CENTRO FEDERAL DE EDUCAÇÃO TECNOLÓGICA DE CAMPOS
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

TEOREMA DE TALES

POR

FLÁVIO DE FREITAS AFONSO
JULYANA MARINS DA COSTA

CAMPOS DOS GOYTACAZES /RJ
2004

FLÁVIO DE FREITAS AFONSO
JULYANA MARINS DA COSTA

TEOREMA DE TALES

Projeto apresentado ao Centro Federal de Educação Tecnológica de Campos, como parte das exigências da disciplina Laboratório de Ensino do curso de Licenciatura em Matemática.

Orientadora: Gilmara Teixeira Barcelos
Mestra em Ciências de Engenharia - UENF

CAMPOS DOS GOYTACAZES/RJ
2004

“Para Tales... a questão primordial não era o que sabemos, mas como sabemos”.(Aristóteles)

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO

O presente projeto tem o intuito de realizar um estudo sobre o teorema de Tales, utilizando tecnologia. Para tanto, o *software* “Geometriks” foi o objeto de estudo utilizado para a dedução do Teorema.

Este projeto foi realizado no Centro Federal de Educação Tecnológica de Campos, com alunos da 8ª série do ensino fundamental (pró-CEFET). O seu desenvolvimento aconteceu no laboratório de Informática, no qual estavam disponíveis 8 microcomputadores para 11 alunos presentes.

O objetivo principal deste projeto é que ao final, os alunos saibam resolver algumas atividades envolvendo o assunto proposto, com ou sem o auxilio do *software*.

Inicialmente, foram apresentadas algumas definições importantes para um bom desenvolvimento do assunto. Posteriormente deu-se inicio a atividade de reconhecimento do *software* e da atividade especifica do teorema. Após a dedução, foi realizada a demonstração, a parte histórica e ao final deu-se o desenvolvimento da atividade de fixação.

2. PREPARAÇÃO DO PROJETO

A escolha do tema efetuou-se no primeiro período, iniciando assim o desenvolvimento com várias pesquisas em livros e na Internet.

A atividade de dedução do teorema utilizando o *software* "Geometricks" foi preparada pelos mediadores a partir de observações do *software* apresentado pela orientadora. A atividade foi baseada nos conceitos do teorema em questão.

No segundo período este projeto foi desenvolvido com os nossos colegas de turma da Licenciatura em Matemática com o objetivo de diagnosticar os possíveis erros afim de não cometê-los no desenvolvimento deste projeto com alunos da 8ª série.

O teste exploratório permitiu que fossem feito algumas correções e acréscimo na elaboração do projeto, foi acrescentado ao projeto a questão da proporcionalidade na atividade de observação da demonstração do teorema e sobre o uso da calculadora existente no computador na hora da resolução das atividades feitas no *software*. No teste também detectamos erros gramaticais na elaboração das atividades, que foram corrigidos.

No terceiro período o projeto foi desenvolvido na 8ª série, conforme citado na seção anterior.

3. DESENVOLVIMENTO DO PROJETO: ETAPAS

Os tópicos a seguir destacam as etapas do desenvolvimento do projeto:

- Revisão
- Etapa de reconhecimento do *software*
- Etapa dedutiva do teorema utilizando o *software*
- Demonstração
- Parte histórica
- Atividades finais

3.1. REVISÃO

Nesta etapa foi feita uma revisão preliminar dos seguintes conceitos:

- *Feixe de retas paralelas* é um conjunto de retas coplanares paralelas entre si.
- *Transversal do feixe de retas paralelas* é uma reta do plano do feixe que concorre com todas as retas do feixe.
- *Pontos correspondentes* de duas transversais são pontos destas transversais que estão numa mesma reta do feixe.
- *Segmentos correspondentes* de duas transversais são segmentos cujas extremidades são os respectivos pontos correspondentes.

Durante esta revisão, percebemos que os alunos não tinham conhecimento destes conceitos, pois mostraram interesse nesta primeira etapa.

Esta etapa foi essencial para o desenvolvimento das atividades propostas ao longo da apresentação.

3.2. ETAPA DE RECONHECIMENTO DO *SOFTWARE*

Antecedendo a atividade dedutiva (anexo 2) do teorema, distribuímos uma atividade (anexo 1) na qual os alunos, em dupla, puderam reconhecer comandos do software que foram utilizados no desenvolvimento do projeto. Os alunos precisaram de auxílio para a realização desta atividade.

Alguns alunos tiveram dificuldades nesta etapa, pois não possuíam conhecimentos mínimos de informática.

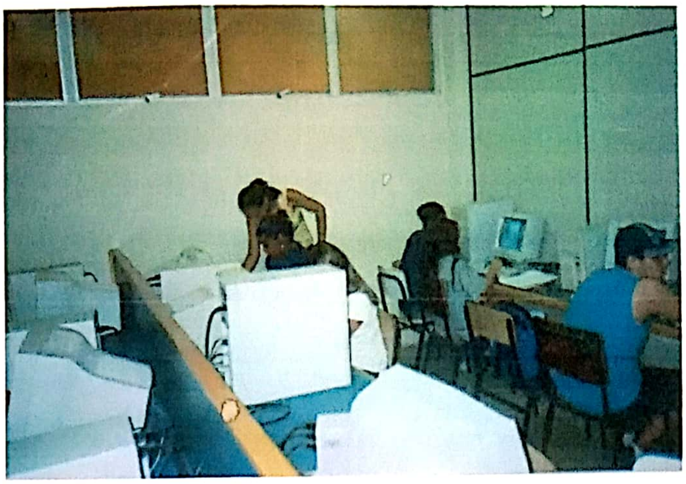


Figura 1: Alunos reconhecendo o *software*.

3.3. ETAPA DEDUTIVA DO TEOREMA UTILIZANDO O *SOFTWARE*

Nesta etapa os alunos resolveram com precisão a atividade, a qual facilitou a melhor compreensão do conceito do Teorema de Tales, pois ao longo desta atividade foi construída uma situação geométrica apropriada ao processo de aprendizagem, utilizado no decorrer da apresentação.

Pelo fato desta atividade ser um pouco trabalhosa, com vários itens, alguns alunos mostraram-se dispersivos ocorrendo desvio de atenção.

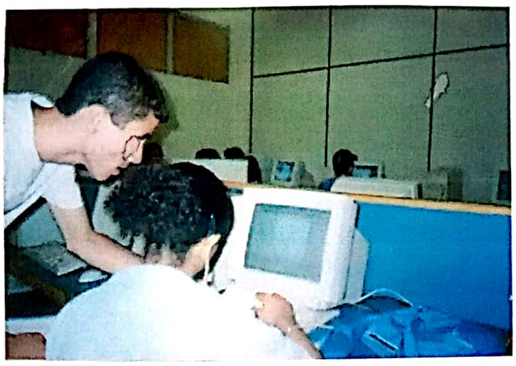


Figura 2: Alunos em processo de dedução do teorema.

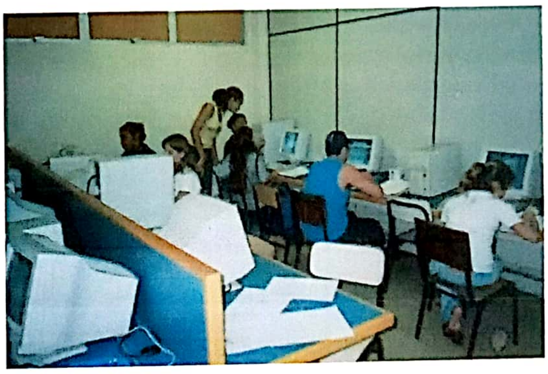
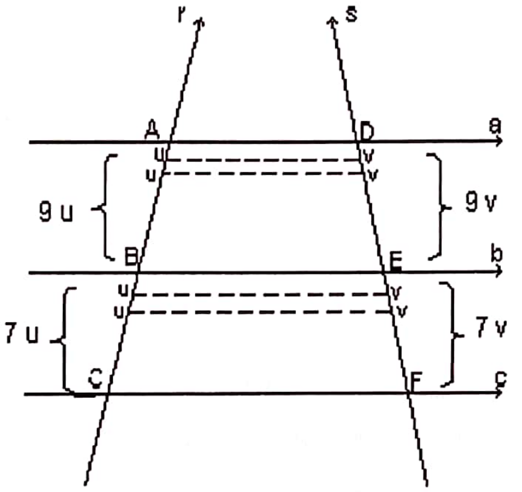


Figura 3: Mediador auxiliando alunos na construção do conhecimento.

3.1.4. DEMONSTRAÇÃO

Procedendo a atividade dedutiva, foi realizada a demonstração do teorema, com o seguinte enunciado: Se um conjunto de retas, duas a duas paralelas entre si, é intersectado por duas retas *r* e *s*, então a razão entre dois segmentos quaisquer de *r* é igual à razão entre os respectivos segmentos correspondentes de *s*:



$AB = 9u \qquad DE = 9v$

$BC = 7u \qquad EF = 7v$

$$\frac{AB}{BC} = \frac{9\cancel{u}}{7\cancel{u}} = \frac{9}{7}$$

$$\frac{DE}{EF} = \frac{9\cancel{v}}{7\cancel{v}} = \frac{9}{7}$$

$$\boxed{\frac{AB}{BC} = \frac{DE}{EF}}$$

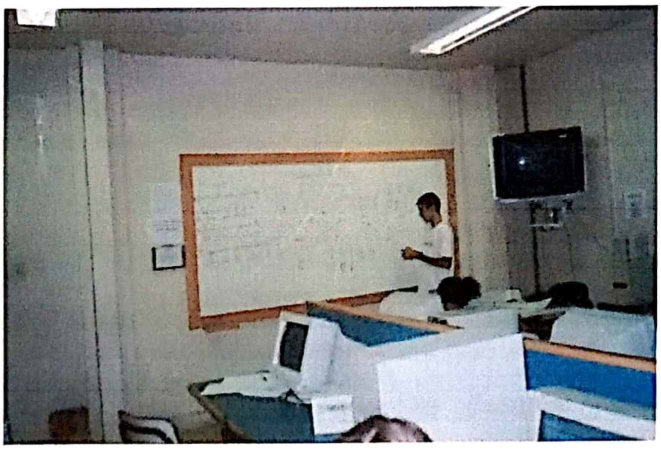


Figura 4: Mediador demonstrando o teorema de Tales aos alunos.

Esta parte do projeto fez com que os alunos completassem o raciocínio iniciado na atividade dedutiva. Houve total atenção por parte dos alunos que se mostraram interessados, interagindo o tempo todo.

3.5. PARTE HISTÓRICA[1]

Nesta etapa concluímos o raciocínio do aluno em relação ao teorema, falando sobre a possível procedência do teorema e o seu descobridor.

No estudo da geometria plana um dos teoremas centrais é o chamado "teorema de Tales", cujo enunciado clássico é: "Se um feixe de paralelas é intersectado por duas retas transversais então os segmentos determinados pelas paralelas sobre as transversais são proporcionais".

Tales de Mileto foi um filósofo grego que viveu por volta de 630 A.C.. Sabe-se muito pouco a respeito de sua vida e de sua obra. Conjectura-se ter sido ele o criador da geometria demonstrativa. Por isto, ele é considerado como o primeiro matemático a dar uma contribuição à organização da geometria.

Eudemo (320 A.C.) um discípulo de Aristóteles escreveu uma história sobre a matemática. Um resumo desta história foi incorporado pelo filósofo Proclus (410 D.C.) no seu livro "Comentário sobre o volume 1 de Euclides". É a partir deste texto que temos a primeira referência de Tales como iniciador do método dedutivo na Matemática. Proclus afirma que: "Tales primeiro foi ao Egito e de lá introduziu esse estudo na Grécia. Descobriu muitas proposições ele próprio, e instruiu seus sucessores nos princípios que regem muitas outras, seu método de ataque sendo em certos casos mais geral, em outros mais empírico".

Segundo Diógenes, Plutarco e Eudemo, a questão da proporcionalidade estava sempre associada ao nome de Tales. Além disso, ela era de grande importância na arquitetura e agrimensura. Por isso, conjectura-se que a primeira sistematização da geometria deve ter sido em torno da questão da proporcionalidade de segmentos determinados por um feixe de retas paralelas e outras retas transversais. Esta questão durante muitos séculos foi denominada de teorema dos segmentos proporcionais. Foi somente no final do século XIX, na França, que alguns autores denominaram este resultado de teorema de Tales, denominação que persiste até hoje.

O livro francês "Elements de Géomètrie" de Rouche e Comberousse (reedição de 1883) é a primeira publicação de que se tem notícia e que

---

[1] A parte histórica foi adaptada do *site*: http://www.cinei.hpg.ig.com.br/teotales.htm

substitui o nome de "Teorema dos Segmentos Proporcionais" pelo "Teorema de Tales".

Na Alemanha, o nome teorema de Tales é dado a um outro enunciado. Neste país o teorema de Tales tem o seguinte enunciado: "Todo triângulo inscrito numa semicircunferência é retângulo".

Figura 5: Mediadora concluindo o assunto relatando um pouco da história do teorema e seu criador.

3.6. ATIVIDADES FINAIS:

Para verificar a fixação do conteúdo, preparamos algumas atividades (anexo 3) que nos permitiu avaliá-los. Mesmo sem concluir todas as atividades devido à falta de tempo, percebemos que a maioria dos alunos entenderam bem o assunto, pois realizaram as atividades com facilidade.

4. CONSIDERAÇÕES FINAIS

O presente projeto foi de muita utilidade aos alunos, pois além de ser um assunto de utilidade prática foi tratado de forma distinta do habitual. Durante o projeto os alunos se mostraram bastante atentos e concentrados durante todo desenvolvimento de projeto.

Foram encontradas algumas dificuldades durante a preparação do mesmo, relacionada à parte histórica, pois como Tales de Mileto foi um filósofo grego da antiguidade, não encontra-se registros no que diz respeito a sua vida e ao teorema tratado. Sendo assim, foram feitas buscas constantes em *sites* confiáveis até conseguirmos uma parte histórica considerável e interessante.

Ao término, pudemos constatar através da resolução das atividades de fixação. As atividades feitas com o *software* é mais uma contribuição para o estudo do Teorema de Tales de uma forma diferente. Afinal a movimentação possibilitada pelo *software* de Geometria dinâmica permite estabelecermos conjecturas de forma simples, o que facilita a construção do conhecimento.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS:

IEZZI, Gelson; DOLCE, Osvaldo; MACHADO, Antônio. **Matemática e Realidade**, São Paulo: Atual, 1991 – 8ª série.

SILVEIRA, Enio; MARQUES, Cláudio. **Matemática, São Paulo**: Moderna, 1995 – 8ª série.

BIGODE, Antônio José Lopes. **Matemática Atual**, São Paulo: Atual, 1994 - 8ª série.

Teorema de Tales. Disponível em: http://www.ficharionline.com/matematica/teo_tales.php. Última Consulta em 06/11/03.

O Teorema de Tales. Disponível em: http://www.cinei.hpg.ig.com.br/teotales.htm. Última consulta em 14/11/03.

ANEXOS

ANEXO 1
ATIVIDADE DE RECONHECIMENTO DO SOFTWARE

ATIVIDADE DE RECONHECIMENTO DO SOFTWARE

1. Crie um ponto livre (menu objeto independente).
2. Observe quais objetos dependentes serão possíveis construir utilizando este ponto.
3. Crie outro ponto livre.
4. Observe quais objetos dependentes serão possíveis construir utilizando estes dois pontos.
5. Nomeie os pontos A e B (menu à esquerda da tela - basta clicar sobre a letra e sobre a posição desejada).
6. Trace uma reta que passe por esses pontos.
7. Meça o segmento $\overline{AB}$ (menu observações - distância (po, po)).
8. Construa outra reta de forma que uma intersecte a outra (menu objeto independente-clique-clique).
9. Peça a interseção das retas (menu objeto dependente).

Esta atividade possibilita:

- Identificar menus
- Criar objetos (independentes) e a partir deles construir outros objetos (dependentes).
- Nomear os pontos.
- Medir os segmentos

ANEXO 2
ATIVIDADE DEDUTIVA DO TEOREMA

ATIVIDADE DEDUTIVA DO TEOREMA

1. Crie dois pontos livres (menu objeto independente).
2. Construa uma reta (menu objeto dependente - Reta definida por dois pontos (po, po)).
3. Crie um ponto livre.
4. A partir desse ponto, crie uma reta paralela à primeira construída (menu objeto dependente - Paralela (po, re)).
5. Crie um outro ponto livre.
6. A partir desse ponto, crie uma reta paralela à primeira construída (menu objeto dependente - Paralela (po, re)).
7. Nomeie as retas t // r // s (menu à esquerda da tela - basta clicar sobre a letra e sobre a posição desejada).
8. Trace duas outras retas de modo que intersectem as retas paralelas (transversais) (menu objeto independente - Reta (clique, clique)).
9. Nomeie as transversais: w e k (menu à esquerda da tela - basta clicar sobre a letra e sobre a posição desejada).
10. Marque as interseções das retas transversais com as retas paralelas (menu objeto dependente - Interseção (re, re)).
11. Nomeie os pontos de interseção: A, B e C para os pontos de interseção das retas do feixe com a transversal w e D, E e F para os pontos de interseção das retas do feixe com a transversal k, respectivamente (menu à esquerda da tela - basta clicar sobre a letra e sobre a posição desejada).

12. Meça os segmentos: $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{DE}$ e $\overline{EF}$ (menu observações - distância (po, po)).
13. Calcule a razão entre os segmentos $\frac{AB}{BC}$ e $\frac{DE}{EF}$.

14. Compare as razões $\frac{AB}{BC}$ e $\frac{DE}{EF}$.

15. Movimente as retas paralelas.

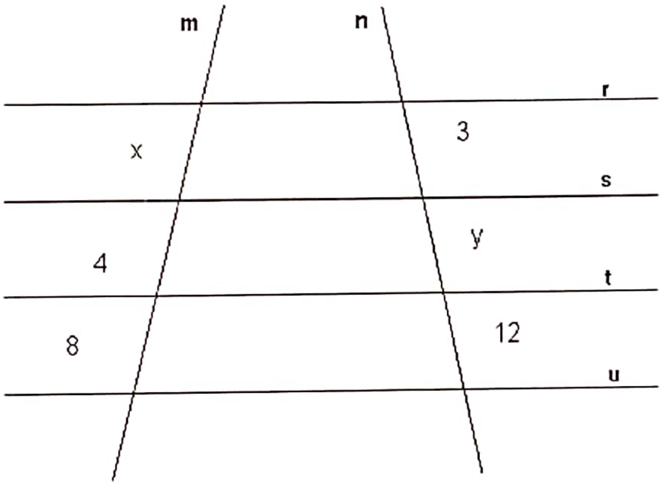
16. Compare novamente as razões $\frac{AB}{BC}$ e $\frac{DE}{EF}$. Descreva o que você observou.

ANEXO 3
ATIVIDADES DE FIXAÇÃO

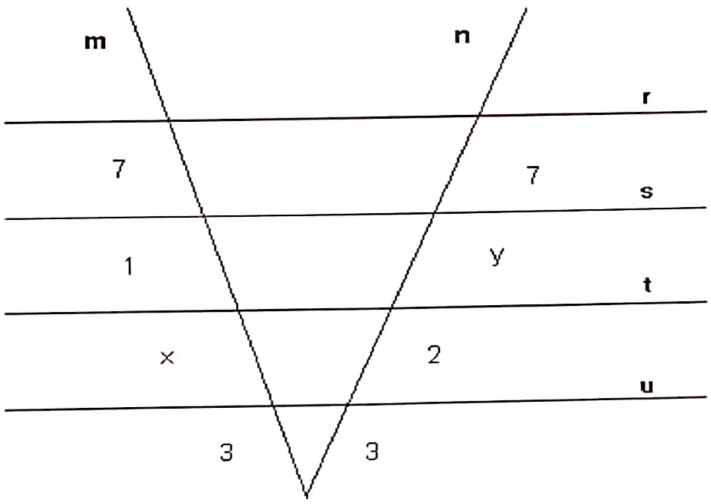
ATIVIDADES DE FIXAÇÃO

1- Calcule a medida dos segmentos com x e y, em cada caso, usando o teorema de Tales, sendo r//s//t//u.

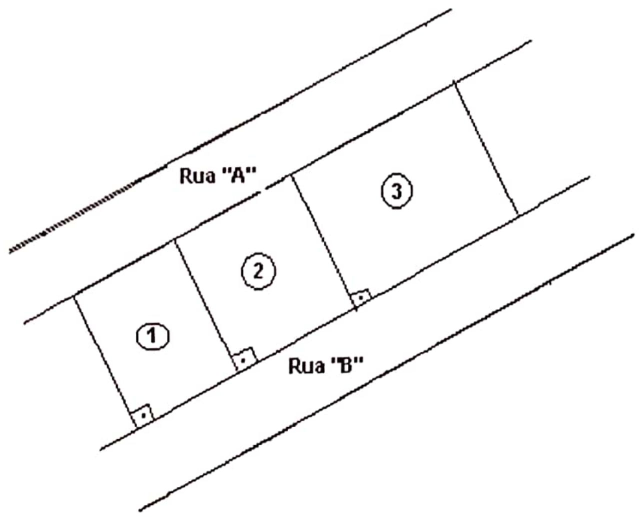
a)



b)

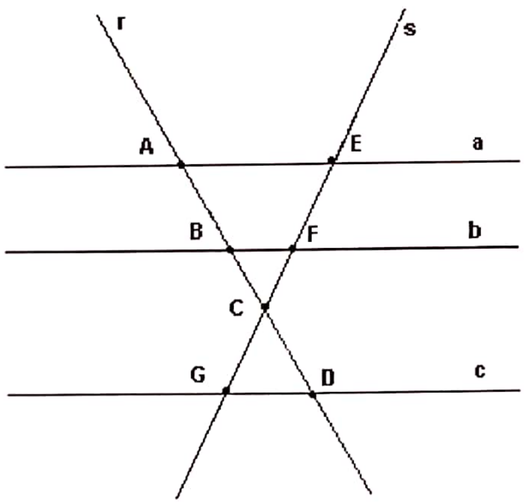


2- A figura a seguir indica três lotes de terreno com frentes para a rua "A" e para a rua "B". As divisas dos lotes são perpendiculares à rua "A". As frentes dos lotes 1, 2 e 3 para a rua "A" medem, respectivamente, 15m, 20m e 25m. A frente do lote 2 para a rua "B" mede 24m. Qual é a medida da frente para a rua "B" dos lotes 1 e 3?

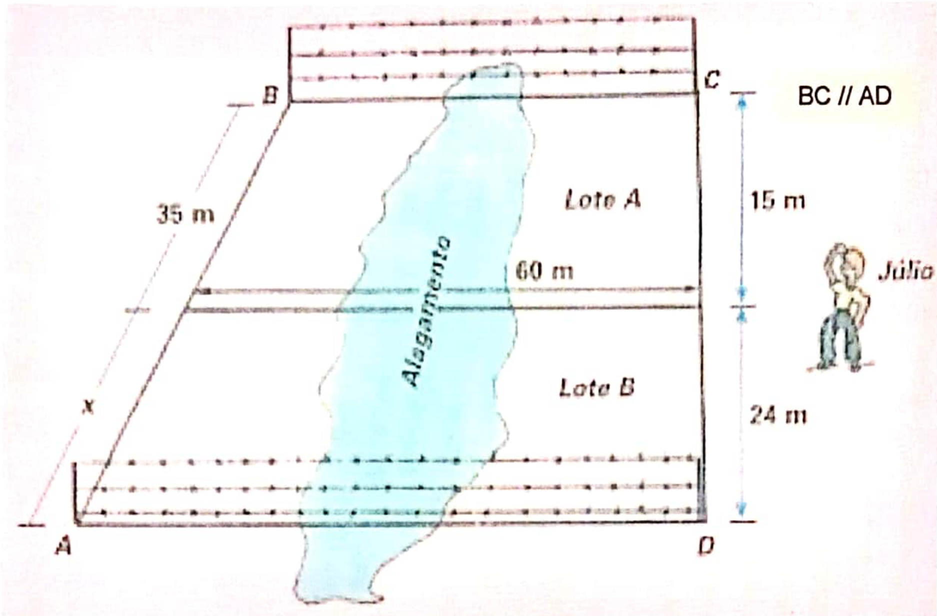


3- Sabendo que a//b//c, r e s são transversais, calcule os elementos indicados por x e y.

AB = 4 EF = 6
BC = 2 FC = x
CG = y CD = 6



4- Júlio precisa da medida dos fundos do lote B, porém não pode efetuar essa medida no próprio local, por conta de um alagamento. Como Júlio poderia determinar esse valor? Qual é esse valor?


B
C
BC // AD
35 m
Lote A
15 m
Alagamento
60 m
Júlio
Lote B
x
24 m
A
D