CEFET – Centro Federal de Educação Tecnológica de Campos
Curso de Licenciatura em Matemática

# Relatório do Laboratório de Ensino de Matemática

Por

Alfredo dos Santos Rocha Maia
Josimar Soares Arêas
Luís Filipe Simões Pereira

Campos dos Goytacazes RJ
2004-2

Alfredo dos Santos Rocha Maia
Josimar Soares Arêas
Luís Filipe Simões Pereira

**Relatório do Laboratório de Ensino de Matemática**

Relatório final apresentado à Coordenação do Curso de Licenciatura em Matemática, do CEFET Campos RJ.
Orientador: Professor Salvador Tavares

Campos dos Goytacazes RJ
2004.2

# SUMÁRIO

# INTRODUÇÃO

Este relatório visa apresentar as atividades desenvolvidas no Laboratório de Ensino de Matemática. Ele foi desenvolvido nos três primeiros períodos do curso de Licenciatura em Matemática do CEFET-Campos, turma do 1º semestre de 2002. Tendo Salvador Tavares como professor orientador. Participaram os alunos Alfredo dos Santos Rocha Maia, Josimar Soares Arêas, Juan Diego Cardoso Brettas e Luís Filipe Simões Pereira.

Este trabalho foi desenvolvido dando um enfoque diferente ao ensino da Esfera, associando conceitos afins da Geografia e Matemática. Fizemos um paralelo da esfera com o globo terrestre e elaboramos várias atividades práticas para ajudar no aprendizado de conceitos, definições e fórmulas, para isso contamos com materiais emprestados pelo CEFET além de outros confeccionados por nós.

Nosso objetivo foi motivar a turma, fazendo com que os alunos participassem mais efetivamente da aula facilitando assim o aprendizado.

O trabalho resultou em uma apostila e foi apresentado em três oportunidades, para nossa própria turma, para alunos do Colégio São Tarcísio no bairro IPS e na Primeira Semana de Matemática do CEFET-Campos.

# DESENVOLVIMENTO

Este trabalho foi realizado para atender proposta da matéria "Laboratório de Ensino de Matemática" que tem como objetivo a escolha de um tema de Matemática seu estudo e a preparação desse tema para aplicação em sala de aula procurando usar atividades práticas, contextualizadas e interdisciplinares.

No primeiro período do curso de Licenciatura em Matemática, 1º semestre de 2002, na matéria Laboratório de Ensino de Matemática, o professor Salvador Tavares pediu para que a turma formasse grupos para desenvolver um trabalho para apresentação em uma turma de Ensino Médio ou Fundamental. Formamos um grupo de quatro componentes, Alfredo dos Santos Rocha Maia, Josimar Soares Arêas, Juan Diego Cardoso Brettas e Luis Filipe Simões Pereira. O grupo depois de analisar vários temas, optou por fazer um trabalho relacionado com esfera. Com a orientação do professor Salvador, desenvolvemos um trabalho para apresentação em uma turma de Ensino Médio.

Devido à semelhança do globo terrestre com uma esfera, e o nome dos elementos da esfera serem usados pelos geógrafos, achamos interessante explorar a interdisciplinaridade relacionando Geografia e Matemática. Além de desenvolvermos assuntos afins como volume e área superficial etc.

Pesquisamos em alguns livros para desenvolvermos métodos e estratégias de como abordar cada tópico. Todo trabalho de pesquisa e discussão sobre o tema, ficou resumido em uma apostila de sete páginas (vide apostila em anexo), abordando conceito, atividades práticas, elementos da esfera, cunha esférica, volume da cunha, área da superfície esférica e do fuso, associação entre esfera e globo terrestre (longitude e latitude) e cinco exercícios relacionados com o tema.

Para conceituar esfera colamos um semi-círculo de cartolina em uma varinha de bambu pelo diâmetro do semi-círculo. Fizemos girar a varinha mostrando a rotação do semi-círculo em torno de seu próprio diâmetro.

Nos elementos da esfera desenhamos, no programa Autocad, uma esfera com todos os seus elementos e colocamos essa figura ao lado do globo terrestre destacando meridianos e paralelos. Tivemos como objetivo chamar a atenção dos alunos para o nome dos elementos da esfera presente no globo terrestre.

Para estudo do volume da esfera optamos por usar um cone oco de raio da base igual a sua altura e uma semi-esfera oca com raio igual ao raio do cone. Enchemos o cone com água e transferimos a água para a semi-esfera o número de vezes necessário para enche-la, induzindo os alunos a chegarem ao volume da esfera comparando-a com o cone cujo volume já era conhecido.

Usamos fotografias, tiradas por Josimar em máquina digital, de laranjas, seus gomos e cascas para ilustrar a apostila nos assuntos cunha e fuso esférico.

Como atividade prática para apoio ao tema "Área da superfície esférica" nós utilizamos uma semi-esfera de plástico transparente e oca e pirâmides regulares feitas de cartolina e de arestas iguais ao raio da semi-esfera e com áreas de base diferentes. O objetivo é que o aluno chegue a fórmula da área da superfície esférica em função do raio da esfera.

Na associação da esfera com o globo terrestre utilizamos quatro gravuras de globos terrestres mostrando longitude e latitude; o texto relaciona longitude com meridianos e fuso (horário), e latitude com paralelos e estações do ano.

A última folha da apostila traz cinco exercícios ilustrados para que os alunos resolvam sem orientação e individualmente. De posse da resolução dos exercícios avaliamos a aula dada.

Antes de aplicarmos o trabalho para uma turma de Ensino Médio, o professor Salvador Tavares achou conveniente apresentá-la primeiro para nossa própria turma. Isso foi feito no segundo semestre de 2003. Para melhor apresentação e participação de todos os componentes do grupo dividimos o trabalho em partes que seriam apresentadas pelos elementos do grupo individualmente.

Josimar abriu a aula conceituando esfera, apresentou uma atividade prática, e falou sobre os elementos da esfera fazendo um paralelo com o globo terrestre. Em seguida Juan falou sobre volume da esfera e da cunha usando uma atividade prática com o cone oco e a semi-esfera. Alfredo continuou a aula falando sobre área da superfície e do fuso esférico utilizando pirâmides de diversos tamanhos para auxilia-lo na explicação teórica. Filipe fechou a apresentação associando esfera com o globo terrestre (longitude e latitude).

A turma participou com perguntas pertinentes e resolvendo os exercícios propostos.

Pelas respostas dos exercícios percebeu-se que os alunos assimilaram bem os conceitos dados.

O Professor Orientador Salvador Tavares assistiu a apresentação e sugeriu algumas modificações na apostila e na abordagem de alguns temas.

Para a apresentação na turma de Ensino Médio tivemos que fazer uma adaptação tendo em vista que um dos componentes do grupo, Juan, transferiu-se para outra faculdade. Josimar desta vez falaria sobre conceito, elementos da esfera e associação entre globo terrestre, Filipe sobre volume e cunha esférica e Alfredo sobre área da superfície esférica e fuso esférico.

A aplicação do trabalho se deu no dia 30 de setembro de 2004, para vinte alunos de uma turma do 3º ano do Ensino Médio, no Colégio São Tarcísio, localizado no bairro do IPS em Campos. Na apresentação estavam presentes o Professor Orientador Salvador Tavares e a professora da turma Srª. Penha.

Para apoiar a apresentação da aula utilizamos os mesmos materiais usados na apresentação em nossa turma, usamos o quadro negro para desenhos e definições e distribuímos apostila para todos os alunos.

Josimar começou a apresentação aferindo os conhecimentos dos alunos, fazendo perguntas sobre o tema a ser dado. Pelas respostas observamos que os alunos não tinham visto esse conteúdo até então, o que confirmamos perguntando a professora.

Na apresentação de Josimar os alunos ficaram surpresos ao saberem que a Geografia importou elementos da esfera para o globo terrestre.

Filipe apresentou volume da esfera, após a realização da atividade prática com o cone e semi-esfera oca, ele pediu aos alunos para tentassem chegar à fórmula do volume da esfera, observamos que treze alunos conseguiram de imediato, os outros não conseguiram por dificuldades outras não relacionada com atividade dada. Mas, após o reforço de alguns outros conceitos matemático, também conseguiram.

Durante a apresentação de Alfredo sobre superfície esférica os alunos participaram respondendo corretamente todas as perguntas feitas. Após a realização da atividade prática foi pedido para que eles deduzissem a fórmula da área da superfície esférica em função do raio da esfera. Onze alunos conseguiram de imediato enquanto os outros não conseguiram pelos mesmos motivos anteriores.

Os alunos já tinham visto o conceito de longitude e latitude em Geografia. Mas se mostraram impressionados pela abordagem Matemática desses dois temas.

Pedimos os alunos para que respondessem os exercícios individualmente podendo consultar a apostila dada.

Devido ao grande interesse dos alunos na apresentação do tema "Associação da esfera com o globo terrestre", extrapolamos o horário planejado. Com isso a resolução dos exercícios ficou prejudicada pelo pouco tempo disponível.

Perguntamos aos alunos suas opiniões sobre a aula. Eles acharam uma aula diferente pois não estavam acostumados com atividades práticas, disseram que o método adotado facilitou o entendimento do tema. Falaram que entenderam a influência da longitude e latitude nos fusos horários e estações do ano, respectivamente, além da localização do homem sobre a terra.

Corrigimos os exercícios respondidos pelos alunos; apenas dois tiraram nota menor que cinco, quatorze alunos tiraram notas iguais ou maior que oito (vide anexo).

O grupo e o Professor Salvador, gostaram do resultado e achou que os objetivos foram alcançados.

Fomos incentivados pelo Professor Salvador a inscrever esse trabalho para apresentação em uma oficina na Primeira Semana de Matemática do CEFET-Campos. Nosso trabalho foi aceito, e apresentamos no dia 23 de outubro de 2004 para um público formado por alunos de ensino médio e universitário além de professores de Matemática. Nessa apresentação além dos materiais usado nas outras apresentações, usamos o computador para apresentar a "Associação entre a esfera e o globo terrestre" com matérias pesquisadas na internet. Os participantes se manifestaram aprovando a aula e os professores mostraram interesse em aplicá-lo em suas turmas.

# CONCLUSÃO

Nós componentes do grupo, pensamos que esse trabalho foi de fundamental importância para nossa vida acadêmica. Aprendemos a melhor pesquisar, a trabalhar em grupo, a melhor utilizar os recursos de novas mídias. Vimos a importância que é colocar atividades práticas como apoio às aulas e como é importante contextualizar, pois assim trazemos os alunos para realidade do dia a dia.

Aprendemos também a dominar nossas emoções, medo e anseio proveniente do fato de darmos nossa primeira aula para alunos de uma classe regular. Percebemos que quanto melhor nos prepararmos melhor será nosso desempenho.

Ficamos convencidos que o trabalho teve o resultado esperado, pois os alunos mostraram-se motivados e responderam corretamente os questionamentos orais e os exercícios propostos. Ao ser convidado pelo professor Salvador a apresentar o trabalho na Semana de Matemática do CEFET percebemos o sucesso que foi todo o trabalho e motivados procuramos aprimora-lo ainda mais.

Agradecemos ao CEFET Campos por nós emprestar alguns materiais do Laboratório de Matemática e aceitar nosso trabalho para apresentação na Primeira Semana de Matemática, e principalmente ao professor orientador Salvador Tavares que nos deu todo suporte técnico e sugestões necessárias, além de motivar o grupo.

## BIBLIOGRAFIA:


BONGIOVANNI, VISSOTO, LAUREANO. *Matemática e Vida, 2º grau, volume 2.* SP,Ática,1993.

ADAS, Melhem. *Geografia 1 Noções Básicas de Geografia.* SP, Editora Moderna,1990.

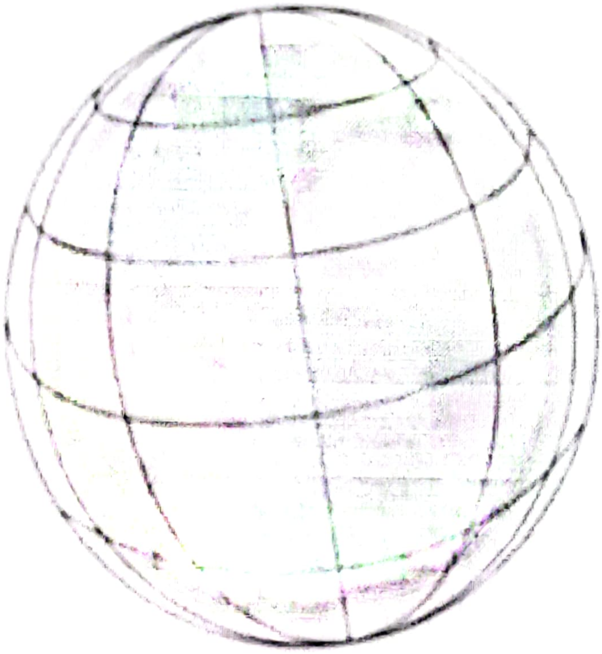
DOLCE, Osvaldo e POMPEO, José Nicolau. *Fundamentos de Matemática Elementar 10, Geometria Especial.* SP, Atual Editora,1993.

# ANEXOS

**APOSTILA UTILIZADA**

CEFET CAMPOS

# GEOMETRIA E GEOGRAFIA
# UM OLHAR DIFERENTE PARA O ENSINO-APRENDIZAGEM DA ESFERA




**ALFREDO DOS SANTOS ROCHA MAIA ***
**JOSIMAR SOARES ARÊAS ***
**LUÍS FILIPE SIMÕES PEREIRA ***

**ORIENTADOR: PROF. SALVADOR TAVARES**

** LICENCIANDOS EM MATEMÁTICA DO CEFET CAMPOS*

# ESFERA

**Conceito:**

Considerando uma reta s e um semicírculo com diâmetro contido em s, chama-se de esfera o conjunto dos pontos formado pela rotação completa do semicírculo em torno de s.

Dessa forma, todos os pontos da esfera distam do ponto médio do diâmetro (centro da esfera) contido em s uma medida igual ou menor a do raio do semicírculo, raio esse que será o raio da esfera.

**Atividade Prática:**

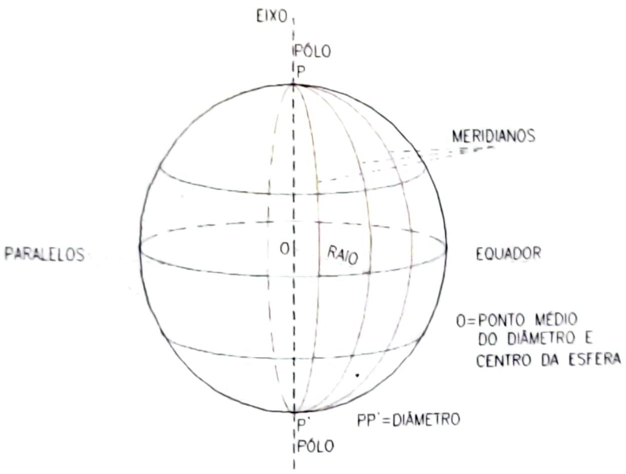
Pretendemos concretizar a definição acima com uma atividade onde usaremos:

- uma varinha de bambu
- um semicírculo de cartolina

**Descrição da Atividade:**

Colaremos o semicírculo à varinha de bambu pelo diâmetro do semicírculo. Depois giraremos a varinha de bambu mostrando a rotação do semicírculo em torno do seu próprio diâmetro.

**Elementos da Esfera:**





Repare a semelhança dos elementos e seus respectivos nomes no Globo Terrestre. Isso acontece porque, a Geografia importou termos da Matemática.

**Volume da Esfera:**

**Atividade Prática:**

Para tal usaremos:

- Um cone oco com raio da base e altura iguais a r.
- Uma semi-esfera plástica oca de raio r.
- Água

**Descrição da Atividade:**

Considerando a propriedade dos líquidos de tomarem a forma do recipiente que os contém, vamos encher o cone com água e passar essa água para a semi-esfera, repetindo essa operação até que a semi-esfera seja totalmente preenchida com água.

Qual a relação de volume que foi observada entre o cone e a semi-esfera?

Tendo respondido à pergunta acima, diga qual a relação de volume entre o cone e a esfera inteira.

Conhecendo o volume desse cone, deduza a fórmula do volume da esfera em função do seu raio.

$$V_{cone} = \frac{A_{base} \; h}{3}$$

**Cunha Esférica:**

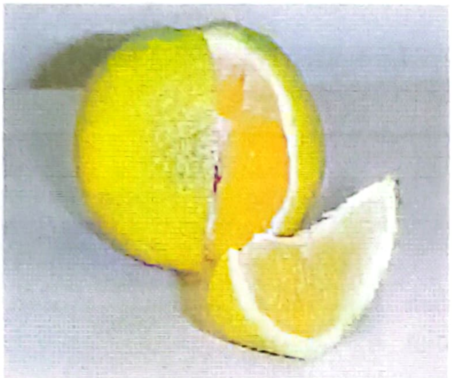


Foto: Josimar Soares Arêas

É o sólido obtido de uma rotação incompleta de um semicírculo em torno de um eixo que contém seu diâmetro.

Uma esfera pode ser considerada uma cunha de 2π ou 360° de rotação.

*Podemos imaginar uma laranja como uma esfera, e seus gomos como cunhas dessa esfera.*

**Volume da Cunha:**

Sendo α o ângulo formado entre os dois semicírculos que formam a cunha esférica de raio “r”, vem:

Para α em graus:

$$\frac{4\pi R^3}{3} \;\_\_\_\_\; 360^0$$

$$V_{cunha} \;\_\_\_\_\; \alpha^0$$

$$V_{cunha} = \frac{\pi R^3 \alpha}{270}$$

Para α em radiano:

$$\frac{4\pi R^3}{3} \;\_\_\_\_\; 2\pi$$

$$V_{cunha} \;\_\_\_\_\; \alpha \text{ rad}$$

$$V_{cunha} = \frac{2R^3\alpha}{3} \text{ rad}$$

**Área da Superfície Esférica:**

**Atividade Prática:**

Material: uma semi-esfera de plástico oca e algumas pirâmides regulares de cartolina, de arestas iguais ao raio da semi-esfera e com as áreas de suas bases diferentes.

**Descrição da Atividade:**

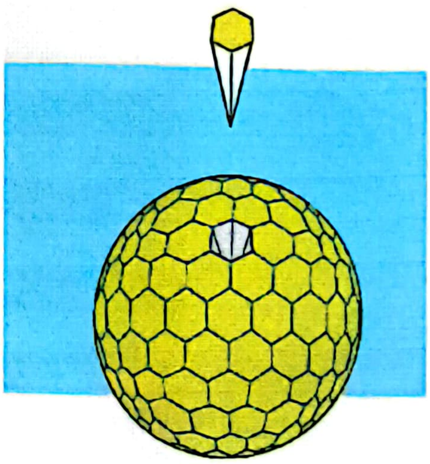
Vamos encostar os vértices da base de uma pirâmide em alguns pontos da semi-esfera por dentro, e observar a diferença de medidas entre o raio da semi-esfera e a altura da pirâmide. Depois repetiremos o procedimento com uma pirâmide de base menor.

O que você acha que acontecerá com as alturas dessas pirâmides quando as áreas de suas bases vão se reduzindo?

Agora imagine várias pirâmides daquelas com vértices no centro de uma esfera e com bases muito pequenas. Com as bases dessas pirâmides diminuindo mais ainda e acrescentando mais pirâmides nos espaços vazios, o que você acha que acontecerá com a soma dos volumes das pirâmides? E a soma das áreas das bases dessas pirâmides?

Sabendo que a soma dos volumes dessas pirâmides é:

$\sum Vp = \frac{h}{3}Ab_1 + \frac{h}{3}Ab_2 + \frac{h}{3}Ab_3 + \ldots$, colocando $\frac{h}{3}$ em evidência, vem: $\sum Vp = \frac{h}{3}(Ab_1 + Ab_2 + Ab_3 + \ldots)$.



Com base nas respostas das perguntas anteriores, deduza a fórmula da área da superfície esférica em função do raio da esfera.

**Fuso Esférico:**

É a superficie obtida de uma rotação incompleta de uma semicircunferência em torno de um eixo que contém o seu diâmetro.

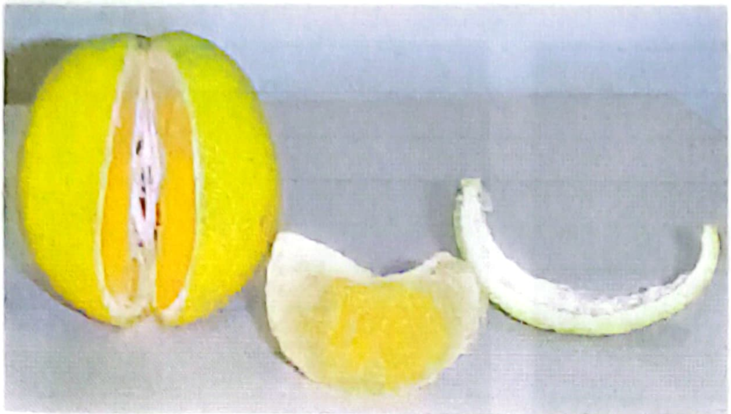


Foto: Josimar Soares Arêas

*Podemos comparar um fuso esférico com a casca de um gomo de uma laranja.*

**Área do Fuso:**

Sendo α o ângulo formado entre os dois semi-planos que formam o fuso esférico, vem:

Para α em graus:

$4\pi R^2$ ____ $360^0$

$A_f$ ____ $\alpha^0$

$$A_f = \frac{\pi R^2 \alpha}{90}$$

Para α em radiano:

$4\pi R^2$ ____ $2\pi$

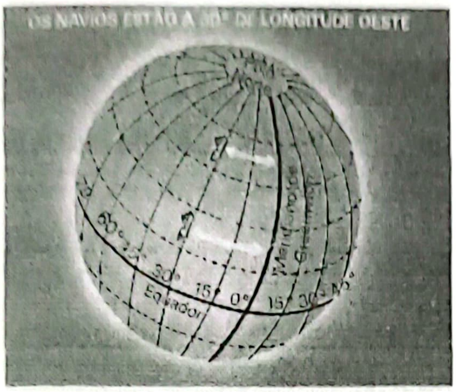
$A_f$ ____ α rad

$$A_f = 2R^2\alpha \text{ rad}$$

## Associação entre a Esfera e o Globo Terrestre

**Longitude:**

O ângulo que define a medida do fuso que tem como um de seus limites o meridiano de Greenwich é a longitude de qualquer ponto situado sobre o outro meridiano limite desse fuso.



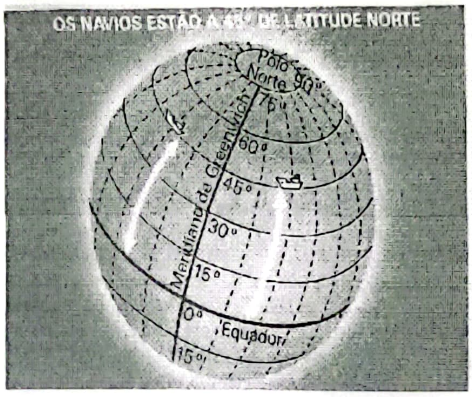


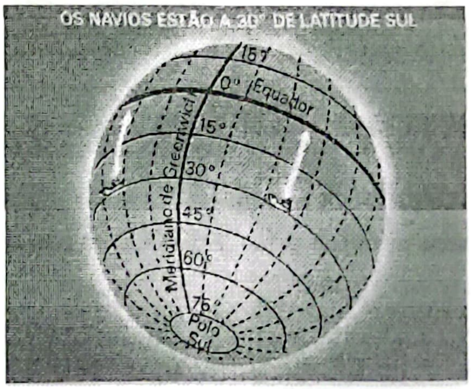
*(A longitude de um ponto qualquer na superfície da terra pode variar de 0° a 180° a leste ou a oeste do meridiano de Greenwich)*

Sabemos que a Terra leva 24h (1 dia) para dar uma volta completa (360°) em torno de seu eixo. Dessa forma o Globo Terrestre foi dividido em 24 fusos horários. Calcule a medida do ângulo de cada fuso horário

**Latitude:**

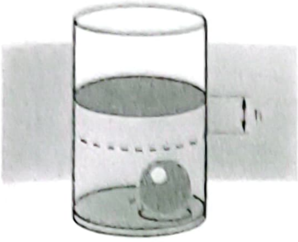
Considerando um ponto "A" qualquer na superfície da Terra, um ponto B sobre a linha do Equador, sendo A e B localizados num mesmo meridiano, e um ponto O no centro da terra, chama-se latitude do ponto A o ângulo AÔB.



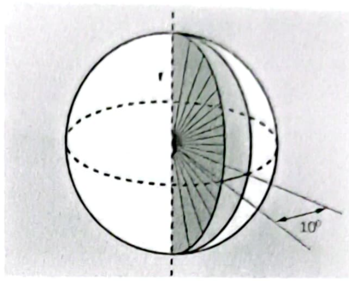

*(A latitude de um ponto qualquer sobre a superfície da terra pode variar de 0° a 90° a norte ou a sul da linha do equador)*

# EXERCÍCIOS



1 - Num recipiente de forma cilíndrica, com 4 cm de raio da base, há água até uma certa altura. Calcule a elevação do nível da água quando mergulhamos ali uma esfera de aço com 2cm de diâmetro:

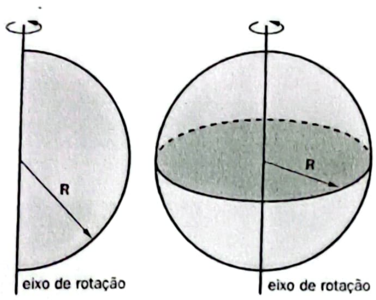
2 – O raio de uma esfera é de 60cm. Dessa esfera, retira-se uma cunha de 10°, como mostra a figura:




Calcule:

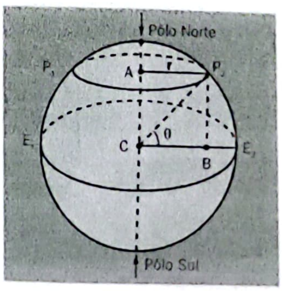
a) a área do fuso esférico (a parte esférica da cunha);
b) o volume da cunha esférica;
c) a área superficial da cunha.

3 – Considere uma laranja como uma esfera com 6cm de raio. Se a dividirmos em doze gomos (cunhas esféricas) praticamente iguais, qual será o volume de cada gomo?




4 – Podemos imaginar a formação de uma esfera a partir de um semicírculo rodando em volta de seu diâmetro (eixo de rotação). Por esse motivo, a esfera é um sólido de revolução. Calcule a área superficial e o volume de uma esfera gerada por um semicírculo que tem 157 cm² de área.

5 – Considerando a Terra como uma esfera com raio de 6.370 km, achar o que se pede:

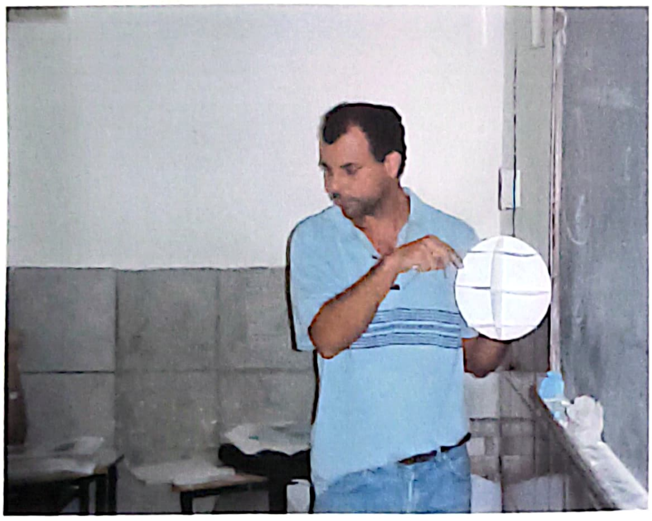



a) O comprimento do equador.
b) O comprimento de um meridiano
c) O comprimento do paralelo que passa por P1 e P2, sendo $\theta$=60°

# FOTOS DA AULA

# AULA NO COLÉGIO SÃO TARCÍSIO

# AULA NO COLÉGIO SÃO TARCÍSIO



# EXERCÍCIOS CORRIGIDOS

VITOR

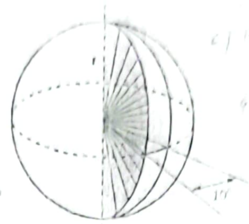
## EXERCÍCIOS

1 – Num recipiente de forma cilíndrica, com 4 cm de raio da base, há água até uma certa altura. Calcule a elevação do nível da água quando mergulhamos ali uma esfera de aço com 2cm de diâmetro:

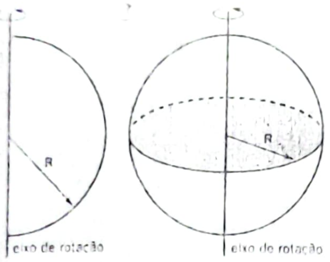
2 – O raio de uma esfera é de 60cm. Dessa esfera, retira-se uma cunha de 10°, como mostra a figura:

Calcule:

a) a área do fuso esférico (a parte esférica da cunha);
b) o volume da cunha esférica;
c) a área superficial da cunha.



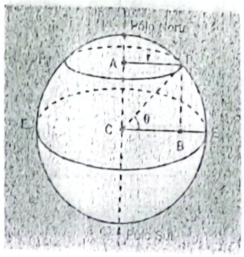
3 – Considere uma laranja como uma esfera com 6cm de raio. Se a dividirmos em doze gomos (cunhas esféricas) praticamente iguais, qual será o volume de cada gomo?



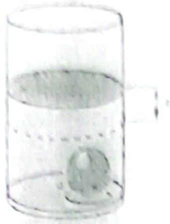

4 – Podemos imaginar a formação de uma esfera a partir de um semicírculo rodando em volta de seu diâmetro (eixo de rotação). Por esse motivo, a esfera é um sólido de revolução. Calcule a área superficial e o volume de uma esfera gerada por um semicírculo que tem 157 cm² de área.

5 – Considerando a Terra como uma esfera com raio de 6.370 km, achar o que se pede:

a) O comprimento do equador.
b) O comprimento de um meridiano
c) O comprimento do paralelo que passa por P1 e P2, sendo $\theta = 60°$



## EXERCÍCIOS

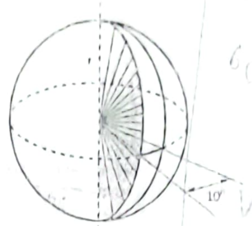


1 - Num recipiente de forma cilíndrica, com 4 cm de raio da base, há água até uma certa altura. Calcule a elevação do nível da água quando mergulhamos ali uma esfera de aço com 2cm de diâmetro:

2 – O raio de uma esfera é de 60cm. Dessa esfera, retira-se uma cunha de 10°, como mostra a figura:

Calcule:

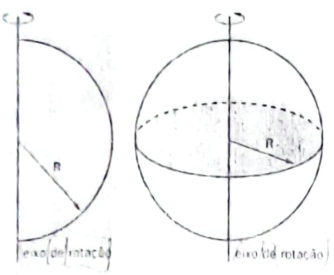
a) a área do fuso esférico (a parte esférica da cunha);
b) o volume da cunha esférica;
c) a área superficial da cunha.




a/ $Af = \frac{\pi r^2 \alpha}{90}$ $Af = \frac{3600\pi}{90}$

$Af = \frac{60^2 \cdot 4 \cdot 10}{90°}$ $Af = 400\pi$ $Af = 400 \cdot 3,14$

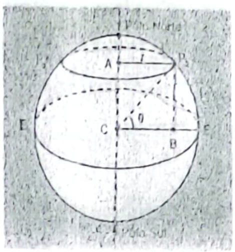
3 – Considere uma laranja como uma esfera com 6cm de raio. Se a dividirmos em doze gomos (cunhas esféricas) praticamente iguais, qual será o volume de cada gomo?




4 – Podemos imaginar a formação de uma esfera a partir de um semicírculo rodando em volta de seu diâmetro (eixo de rotação). Por esse motivo, a esfera é um sólido de revolução. Calcule a área superficial e o volume de uma esfera gerada por um semicírculo que tem 157 cm² de área.

5 – Considerando a Terra como uma esfera com raio de 6.370 km, achar o que se pede:

a) O comprimento do equador.
b) O comprimento de um meridiano
c) O comprimento do paralelo que passa por P1 e P2, sendo $\theta = 60°$



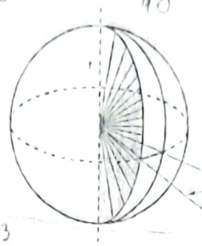
EXERCÍCIOS

1 - Num recipiente de forma cilíndrica, com 4 cm de raio da base, há água até uma certa altura. Calcule a elevação do nível da água quando mergulhamos ali uma esfera de aço com 2cm de diâmetro:

2 – O raio de uma esfera é de 60cm. Dessa esfera, retira-se uma cunha de 10°, como mostra a figura:

Calcule:

a) a área do fuso esférico (a parte esférica da cunha);
b) o volume da cunha esférica;
c) a área superficial da cunha.

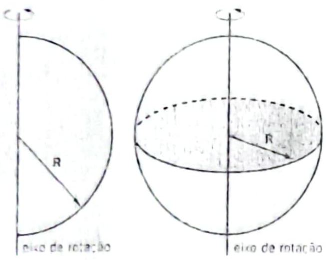



a) $A_f = \frac{\pi R^2 \alpha}{90}$

3 – Considere uma laranja como uma esfera com 6cm de raio. Se a dividirmos em doze gomos (cunhas esféricas) praticamente iguais, qual será o volume de cada gomo?

$V_c = \frac{\pi R^3 \alpha}{270}$

$V_c = 24\pi cm^3$




4 – Podemos imaginar a formação de uma esfera a partir de um semicírculo rodando em volta de seu diâmetro (eixo de rotação). Por esse motivo, a esfera é um sólido de revolução. Calcule a área superficial e o volume de uma esfera gerada por um semicírculo que tem 157 cm² de área.

$A_{sc} = \frac{\pi r^2}{2}$

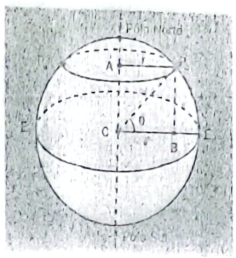
$V_E = \frac{4\pi r^3}{3}$

$r^2 = 100$

$r = 10$

5 – Considerando a Terra como uma esfera com raio de 6.370 km, achar o que se pede:

a) O comprimento do equador.
b) O comprimento de um meridiano
c) O comprimento do paralelo que passa por P1 e P2, sendo $\theta = 60°$



EXERCÍCIOS

1 – Num recipiente de forma cilíndrica, com 4 cm de raio da base, há água até uma certa altura. Calcule a elevação do nível da água quando mergulhamos ali uma esfera de aço com 2cm de diâmetro.

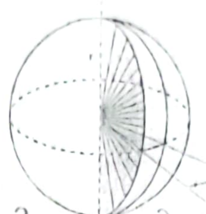
$V_R = 4^2 \cdot \pi \cdot h = 16\pi h$

$V_{R+E} = 16\pi h + \frac{4}{3}\pi 1^3 = \frac{48\pi h + 4}{3}$

2 – O raio de uma esfera é de 60cm. Dessa esfera, retira-se uma cunha de 10°, como mostra a figura:

Calcule:

a) a área do fuso esférico (a parte esférica da cunha);
b) o volume da cunha esférica;
c) a área superficial da cunha.

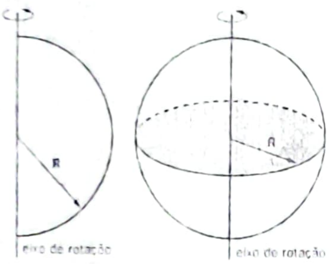


a) $4\pi r^2$ — 360°; $A_F$ — 10°

$360 A_F = 40\pi r^2$

$A_F = \frac{40\pi r^2}{360} = \frac{\pi r^2}{9} = \frac{\pi \cdot 60^2}{9} = \frac{\pi \cdot 3600}{9} = 400\pi$

3 – Considere uma laranja como uma esfera com 6cm de raio. Se a dividirmos em doze gomos (cunhas esféricas) praticamente iguais, qual será o volume de cada gomo?



4 – Podemos imaginar a formação de uma esfera a partir de um semicírculo rodando em volta de seu diâmetro (eixo de rotação). Por esse motivo, a esfera é um sólido de revolução. Calcule a área superficial e o volume de uma esfera gerada por um semicírculo que tem 157 cm² de área.

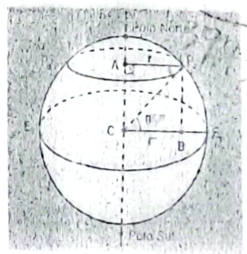
$\frac{\pi r^2}{2} = \frac{157}{1}$

$\pi r^2 = 314$

$r^2 = \frac{314}{\pi} = \frac{314}{3,14} = 100$

$\sqrt{100} = 10\ cm$

5 – Considerando a Terra como uma esfera com raio de 6.370 km, achar o que se pede:



a) O comprimento do equador.
b) O comprimento de um meridiano
c) O comprimento do paralelo que passa por P1 e P2, sendo $\theta = 60°$

c) $A_F + A_C$

$400\pi + \pi r^2$

$400\pi + \pi 60^2$

$400\pi + 3600\pi$

2b) $\frac{4\pi r^3}{3}$ — 360°; $V_{cunha}$ — 10°

$360 V_{cunha} = \frac{40\pi r^3}{3}$

$V_{cunha} = \frac{\frac{40\pi r^3}{3}}{360}$

$\frac{40\pi r^3}{3} \cdot \frac{1}{360} = \frac{\pi r^3}{270} = \frac{\pi \cdot 60^3}{270} = \frac{\pi \cdot 216000}{270}$

Cinthia Batista do nascimento

EXERCICIOS

1 - Num recipiente de forma cilíndrica, com 4 cm de raio da base, há água até uma certa altura. Calcule a elevação do nível da água quando mergulhamos ali uma esfera de aço com 2cm de diâmetro:

$V = A_b \cdot h$ $\quad V = \frac{4\pi r^3}{3}$ $\quad \frac{4\pi}{3} = 16\pi h$

$V = 16\pi \cdot h$ $\quad V = \frac{4\pi}{3}$ $\quad = \frac{4}{48} h$

2 – O raio de uma esfera é de 60cm. Dessa esfera, retira-se uma cunha de 10°, como mostra a figura:

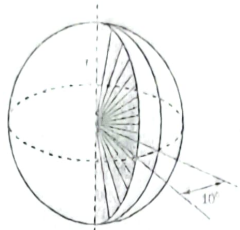
$4\pi r^2$ $\quad \pi = 3600\pi + 400\pi$

$\pi = 60^2$ $\quad \pi = 4000\pi cm^2$

$\pi = 3600$

Calcule:

a) a área do fuso esférico (a parte esférica da cunha);
b) o volume da cunha esférica;
c) a área superficial da cunha.



$V = \frac{\pi r^3 10°}{270°}$

$\frac{60^3 10\pi}{270°} = \frac{216000}{270°}$

$V_C = 8000\pi$

$V_C = 8000 \cdot 3{,}14$

$V_C = 25120 cm^2$

$V = 75{,}40 cm^2$

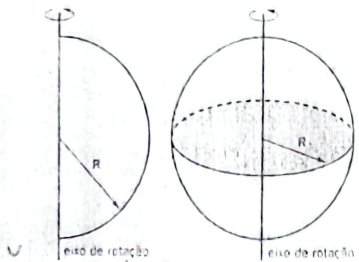
$\alpha = A_f = \frac{\pi r^2}{90}$ $\quad A_f = \frac{36000\pi}{90°}$

$A_f = \frac{60^2 \pi 10}{90°}$ $\quad A_f = 400\pi$

$A_f = 400 \cdot 3{,}14 = 1256 cm^2$

3 – Considere uma laranja como uma esfera com 6cm de raio. Se a dividirmos em doze gomos (cunhas esféricas) praticamente iguais, qual será o volume de cada gomo?

$V = \frac{\pi \cdot r^3}{270°} = V = \frac{\pi \cdot 6^3 \cdot 30}{270°} = V = \frac{\pi \cdot 216 \cdot 30}{270°} = V = \frac{\pi \cdot 6480}{270}$



4 – Podemos imaginar a formação de uma esfera a partir de um semicírculo rodando em volta de seu diâmetro (eixo de rotação). Por esse motivo, a esfera é um sólido de revolução. Calcule a área superficial e o volume de uma esfera gerada por um semicírculo que tem 157 cm² de área.

$A_{ES} = 4\pi r^2$ $\quad A = \frac{\pi r^2}{2}$

$A_{ES} = 4 \cdot 3{,}14 \cdot 100$ $\quad \frac{157}{2} \times \frac{\pi r^2}{2}$

$A_{ES} = 314 \cdot 14$ $\quad \pi r^2 = 314$

$A_{ES} = 4496$ $\quad r^2 = \frac{314}{3{,}14}$

$r^2 = 100$

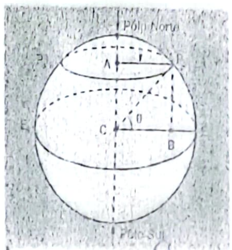
$r = 10$

$A = \frac{4\pi r^3}{3} = \frac{4 \cdot 3{,}14 \cdot 100}{3}$

$= 75{,}40 m^3$

5 – Considerando a Terra como uma esfera com raio de 6.370 km, achar o que se pede:

a) O comprimento do equador.
b) O comprimento de um meridiano
c) O comprimento do paralelo que passa por P1 e P2, sendo $\theta = 60°$



a) $C = 2\pi r$

$C = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 6370$

$C = 40.0036 km$

b) $C = 40\,0036 km$

c) $\cos 60° = \frac{1}{6370}$

$C = 2 \cdot 3{,}14$

$\frac{1}{2} \times \frac{r}{6370}$

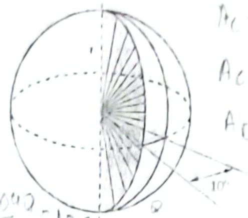
$r = 20001{,}8$

$r = 3185 km$

EXERCÍCIOS

1 - Num recipiente de forma cilíndrica, com 4 cm de raio da base, há água até uma certa altura. Calcule a elevação do nível da água quando mergulhamos ali uma esfera de aço com 2cm de diâmetro:

2 – O raio de uma esfera é de 60cm. Dessa esfera, retira-se uma cunha de 10°, como mostra a figura:



Calcule:

a) a área do fuso esférico (a parte esférica da cunha);
b) o volume da cunha esférica;
c) a área superficial da cunha.

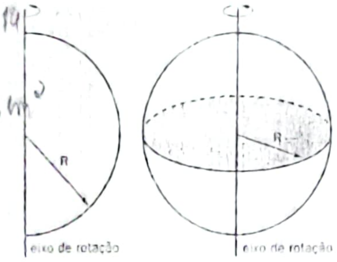
$A_{sc} = 12560\ cm^2$

3 – Considere uma laranja como uma esfera com 6cm de raio. Se a dividirmos em doze gomos (cunhas esféricas) praticamente iguais, qual será o volume de cada gomo?

$r = 6$

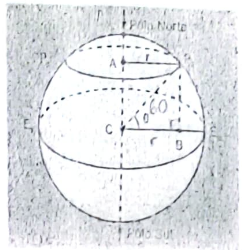
$360 : 12 = 30$

$V_c = \frac{6480\pi}{270} = 24\pi\ cm^3$




4 – Podemos imaginar a formação de uma esfera a partir de um semicírculo rodando em volta de seu diâmetro (eixo de rotação). Por esse motivo, a esfera é um sólido de revolução. Calcule a área superficial e o volume de uma esfera gerada por um semicírculo que tem 157 $cm^2$ de área.

5 – Considerando a Terra como uma esfera com raio de 6.370 km, achar o que se pede:




a) O comprimento do equador.
b) O comprimento de um meridiano
c) O comprimento do paralelo que passa por P1 e P2, sendo $\theta = 60°$

a) $C_e = 2\pi R$

$C_e = 2\cdot\pi\cdot 6.370$

$C_e = 12.74\pi$

$C_e = 40,0036$

b) $C_m = 40,0036$

$2r = 6370$

$r = 3185$

$C = 2\pi r$

$C = 2\cdot 3,14\cdot 6370$

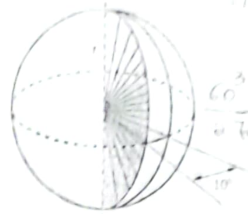
EXERCÍCIOS

1 – Num recipiente de forma cilíndrica, com 4 cm de raio da base, há água até uma certa altura. Calcule a elevação do nível da água quando mergulhamos ali uma esfera de aço com 2cm de diâmetro.

2 – O raio de uma esfera é de 60cm. Dessa esfera, retira-se uma cunha de 10°, como mostra a figura:

Calcule.

a) a área do fuso esférico (a parte esférica da cunha);
b) o volume da cunha esférica;
c) a área superficial da cunha.



$A_f = \frac{\pi r^2 \cdot \alpha}{90}$ $\quad A_f = \frac{36000\pi}{100}$

$A_f = \frac{60^2 \pi \, 10}{900}$ $\quad A_f = 360\pi$

$A_f = 1256 \text{ cm}^2$

$A_{sc} = 3600\pi + 3600\pi$

$A_{sc} = 1000\pi \text{ cm}^2$

$\frac{60^3 \cdot 10 \cdot \pi}{270°}$

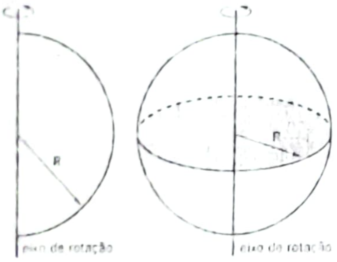
$V_c = 8000\pi$

$V_c = 25120 \text{ cm}^3$

3 – Considere uma laranja como uma esfera com 6cm de raio. Se a dividirmos em doze gomos (cunhas esféricas) praticamente iguais, qual será o volume de cada gomo?

$V = \frac{\pi \cdot r^3 \cdot \alpha}{270°} \Rightarrow V = \frac{\pi \cdot 6^3 \cdot 30}{270°} \Rightarrow V = \frac{\pi \cdot 216 \cdot 30}{270°} \Rightarrow V = \frac{\pi \, 6480}{270}$

$V = 75{,}36 \text{ cm}^3$




4 – Podemos imaginar a formação de uma esfera a partir de um semicírculo rodando em volta de seu diâmetro (eixo de rotação). Por esse motivo, a esfera é um sólido de revolução. Calcule a área superficial e o volume de uma esfera gerada por um semicírculo que tem 157 cm² de área.

$A_s = 4\pi r^2$ $\quad A = \frac{\pi r^2}{2}$

$A_{ES} = 4 \cdot 3{,}14 \cdot 100$ $\quad 157 = \frac{\pi r^2}{2}$

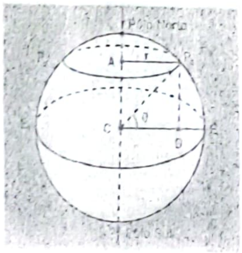
$A_{ES} = 314 \cdot 14$ $\quad \pi r^2 = 314$

$A_{ES} = 4496$ $\quad r^2 = \frac{314}{3{,}14}$ $\quad r^2 = 100$ $\quad r = 10$

$V = \frac{4\pi r^3}{3} = \frac{4 \cdot 3{,}14 \cdot 1000}{3}$

$V = 4186{,}6 \text{ cm}^3$

5 – Considerando a Terra como uma esfera com raio de 6.370 km, achar o que se pede:




a) O comprimento do equador.
b) O comprimento de um meridiano
c) O comprimento do paralelo que passa por P1 e P2, sendo $\theta = 60°$

$C = 2\pi r$

$2 \cdot 3{,}14 \cdot 6370$

$40.0036$ Km

$C_{M} = 40.0036$ Km

c) $\cos = \frac{\text{cat ady}}{\text{hip}}$

$\cos 60° = \frac{x}{6370}$

$\frac{1}{2} = \frac{x}{6370}$

$x = 3185$ Km

$C = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 3185$

$C = 20001{,}8$ Km

## EXERCÍCIOS

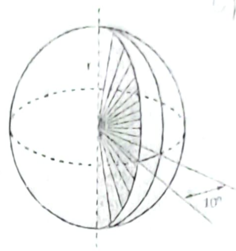
1 - Num recipiente de forma cilíndrica, com 4 cm de raio da base, há água até uma certa altura. Calcule a elevação do nível da água quando mergulhamos ali uma esfera de aço com 2cm de diâmetro:

$V_e = \frac{4\pi r^3}{3}$

2 – O raio de uma esfera é de 60cm. Dessa esfera, retira-se uma cunha de 10°, como mostra a figura:

r: 60cm

Calcule:




a) a área do fuso esférico (a parte esférica da cunha);
b) o volume da cunha esférica;
c) a área superficial da cunha.

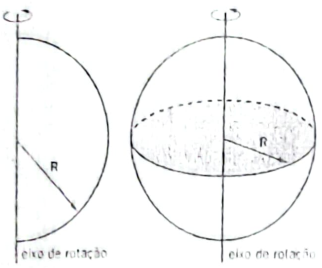
a) $A_f = \frac{\pi r^2 \alpha}{90°} \Rightarrow A_f = \frac{3,14 \cdot 3600 \cdot 10}{90} = \frac{113040}{90} = 1256 \text{ cm}^2$

b) $V_{cunha} = \frac{\pi R^3 \alpha}{270°} \Rightarrow \frac{3,14 \cdot 216000 \cdot 10}{270°} \Rightarrow \frac{6782400}{270} = 25120 \text{ cm}^3$

3 – Considere uma laranja como uma esfera com 6cm de raio. Se a dividirmos em doze gomos (cunhas esféricas) praticamente iguais, qual será o volume de cada gomo?

$\alpha = 30°$

$V_c = \frac{\pi r^3 \alpha}{270°} \Rightarrow V_c = \frac{\pi \cdot 6^3 \cdot 30°}{270°} \Rightarrow V_c = \frac{\pi \cdot 6480}{270} = 75,36 \cong 75,40 \text{ cm}^3$




4 – Podemos imaginar a formação de uma esfera a partir de um semicírculo rodando em volta de seu diâmetro (eixo de rotação). Por esse motivo, a esfera é um sólido de revolução. Calcule a área superficial e o volume de uma esfera gerada por um semicírculo que tem 157 cm² de área.

$157 = \frac{\pi r^2}{2}$

$\pi r^2 = 314$

$r^2 = \frac{314}{3,14} \Rightarrow r = 10$

$A_c = 4\pi r^2$

$A_c = 4 \cdot 3,14 \cdot 100$

$A_c = 1256 \text{ cm}^2$

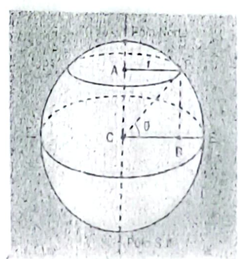
$V_c = \frac{4\pi r^3}{3}$

$V_c = \frac{4 \cdot 3,14 \cdot 1000}{3}$

$V_c = 4187 \text{ cm}^3$

5 – Considerando a Terra como uma esfera com raio de 6.370 km, achar o que se pede:

a) O comprimento do equador.
b) O comprimento de um meridiano
c) O comprimento do paralelo que passa por P1 e P2, sendo $\theta = 60°$



a) $C = 2\pi r$

$C = 2 \cdot 3,14 \cdot 6.370$

$C = 40003,6$ km

b) $C = 40.003,6$ km

c) $\cos 60° = \frac{r}{6370}$

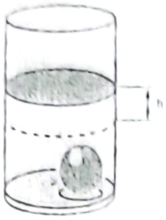
$\frac{1}{2} = \frac{r}{6370}$

$r = 3185$ km

$C = 20001,8$

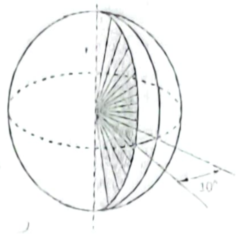
Cassiana Aparecida Duarte

EXERCÍCIOS



1 - Num recipiente de forma cilíndrica, com 4 cm de raio da base, há água até uma certa altura. Calcule a elevação do nível da água quando mergulhamos ali uma esfera de aço com 2cm de diâmetro:

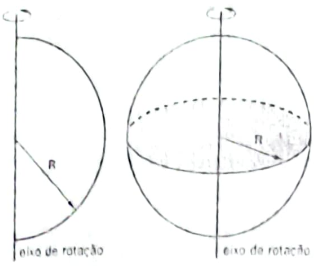
2 – O raio de uma esfera é de 60cm. Dessa esfera, retira-se uma cunha de 10°, como mostra a figura:




Calcule:

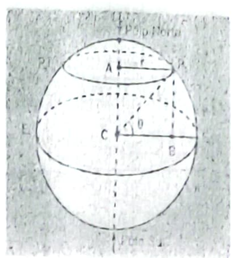
a) a área do fuso esférico (a parte esférica da cunha);
b) o volume da cunha esférica;
c) a área superficial da cunha.

3 – Considere uma laranja como uma esfera com 6cm de raio. Se a dividirmos em doze gomos (cunhas esféricas) praticamente iguais, qual será o volume de cada gomo?




4 – Podemos imaginar a formação de uma esfera a partir de um semicírculo rodando em volta de seu diâmetro (eixo de rotação). Por esse motivo, a esfera é um sólido de revolução. Calcule a área superficial e o volume de uma esfera gerada por um semicírculo que tem 157 cm² de área.

5 – Considerando a Terra como uma esfera com raio de 6.370 km, achar o que se pede:



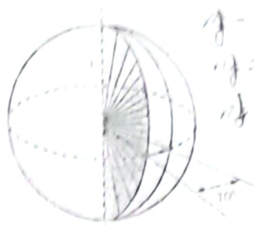

a) O comprimento do equador.
b) O comprimento de um meridiano
c) O comprimento do paralelo que passa por P1 e P2, sendo $\theta = 60°$

(a) C: 2.3,14.6370

EXERCÍCIOS

1 - Num recipiente de forma cilíndrica, com 4 cm de raio da base, há água até uma certa altura. Calcule a elevação do nível da água quando mergulhamos ali uma esfera de aço com 2cm de diâmetro:

2 – O raio de uma esfera é de 60cm. Dessa esfera, retira-se uma cunha de 10°, como mostra a figura:




Calcule:

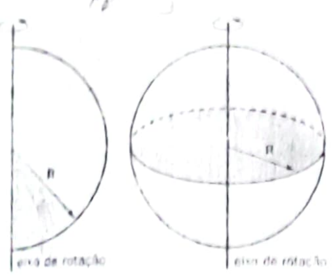
a) a área do fuso esférico (a parte esférica da cunha).
b) o volume da cunha esférica;
c) a área superficial da cunha.

$A_{fuso} = \frac{\pi r^2 \alpha}{90}$ $A_{fuso} = 1256$

$A_{fuso} = \frac{\pi \cdot 3600 \cdot 10}{90}$

$A_{fuso} = 400\pi$

3 – Considere uma laranja como uma esfera com 6cm de raio. Se a dividirmos em doze gomos (cunhas esféricas) praticamente iguais, qual será o volume de cada gomo?



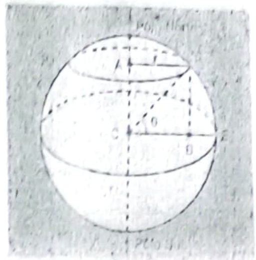

4 – Podemos imaginar a formação de uma esfera a partir de um semicírculo rodando em volta de seu diâmetro (eixo de rotação). Por esse motivo, a esfera é um sólido de revolução. Calcule a área superficial e o volume de uma esfera gerada por um semicírculo que tem 157 cm² de área.

$V_E = \frac{4\pi r^3}{3}$

$V_E = \frac{4 \cdot 3,14 \cdot 10^3}{3}$

$V_E = 4186,7 cm^3$

5 – Considerando a Terra como uma esfera com raio de 6.370 km, achar o que se pede:



a) O comprimento do equador.
b) O comprimento de um meridiano
c) O comprimento do paralelo que passa por P1 e P2, sendo $\theta$=60°

a) $C = 2\pi r$

$C = 2 \cdot 3,14 \cdot 6370$

$C = 6,28 \cdot 6370$

$C = 40003,6 km$

b) $C_m = 40003,6 km$

$\cos 60° = \frac{r}{6370}$

$\frac{1}{2} = \frac{r}{6370}$

$2r = 6370$

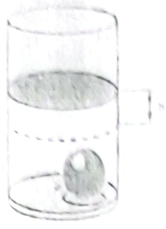
$r = \frac{6370}{2}$

$r = 3185$

$C_m = 2 \cdot 3,14 \cdot 3185$

$C_m = 20001,8 km$

EXERCÍCIOS

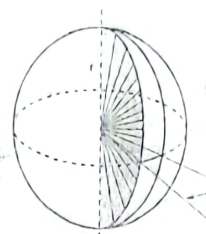


1 - Num recipiente de forma cilíndrica, com 4 cm de raio da base, há água até uma certa altura. Calcule a elevação do nível da água quando mergulhamos ali uma esfera de aço com 2cm de diâmetro:

2 – O raio de uma esfera é de 60cm. Dessa esfera, retira-se uma cunha de 10°, como mostra a figura:

Calcule:

a) a área do fuso esférico (a parte esférica da cunha);
b) o volume da cunha esférica;
c) a área superficial da cunha.

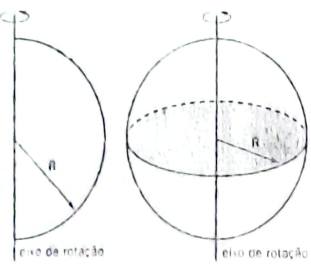


a) $\frac{\pi R^2 \alpha}{90}$ ... $400\pi$ 1256 cm²

b) $\frac{\pi R^3 \alpha}{270}$ ... $\frac{216000\pi}{270}$ ... 2512 cm³

3 – Considere uma laranja como uma esfera com 6cm de raio. Se a dividirmos em doze gomos (cunhas esféricas) praticamente iguais, qual será o volume de cada gomo?

$\frac{360}{12} = 30$  r = 6 cm  $V = \frac{\pi R^3 \alpha}{270} = \frac{\pi . 216 . 30}{270} = \frac{6480\pi}{270} = 24\pi$



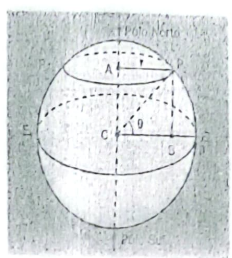

4 – Podemos imaginar a formação de uma esfera a partir de um semicírculo rodando em volta de seu diâmetro (eixo de rotação). Por esse motivo, a esfera é um sólido de revolução. Calcule a área superficial e o volume de uma esfera gerada por um semicírculo que tem 157 cm² de área.

$A_s = 4\pi R^2$  $157 = \frac{\pi R^2}{2}$  $V = \frac{4\pi R^3}{3}$

$314 = \pi R^2$  $V = \frac{4 . \pi . 1000}{3}$

$V = \frac{4000\pi}{3}$

5 – Considerando a Terra como uma esfera com raio de 6.370 km, achar o que se pede:




a) O comprimento do equador.
b) O comprimento de um meridiano
c) O comprimento do paralelo que passa por P1 e P2, sendo $\theta = 60°$

a) $2\pi R$

6,28 . R

6,28 . 6370

40003,6 km

C = 2 . 3,14 . 3185

C = 20001,8 km

## EXERCÍCIOS

1 - Num recipiente de forma cilíndrica, com 4 cm de raio da base, há água até uma certa altura. Calcule a elevação do nível da água quando mergulhamos ali uma esfera de aço com 2cm de diâmetro:

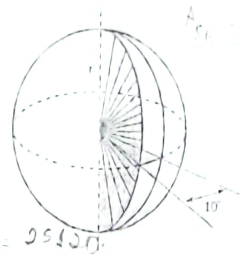
2 – O raio de uma esfera é de 60cm. Dessa esfera, retira-se uma cunha de 10°, como mostra a figura:

$A_{sc} = 400\pi + 3600\pi$

$A_{sc} = 4000\pi$

Calcule:

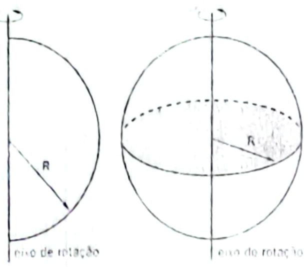
a) a área do fuso esférico (a parte esférica da cunha);
b) o volume da cunha esférica;
c) a área superficial da cunha.




a) $A_{fuso} = \frac{\pi r^2 \cdot \alpha}{90°}$ $A_f = \frac{\pi.(60)^2.10}{90°}$ $A_f = \frac{3600}{9}$ $A_f = 400\pi$

b) $V_c = 8000\pi$ $V_c = 8000.3,14$ $V_c = 25120$

3 – Considere uma laranja como uma esfera com 6cm de raio. Se a dividirmos em doze gomos (cunhas esféricas) praticamente iguais, qual será o volume de cada gomo?

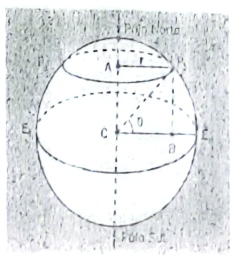



4 – Podemos imaginar a formação de uma esfera a partir de um semicírculo rodando em volta de seu diâmetro (eixo de rotação). Por esse motivo, a esfera é um sólido de revolução. Calcule a área superficial e o volume de uma esfera gerada por um semicírculo que tem 157 cm² de área.

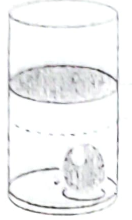
$A_s = 400\pi$ $V_e = 1333,3.3,14 = 4186,7$

5 – Considerando a Terra como uma esfera com raio de 6.370 km, achar o que se pede:

a) O comprimento do equador.
b) O comprimento de um meridiano
c) O comprimento do paralelo que passa por P1 e P2, sendo $\theta$=60°



EXERCÍCIOS

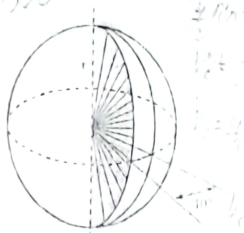


1 - Num recipiente de forma cilíndrica, com 4 cm de raio da base, há água até uma certa altura. Calcule a elevação do nível da água quando mergulhamos ali uma esfera de aço com 2cm de diâmetro:

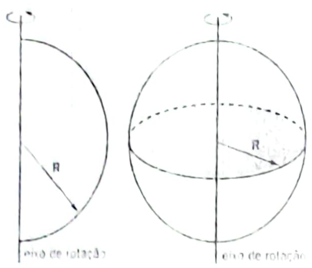
2 – O raio de uma esfera é de 60cm. Dessa esfera, retira-se uma cunha de 10°, como mostra a figura:

Calcule:

a) a área do fuso esférico (a parte esférica da cunha);
b) o volume da cunha esférica;
c) a área superficial da cunha.



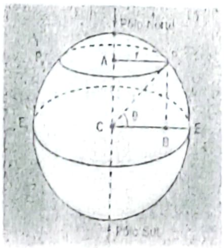
3 – Considere uma laranja como uma esfera com 6cm de raio. Se a dividirmos em doze gomos (cunhas esféricas) praticamente iguais, qual será o volume de cada gomo?




4 – Podemos imaginar a formação de uma esfera a partir de um semicírculo rodando em volta de seu diâmetro (eixo de rotação). Por esse motivo, a esfera é um sólido de revolução. Calcule a área superficial e o volume de uma esfera gerada por um semicírculo que tem 157 cm² de área.

5 – Considerando a Terra como uma esfera com raio de 6.370 km, achar o que se pede:

a) O comprimento do equador.
b) O comprimento de um meridiano
c) O comprimento do paralelo que passa por P1 e P2, sendo $\theta = 60°$



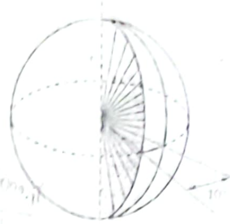
EXERCÍCIOS

1 - Num recipiente de forma cilíndrica, com 4 cm de raio da base, há água até uma certa altura. Calcule a elevação do nível da água quando mergulhamos ali uma esfera de aço com 2cm de diâmetro:

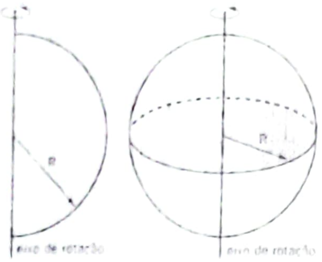
2 – O raio de uma esfera é de 60cm. Dessa esfera, retira-se uma cunha de 10°, como mostra a figura:

Calcule:

a) a área do fuso esférico (a parte esférica da cunha);
b) o volume da cunha esférica;
c) a área superficial da cunha.



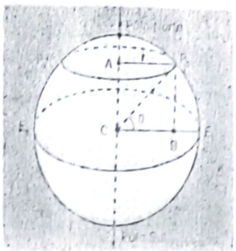
3 – Considere uma laranja como uma esfera com 6cm de raio. Se a dividirmos em doze gomos (cunhas esféricas) praticamente iguais, qual será o volume de cada gomo?




4 – Podemos imaginar a formação de uma esfera a partir de um semicírculo rodando em volta de seu diâmetro (eixo de rotação). Por esse motivo, a esfera é um sólido de revolução. Calcule a área superficial e o volume de uma esfera gerada por um semicírculo que tem 157 cm² de área.

5 – Considerando a Terra como uma esfera com raio de 6.370 km, achar o que se pede:

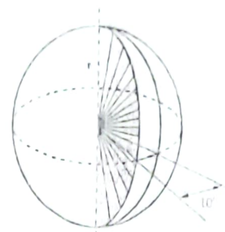
a) O comprimento do equador.
b) O comprimento de um meridiano
c) O comprimento do paralelo que passa por P1 e P2, sendo $\theta = 60°$



EXERCÍCIOS

1 - Num recipiente de forma cilíndrica, com 4 cm de raio da base, há água até uma certa altura. Calcule a elevação do nível da água quando mergulhamos ali uma esfera de aço com 2cm de diâmetro:

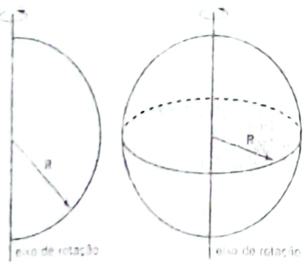
2 – O raio de uma esfera é de 60cm. Dessa esfera, retira-se uma cunha de 10°, como mostra a figura:




Calcule:

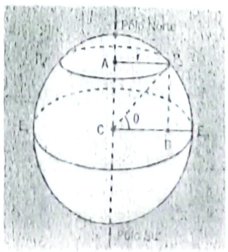
a) a área do fuso esférico (a parte esférica da cunha);
b) o volume da cunha esférica;
c) a área superficial da cunha.

3 – Considere uma laranja como uma esfera com 6cm de raio. Se a dividirmos em doze gomos (cunhas esféricas) praticamente iguais, qual será o volume de cada gomo?




4 – Podemos imaginar a formação de uma esfera a partir de um semicírculo rodando em volta de seu diâmetro (eixo de rotação). Por esse motivo, a esfera é um sólido de revolução. Calcule a área superficial e o volume de uma esfera gerada por um semicírculo que tem 157 cm² de área.

5 – Considerando a Terra como uma esfera com raio de 6.370 km, achar o que se pede:




a) O comprimento do equador.
b) O comprimento de um meridiano
c) O comprimento do paralelo que passa por P1 e P2, sendo $\theta = 60°$

a) $C = 2\pi r$

$C = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 6370$

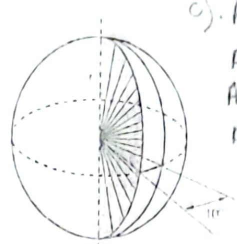
$C = 6{,}28 \cdot 6370$

$C = 40003{,}6\ km$

EXERCÍCIOS

1 - Num recipiente de forma cilíndrica, com 4 cm de raio da base, há água até uma certa altura. Calcule a elevação do nível da água quando mergulhamos ali uma esfera de aço com 2cm de diâmetro:

2 – O raio de uma esfera é de 60cm. Dessa esfera, retira-se uma cunha de 10°, como mostra a figura:



Calcule:

a) a área do fuso esférico (a parte esférica da cunha);
b) o volume da cunha esférica;
c) a área superficial da cunha.

$A_F = 400\pi$

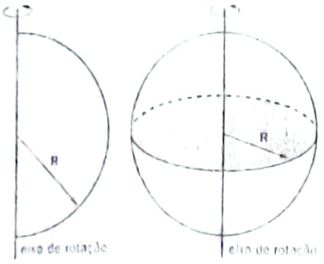
$A_F = 12.560$

$V = 8000 \cdot 3{,}14$

c). $A_S = A_c + A_F$

3 – Considere uma laranja como uma esfera com 6cm de raio. Se a dividirmos em doze gomos (cunhas esféricas) praticamente iguais, qual será o volume de cada gomo?

$V = 24\pi\ cm^3$




4 – Podemos imaginar a formação de uma esfera a partir de um semicírculo rodando em volta de seu diâmetro (eixo de rotação). Por esse motivo, a esfera é um sólido de revolução. Calcule a área superficial e o volume de uma esfera gerada por um semicírculo que tem 157 cm² de área.

$A = 4\pi R^2$

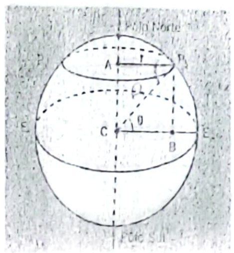
$A = 4\pi \cdot 10^2$

$A = 400\pi\ cm^2$

$V = \frac{4\pi R^3}{3}$

$V = \frac{4\pi \cdot 10^3}{3}$

5 – Considerando a Terra como uma esfera com raio de 6.370 km, achar o que se pede:




a) O comprimento do equador.
b) O comprimento de um meridiano
c) O comprimento do paralelo que passa por P1 e P2, sendo $\theta = 60°$

a). $C = 2\pi R$

c). $\cos = \frac{CA}{R}$

$\frac{1}{2} = \frac{x}{6370}$

$2x = 6370$

$x = 3185$

$C = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 3185$

EXERCÍCIOS

1 – Num recipiente de forma cilíndrica, com 4 cm de raio da base, há água até uma certa altura. Calcule a elevação do nível da água quando mergulhamos ali uma esfera de aço com 2cm de diâmetro:

$V_e = \frac{4\pi r^3}{3}$ $\quad V_c = \pi r^2 h$ $\quad \frac{4\pi}{3} = 16\pi h$

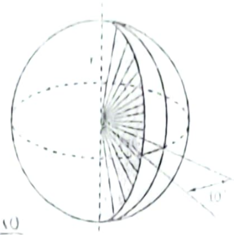
$V_e = \frac{4\pi 1^3}{3}$ $\quad V_c = \pi 4^2 h$ $\quad 48\pi h = 4\pi$

$V = \frac{4\pi}{3}$ $\quad V_c = 16\pi h$ $\quad h = \frac{4\pi}{48\pi}$ $\quad h = \frac{1}{12}$ cm

2 – O raio de uma esfera é de 60cm. Dessa esfera, retira-se uma cunha de 10°, como mostra a figura:

Calcule:

a) a área do fuso esférico (a parte esférica da cunha);
b) o volume da cunha esférica;
c) a área superficial da cunha.



a) $A_f = \frac{\pi r^2 \alpha}{90°}$ $\quad A_f = \frac{36000\pi}{90}$

$A_f = \frac{\pi 60^2 \cdot 10}{90}$ $\quad A_f = 400\pi \text{ cm}^2$

$A_f = \frac{\pi \cdot 3600 \cdot 10}{90}$

b) $V_{cunha} = \frac{\pi r^3 \alpha}{270}$

$V_{cunha} = \frac{\pi \cdot 60^3 \cdot 10}{270}$

$V_{cunha} = \frac{\pi \cdot 216000 \cdot 10}{270}$

$V_{cunha} = \frac{\pi \cdot 2160000}{270} = 8000\pi \text{ cm}^3$

c) $A_c = A_f + \pi r^2$

$A_c = 400\pi + \pi 60^2$

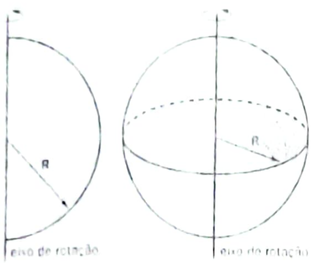
$A_c = 400\pi + 3600\pi$

$A_c = 4000\pi \text{ cm}^2$

3 – Considere uma laranja como uma esfera com 6cm de raio. Se a dividirmos em doze gomos (cunhas esféricas) praticamente iguais, qual será o volume de cada gomo?

$\alpha = \frac{360}{12} = 30$ $\quad V = \frac{\pi r^3 \alpha}{270}$ $\quad V = \frac{\pi \cdot 216 \cdot 30}{270}$

$r = 6$ cm $\quad V = \frac{\pi 6^3 \cdot 30}{270}$ $\quad V = \frac{6480\pi}{270} = 24\pi \text{ cm}^3$




4 – Podemos imaginar a formação de uma esfera a partir de um semicírculo rodando em volta de seu diâmetro (eixo de rotação). Por esse motivo, a esfera é um sólido de revolução. Calcule a área superficial e o volume de uma esfera gerada por um semicírculo que tem 157 cm² de área.

$A_s = 4\pi r^2$ $\quad V_e = \frac{4\pi r^3}{3}$ $\quad V_e = \frac{4000\pi}{3}$

$A_s = 4\pi 10^2$ $\quad V_e = \frac{4\pi 10^3}{3}$ $\quad V_e \cong 1333\pi \text{ cm}^3$

$A_s = 4\pi 100$ $\quad V_e = \frac{4\pi 1000}{3}$

$A_s = 400\pi \text{ cm}^2$

$A = \frac{\pi r^2}{2}$

$157 = \frac{\pi r^2}{2}$

$\pi r^2 = 314$

$r^2 = \frac{314}{\pi}$

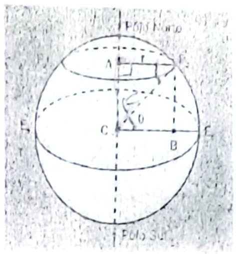
$r^2 = 100$

$r = \sqrt{100}$

$r = 10$ cm

5 – Considerando a Terra como uma esfera com raio de 6.370 km, achar o que se pede:

a) O comprimento do equador.
b) O comprimento de um meridiano
c) O comprimento do paralelo que passa por P1 e P2, sendo $\theta = 60°$




a) $C = 2\pi r$

$C = 2\pi \cdot 6370$

$C = 12740\pi$ km

b) $C = 2\pi r$

$C = 2\pi \cdot 6370$

$C = 12740\pi$ km

c) $\cos = \frac{CA}{h}$

$\frac{1}{2} = \frac{r}{6370}$

$2r = 6370$

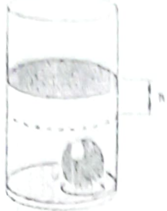
$r = 3185$ km

$C = 2\pi r$

$C = 2\pi \, 3185$

$C = 6370\pi$ km

EXERCÍCIOS

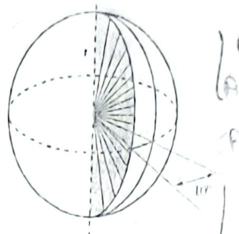


1 - Num recipiente de forma cilíndrica, com 4 cm de raio da base, há água até uma certa altura. Calcule a elevação do nível da água quando mergulhamos ali uma esfera de aço com 2cm de diâmetro:

$V_c = \pi r^2 h$

$V_c = 16\pi h$

2 – O raio de uma esfera é de 60cm. Dessa esfera, retira-se uma cunha de 10°, como mostra a figura:



Calcule:

a) a área do fuso esférico (a parte esférica da cunha);
b) o volume da cunha esférica;
c) a área superficial da cunha.

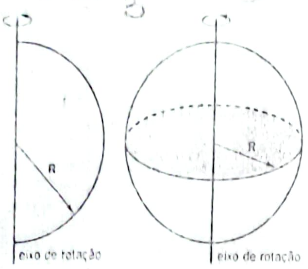
$\Rightarrow V_c = 8000\pi\ cm^3$

3 – Considere uma laranja como uma esfera com 6cm de raio. Se a dividirmos em doze gomos (cunhas esféricas) praticamente iguais, qual será o volume de cada gomo?

$V_E = \frac{4\pi r^3}{3}$

$V_E = 288\pi$

$\frac{288\pi}{12} = 24\pi\ cm^3$




4 – Podemos imaginar a formação de uma esfera a partir de um semicírculo rodando em volta de seu diâmetro (eixo de rotação). Por esse motivo, a esfera é um sólido de revolução. Calcule a área superficial e o volume de uma esfera gerada por um semicírculo que tem 157 cm² de área.

$A = \frac{\pi r^2}{2}$

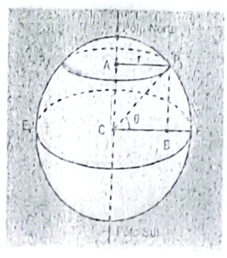
$157 = \frac{\pi r^2}{2}$

$A = 4\pi r^2$

$V = \frac{4\pi r^3}{3}$

$V = \frac{4\pi \cdot 1000}{3}$

5 – Considerando a Terra como uma esfera com raio de 6.370 km, achar o que se pede:




a) O comprimento do equador.
b) O comprimento de um meridiano
c) O comprimento do paralelo que passa por P1 e P2, sendo $\theta$=60°

$C_e = 2\pi r$

$C_e = 2\cdot 3{,}14\cdot 6.370$

$C_e = 40.0036\ km$

$C_m = 40.0036\ km$

c) $\cos 60 = \frac{r}{6370}$

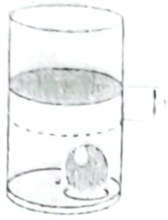
$\frac{1}{2} = \frac{r}{6370}$

$r = \frac{6370}{2}$

$r = 3185$

$C = 2\pi r$

EXERCÍCIOS



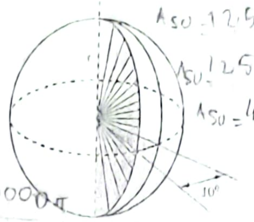
1 - Num recipiente de forma cilíndrica, com 4 cm de raio da base, há água até uma certa altura. Calcule a elevação do nível da água quando mergulhamos ali uma esfera de aço com 2cm de diâmetro:

$V_E = \frac{4\pi R^3}{3}$ $V_E = \frac{4\pi}{3}$ $V_C = \pi R^2 h$ $\frac{4\pi}{3} = 16\pi h$

$V_C = \frac{4\pi 1^3}{3}$ $V_C = \pi 4^2 h$ $4\pi = 48\pi h$

$V_C = 16\pi h$ $h = \frac{1}{12}$ cm

2 – O raio de uma esfera é de 60cm. Dessa esfera, retira-se uma cunha de 10°, como mostra a figura:




Calcule:

a) a área do fuso esférico (a parte esférica da cunha);
b) o volume da cunha esférica;
c) a área superficial da cunha.

a – $A_f = \frac{\pi R^2 \alpha}{90°}$ $A_f = \frac{3600\pi}{9}$ b – $\frac{\pi R^3 10°}{270°}$ c – $A_{SU} = A_f + \pi R^2$

$A_f = \frac{60^2 \pi 10}{90}$ $A_f = 400 \cdot 3{,}14$ $\frac{60^3 10\pi}{270°} = \frac{2160000\pi}{270°}$ $A_{SU} = 1256 + 60^2\pi$

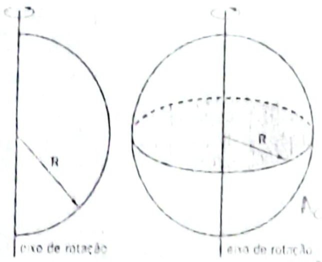
$A_f = 1256$ cm² $V_C = 8000 \cdot 3{,}14 = 25120$ cm³ $A_{SU} = 1256 + 3600\pi$

$A_{SU} = 4856\pi$ cm²

3 – Considere uma laranja como uma esfera com 6cm de raio. Se a dividirmos em doze gomos (cunhas esféricas) praticamente iguais, qual será o volume de cada gomo?

$360° : 12 = 30°$ $V_C = \frac{\pi R^3 \alpha}{270°}$ $V_C = \frac{\pi 6^3 30}{270°}$ $V_C = 24\pi$ cm³

$V_C = \frac{6480\pi}{270}$




4 – Podemos imaginar a formação de uma esfera a partir de um semicírculo rodando em volta de seu diâmetro (eixo de rotação). Por esse motivo, a esfera é um sólido de revolução. Calcule a área superficial e o volume de uma esfera gerada por um semicírculo que tem 157 cm² de área.

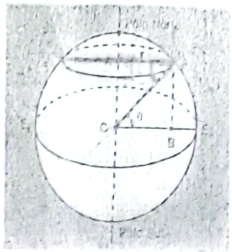
$\frac{\pi R^2}{2}$ $R^2 = \frac{314}{\pi}$ $A_S = 4\pi R^2$ $V_E = \frac{4\pi R^3}{3}$

$157 = \frac{\pi R^2}{2}$ $R^2 = 100$ $A_S = 4\pi 10^2$ $V_E = \frac{4\pi 10^3}{3}$

$\pi R^2 = 314$ $R = \sqrt{100}$ $A_S = 400\pi$ cm² $V_E = \frac{4000\pi}{3}$

$R = 10$ cm $V_E = 1333{,}3\pi$ cm³

5 – Considerando a Terra como uma esfera com raio de 6.370 km, achar o que se pede:



a) O comprimento do equador.
b) O comprimento de um meridiano
c) O comprimento do paralelo que passa por P1 e P2, sendo $\theta = 60°$

a – $C = 2\pi R$ b – $C_M = 40003{,}6$ km

$C = 2\pi 6370$

$C_E = 12740\pi$ km

$C_E = 40003{,}6$ km

$C = 2\pi R$

$C = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 3185$

$C = 20001{,}8$ km

$\frac{1}{2} = \frac{r}{6370}$

$2r = 6370$

$r = 3185$ km