Laboratório de Ensino

Teorema de Tales e Prisma

Autoras:
Luana Siqueira
Márcia Valéria Novarino
Priscila Nascimento
Professora: Vera Fazoli

CENTRO FEDERAL DE EDUCAÇÃO TECNOLÓGICA DE CAMPOS
CEFET CAMPOS
CURSO SUPERIOR DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

CAMPOS DOS GOYTACAZES – RJ
MAIO - 2004

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

Este trabalho faz parte do laboratório de Ensino e foi desenvolvido a partir do 1º período, 2003.1, até o 3º período, 2004.1.

Neste projeto, temos o objetivo de levar o aluno à melhor compreensão do Teorema de Tales e às áreas do Prisma.

Apresentaremos os teoremas utilizando uma forma prática para que o aluno seja capaz de construir significado para o conteúdo abordado. A seguir faremos a demonstração formal.

HISTÓRIA

Tales de Mileto é descrito em algumas lendas como homem de negócios, mercador de sal, defensor do celibato e estadista de visão, mas a verdade é que pouco se sabe sobre sua vida.

Viajando muito pelos centros antigos de conhecimentos deve ter obtido informações sobre Astronomia e Matemática aprendendo Geometria no Egito, sob o governo de Nabucodonosor. Calcula-se que tenha morrido com 78 anos de idade.

Tales é considerado o primeiro filósofo e o primeiro dos sete sábios, discípulo dos egípcios e caldeus, e recebe o título comumente de "primeiro matemático" verdadeiro, tentando organizar a geometria de forma dedutiva.

Acredita-se que durante sua viagem à Babilônia estudou o resultado que chega até nós como "Teorema de Tales" segundo o qual um feixe de retas paralelas determina em duas transversais segmentos proporcionais.

Parece provável que Tales conseguiu medir a altura de uma pirâmide do Egito observando o comprimento das sombras no momento em que a sombra de um bastão vertical é igual a sua altura.

Tales foi mestre de um grupo de seguidores de suas idéias, chamado "Escola Jániá" e foi o primeiro homem da história a quem se atribuem descobertas matemáticas específicas e, como disse Aristóteles; para Tales a questão primordial não era o que sabemos, mas como sabemos.

TEOREMA DE TALES

DESENVOLVIMENTO

Iniciando a aula falaremos sobre a história de Tales de Mileto; explicaremos o que são retas paralelas, retas transversais, chegando então, na parte prática, com a qual abordaremos razão e proporção, bem como segmentos proporcionais.

O feixe de retas paralelas é o conjunto de três ou mais retas paralelas entre si. A reta transversal é uma reta que corta um feixe de paralelas. Os segmentos proporcionais são segmentos em que sua medidas formam proporções, ou seja, têm as mesmas razões.

O teorema de Tales é enunciado da seguinte maneira: se um feixe de paralelas é cortado por duas retas transversais, então os segmentos determinados pelas paralelas sobre as transversais são proporcionais.

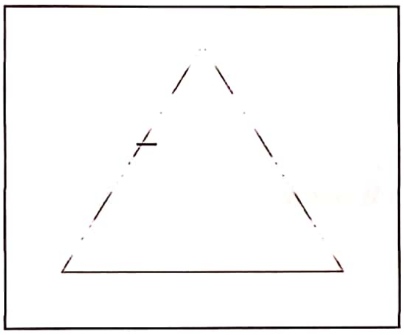
Logo em seguida, demonstraremos o teorema do feixe de paralelas e o teorema de Tales. Para concluirmos a aula, daremos aos alunos fichas de exercícios para avaliarmos o que foi aprendido.

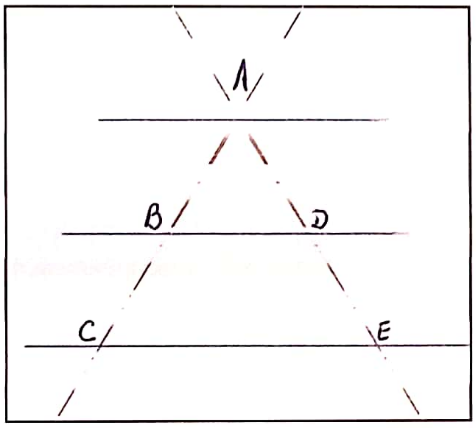
Parte Prática

O aluno irá traçar retas paralelas a partir de um triângulo dado em cartolina. Estas paralelas serão traçadas sobre um ponto já marcado no triângulo e o vértice do mesmo.

A partir disso, pediremos que prolongue os lados do triângulo possibilitando uma melhor visualização para a compreensão do Teorema de Tales.

Logo em seguida, o aluno medirá os segmentos AB, BC, AD e DE e verá a existência da proporcionalidade entre eles.

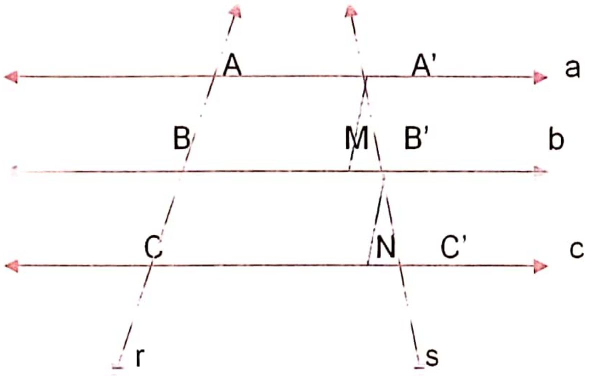




$$\frac{AB}{BC} = \frac{AD}{DE}$$

DEMONSTRAÇÃO

1- Um feixe de paralelas determina segmentos congruentes sobre uma transversal, então determinará segmentos congruentes sobre qualquer outra transversal.



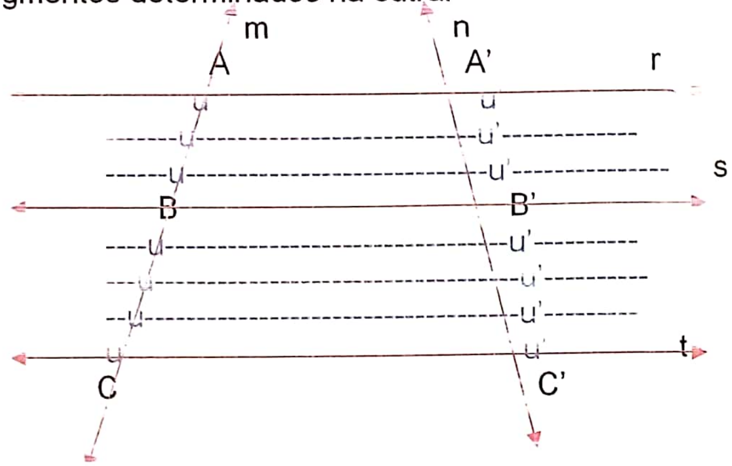
HIPOTESE : a // b // c; r e s transversais e $\overline{AB} \cong \overline{BC}$

TESE : $\overline{A'B'} \cong \overline{B'C'}$

- Tracemos $\overline{A'M}$ paralelo a $\overline{AB}$ e $\overline{B'N}$ paralelo a $\overline{BC}$.
- $\overline{A'M} \cong \overline{AB}$, pois são lados opostos do paralelogramo ABMA'.
- $\overline{B'N} \cong \overline{BC}$, pois são lados opostos do paralelogramo BCNB'.
- $\overline{A'M} \cong \overline{B'N}$, pois $\overline{AB} \cong \overline{BC}$.
- Os triângulos A'MB' e B'NC' são congruentes pelo caso L.A. Ao.

Podemos concluir que $\overline{A'B'}$ e $\overline{B'C'}$ são congruentes, pois são lados correspondentes de triângulos congruentes.

2- Quando três retas paralelas são cortadas por duas transversais, os segmentos determinados numa das retas transversais são proporcionais aos segmentos determinados na outra.



HIPÓTESE: r // s // t ; m e n são transversais

TESE : $\dfrac{AB}{BC} = \dfrac{A'B'}{B'C'}$

Suponha que $\overline{AB}$ e $\overline{BC}$ sejam segmentos comensuráveis e u uma unidade de medida.

Estabelecendo a razão $\dfrac{\overline{AB}}{\overline{BC}}$, temos:

$$\left.\dfrac{\overline{AB}}{\overline{BC}} = \dfrac{3u}{4u} = \dfrac{3}{4}\right\} \; 1$$

Estabelecendo a razão $\dfrac{\overline{A'B'}}{\overline{B'C'}}$, temos:

$$\left.\dfrac{\overline{A'B'}}{B'C'} = \dfrac{3u'}{4u'} = \dfrac{3}{4}\right\} \; 2$$

Comparando 1 e 2, temos:

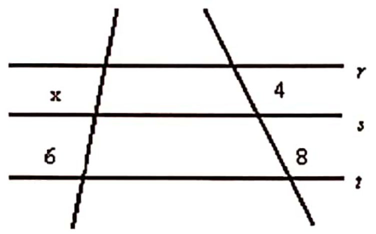
$$\dfrac{\overline{AB}}{\overline{BC}} = \dfrac{\overline{A'B'}}{\overline{B'C'}} \Longrightarrow$$ AB , BC, A'B', B'C' são proporcionais.

Licenciatura em Matemática – 3º período
Autoras Luana Siqueira, Márcia Valéria Novarino e Priscila Nascimento
Nome ________________________________

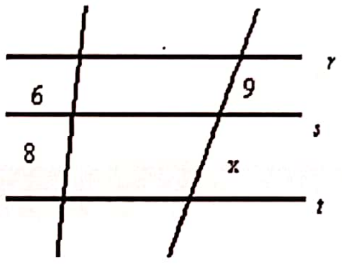
Exercícios

1- Determine o valor de x em cada caso abaixo, sendo *r, s e t* retas paralelas.

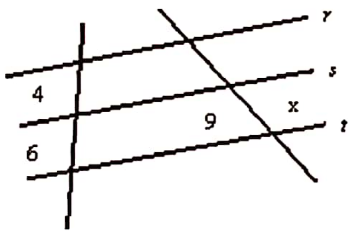
a)



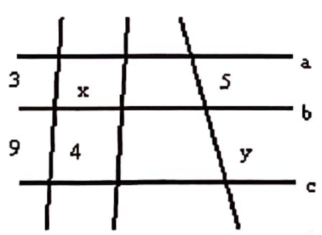
b)



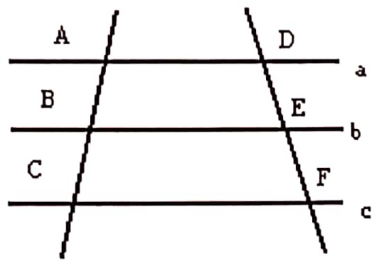
c)



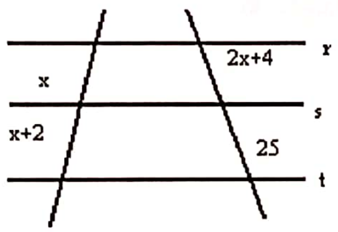
2- Na figura abaixo, determine os valores de **x** e **y**, sendo a // b // c.



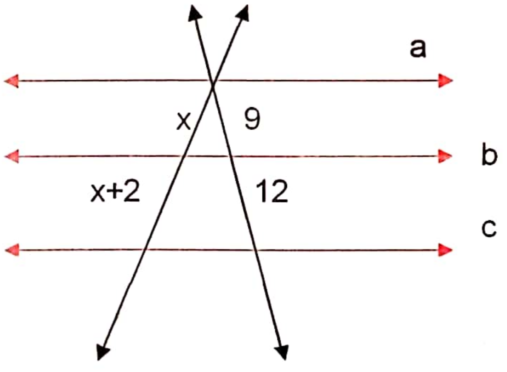
3- Na figura abaixo, a // b // c. Sabendo-se que AB = 14, AC = 42 e DE = 18, qual é a medida de DF?



4- Na figura seguinte, r // s// t. Nessas condições, determine o valor de **x**.



5- Calcule o valor de x, sabendo que a // b //c.



HISTÓRIA

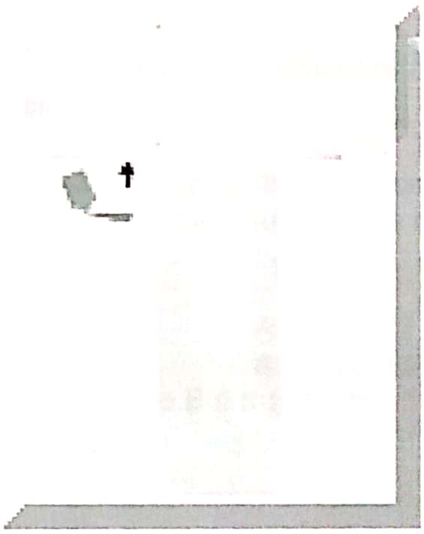
O que podemos construir com tijolos, além de casas?

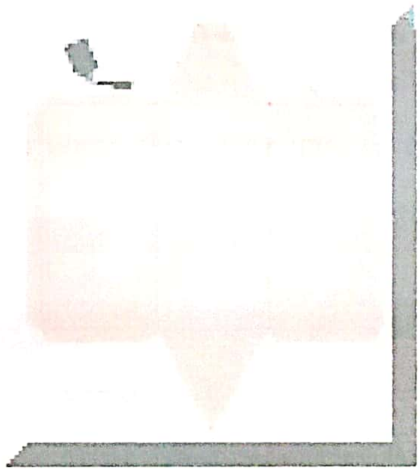
A Matemática é a ciência que estuda os movimentos quantitativos e das formas do Universo. Para os movimentos quantitativos se desenvolveu a linguagem numérica. Para as formas do Universo, criou-se a linguagem geométrica. A geometria surgiu quando o homem tentou lidar com as formas da natureza, buscando representá-las simbolicamente. Já a Geometria Espacial *começa quando o homem produz o tijolo (ou os blocos de pedra)* usados em construções. É quando ele descobre aspéctos da natureza que até aquele momento não tinha percebido, como o espaço e a sua grandeza, o volume. Foi na Grécia Antiga (do século V ao século II a.C.) que grandes pensadores, entre eles, Pitágoras (570 a.C.), iniciaram a grande sistematização e o desenvolvimento lógico da linguagem geométrica.

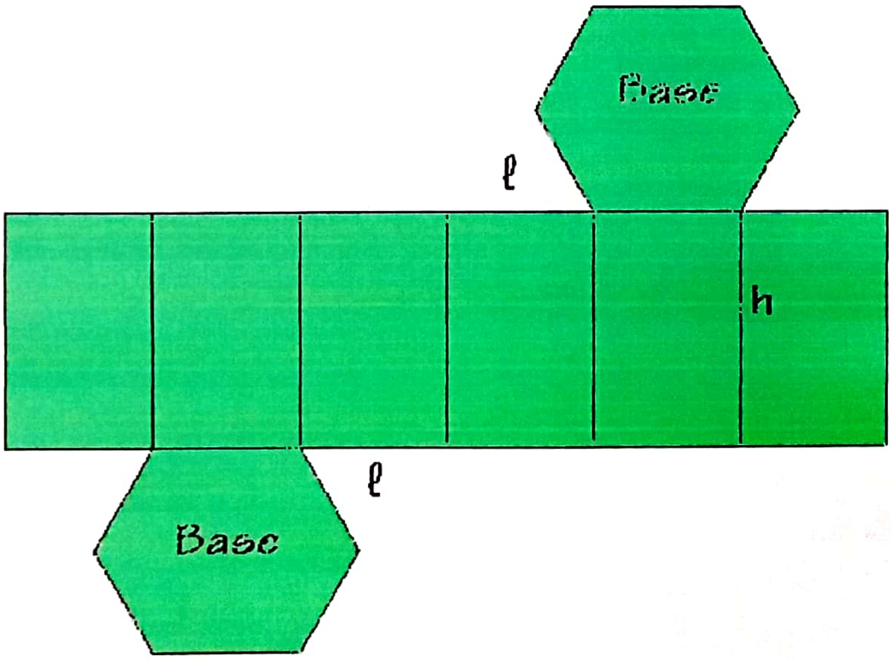
PARTE PRÁTICA

Levaremos folhas planificadas dos sólidos: prisma triangular, cubo e prisma hexagonal para que os alunos montem com a nossa ajuda.

Com os sólidos montados e os planificados, deduziremos com os alunos o teorema da área.







DEMONSTRAÇÃO

A área lateral (Al) de um prisma é a soma das áreas das faces laterais.

Seja um prisma de aresta lateral medindo a e l_1, l_2, ... l_n, as medidas dos lados de uma secção reta. Cada face lateral é um paralelogramo de base a e altura igual a um lado secção reta.

Assim,

$Al = al_1 + al_2 + ... + al_n = (l_1 + l_2 + ...+ l_n) \times a$

$Al = 2pa$

Em que 2p é a medida do perímetro da secção reta e a é a medida da aresta lateral.

A área total de um prisma é a soma das áreas das faces laterais (Al) com as áreas das bases (duas bases).

Assim,

$$At = Al + 2B$$

$$At = 2pa + 2B$$

Em que B é a área de uma base.

EXERCÍCIOS

1- A base de um prisma de 10cm de altura é um triângulo isósceles de 6cm de hipotenusa, calcule a área lateral.

2- Calcule a área total de um prisma hexagonal regular de 12m de aresta lateral e 4m de aresta de base.

3- A altura de um prisma reto mede 15cm e a base é um triângulo cujos lados medem 4cm, 6cm e 8cm. Calcule a área lateral e a área total do sólido.

4- Descubra a área lateral e área total dos cubos que tem como arestas:

A) 1 cm
B) 2cm
C) 5 cm

RELATÓRIO SOBRE TEOREMA DE TALES

O projeto sobre o teorema de Tales, teve como objetivo levar os alunos, através de construções feitas num triângulo, à conclusão desse teorema.

A apresentação realizou-se no Colégio Estadual João Pessoa, na turma 802 da 8ª série do Ensino Fundamental. O horário da aula era das sete horas às oito horas e quarenta minutos, mas só teve início às sete horas e dez minutos, devido ao pouco número de alunos e à falta de material (giz e apagador) na sala de aula. Shirley, a professora da turma, foi bastante prestativa com o grupo. Trocou a turma de sala para uma melhor apresentação do trabalho, pois a sala de aula da turma era pequena. Todos os componentes do grupo foram pontuais.

O projeto iniciou-se com Márcia falando um pouco sobre Tales. Logo em seguida, foi distribuído para cada dupla um triângulo e, a partir dele, os alunos foram fazendo as construções necessárias para se chegar ao teorema de Tales. Essa atividade foi explicada passo a passo por Priscila, incluindo os conceitos de retas paralelas, feixe de paralelas, retas transversais, segmento de reta, razão e proporção. Além disso, os alunos tiveram a oportunidade de aprender a utilizar os esquadros na construção de paralelas. Alguns conseguiram traçar facilmente as retas, outros tiveram dificuldades, mas Márcia e Luana estavam auxiliando no decorrer da atividade que tomou um tempo menor do que o previsto inicialmente.

Luana segue a aula fazendo a demonstração de que se um feixe de paralelas determina segmentos congruentes sobre uma transversal, então determinará segmentos congruentes sobre qualquer outra transversal. Alguns acompanharam a explicação, outros ficaram dispersos devido à dificuldade de compreensão.

Márcia continua com a demonstração do teorema de Tales e a participação da turma foi muito boa.

Após as explicações, foi entregue a folha de exercícios e os alunos tiveram quinze minutos para resolvê-los em dupla. A maioria conseguiu resolver a primeira parte, com o auxílio das estagiárias. Os exercícios foram corrigidos no quadro, pelo menos dois por cada uma das alunas-mestras. A correção foi feita e as dúvidas esclarecidas dentro do horário previsto.

Como resultado, conseguimos alcançar nosso objetivo de proporcionar uma aula prática que pudesse levar o aluno a construir o significado para o teorema de Tales de uma maneira mais fácil e interessante.

Referências

IEZZI, Gelson. *Fundamentos de Matemática Elementar*. Atual Editora.

DOLCE, Osvaldo e POMPEO, José Nicolau. *Fundamentos de Matemática Elementar – Volume 9* : Atual Editora.

DOLCE, Osvaldo e POMPEO, José Nicolau. *Fundamentos de Matemática Elementar – Volume 10* : Atual Editora.

GIOVANNI, José Ruy; CASTRUCCI, Benedito e GIOVANNI JR, José Ruy. *A Conquista da Matemática – 8ª Série* : Editora FTD.

PACOLLA, Ângelo. *Vivendo a Matemática - 8ª Série:* Editora IBEP.

SILVEIRA, Ênio e MARQUES, Cláudio. *Matemática – 8ª Série*: Editora Moderna.

NAME, Miguel Assis. *Tempo de Matemática – 8ª Série:* Editora do Brasil.

GABANÓ,Alejandro R.A Help! Sistema de Consulta Interativa (Matemática) – Klick Editora- 1997 - São Paulo.

IEZZI, Gelson; DOLCE, Osvaldo; DEGENSZAJN, David Mauro; PÉRIGO, Roberto_matemática – Volume ùnico — Atual Editora – São Paulo –1999

Prisma. Disponível em: ttp://pessoal.sercomtel.com.br/matematica/gespac/prisma.htm – Última Consulta em 07/12/03

Planificação de sólidos. Disponível em : http://www.escolavesper.com.br/geometria/planificacaodasuperficie.htm – Última Consulta em 07/12/03

Anexo 1

CENTRO FEDERAL DE EDUCAÇÃO TECNOLÓGICA DE CAMPOS

GOVERNO FEDERAL

CEFET CAMPOS

Licenciatura em Matemática – 3º período

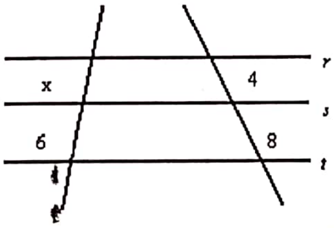
Autoras: Luana Siqueira, Márica Valéria Novarino e Priscila Nascimento

Nome: [illegible]

EXERCÍCIOS

1- Determine o valor de x em cada caso abaixo, sendo *r*, *s e t* retas paralelas.

a)



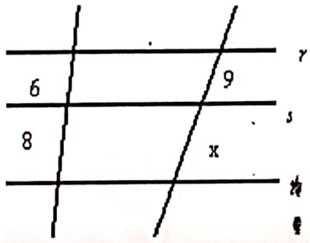
$\frac{x}{6} = \frac{4}{8}$

$8x = 24$

$x = 24:8$

$x = 3$

b)



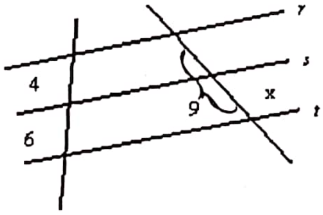
$\frac{6}{8} = \frac{9}{x}$

$6x = 72$

$x = 72:6$

$x = 12$

c)



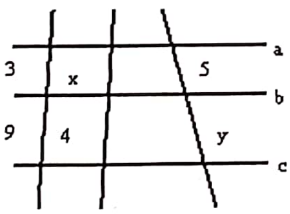
$\frac{9}{x} = \frac{10}{6}$

$10x = 54$

$x = 54:10$

$x = 5,4$

2- Na figura abaixo, determine os valores de **x** e **y**, sendo a // b // c.



$\frac{3}{9} = \frac{5}{y}$

$3y = 45$

$y = 45:3$

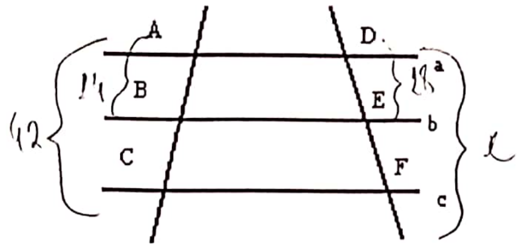
$y = 15$

$\frac{3}{9} = \frac{x}{4}$

$9x = 12$

$x = \frac{12}{9} = \frac{4}{3}$

3- Na figura abaixo, a // b // c. Sabendo-se que AB = 14, AC = 42 e DE = 18, qual é a medida de DF?



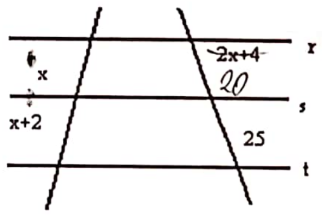
$$\frac{14}{18} = \frac{42}{x}$$

$14x = 756$

$x = 756 : 14$

$x = 54$

4- Na figura seguinte, r // s// t. Nessas condições, determine o valor de **x**.



$$\frac{x}{20} = \frac{x+2}{25}$$

$25x = 20(x+2)$

$25x = 20x + 40$

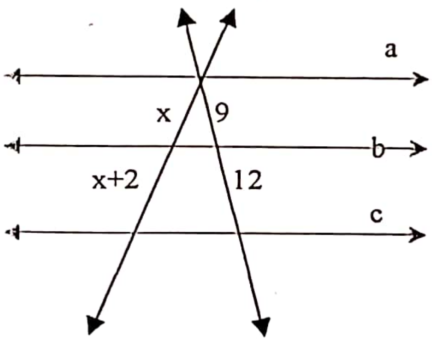
$25 - 20 = 40$

$5x = 40$

$x = 40 : 5$

$\boxed{x = 8}$

5- Calcule o valor de x, sabendo que a // b //c.



$$\frac{x}{9} = \frac{x+2}{12}$$

$12x = 9(x+2)$

$12x = 9x + 18$

$12x - 9x = 18$

$3x = 18$

$x = 18 : 3$

$x = 6$

CEFET CAMPOS

CENTRO FEDERAL DE EDUCAÇÃO TECNOLÓGICA DE CAMPOS

GOVERNO FEDERAL

Licenciatura em Matemática – 3º período

Autoras: Luana Siqueira, Márica Valéria Novarino e Priscila Nascimento

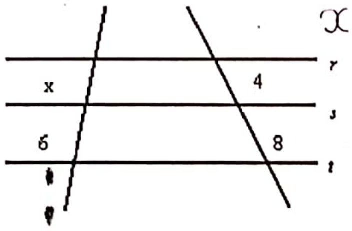
Nome: Zilda Cardoso Ribeiro Dias

EXERCÍCIOS

1- Determine o valor de x em cada caso abaixo, sendo *r, s e t* retas paralelas.

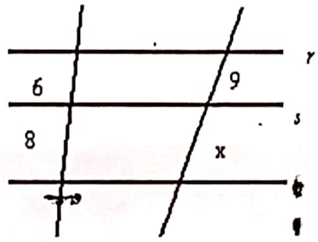
a) $\frac{x}{6} \cdot \frac{4}{8} = \frac{24}{8x}$ $x = \frac{24}{8} = 3$

$x = 3$

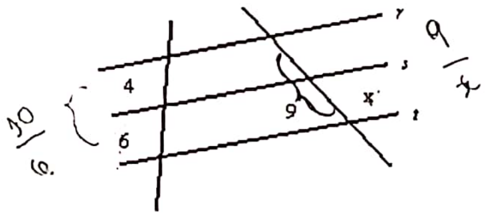


b) $\frac{6}{8} \cdot \frac{9}{x} = \frac{72}{6x}$ $x = \frac{72}{6} = 12$

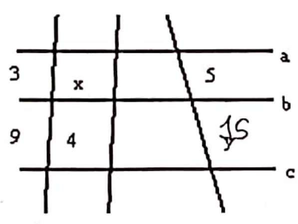
$x = 12$



c) $\frac{10}{6} \cdot \frac{9}{x} = \frac{54}{10x}$ $x = \frac{54}{10}$ $x = 5,4$



2- Na figura abaixo, determine os valores de **x** e **y**, sendo a // b // c.



$\frac{3}{9} \times \frac{5}{y} = 3y = 45$

$y = \frac{45}{3}$

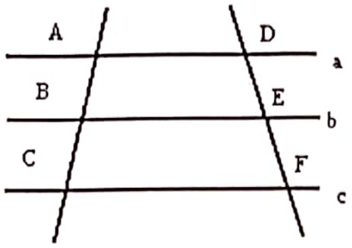
$y = 15$

$\frac{3}{9} = \frac{x}{4} = 9x = 12$

$x = \frac{12}{9} = \frac{4}{3}$

$x = \frac{4}{3}$

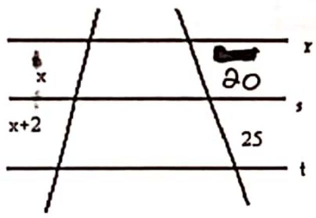
3- Na figura abaixo, a // b // c. Sabendo-se que AB = 14, AC = 42 e DE = 18, qual é a medida de DF?



$\frac{14}{18} = \frac{42}{x} = 14x = 756$

$x = \frac{756}{14}$ $x = 54$

4- Na figura seguinte, r // s// t. Nessas condições, determine o valor de **x**.



$\frac{x}{20} = \frac{x+2}{25} = 25x = 20(x+2)$

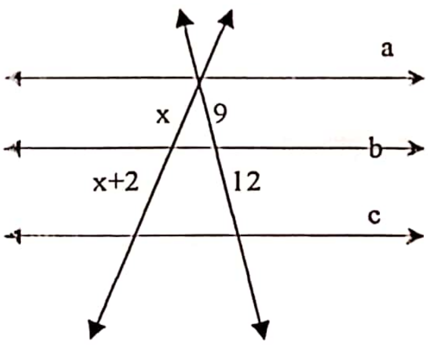
$25x = 20x + 40$

$25x - 20x = 40$

$5x = 40 : 5$

$x = 8$

5- Calcule o valor de x, sabendo que a // b //c.



$\frac{x}{9} = \frac{x+2}{12} = 12x = 9(x+2)$

$12x = 9x + 18$

$12x - 9x = 18$

$3x = 18 : 3$

$x = 6$

Anexo 2