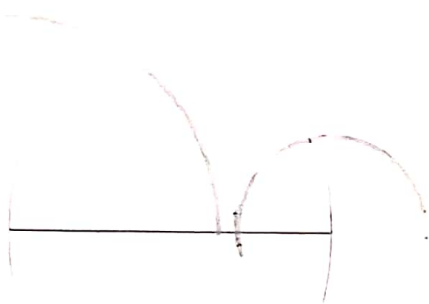
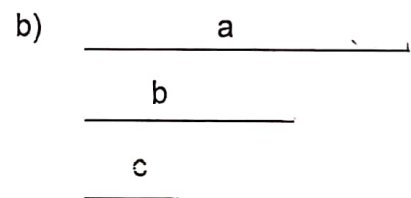
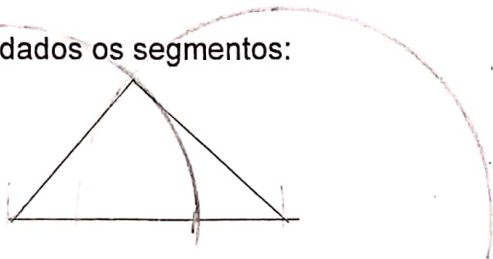
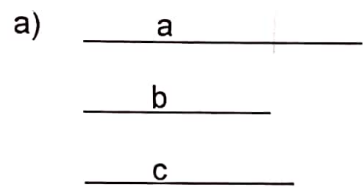




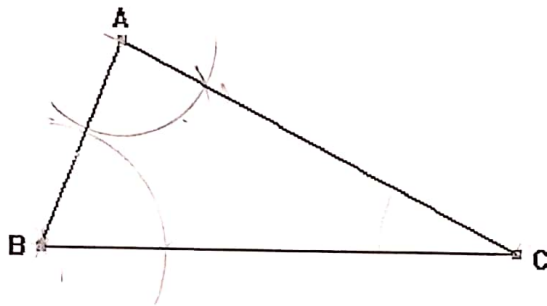


 **Trabalhando com Instrumental**

6. Construa um triângulo ABC, dados os segmentos:



7. Considere o triângulo ABC da figura abaixo:



Construa o triângulo MNP, tal que:

a)  $\overline{MN} \equiv \overline{AB} \quad \angle$   
 $\overline{MP} \equiv \overline{AC} \quad \angle$   
 $\overline{NP} \equiv \overline{BC} \quad \angle$

b)  $\overline{MN} \equiv \overline{AB} \quad \angle$   
 $\hat{M} \equiv \hat{A} \quad \angle$   
 $\overline{MP} \equiv \overline{AC} \quad \angle$

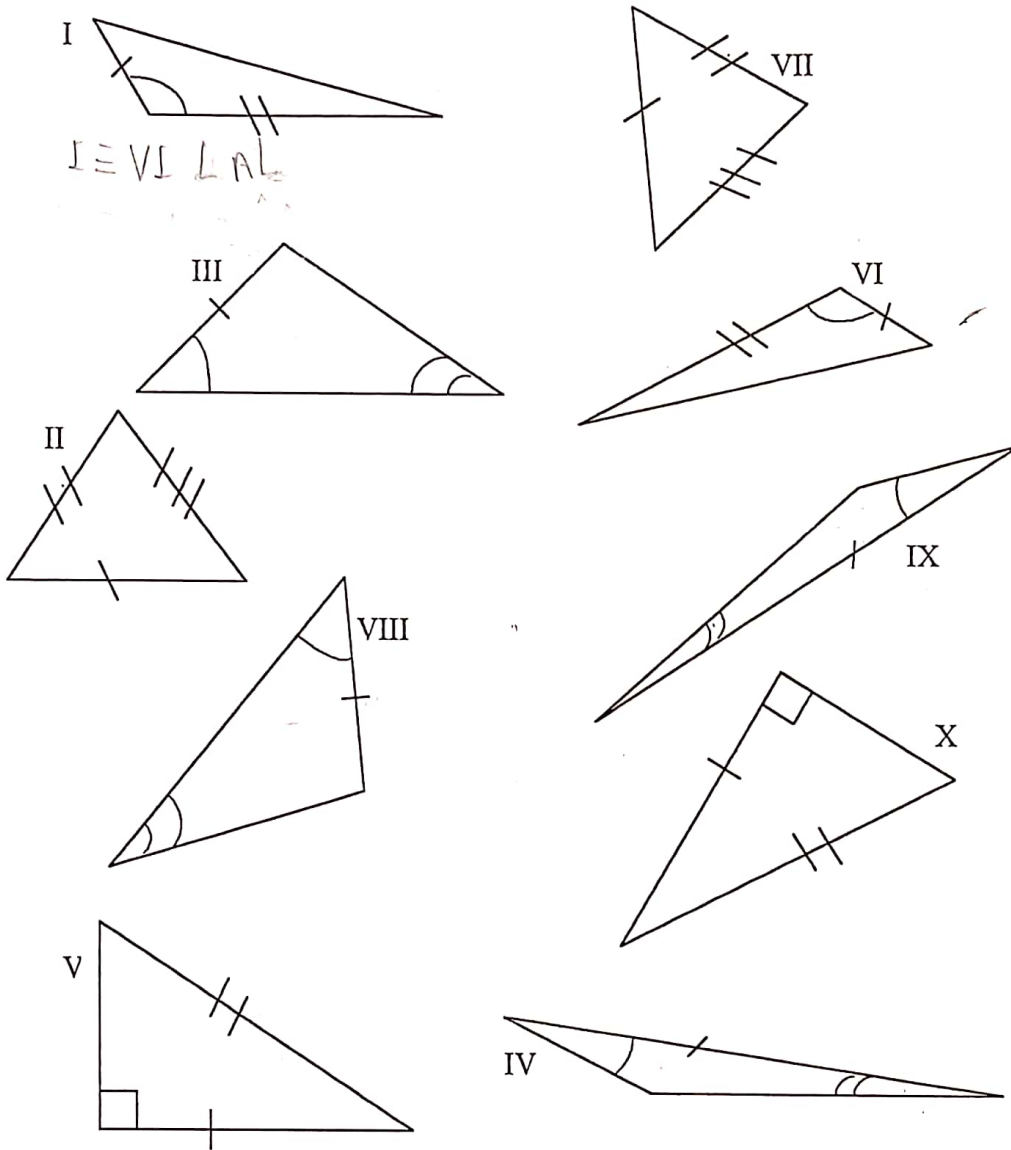
c)  $\hat{M} \equiv \hat{A} \quad \angle$   
 $\overline{MN} \equiv \overline{AB} \quad \angle$   
 $\hat{N} \equiv \hat{B} \quad \angle$

d)  $\overline{MN} \equiv \overline{AB} \quad \angle$   
 $\hat{N} \equiv \hat{B} \quad \angle$   
 $\hat{P} \equiv \hat{C} \quad \angle \text{ oposta}$



**Exercícios**

8. Identifique os triângulos congruentes e o caso de congruência.



$I \cong IV \rightarrow A.L.A$

$VII \cong II \rightarrow L.L.L$

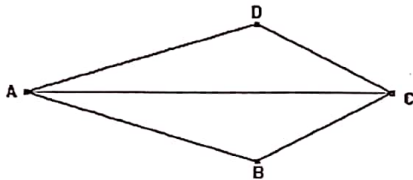
$V \cong X \rightarrow$  caso especial de congruência de triângulo retângulo

$III \cong VIII \rightarrow L.A.A_0$

**Exercícios de verificação de aprendizagem**

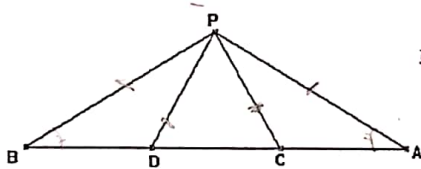
9. Dada às figuras abaixo, identifique os triângulos congruentes e os casos de congruência:

a) Sendo  $\hat{B}AC \cong \hat{C}AD$  e  $\hat{D}CA \cong \hat{B}CA$



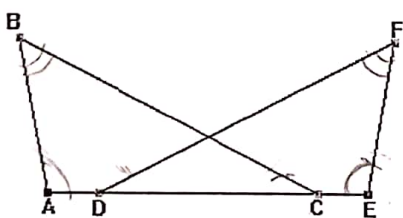
$\triangle DAC \cong \triangle BCA$  LLL

b) Sendo o triângulo PBA isósceles e o segmento  $\overline{BD} \cong \overline{AC}$



$\triangle PBD \cong \triangle PCA$   $\hat{A}LL$

c) Sendo  $\overline{AD} \cong \overline{CE}$ ,  $\hat{B}AC \cong \hat{F}ED$  e  $\hat{A}BC \cong \hat{E}FD$



$BAC \cong FED - LAA_0$

10. Existe um triângulo cujos lados medem:

- a) 6 cm  
8 cm  
10 cm

$$6 - 8 < 10 < 6 + 8$$

é possível construir um triângulo porque o menor que 10 que é maior que 14.

- b) 6 cm  
8 cm  
14 cm

$$14 - 8 < 6 < 14 + 8$$

não vai ser possível construir um triângulo porque 6 = 6 não vale.

- c) 3 cm  
4 cm  
10 cm

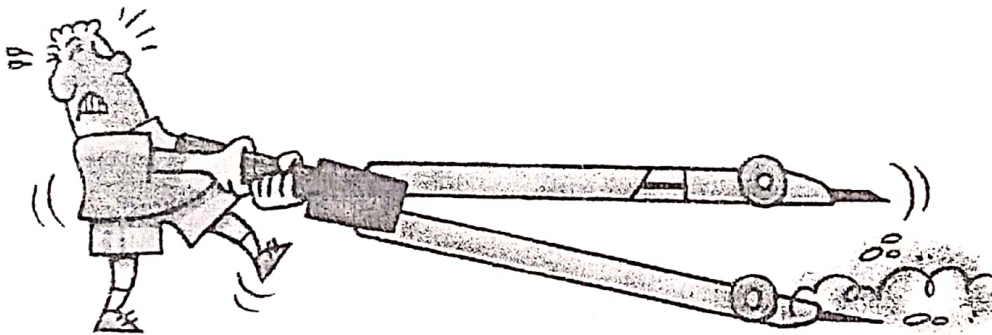
$$10 - 3 < 4 < 10 + 3$$

não vai ser possível construir um triângulo porque 10 é maior que 7 não vale.

Marília Pessanha Bôa Nova

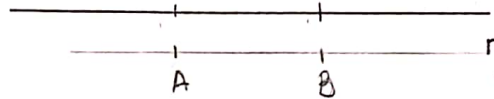
**Centro Federal de Educação Tecnológica de Campos  
Licenciatura em Matemática**

**"Projeto Congruência de Triângulos"**

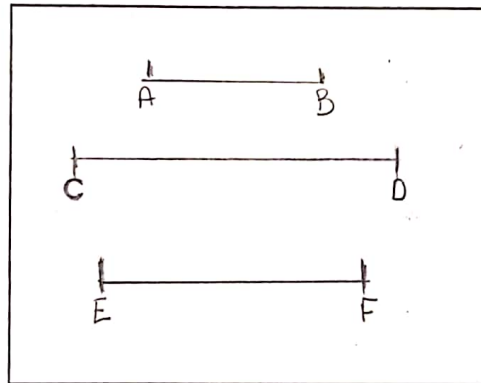
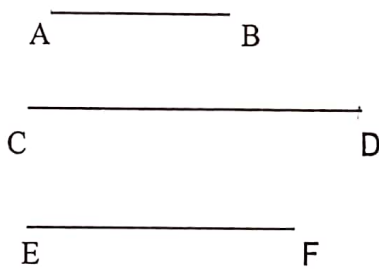


### Trabalhando com Instrumental!

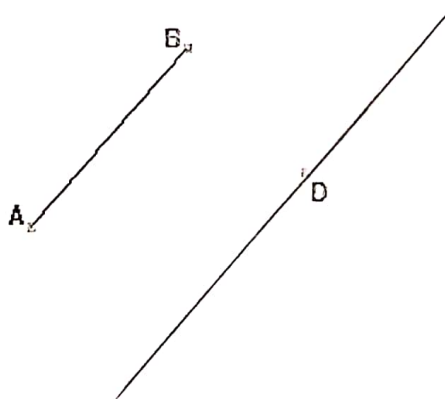
1. Construa um segmento qualquer. Utilizando apenas o compasso transporte este segmento para a reta  $r$ .



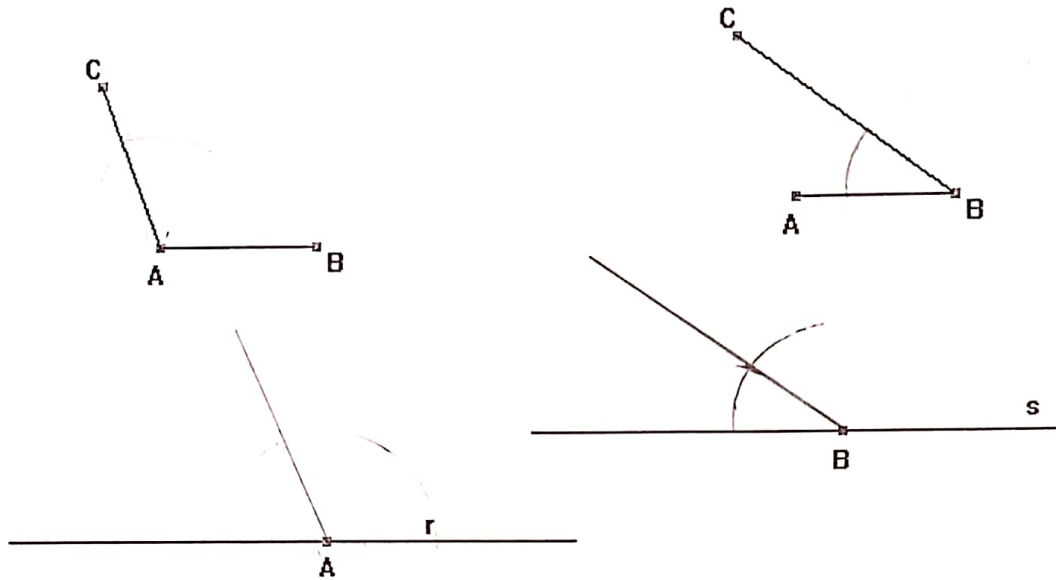
2. Transporte os segmentos abaixo para o quadro ao lado.



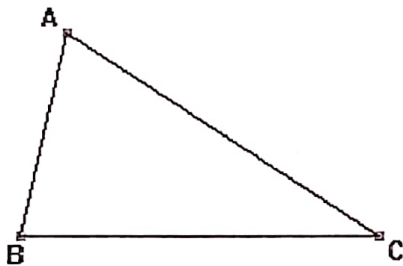
3. Trace uma reta paralela ao segmento dado passando pelo ponto D.



4. Transporte o ângulo  $\hat{A}$  para reta  $r$  e o ângulo  $\hat{B}$  para reta  $s$ .



### Elementos do Triângulo



**Vértices:** são os pontos A, B e C.

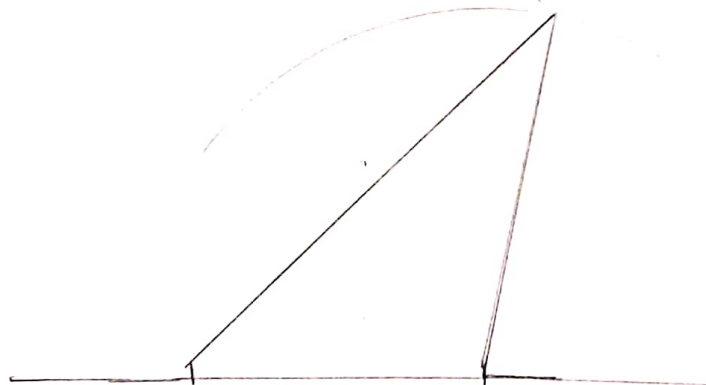
**Lados:** são os segmentos  $\overline{AB}$ ,  $\overline{BC}$  e  $\overline{CA}$ .

**Ângulos:** são os ângulos internos  $\hat{A}$ ,  $\hat{B}$  e  $\hat{C}$ .

### Trabalhando com Instrumental

5. Construa, se possível, um triângulo ABC de medidas:

- a) 4cm
- 5cm
- 7cm

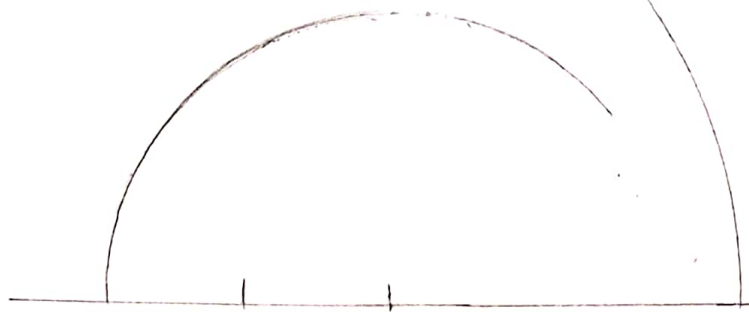


Marília Lessanha Bôa morte

b) 2cm

4cm

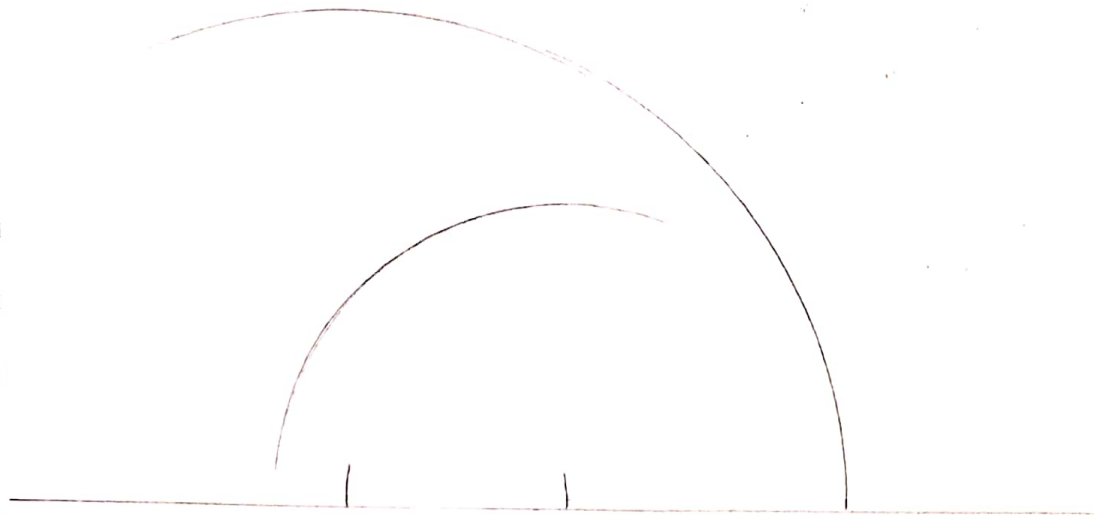
7cm



c) 3cm

4cm

7cm



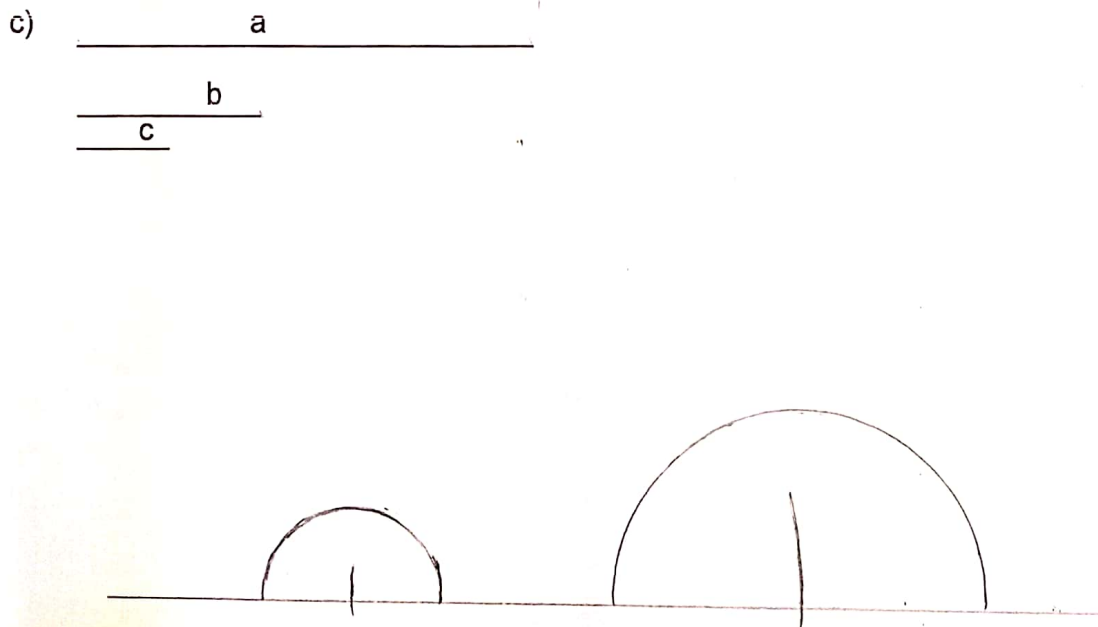
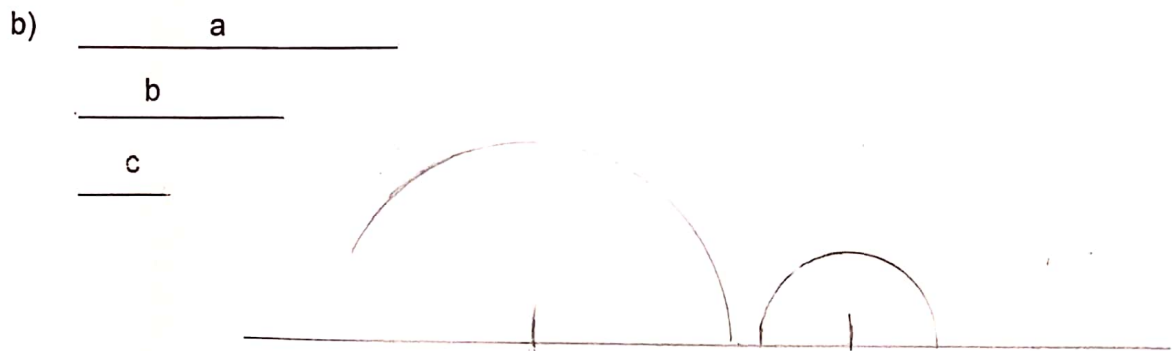
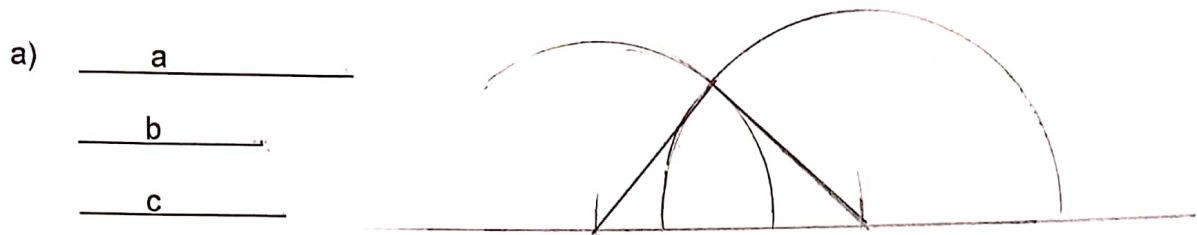
d) O que se pode concluir com o processo utilizado na questão anterior?

Podemos concluir que só podemos construir um triângulo se se a base que sustenta for maior que os lados. E a soma dos lados tem que ser maior que o linha que você for pegar para construir um triângulo

Maíla Pessanha Boa Morte

**Trabalhando com Instrumental**

6. Construa um triângulo ABC, dados os segmentos:

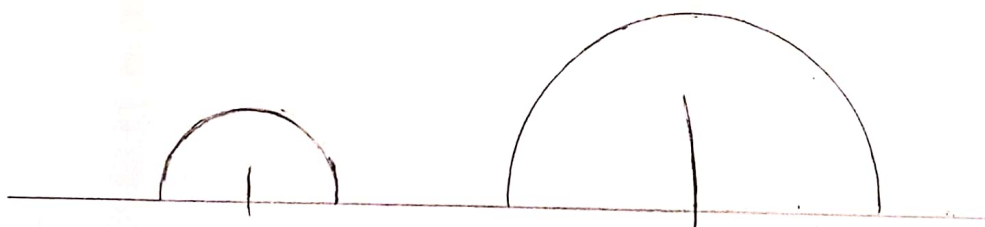
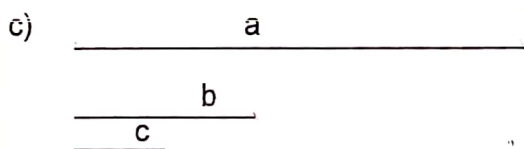
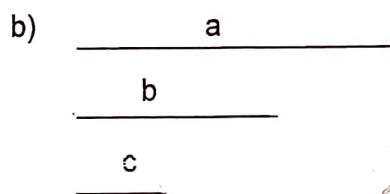
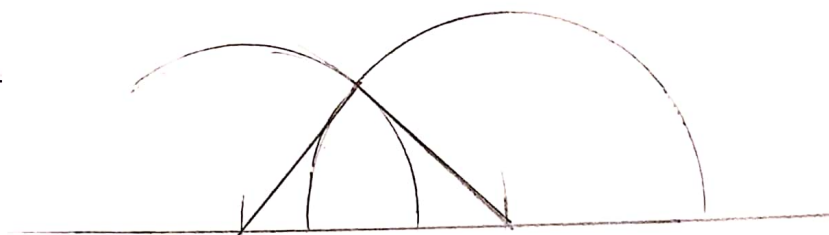
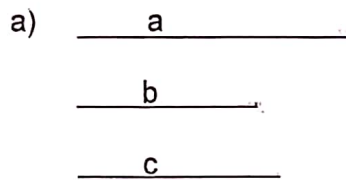




Maíliá Pessoa da Sôa Monte

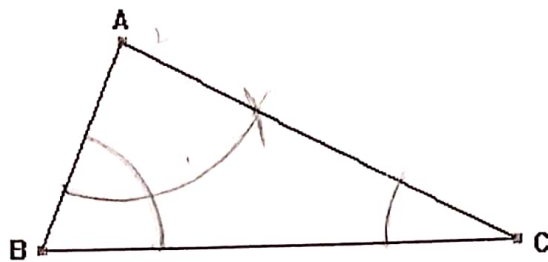
**Trabalhando com Instrumental**

6. Construa um triângulo ABC, dados os segmentos:



Marília Pessanha Bica Monteiro

7. Considere o triângulo ABC da figura abaixo:



Construa o triângulo MNP, tal que:

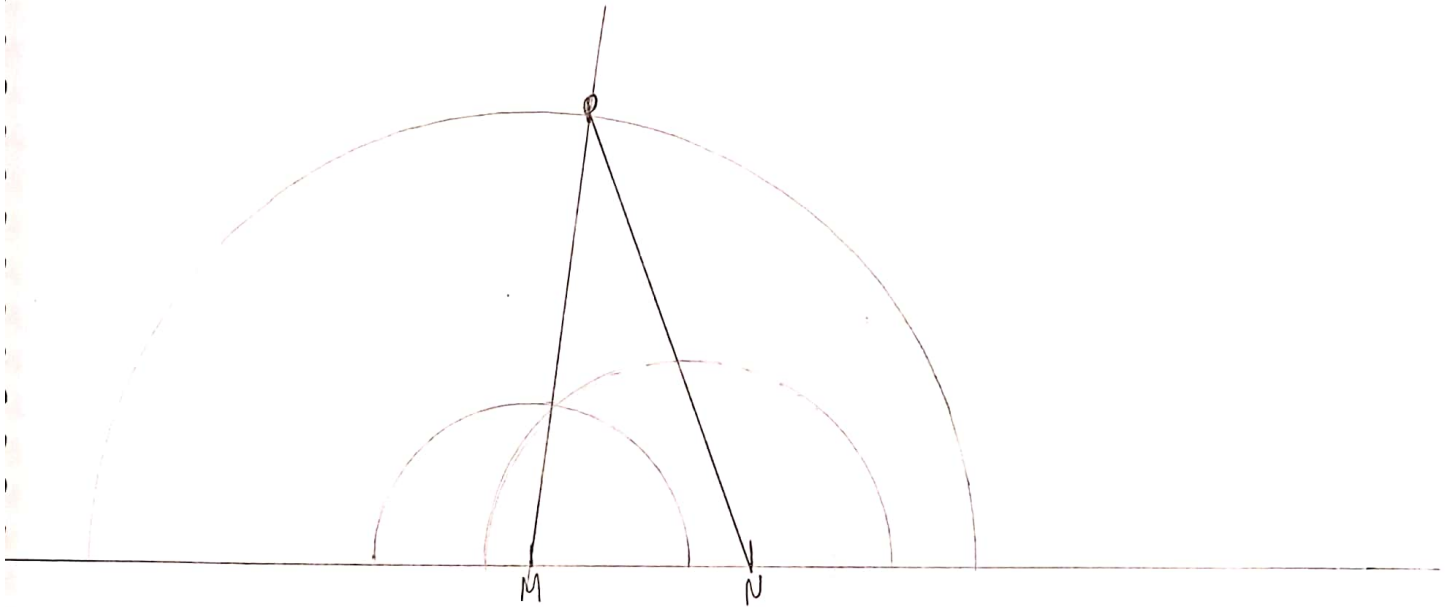
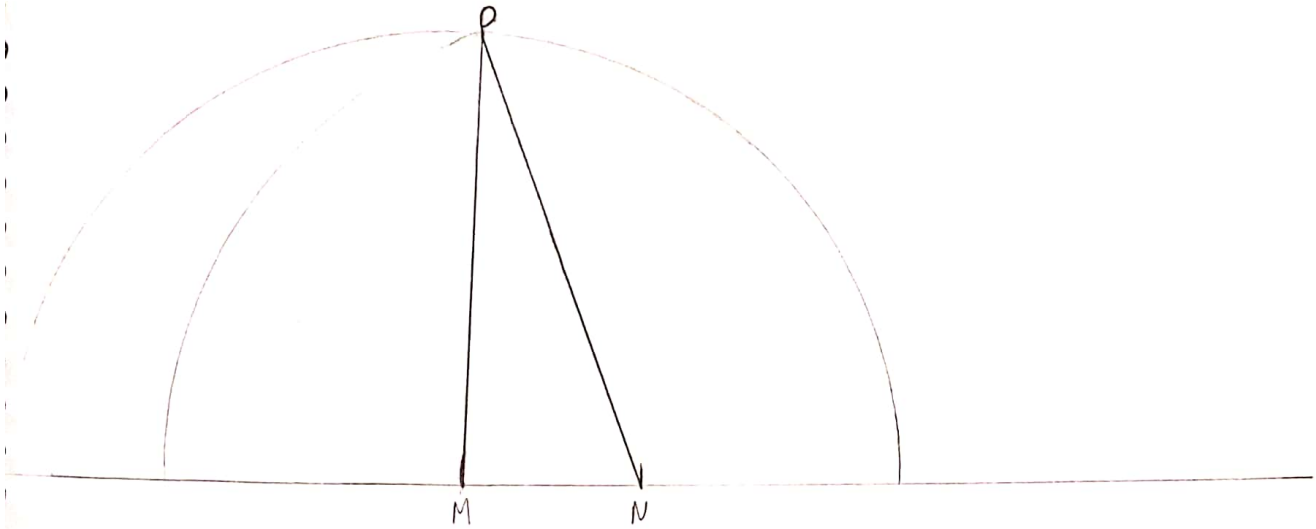
a)  $\overline{MN} \equiv \overline{AB}$   
 $\overline{MP} \equiv \overline{AC}$   
 $\overline{NP} \equiv \overline{BC}$

b)  $\overline{MN} \equiv \overline{AB}$   
 $\hat{M} \equiv \hat{A}$   
 $\overline{MP} \equiv \overline{AC}$

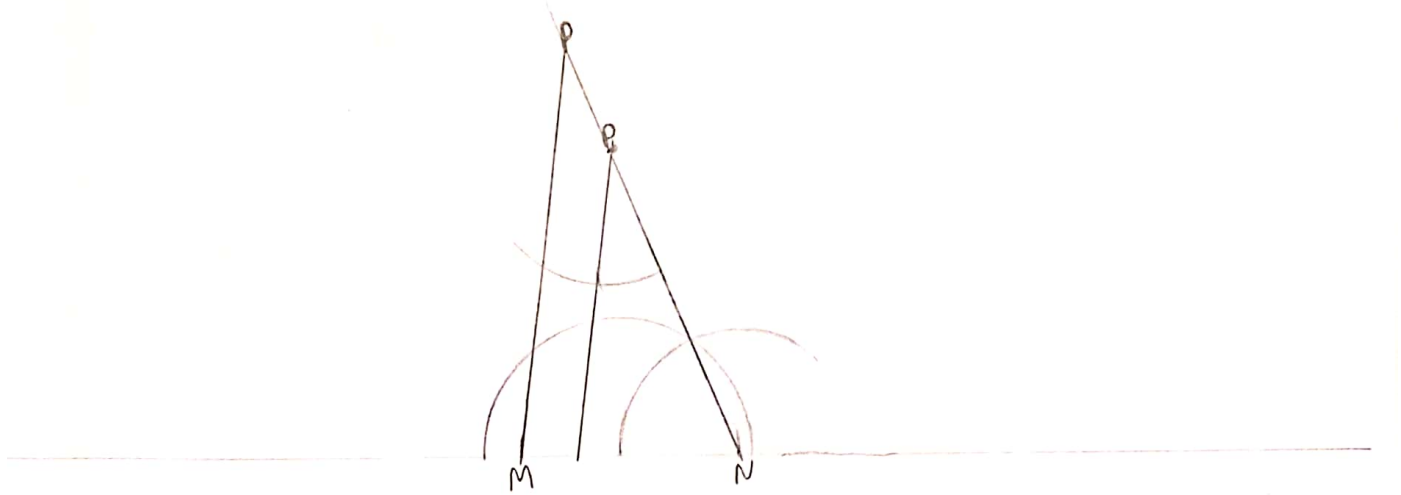
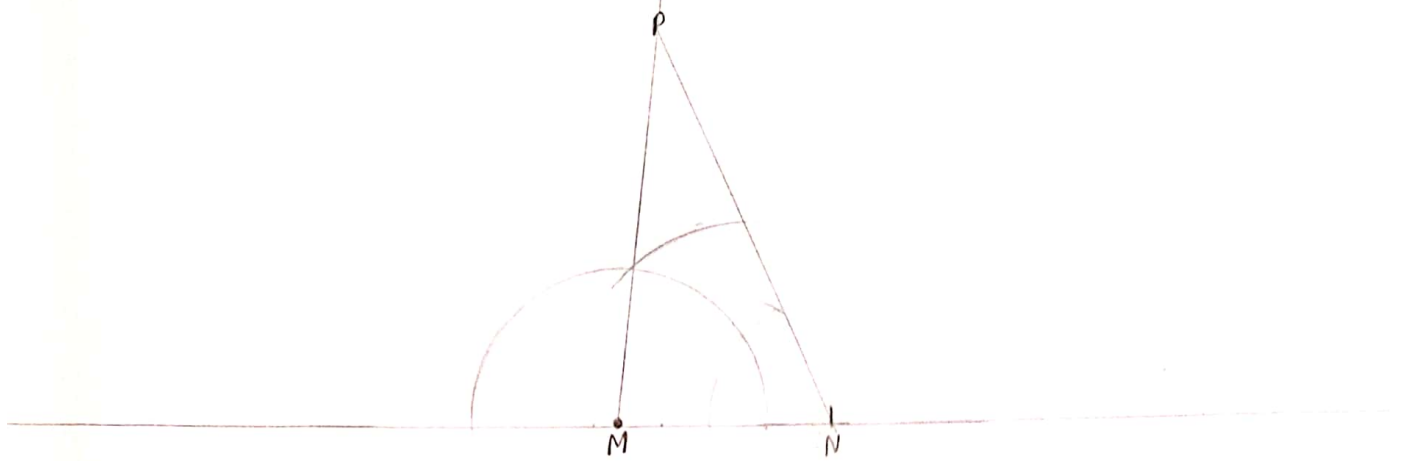
c)  $\hat{M} \equiv \hat{A}$   
 $\overline{MN} \equiv \overline{AB}$   
 $\hat{N} \equiv \hat{B}$

d)  $\overline{MN} \equiv \overline{AB}$   
 $\hat{N} \equiv \hat{B}$   
 $\hat{P} \equiv \hat{C}$

Marília Pessoa Bôa Morte



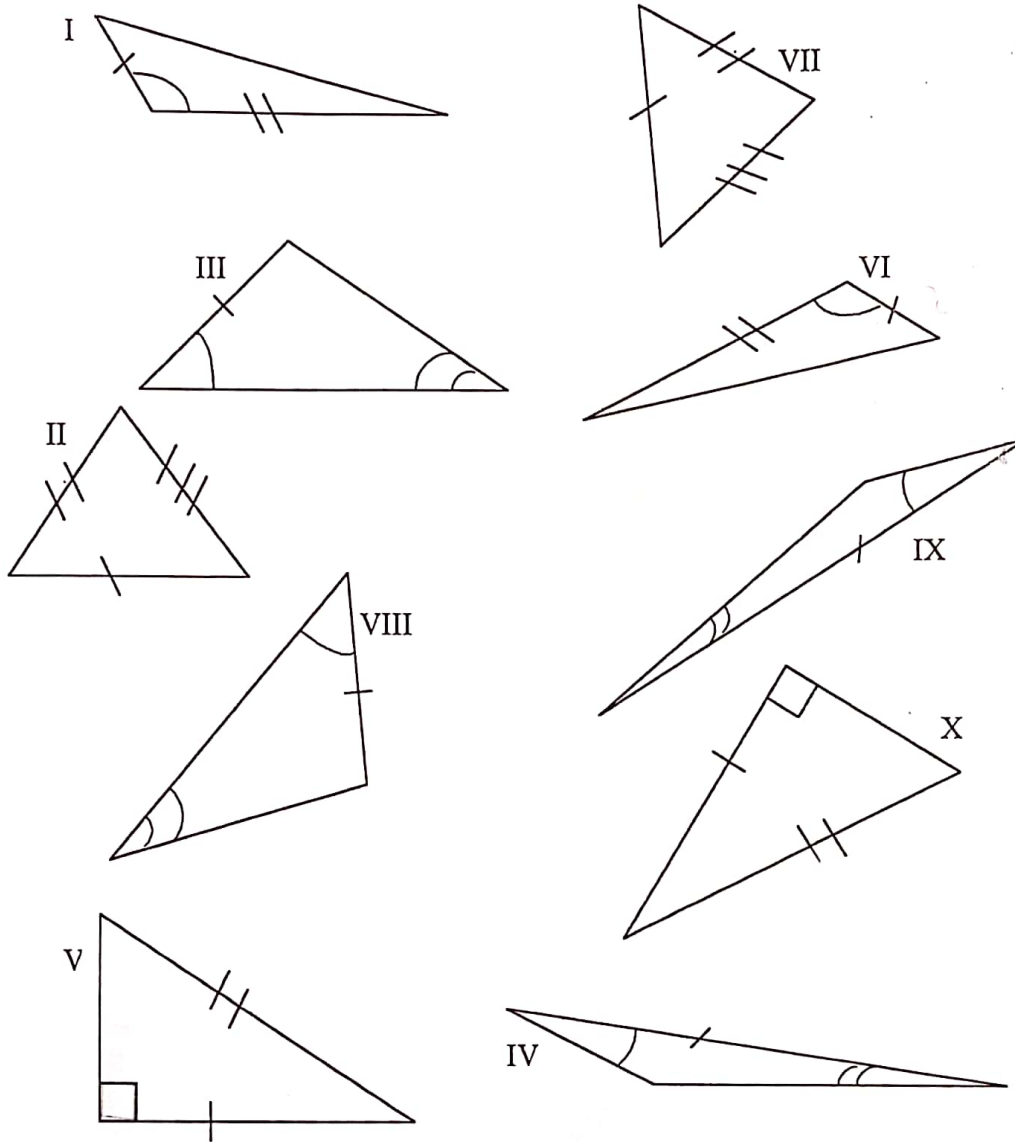
Maílha Pensanha Boa Monte



# Marília Pessanha Bôa Morte

## Exercícios

8. Identifique os triângulos congruentes e o caso de congruência.



$I \equiv VI$  à LAL     $III \equiv VIII$  à LAA     $II \equiv VII$  à LLL  
 congruente

$V \equiv X$  → caso de congruência.  $IX \equiv IV$  à ALA

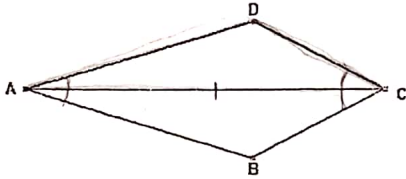
Maíliã Pessanha Boa Noite

**Exercícios de verificação de aprendizagem**

9. Dada às figuras abaixo, identifique os triângulos congruentes e os casos de congruência:

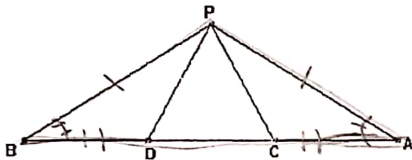
a) Sendo  $\hat{B}AC \equiv \hat{C}AD$  e  $\hat{D}CA \equiv \hat{B}CA$

$ABC \equiv ADB$  à ALA

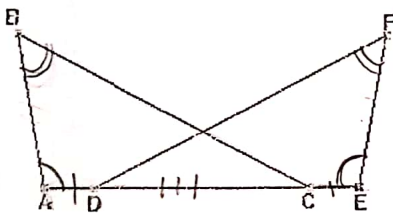


b) Sendo o triângulo PBA isósceles e o segmento  $\overline{BD} \equiv \overline{AC}$

$PBD \equiv PAC$  à LAH



c) Sendo  $\overline{AD} \equiv \overline{CE}$ ,  $\hat{B}AC \equiv \hat{F}ED$  e  $\hat{A}BC \equiv \hat{E}FD$



$\Delta BAC$   
 $AC = \overline{AD} + \overline{DC} = y + x$

$\Delta FDE$   
 $DE = \overline{DE} + \overline{CE} = x + y$

$AC \equiv DE$        $x + y = y + x$

$\overline{AC} \equiv \overline{DE}$

$BAC \equiv FDE$  à LAA

Marília Lessandra Boa Morte

10. Existe um triângulo cujos lados medem:

- a) 6 cm  
8 cm  
10 cm

$$|10-6| < 8 < 10+6$$
$$4 < 8 < 16$$

sim.

- b) 6 cm  
8 cm  
14 cm

$$|14-8| < 6 < 14+8$$
$$6 = 6 < 22$$

não.

- c) 3 cm  
4 cm  
10 cm

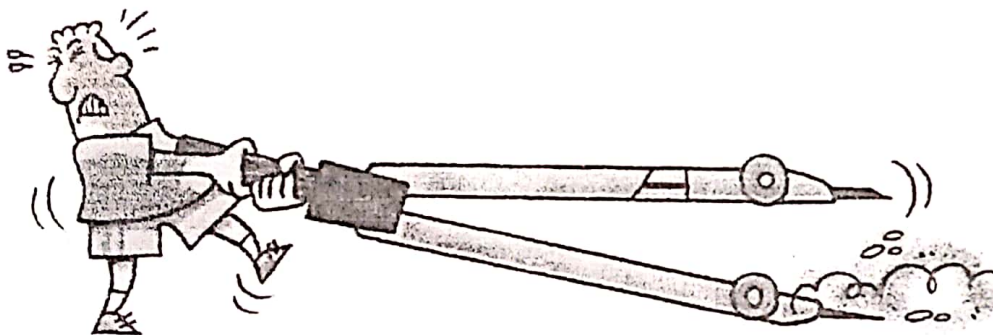
$$|4-10| < 3 < 4+10$$
$$6 > 3 < 14$$

não

Johnys da Silva Abreu

Centro Federal de Educação Tecnológica de Campos  
Licenciatura em Matemática

“Projeto Congruência de Triângulos”

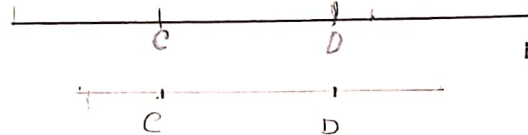




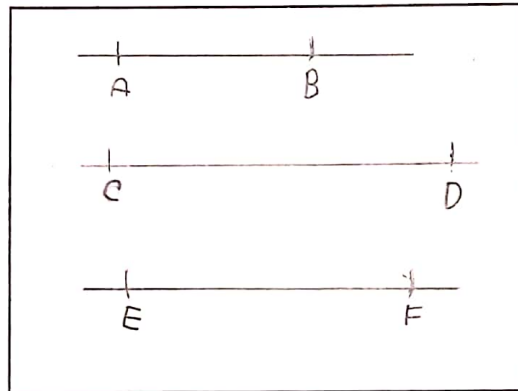
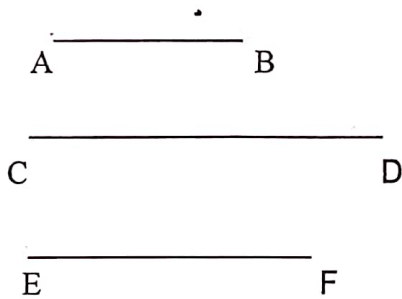
John Nys

### Trabalhando com Instrumental

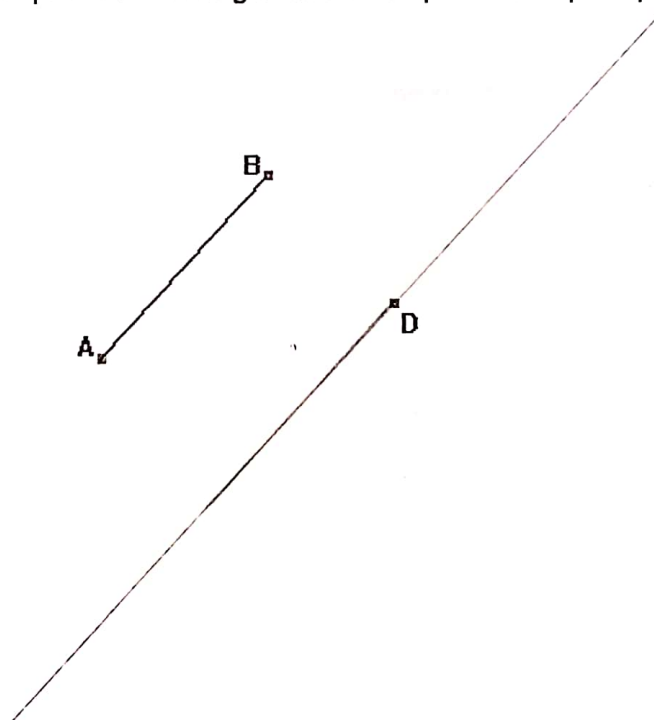
1. Construa um segmento qualquer. Utilizando apenas o compasso transporte este segmento para a reta  $r$ .



2. Transporte os segmentos abaixo para o quadro ao lado.

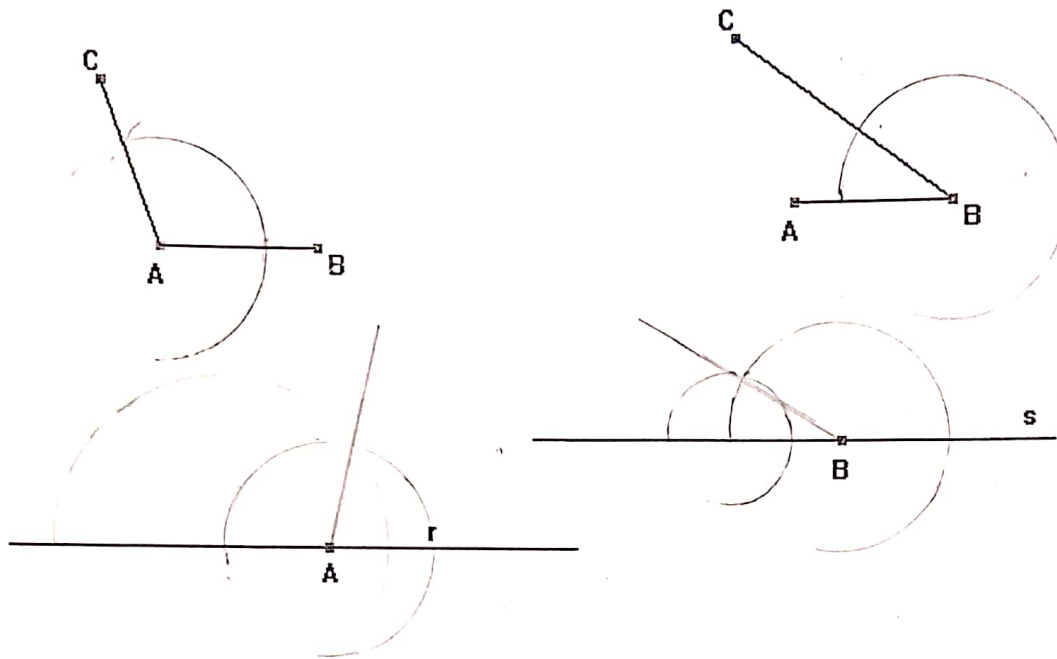


3. Trace uma reta paralela ao segmento dado passando pelo ponto D.

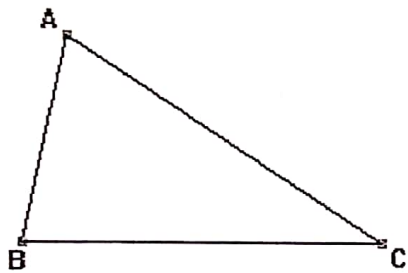


John Nys

4. Transporte o ângulo  $\hat{A}$  para reta  $r$  e o ângulo  $\hat{B}$  para reta  $s$ .



### Elementos do Triângulo



**Vértices:** são os pontos A, B e C.

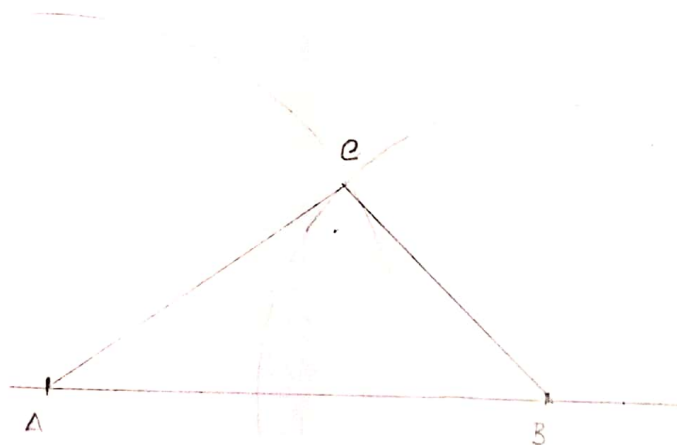
**Lados:** são os segmentos  $\overline{AB}$ ,  $\overline{BC}$  e  $\overline{CA}$ .

**Ângulos:** são os ângulos internos  $\hat{A}$ ,  $\hat{B}$  e  $\hat{C}$ .

### Trabalhando com Instrumental

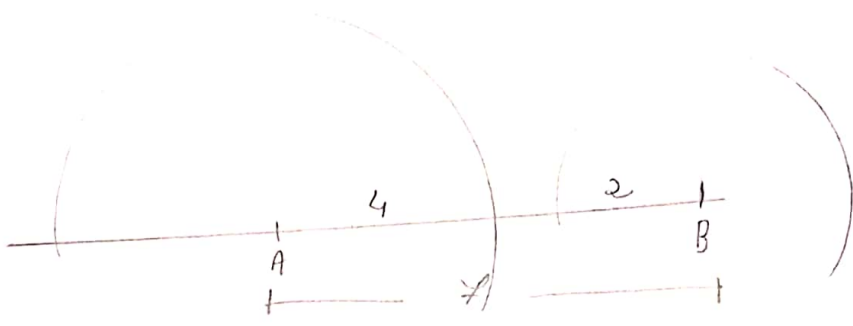
5. Construa, se possível, um triângulo ABC de medidas:

- a) 4cm
- 5cm
- 7cm

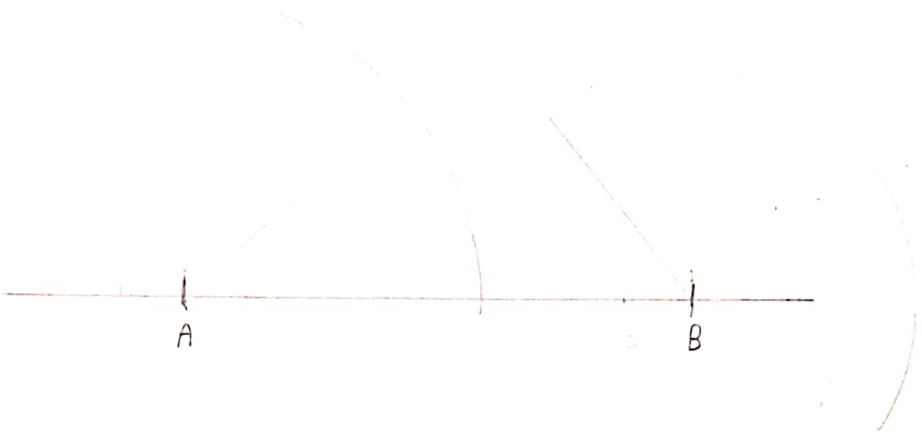


km nys

- b) 2cm
- ~~4cm~~
- ~~7cm~~



- c) ~~3cm~~
- ~~4cm~~
- ~~7cm~~



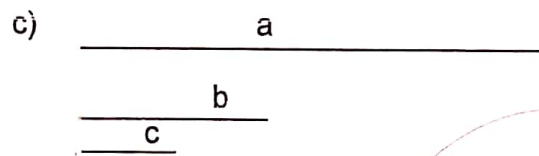
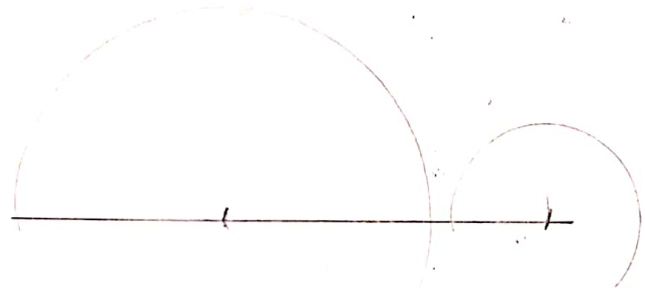
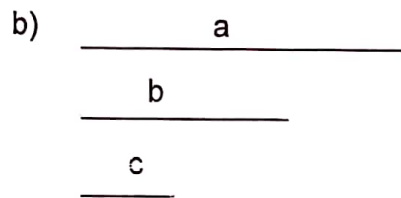
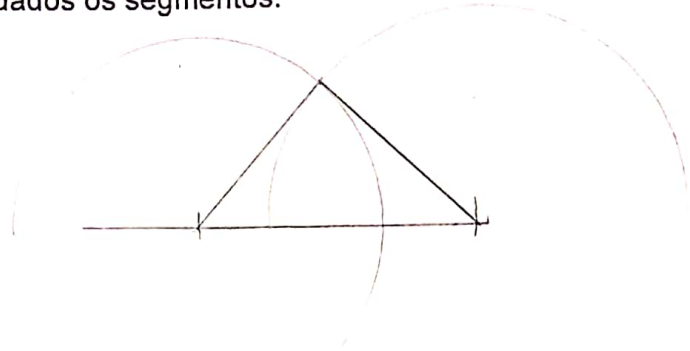
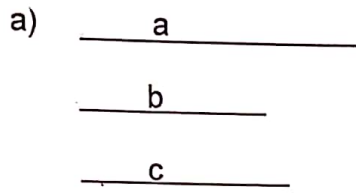
d) O que se pode concluir com o processo utilizado na questão anterior?

R: As medidas de primeiro triângulo foram maiores e possibilitou o fechamento do triângulo

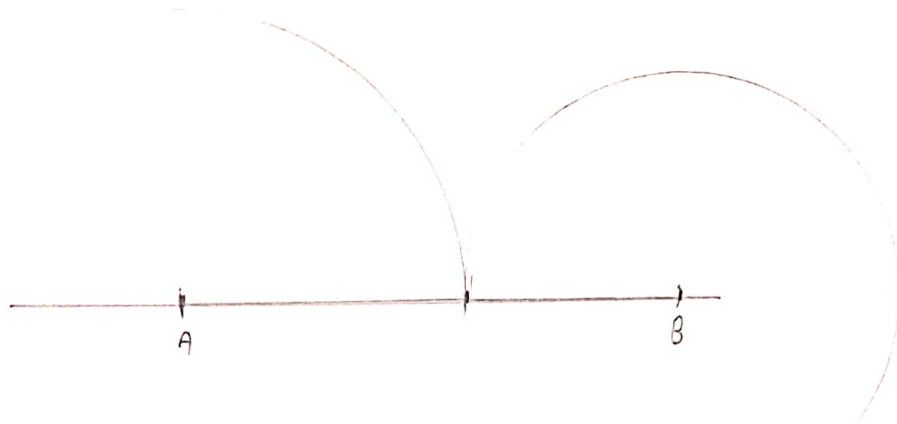
*Handwritten notes:*  
2m 11/18

### **Trabalhando com Instrumental**

6. Construa um triângulo ABC, dados os segmentos:



Johnnes



John nys

7. Considere o triângulo ABC da figura abaixo:



Construa o triângulo MNP, tal que:

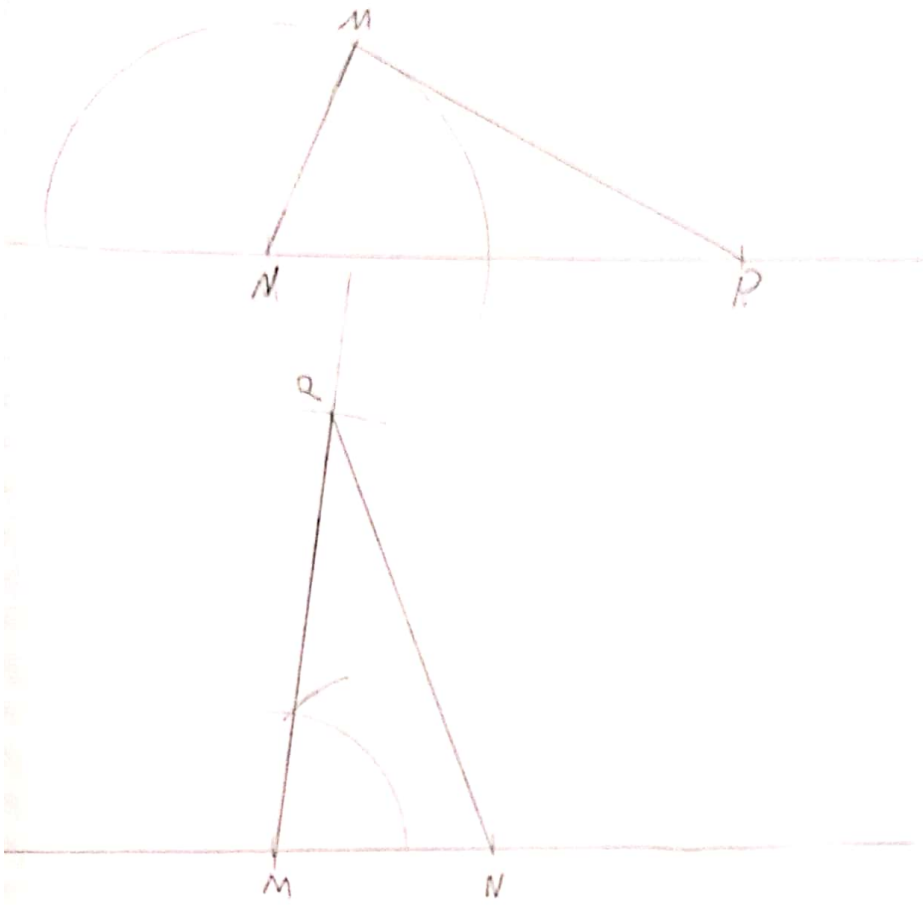
a)  $\overline{MN} \equiv \overline{AB} \quad L$   
 $\overline{MP} \equiv \overline{AC} \quad L$   
 $\overline{NP} \equiv \overline{BC} \quad L$

b)  $\overline{MN} \equiv \overline{AB} \quad L$   
 $\hat{M} \equiv \hat{A} \quad A$   
 $\overline{MP} \equiv \overline{AC} \quad L$

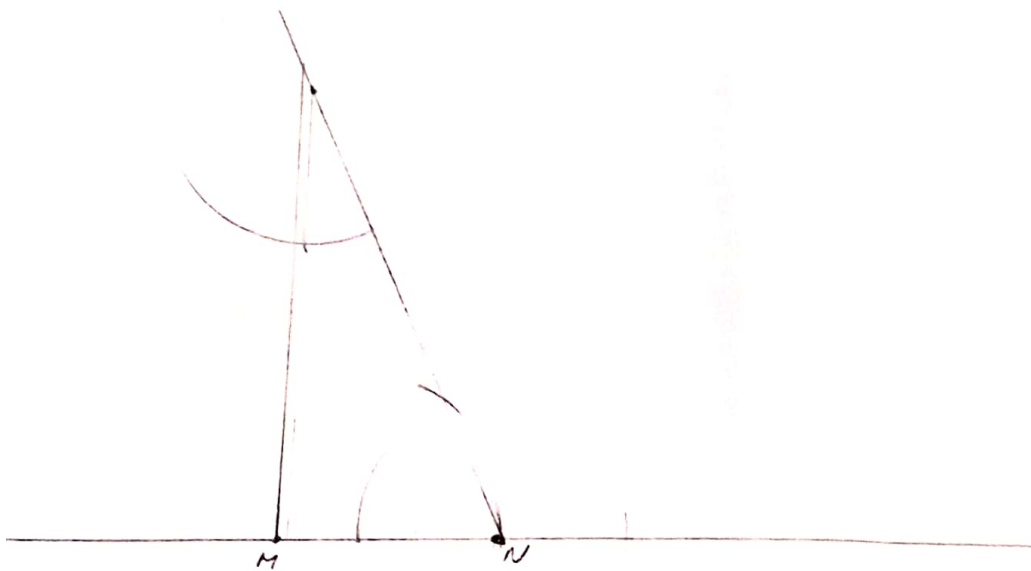
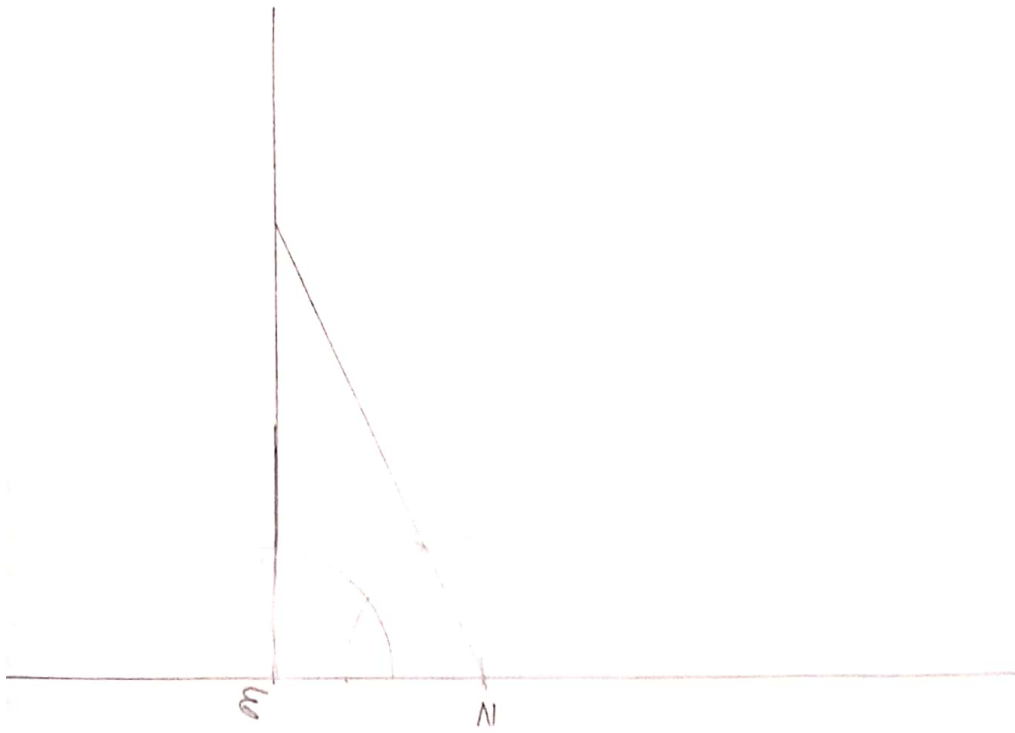
c)  $\hat{M} \equiv \hat{A} \quad A$   
 $\overline{MN} \equiv \overline{AB} \quad L$   
 $\hat{N} \equiv \hat{B} \quad A$

d)  $\overline{MN} \equiv \overline{AB} \quad L$   
 $\hat{N} \equiv \hat{B} \quad A$   
 $\hat{P} \equiv \hat{C} \quad A$  *oposto*

John 11:53



John nys





Yeshn nys

### Exercícios

8. Identifique os triângulos congruentes e o caso de congruência.

*I ≡ VI - LAL*  
*II ≡ VII - LLL*  
*III ≡ VIII - LAA*  
*IV ≡ IX - ALA*  
*V ≡ X -*

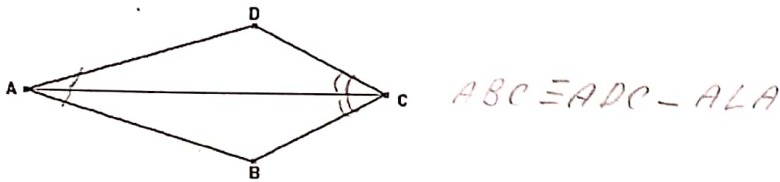
*uso especial*  
*congruência*  
*ângulo*  
*ângulo*

The diagram shows ten triangles labeled I through X. Triangle I is a scalene triangle with one angle marked and two sides marked with single ticks. Triangle II is an equilateral triangle with all three sides marked with double ticks. Triangle III is a scalene triangle with two angles marked and one side marked with a single tick. Triangle IV is a scalene triangle with one angle marked and two sides marked with single ticks. Triangle V is a right-angled triangle with a right angle symbol at the bottom-left, one angle marked, and two sides marked with single ticks. Triangle VI is a scalene triangle with one angle marked and two sides marked with single ticks. Triangle VII is an equilateral triangle with all three sides marked with double ticks. Triangle VIII is a scalene triangle with two angles marked and one side marked with a single tick. Triangle IX is a scalene triangle with one angle marked and two sides marked with single ticks. Triangle X is a right-angled triangle with a right angle symbol at the top, one angle marked, and two sides marked with single ticks.

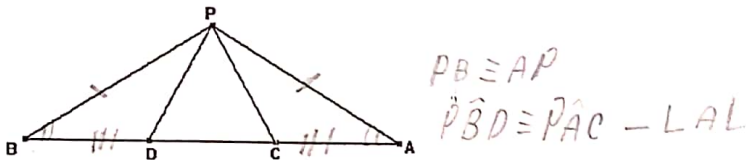
**Exercícios de verificação de aprendizagem**

9. Dada às figuras abaixo, identifique os triângulos congruentes e os casos de congruência:

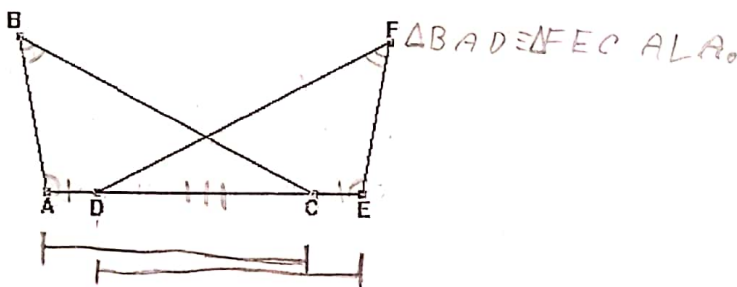
a) Sendo  $\hat{B}AC \cong \hat{C}AD$  e  $\hat{D}CA \cong \hat{B}CA$



b) Sendo o triângulo PBA isósceles e o segmento  $\overline{BD} \cong \overline{AC}$



c) Sendo  $\overline{AD} \cong \overline{CE}$ ,  $\hat{B}AC \cong \hat{F}ED$  e  $\hat{A}BC \cong \hat{E}FD$



10. Existe um triângulo cujos lados medem:

- a) 6 cm  
8 cm  
10 cm

$$|8-10| < 6 < 8+10$$
$$2 < 6 < 18$$

será possível construir o triângulo

- b) 6 cm  
8 cm  
14 cm

$$|8-14| < 6 < 8+14$$
$$6 < 6 < 22$$

Não é possível construir o triângulo pois o módulo da diferença é igual a b, que é igual ao lado que mede b.

- c) 3 cm  
4 cm  
10 cm

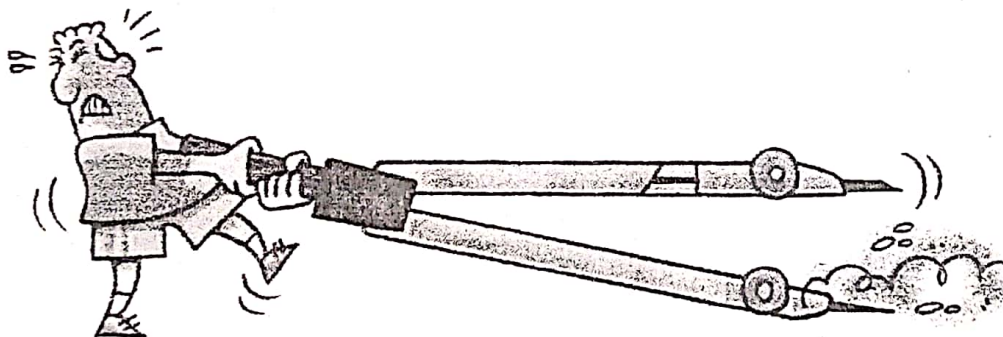
$$|3-10| < 4 < 3+10$$
$$7 < 4 < 13$$

Não será possível construir o triângulo

Lana de Souza.

**Centro Federal de Educação Tecnológica de Campos**  
**Licenciatura em Matemática**

**"Projeto Congruência de Triângulos"**

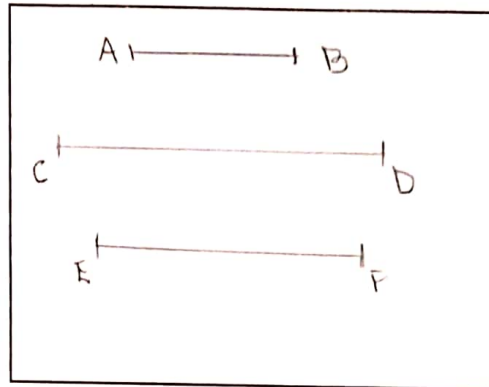
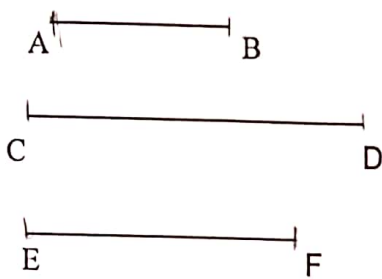


### Trabalhando com Instrumental!

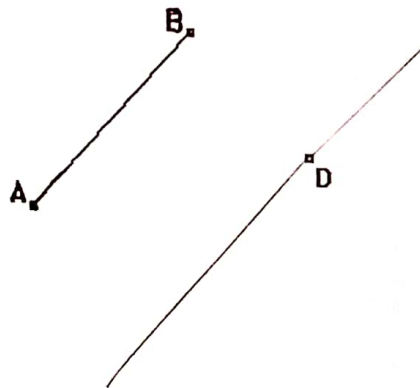
1. Construa um segmento qualquer. Utilizando apenas o compasso transporte este segmento para a reta  $r$ .



2. Transporte os segmentos abaixo para o quadro ao lado.

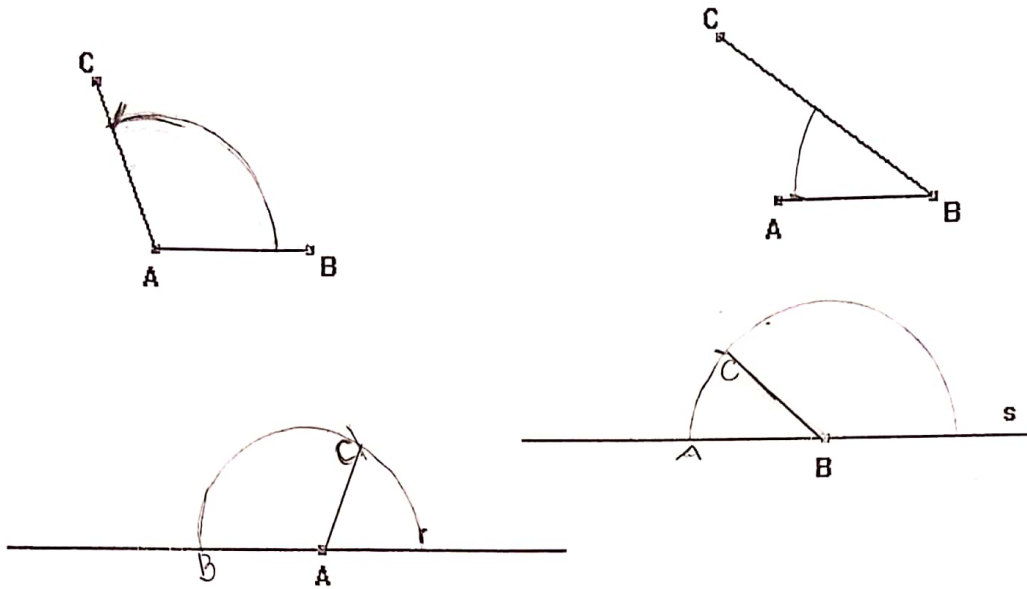


3. Trace uma reta paralela ao segmento dado passando pelo ponto D.

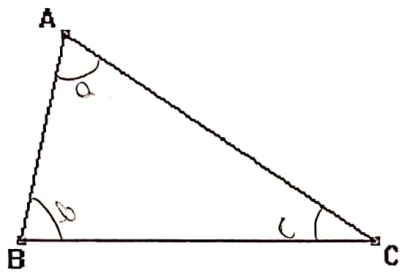


nome

4. Transporte o ângulo  $\hat{A}$  para reta  $r$  e o ângulo  $\hat{B}$  para reta  $s$ .



### Elementos do Triângulo



**Vértices:** são os pontos A, B e C.

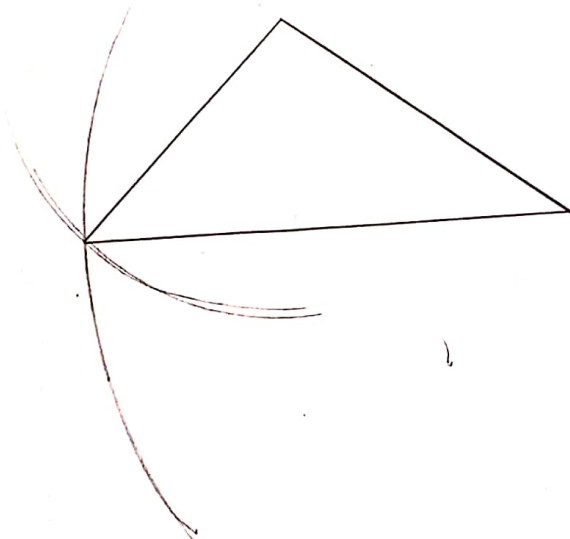
**Lados:** são os segmentos  $\overline{AB}$ ,  $\overline{BC}$  e  $\overline{CA}$ .

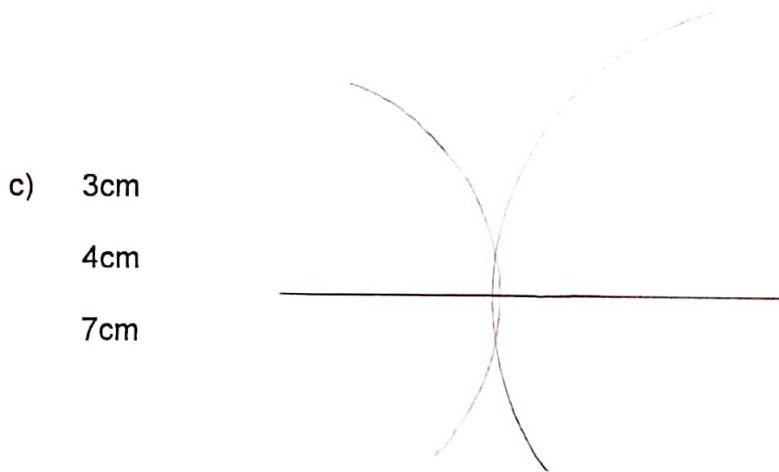
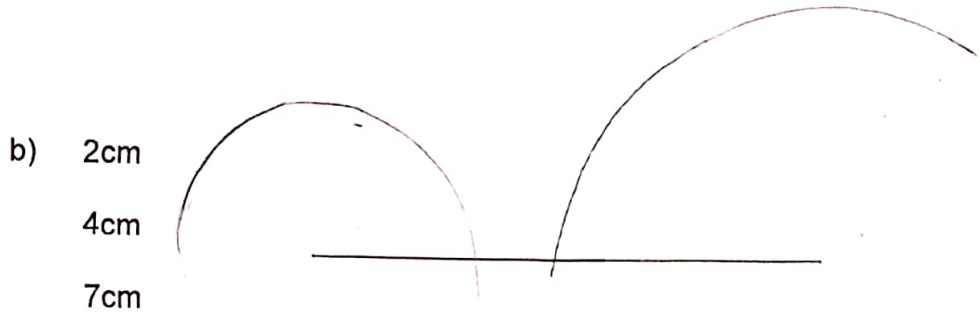
**Ângulos:** são os ângulos internos  $\hat{A}$ ,  $\hat{B}$  e  $\hat{C}$ .

### Trabalhando com Instrumental

5. Construa, se possível, um triângulo ABC de medidas:

- a) 4cm  
5cm  
7cm



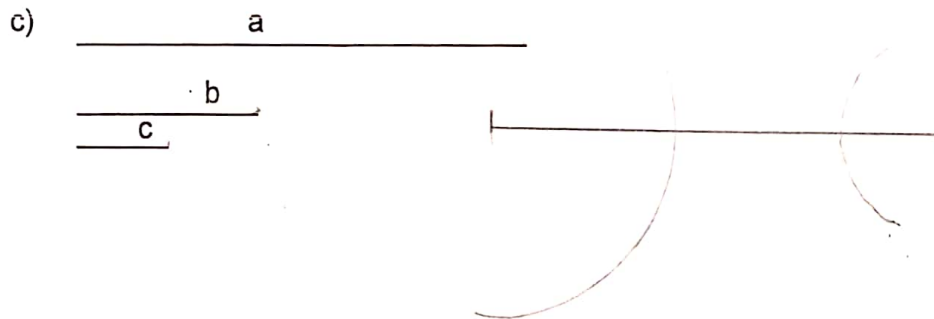
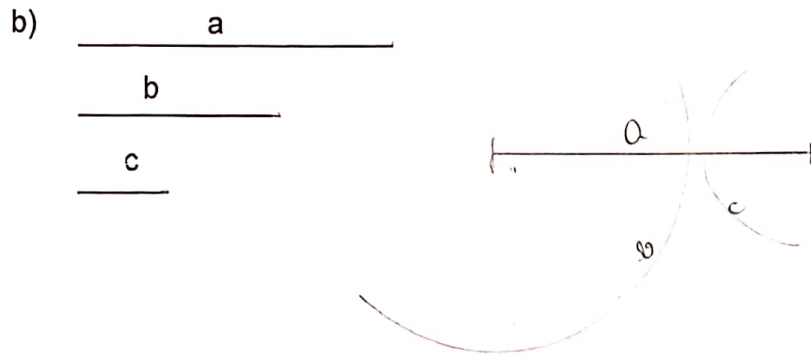
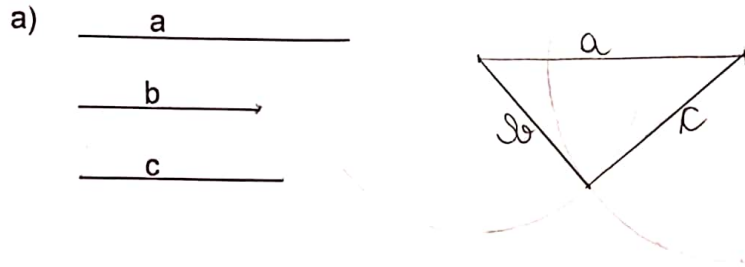


d) O que se pode concluir com o processo utilizado na questão anterior?

na letra a conseguimos fazer o triângulo pois eles  
mas na letra b e c não conseguimos } tinham as  
medidas  
cortas.  
mas por que na b 2 e 4 somados não  
dão maior do que 7, e na letra c  
dão igual a 7

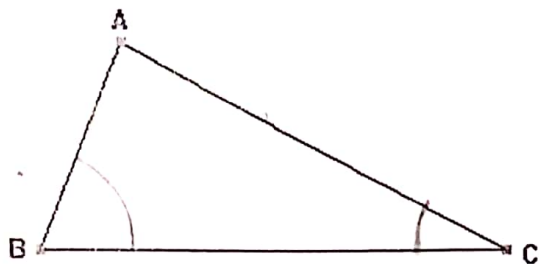
### Trabalhando com Instrumental

6. Construa um triângulo ABC, dados os segmentos:





7. Considere o triângulo ABC da figura abaixo:



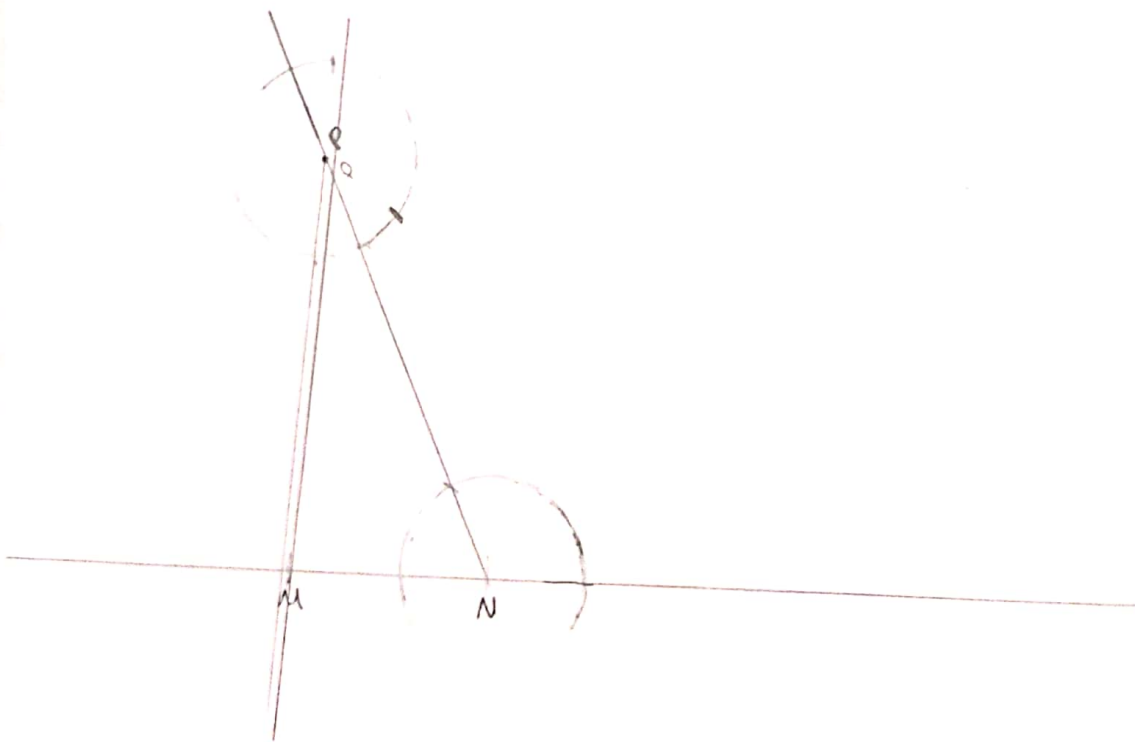
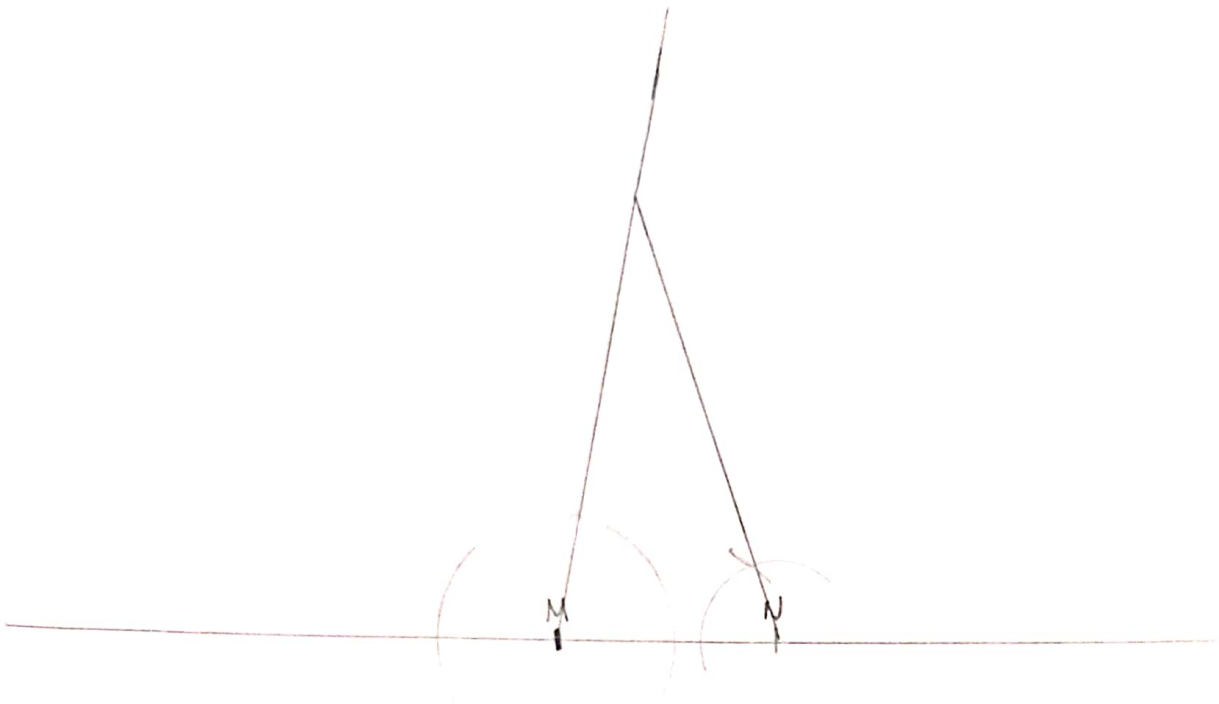
Construa o triângulo MNP, tal que:

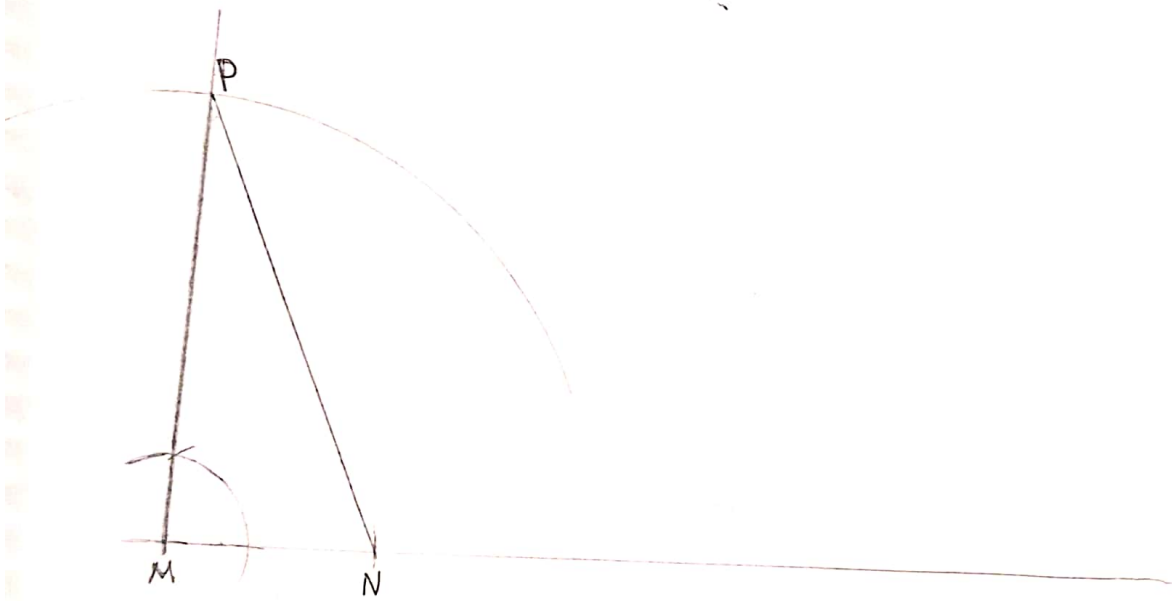
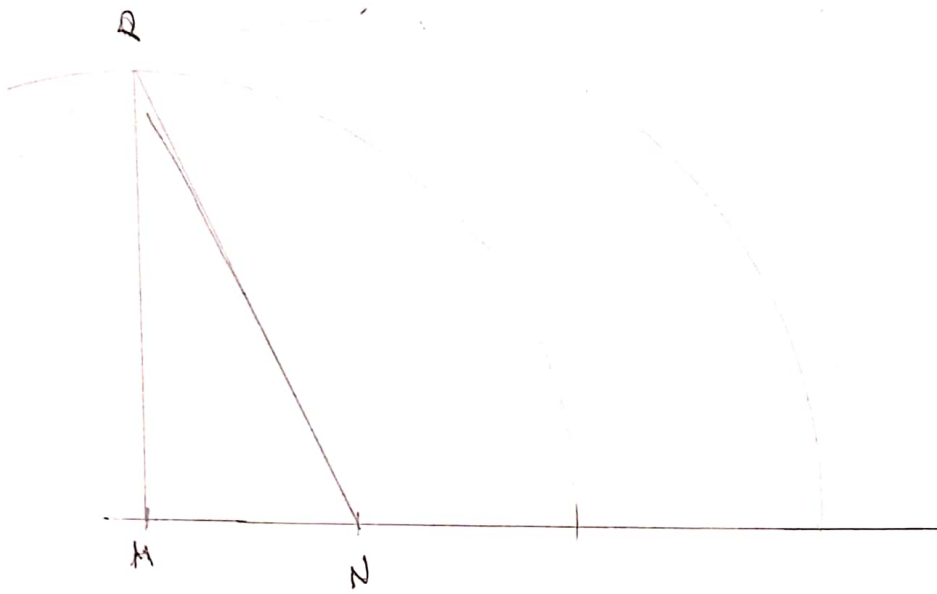
a)  $\overline{MN} \equiv \overline{AB}$   
 $\overline{MP} \equiv \overline{AC}$   
 $\overline{NP} \equiv \overline{BC}$

b)  $\overline{MN} \equiv \overline{AB}$   
 $\hat{M} \equiv \hat{A}$   
 $\overline{MP} \equiv \overline{AC}$

c)  $\hat{M} \equiv \hat{A}$   
 $\overline{MN} \equiv \overline{AB}$   
 $\hat{N} \equiv \hat{B}$

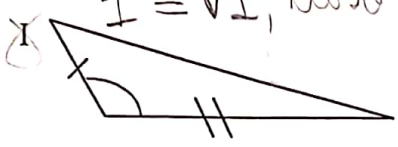
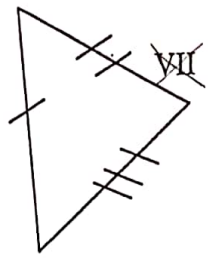
d)  $\overline{MN} \equiv \overline{AB}$   
 $\hat{N} \equiv \hat{B}$   
 $\hat{P} \equiv \hat{C}$





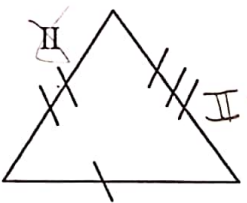
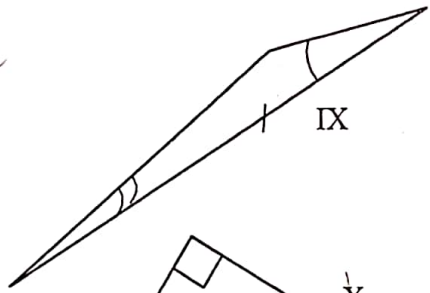


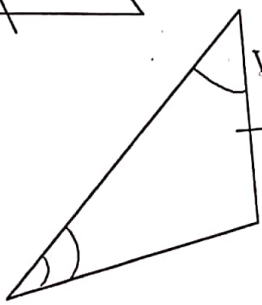
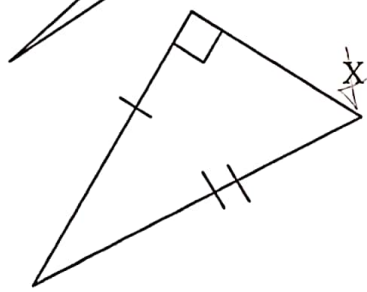
**Exercícios**

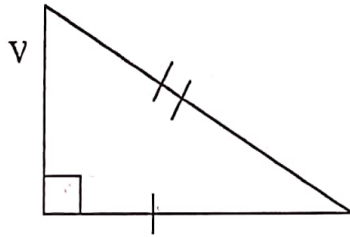
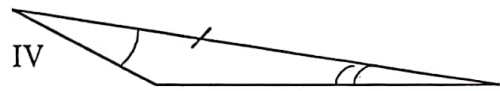
8. Identifique os triângulos congruentes e o caso de congruência.

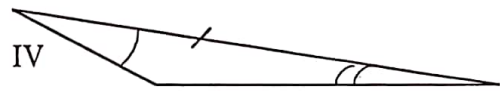
$I \equiv VI$ , caso LAL  



$III \equiv V$ , caso LAA  



$II \equiv VII$ , caso LLL  



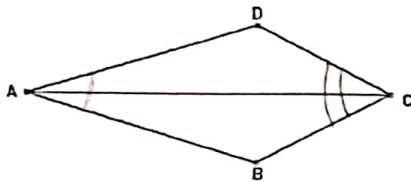
$V \equiv X$ , caso especial de congruência de triângulos retângulos  
 $IX \equiv IV$ , caso ALA  


**Exercícios de verificação de aprendizagem**

9. Dada às figuras abaixo, identifique os triângulos congruentes e os casos de congruência:

$\Delta = \text{triângulo}$

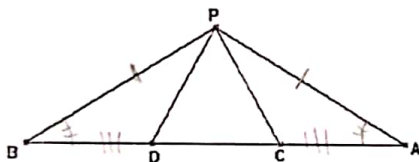
a) Sendo  $B\hat{A}C \cong C\hat{A}D$  e  $D\hat{C}A \cong B\hat{C}A$



$\Delta ABC \cong \Delta ADC$

caso ALA

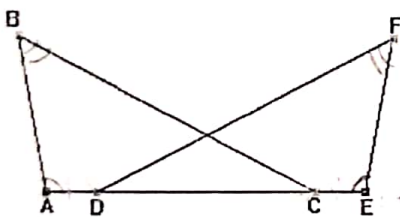
b) Sendo o triângulo PBA isósceles e o segmento  $\overline{BD} \cong \overline{AC}$



$\Delta PBD \cong \Delta PAC$  pelo caso

de congruência LAL

c) Sendo  $\overline{AD} \cong \overline{CE}$ ,  $B\hat{A}C \cong F\hat{E}D$  e  $A\hat{B}C \cong E\hat{F}D$



$\Delta BAC \cong \Delta FED$  pelo caso de congruência

LAL

10. Existe um triângulo cujos lados medem:

- a) 6 cm  
8 cm  
10 cm

$$16 - 8 < 10 < 6 + 8$$
$$2 < 10 < 14 \quad \checkmark \checkmark$$

A partir desses medidos é possível construir um triângulo.

- b) 6 cm  
8 cm  
14 cm

$$14 - 6 < 8 < 14 + 6$$
$$\checkmark \checkmark \quad 8 < 8 < 20$$

Não é possível construir um triângulo.

- c) 3 cm  
4 cm  
10 cm

$$14 - 10 < 3 < 4 + 10$$
$$6 < 3 < 14$$

~~$\checkmark \checkmark$~~

Não é possível construir um triângulo.

## Anexo 3





**BIBLIOGRAFIA**

Godotti, Moacir, 1941- São Paulo: Peiropoles, 2000 *Pedagogia da Terra*.