

**CENTRO FEDERAL DE EDUCAÇÃO TECNOLOGIA DE
CAMPOS**

CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

BRINCANDO COM ÁREAS DE FIGURAS PLANAS.

Por:
Keilla Lopes
Luana Siqueira
Maria de Fátima Rodrigues

CAMPOS DOS GOYTACAZES – RJ
2004.1

KEILLA LOPES CASTILHO
LUANA SIQUEIRA SÁ
MARIA DE FÁTIMA RODRIGUES

BRINCANDO COM ÁREAS DE FIGURAS PLANAS

Trabalho apresentado ao Cefet Campos como requisito obrigatório à conclusão da disciplina Laboratório de Ensino do Curso de Licenciatura em Matemática.

Orientadora: Professora Mestra
Gilmara.

CAMPOS DOS GOYTACAZES – RJ
2004.1

LABORATÓRIO DE ENSINO

Professora: Gilmara.

NOME DO PROJETO:

Brincando com Figuras Planas

TEMA DO PROJETO:

Áreas de figuras planas que representem quadriláteros notáveis.

OBJETIVOS DO PROJETO:

Despertar no aluno o interesse pelo assunto e estabelecer uma relação lógica entre o tema do projeto e o mundo real.

QUESTIONAMENTOS DO PROJETO:

Como calcular a área de uma mesa retangular?

Como calcular a área de qualquer superfície que represente um quadrilátero notável?

Material a ser utilizado no desenvolvimento do trabalho:

Fita adesiva

Cartolina

Folha de papel

Conteúdos a serem revisados:

Altura

Base

Diagonal

Figuras Equivalentes

Sumário

1- Introdução	2
2- Preparação do projeto	3
3- Desenvolvimento	4
3.1 – Descrição das etapas	4
3.1.1 –Parte histórica	4
3.1.2 – Conceito de área	5
3.1.3 – Atividade 1	5
3.1.4 – Atividade 2	6
3.1.5 – Definição dos Quadriláteros	6
3.1.6 – Área dos Quadriláteros	6
4- Considerações finais	10
Referências Bibliográficas	11

1- INTRODUÇÃO

O projeto Brincando com Áreas de Figuras Planas teve como enfoque principal os seguintes quadriláteros notáveis: retângulo, quadrado, losango e paralelogramo, seu objetivo geral foi aguçar a curiosidade dos alunos para o assunto, levando-os a entender as fórmulas, e não apenas decorá-las.

A aplicação deste projeto foi no dia vinte e dois de junho do ano de dois mil e quatro, na Escola Estadual João Pessoa situado na rua Operário Campistas, s/n Parque Santo Amaro, nesta cidade, tendo como educandos os alunos da turma 804 que participaram do trabalho por duas horas/aula.

A necessidade de calcular áreas é muito mais antiga do que podemos imaginar. Na antiguidade os egípcios e os mesopotâmicos se depararam com problemas geométricos para construir os primeiros templos segundo as projeções uniformes e precisas que desejavam (HISTÓRIA,s.d.)

No nosso dia a dia podemos notar várias situações práticas, nas quais aplicamos o cálculo de área, tais como: quando pretendemos pintar uma parede, revestir uma superfície com azulejos ou pisos, comprar um terreno.

Percebendo a importância de dominar com clareza os cálculos de área, optamos por trabalhar esse assunto com alunos do Ensino Fundamental, a fim de mostrar as fórmulas para o cálculo de área de forma interessante e criativa. É importante ressaltar que neste trabalho nos detemos apenas às áreas dos quadriláteros notáveis.

A idéia principal foi usar recortes para demonstrar as áreas dos quadriláteros notáveis.

A aula foi baseada na idéia de construir o conhecimento a partir de conhecimentos já adquiridos pelo aluno.

2- PREPARAÇÃO DO PROJETO

As pesquisas necessárias para realização deste trabalho foram feitas em livros e sites da internet, em busca de novas maneiras de trabalhar áreas de figuras planas com os alunos.

Brincando com áreas foi apresentado em dois momentos (teste exploratório) para a turma de licenciatura em Matemática. O objetivo do teste exploratório foi diagnosticar falhas, evitando que essas acontecesse com o público alvo.

O nosso primeiro teste exploratório foi uma experiência necessária e com muitas surpresas, tais como, a reação dos alunos, esperávamos que os alunos fossem mais participativos, no entanto no desenrolar da aula percebemos que as atividades das quais deveriam ter mais participação, eram feitas por nós.

Um outro aspecto que influenciou a atenção dos alunos para a aula, foi o fato de já dominarem o assunto explorado.

Diante das observações acima citadas, o grupo fez modificações no plano de aula, desde a abordagem histórica até as demonstrações das fórmulas das áreas, e reapresentou para a mesma turma.

Neste segundo momento, o grupo procurou envolver mais os alunos nas atividades, pedindo que eles fizessem o que antes era realizado pelas componentes, isto contribuiu para um grande envolvimento dos alunos durante toda aula.

Neste segundo teste a aula foi muito mais dinâmica, devido às alterações feitas. Diferente do primeiro teste, não houve tantas surpresas devido as modificações feitas após o primeiro teste.

3- DESENVOLVIMENTO

A aula foi dividida nas seguintes etapas: a parte histórica, definição de área, atividade 1, atividade 2, definição e áreas dos quadriláteros trabalhados, exercício de figuras equivalentes e exercícios de cálculo de áreas dos quadriláteros notáveis.

3.1- Descrição das Etapas

3.1.1- Parte histórica

Começamos a aula, falando um pouco da parte histórica. Explicamos que *"na antiguidade os sacerdotes observaram trabalhadores pavimentando com mosaicos quadrados, uma superfície retangular e concluíram que o total de mosaicos necessários para cobrir a superfície seria contar os de uma fileira e repetir esse número tantas vezes quantas fileiras houvesse, nascendo daí a fórmula da área do retângulo, ou seja, a área do retângulo é igual ao produto entre a base da superfície e a altura."* Dissemos também que foi a partir desse raciocínio geométrico que eles definiram a área das demais figuras geométricas. Tendo como base o seguinte texto¹.

Foi atribuída aos egípcios e aos caldeus, pelos historiadores, a criação da geometria. Os caldeus eram povos de origem semita — termo usado para designar, na Antiguidade, os povos de línguas semíticas que eram os babilônios, assírios e fenícios — que habitava a Mesopotâmia, região da Ásia Ocidental, entre os rios Tigre e Eufrates, onde hoje se localiza o Iraque.

Conforme revelações obtidas através das tábuas de argila, encontradas durante as escavações arqueológicas, os caldeus empregavam fórmulas da geometria devido a necessidade de se calcular áreas e volumes.

¹ A parte histórica foi retirada do site <http://users.hotlink.com.br/mariell/matemtica/histomatica/histogeo.html>

Naquela época, para medir superfícies, os sacerdotes observaram trabalhadores pavimentando com quadrados, uma superfície retangular e concluíram que o total de quadrados necessários para cobrir a superfície seria contar os de uma fileira e repetir esse número tantas vezes quantas fileiras houvesse, nascendo daí a fórmula da área do retângulo, ou seja, a área do retângulo é igual a base da superfície pela altura.

Com respeito às superfícies irregulares da terra, o problema era resolvido, como é ainda hoje, pelo método da triangulação, ou seja: marcavam um triângulo e a partir dele, traçavam linhas a todos os demais triângulos visíveis de campo. Em face de muitos terrenos apresentarem o contorno de um morro ou o curso de um rio, suas bordas eram curvas ou não eram planos acarretando com isso pequenos erros que podiam ser desprezível devido a grande quantidade de terras. ¹

3.1.2- Conceito de área

Após a apresentação da parte histórica, definimos o conceito de área, medida de uma superfície e fizemos, um breve comentário sobre o uso do cálculo da área no cotidiano.

3.1.3- Atividade 1

Dando prosseguimento a aula, trabalhamos com a atividade 1, na qual a turma estava dividida em grupos, cada grupo recebeu um retângulo (congruente aos dos demais grupos) e unidades de medidas (diferentes dos outros grupos) tais como: triângulo, quadrado, retângulo. Os retângulos foram preenchidos com as unidades de medida disponíveis em cada grupo. Os alunos contaram quantas unidades de medida couberam no retângulo. Um dos grupos que recebeu como unidade de medida triângulos teve dificuldade em contar quantos foram necessários para

preencher o retângulo, os demais alunos orientaram o grupo dando a idéia de contar o número de triângulos de uma linha e uma coluna e multiplicar os resultados obtidos. Após todos terminarem a atividade, comparamos os valores encontrados.

3.1.4- Atividade 2

A atividade 2 foi aplicada com o intuito de levar os alunos a perceberem a necessidade de uma padronização da unidade de medida. Para tal atividade foi entregue a cada grupo um novo retângulo e novas unidades de medida (iguais para todos os grupos). O procedimento empregado foi o mesmo da atividade 1. Um dos alunos relacionou essas atividades com a parte histórica dita inicialmente. Concluímos falando sobre a unidade de medida padrão no Sistema Internacional, ou seja, o metro quadrado (m^2)

Para o melhor entendimento do aluno sobre o que é o metro quadrado, apresentamos uma peça, confeccionada de jornal cuja área era $1 m^2$.

3.1.5- Definição dos Quadriláteros

Visto que os alunos não tinham conhecimentos sobre geometria (segundo a professora da turma) , surgiu a necessidade de definir retângulo, quadrado, losango e paralelogramo.

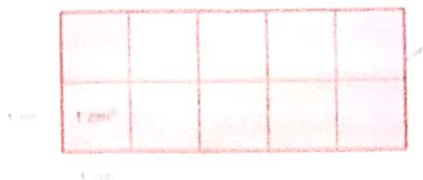
3.1.6- Áreas dos Quadriláteros

Para a explicação da fórmula utilizada no cálculo da área do retângulo, pedimos aos grupos que preenchessem com novas unidades de medidas o retângulo e contassem quantas unidades couberam nele. Chamamos a atenção dos alunos para o resultado que encontrariam se fizessem o produto da base pela altura do retângulo. Este resultado foi igual ao resultado encontrado quando eles contaram a unidade de medida uma a uma. Portanto a fórmula para o cálculo da área do retângulo é: base x altura.

Consideremos um retângulo com a base medindo 5 cm e a altura 2 cm.



Dividindo o retângulo em quadrados de 1 cm de lado, vamos obter:



A figura mostra que o retângulo tem 10 cm^2 de área. Essa medida também pode ser obtida multiplicando-se 5 cm por 2 cm, isto é, multiplicando-se a medida da base pela medida da altura.

Para a explicação da fórmula utilizada no cálculo da área do quadrado, mostramos um quadrado preenchido com a unidade de medida (quadrado) que adotamos, e de maneira semelhante a do retângulo provamos que a fórmula para o cálculo da área do quadrado é: a medida do lado ao quadrado (L^2).

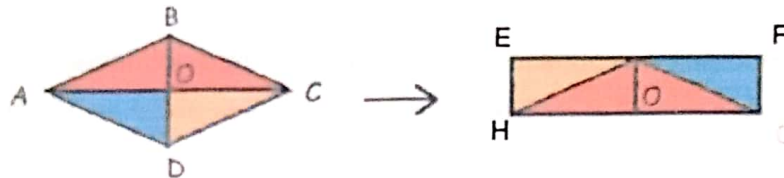
Todo quadrado é um retângulo de lados congruentes. Então, se o lado de um quadrado medir L , a sua área será dada por: $L \times L = L^2$.



Antes de começar a demonstração da área do losango recordamos a definição de losango e demos uma noção básica do que são diagonais.

Demos uma folha com um losango ABCD (anexo 1) com as diagonais AC e BD traçadas para cada grupo, pedimos que recortassem o losango pela diagonal AC, formando dois triângulos ABC e ADC. Em

seguida, solicitamos que dividissem o triângulo ADC em dois triângulos, o triângulo ADO e o triângulo CDO. Com os triângulos ABC, ADO, CDO obtidos através dos sucessivos cortes, formamos um retângulo EFGH de área equivalente à área do losango ABCD, isso foi feito da seguinte forma: fizemos coincidir o lado AD do triângulo ADO com o lado BC do triângulo ABC, e o lado DC do triângulo CDO com o lado AB do triângulo ABC.

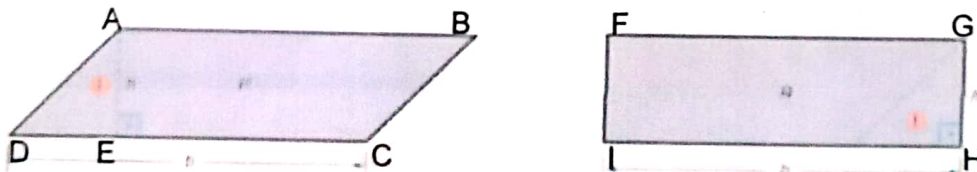


Como o losango foi transformado em um retângulo, a área do losango é obtida usando a mesma fórmula da área do retângulo, medida da base x medida da altura, sendo que a medida da base do retângulo é igual a medida da diagonal maior do losango e a medida da altura do retângulo, igual a medida da metade da diagonal menor, ou seja, a área do losango também pode ser calculada pela fórmula:

diagonal maior x diagonal menor

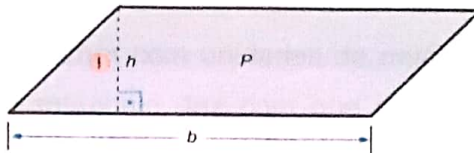
2

Dado um paralelogramo ABCD com a altura AE traçada, para cada grupo, pedimos que recortassem na altura AE pela qual dividimos o paralelogramo em triângulo ADE e em um quadrilátero ABCE. Com as figuras obtidas formamos um retângulo FGHI de área equivalente ao paralelogramo ABCD, fizemos isso da seguinte forma: coincidimos o lado AD do triângulo ADE com o lado BC do quadrilátero ABCE.

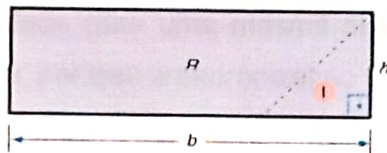


Como o paralelogramo foi transformado em um retângulo, a área do paralelogramo é obtida usando a mesma fórmula da área do retângulo, ou seja, base x altura.

Considere um paralelogramo p de base b e altura h .



Retirando-se de o triângulo I e colocando-o à sua direita, como é mostrado na figura abaixo, obteremos o retângulo R, que é equivalente ao paralelogramo P.



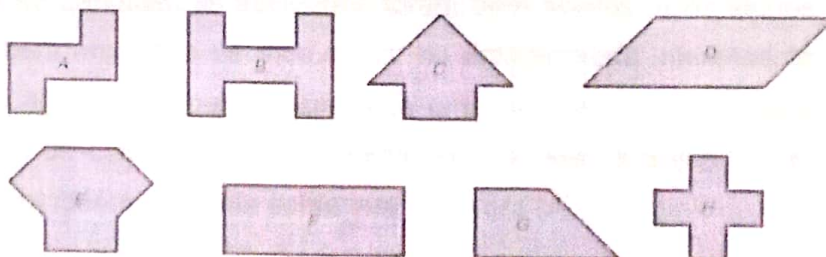
Observe que a base do paralelogramo tem a mesma medida da base do retângulo e que as alturas têm a mesma medida.

Como a área do retângulo R é base x altura, então a área de um paralelogramo também é base x altura.

Após a explicação das fórmulas, falamos sobre figuras equivalentes aplicando a seguinte atividade:

Indique os pares de figuras que têm a mesma área.

Indique os pares de figuras equivalentes



Tendo concluído a atividade, dizemos que figuras equivalentes são figuras que possuem a mesma área.

4- CONSIDERAÇÕES FINAIS

O trabalho acima disposto buscou trabalhar áreas de quadriláteros notáveis de maneira clara e objetiva, com intuito primordial de fazer com que os alunos através de indagações e situações concretas deduzissem os conceitos .

A técnica de preencher com unidades de medida variadas figuras como o quadrado e o retângulo, fez com que os alunos percebessem claramente a fórmula para o cálculo, além disso, podemos observar que eles entenderam melhor o conceito de área, medir uma superfície tomada uma unidade de medida qualquer.

Os resultados das medições os levaram a concluir que devemos tomar uma mesma unidade para uma mesma superfície, se quisermos obter o mesmo resultado, por isso a padronização universal das medidas.

Os recortes entregues ajudaram os alunos a perceber as transformações propostas, fazendo os cortes e os encaixes eles percebiam que áreas de todos os quadriláteros notáveis podem ser calculadas por base X altura.

A importância de trabalhar esse tema com alunos do Ensino Fundamental Público é que em sua maioria, não tiveram acesso ou nem mesmo ouviram falar de geometria, podemos observar isso nos alunos da turma participante, poucos eram aqueles que já tinham tido algum contato com assuntos de geometria.

A aula foi tranquila, as atividades foram bem aceitas, e os alunos participaram bem em todos os momentos, no entanto seria interessante que antes de aplicar o trabalho fosse feita uma revisão, ou quem sabe dada uma aula de conceitos básicos como por exemplo, o que é $b \times b$, haja visto que ninguém da turma sabia que $b \times b$ era b^2 .

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.

BIANCHINI, Edwaldo – Matemática 8ª série. 4ª edição. São Paulo: Editora Moderna, 1998.

SÓ MATEMÁTICA 1998. Disponível em: www.somatematica.com.br.
última consulta em: 27/ 11/ 2003.

HISTÓRIA DA GEOMETRIA, s.d. Disponível em:
<http://users.hotlink.com.br/marielli/matematica/histomatica/histogeo.html>.
Última consulta: 27/ 11/ 2003.

IEZZI, G., DOLCE, O., MACHADO, A. – Matemática e realidade 8ª série –
2ª edição. São Paulo: Atual Editora, 1991.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.

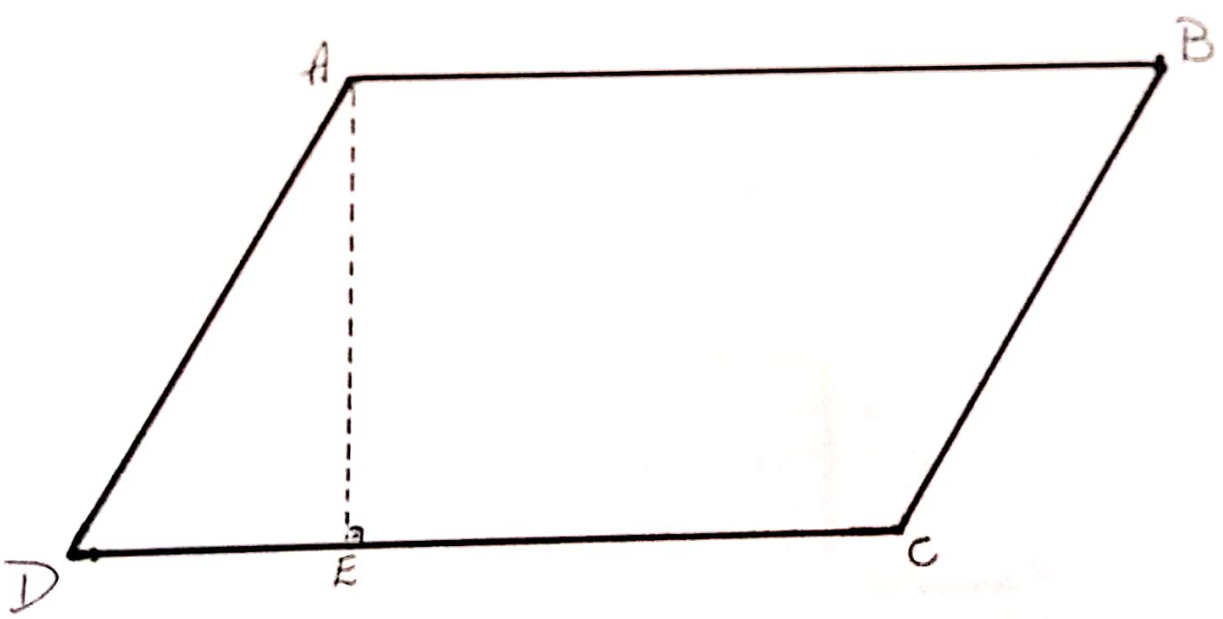
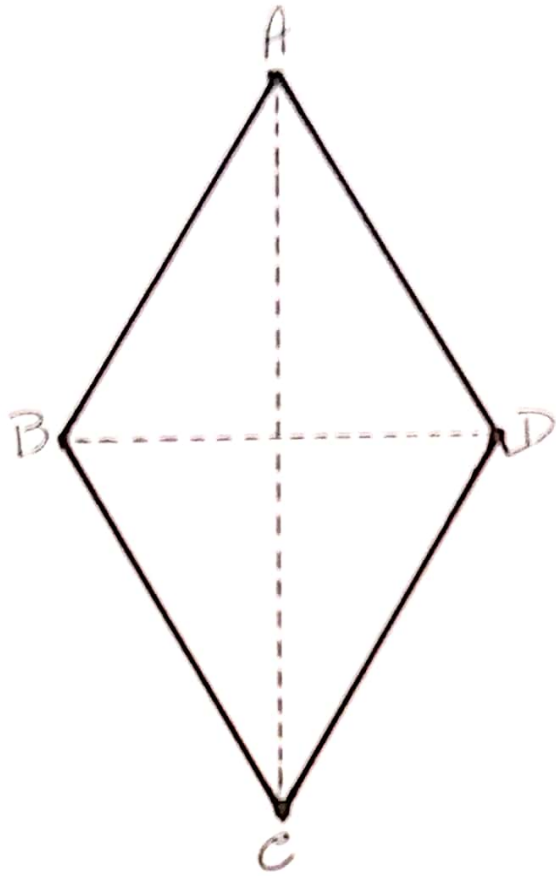
BIANCHINI, Edwaldo – Matemática 8ª série. 4ª edição. São Paulo: Editora Moderna, 1998.

SÓ MATEMÁTICA 1998. Disponível em: www.somatematica.com.br.
última consulta em: 27/ 11/ 2003.

HISTÓRIA DA GEOMETRIA, s.d. Disponível em:
<http://users.hotlink.com.br/marielli/matematica/histomatica/histogeo.html>.
Última consulta: 27/ 11/ 2003.

IEZZI, G., DOLCE, O., MACHADO, A. – Matemática e realidade 8ª série –
2ª edição. São Paulo: Atual Editora, 1991.

ANEXOS



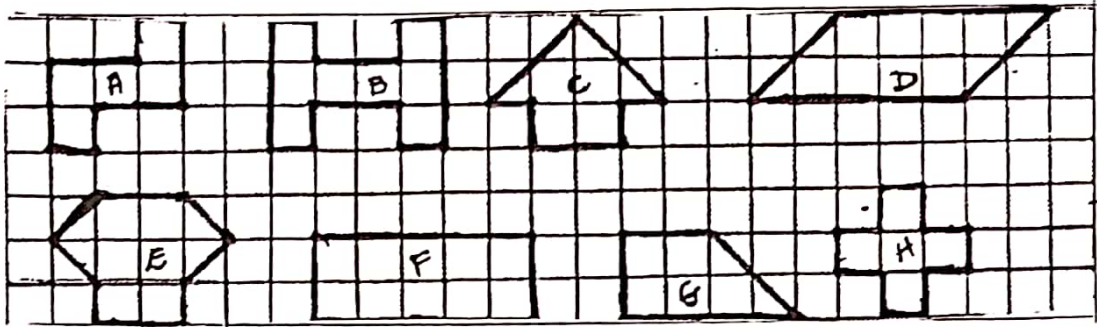
Licenciatura em Matemática – 3º período

Laboratório de Ensino

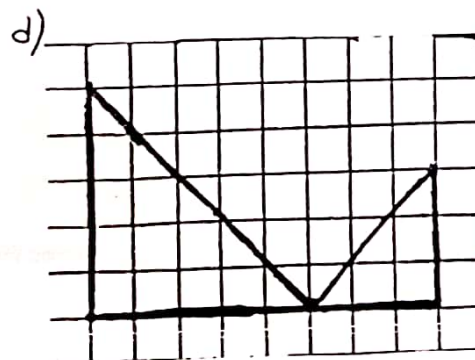
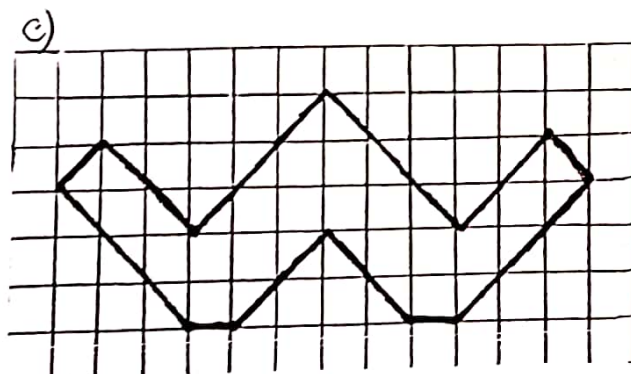
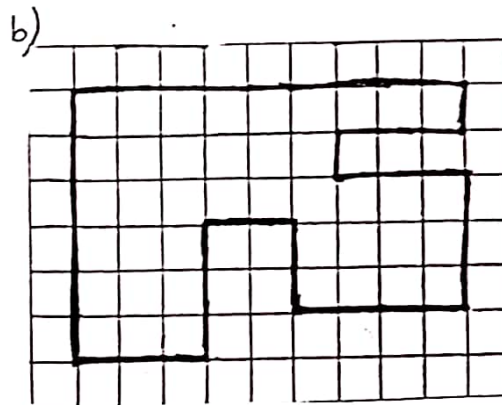
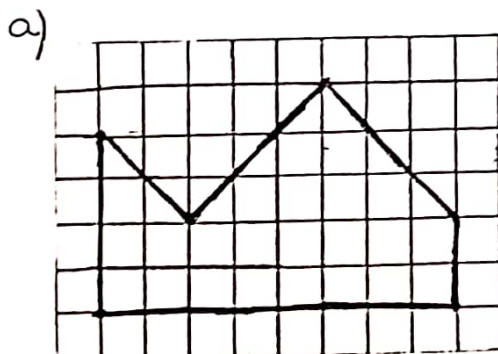
Nome _____

ATIVIDADES

1) Indique os pares de figuras que tem a mesma área.



2) Tomando como unidade de área o quadradinho, calcule a área das seguintes figuras:



3) (PUC-RS) Deseja-se ladrilhar uma parede retangular cujas dimensões são: comprimento 1,5m e altura 2,4m. Empregam-se ladrilhos quadrados de 20cm de lado. Serão necessários:

- a) 900 ladrilhos
- b) 90 ladrilhos
- c) 180 ladrilhos
- d) 9000 ladrilhos
- e) nenhuma resposta é correta.

4) Uma das diagonais de um losango mede 4m. Sua área mede 12 m^2 . Calcule a medida da outra diagonal.

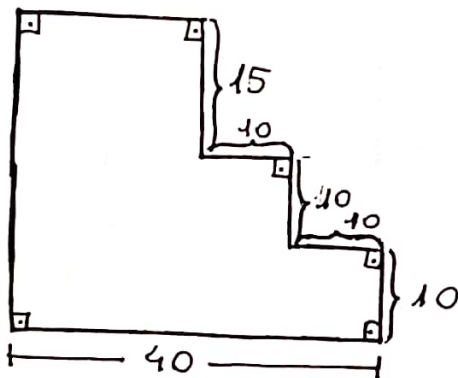
5) Calcule a área do quadrado com lado medindo $\frac{5}{3} \text{ cm}$.

6) O perímetro de um retângulo é 42 cm e a base mede 5 cm a mais do que a altura. Calcule a área do retângulo.

7) Um livro de 208 paginas (104 folhas) tem o formato de 21 cm por 28 cm. Quantos metros quadrados de papel há no livro?

8) Calcule a área de um paralelogramo de base 14 cm e altura 6 cm.

9) Calcule a área da figura abaixo:



Autoras:
Keilla Lopes
Luana Siqueira
Maria de Fátima Rodrigues
Professora: Gilmara.

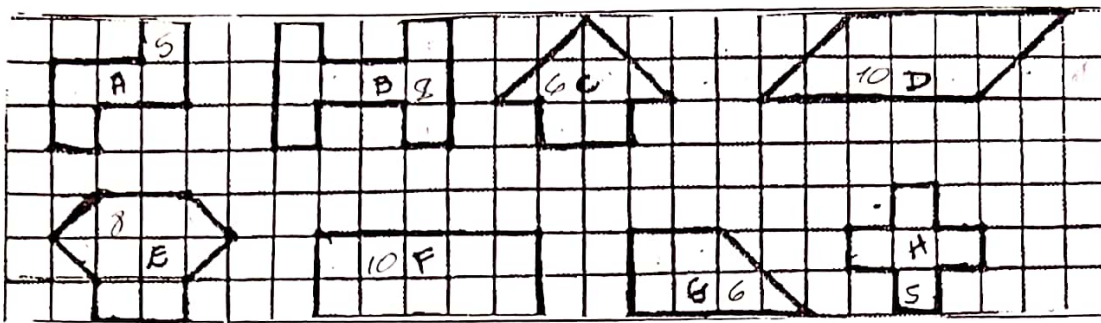
Licenciatura em Matemática – 3º período

Laboratório de Ensino

Nome Aline Silva Gomes

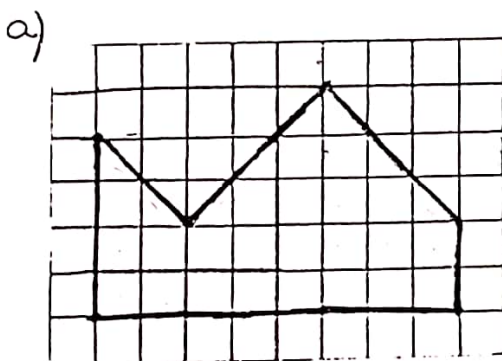
ATIVIDADES

1) Indique os pares de figuras que tem a mesma área.

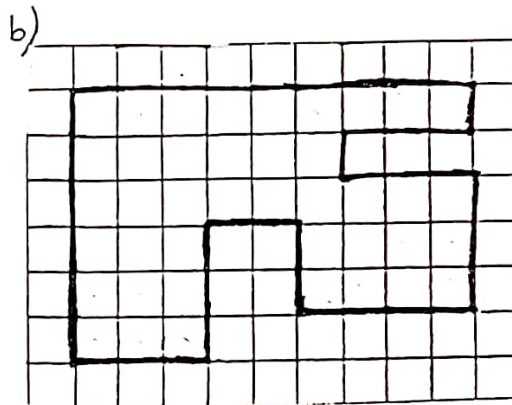


- A e H
- B e E
- D e F
- C e G

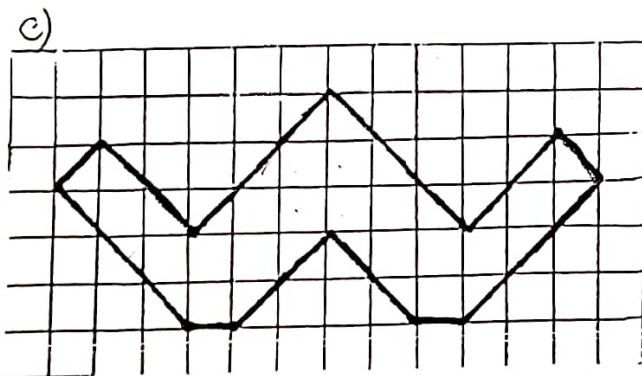
2) Tomando como unidade de área o quadradinho, calcule a área das seguintes figuras:



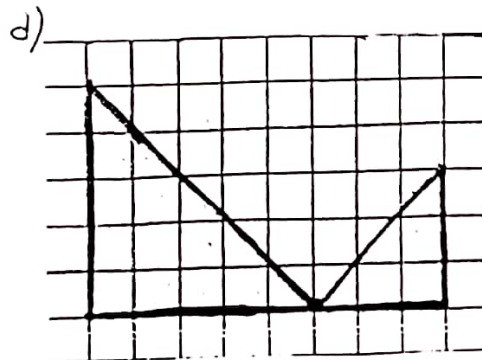
$A = 27$



$A = 47$



$A = 27$



$A = 17$

3) (PUC-RS) Deseja-se ladrilhar uma parede retangular cujas dimensões são: comprimento 1,5m e altura 2,4m. Empregam-se ladrilhos quadrados de 20cm de lado. Serão necessários:

- a) 900 ladrilhos
- b) 90 ladrilhos
- c) 180 ladrilhos
- d) 9000 ladrilhos
- e) nenhuma resposta é correta.

Handwritten calculations:

$$A_D = b \cdot h$$

$$A_D = 1,5 \cdot 2,4$$

$$A_D = 3,6$$

$$20 \cdot 20 = 400$$

$$\square 20\text{cm} = 0,2\text{m}$$

$$1\text{m} = 100$$

$$= 20\text{cm}$$

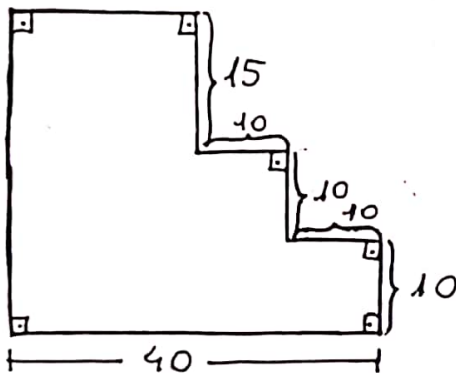
$$\frac{A_D}{A_{\square}} = \frac{3,6}{0,04} = 90 \text{ ladrilhos}$$

$$100x = 20$$

$$x = \frac{20}{100}$$

$$x = 0,2\text{m}$$

- 4) Uma das diagonais de um losango mede 4m. Sua área mede 12 m². Calcule a medida da outra diagonal.
- 5) Calcule a área do quadrado com lado medindo 5/3 cm.
- 6) O perímetro de um retângulo é 42 cm e a base mede 5 cm a mais do que a altura. Calcule a área do retângulo.
- 7) Um livro de 208 paginas (104 folhas) tem o formato de 21 cm por 28 cm. Quantos metros quadrados de papel há no livro?
- 8) Calcule a área de um paralelogramo de base 14 cm e altura 6 cm.
- 9) Calcule a área da figura abaixo:



Autoras:
Keilla Lopes
Luana Siqueira
Maria de Fátima Rodrigues
Professora: Gilmara.

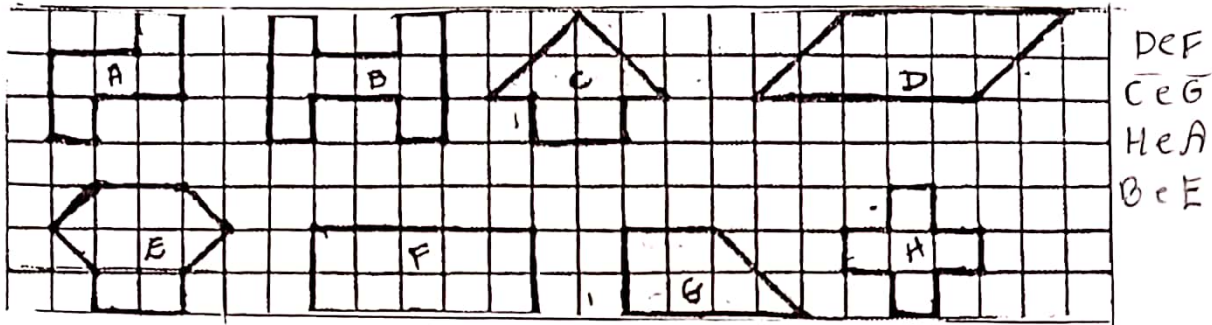
Licenciatura em Matemática – 3º período

Laboratório de Ensino

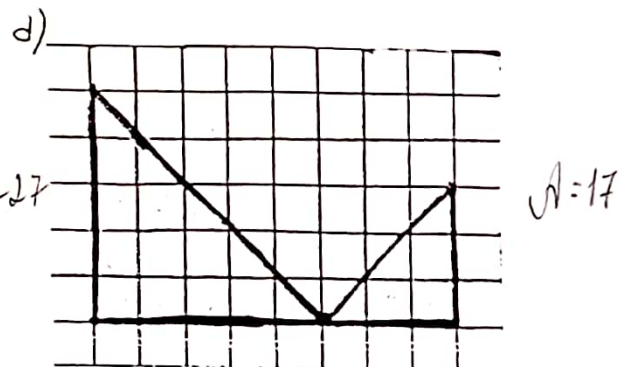
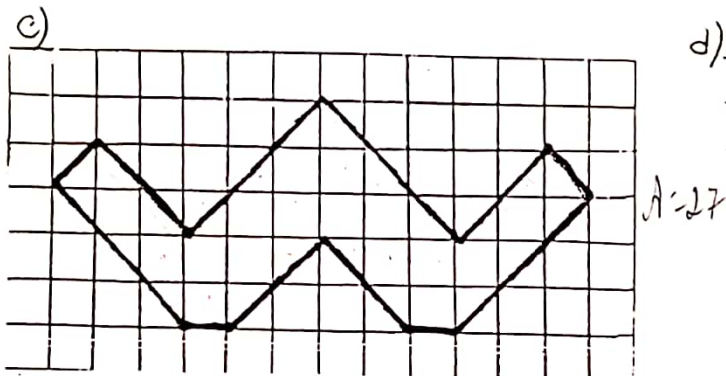
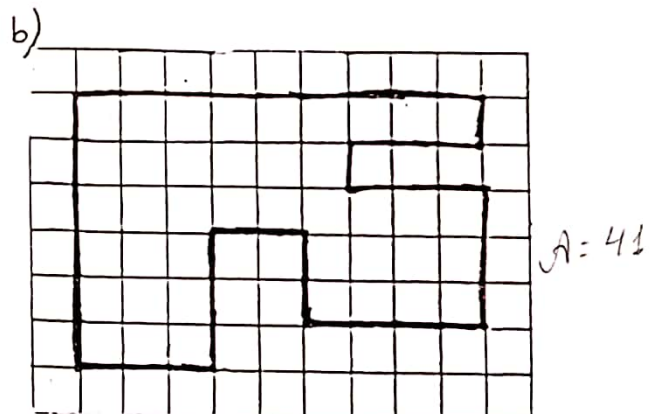
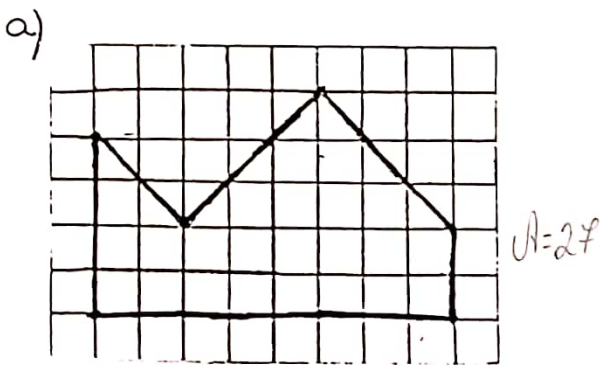
Nome Julie Grazielle Rodrigues Vierge

ATIVIDADES

1) Indique os pares de figuras que tem a mesma área.



2) Tomando como unidade de área o quadradinho, calcule a área das seguintes figuras:



3) (PUC-RS) Deseja-se ladrilhar uma parede retangular cujas dimensões são: comprimento 1,5m e altura 2,4m. Empregam-se ladrilhos quadrados de 20cm de lado. Serão necessários:

- a) 900 ladrilhos
- ~~b) 90 ladrilhos~~
- c) 180 ladrilhos
- d) 9000 ladrilhos
- e) nenhuma resposta é correta.



□ 20cm

$$\begin{aligned} 1m &= 100cm \\ x &= 20cm \\ 100x &= 20 \\ x &= \frac{20}{100} \\ x &= 0,2cm \end{aligned}$$

$$A = b \cdot h \quad A_{\square} = 3,6$$

$$\frac{A}{11} = 15,24$$

4) Uma das diagonais de um losango mede 4m. Sua área mede 12 m². Calcule a medida da outra diagonal.

5) Calcule a área do quadrado com lado medindo 5/3 cm.

$$5 \times 5 = 25 \quad 3 \times 3 = 9$$

25/9

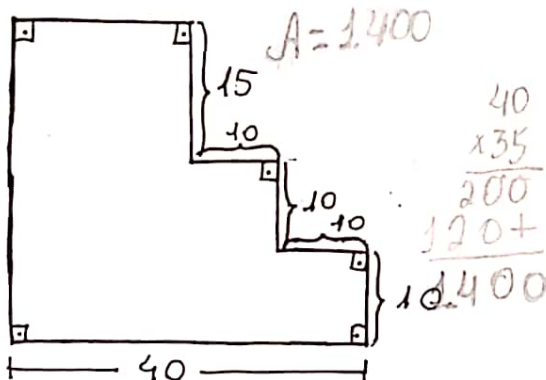
6) O perímetro de um retângulo é 42 cm e a base mede 5 cm a mais do que a altura. Calcule a área do retângulo.

7) Um livro de 208 paginas (104 folhas) tem o formato de 21 cm por 28 cm. Quantos metros quadrados de papel há no livro?

8) Calcule a área de um paralelogramo de base 14 cm e altura 6 cm.

$$\begin{array}{r} 14 \\ \times 6 \\ \hline 84 \end{array} \quad A = 84$$

9) Calcule a área da figura abaixo:



$$\begin{array}{r} 40 \\ \times 35 \\ \hline 1400 \end{array}$$

Autoras:
Keilla Lopes
Luana Siqueira
Maria de Fátima Rodrigues
Professora: Gilmara.

