

**CENTRO FEDERAL DE EDUCAÇÃO TECNOLÓGICA DE CAMPOS  
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA**

**TRANSFORMAÇÕES GRÁFICAS DAS FUNÇÕES SENO E COSSENO  
( I )**

**POR  
ALINE NOGUEIRA ROCHA  
KARINE CALIL DA CRUZ  
LUANA DE SOUSA VIEIRA**

**CAMPOS DOS GOYTACAZES /RJ  
2005**

**ALINE NOGUEIRA ROCHA  
KARINE CALIL DA CRUZ  
LUANA DE SOUSA VIEIRA**

**TRANSFORMAÇÕES GRÁFICAS DAS FUNÇÕES SENO E COSSENO  
( I )**

**Projeto apresentado ao Centro Federal de  
Educação Tecnológica de Campos, como parte das  
exigências da disciplina Laboratório de Ensino do  
curso de Licenciatura em Matemática.**

**Orientadora: Ms. Márcia Valéria Azevedo de Almeida Ribeiro**

**CAMPOS DOS GOYTACAZES/RJ  
2005**

## SUMÁRIO

<b>1. INTRODUÇÃO.....</b>	<b>4</b>
<b>2. DESENVOLVIMENTO DA AULA.....</b>	<b>5</b>
<b>3. CONCLUSÃO.....</b>	<b>6</b>
<b>ANEXO I.....</b>	<b>7</b>
<b>ANEXO II.....</b>	<b>10</b>

## 1- INTRODUÇÃO

O presente projeto realizou um estudo comparativo dos gráficos das funções do tipo  $g(x) = m + \text{sen } x$  e  $g(x) = \text{sen}(x + c)$  com o gráfico da função  $f(x) = \text{sen } x$  e também de funções do tipo  $g(x) = m + \text{cos } x$  e  $g(x) = \text{cos}(x + c)$  com o gráfico da função  $f(x) = \text{cos } x$ .

A partir das comparações gráficas foi possível destacar alterações que ocorrem no domínio, no conjunto-imagem, na simetria e na periodicidade.

Este assunto é pouco compreendido pelos educandos devido à falta de visualização dos gráficos, já que a maioria dos educadores não cria ferramentas para a construção do conhecimento do aluno, como por exemplo o uso da tecnologia.

Trabalhamos esse assunto durante três semestres na disciplina Laboratório de Ensino e aplicamos as atividades preparadas para aos alunos do 3.º ano do Ensino Médio.

Para desenvolver as atividades utilizamos o software winplot, que foi reconhecido durante a realização da atividade.

O projeto foi estruturado na seguinte maneira: revisão de domínio, imagem e período das funções  $f(x) = \text{sen } x$  e  $f(x) = \text{cos } x$  para o desenvolvimento das atividades de translação.

## 2. DESENVOLVIMENTO

Este projeto foi desenvolvido na disciplina de Laboratório de Ensino ao longo de três semestres.

Buscamos não apresentar um trabalho convencional, e para tal incluímos o uso do computador, que normalmente não faz parte do cotidiano em sala de aula, com a intenção de atrair o interesse destes e melhorar o processo de aprendizagem.

O objetivo deste projeto é verificar as necessidades do universo de ensino da matemática na área de trigonometria, questionando o educando sobre as dificuldades encontradas, a fim de buscar o interesse dos mesmos. Assim o assunto foi trabalhado de modo a torná-lo mais agradável e fácil de ser assimilado.

Antes de aplicar o projeto em uma escola, ele foi apresentado para a turma do 4º. Período de Licenciatura de Matemática do CEFET-Campos e através dessa aula experimental foi possível fazer alguns reparos nas atividades que seriam aplicadas para o Ensino Médio.

Aplicamos uma ficha de atividades para que os alunos a resolvessem, com auxílio do *software* winplot. Através das observações eles puderam chegar as suas próprias conclusões.

No final colocamos duas questões para finalizar, cujo objetivo era verificar se o conteúdo havia sido compreendido.

A partir das respostas dadas pelos alunos para as duas últimas questões, sem o uso do computador, percebemos que as translações observadas por eles tinham sido entendidas e assimiladas.

### 3. CONCLUSÃO

O projeto foi apresentado no primeiro semestre de 2006, para 3 alunos do 3º ano do Ensino Médio no laboratório de informática do CEFET-Campos.

Durante a revisão observamos que um aluno apresentou dificuldade em compreender o período, mas no decorrer da atividade esta foi minimizada.

Ao aplicarmos a ficha de atividades que os alunos resolveram com o auxílio do software winplot, percebemos que um dos alunos teve mais facilidade em desenvolver a atividade, uma vez que, já havia trabalhado com o software.

Os três alunos relataram que já haviam estudado as funções trigonométricas, porém nunca trabalharam a análise gráfica dessas funções em ambiente informatizado. Para tal, cada aluno tinha a sua disposição um computador.

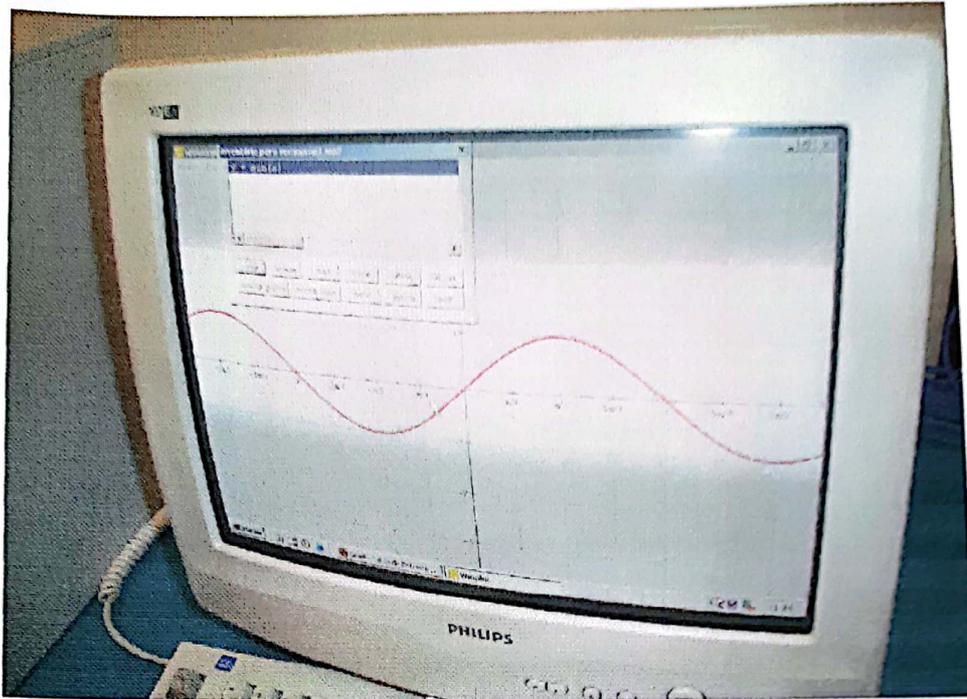
Na ficha de atividades, os alunos faziam os registros de suas observações. Estas fichas encontram-se no anexo II.

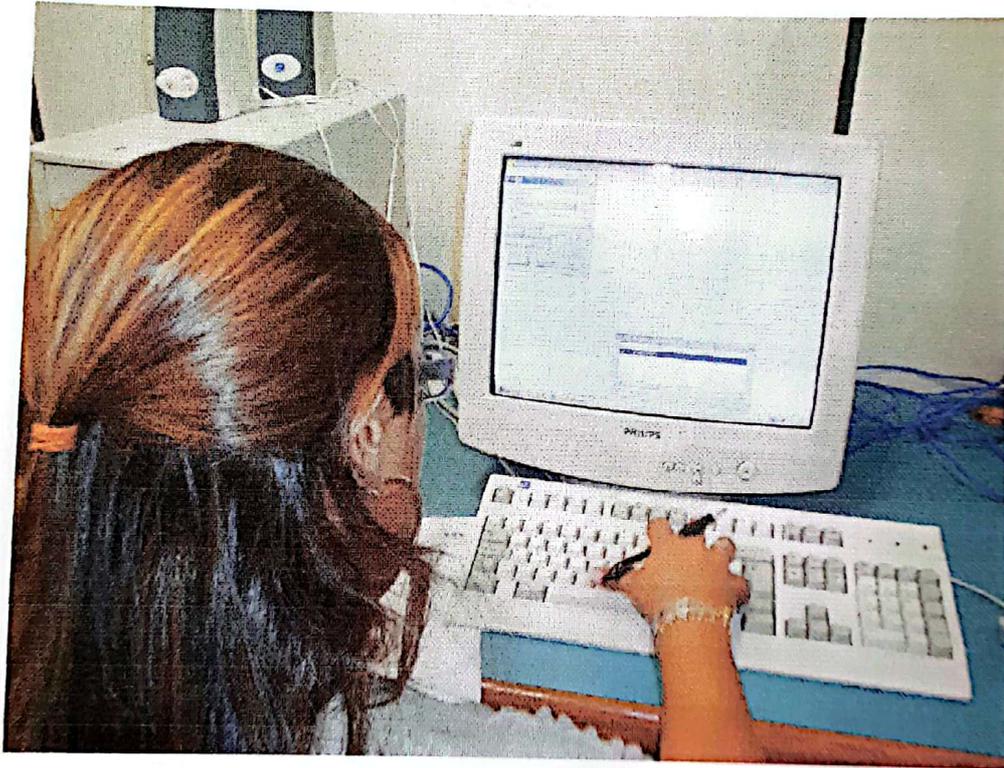
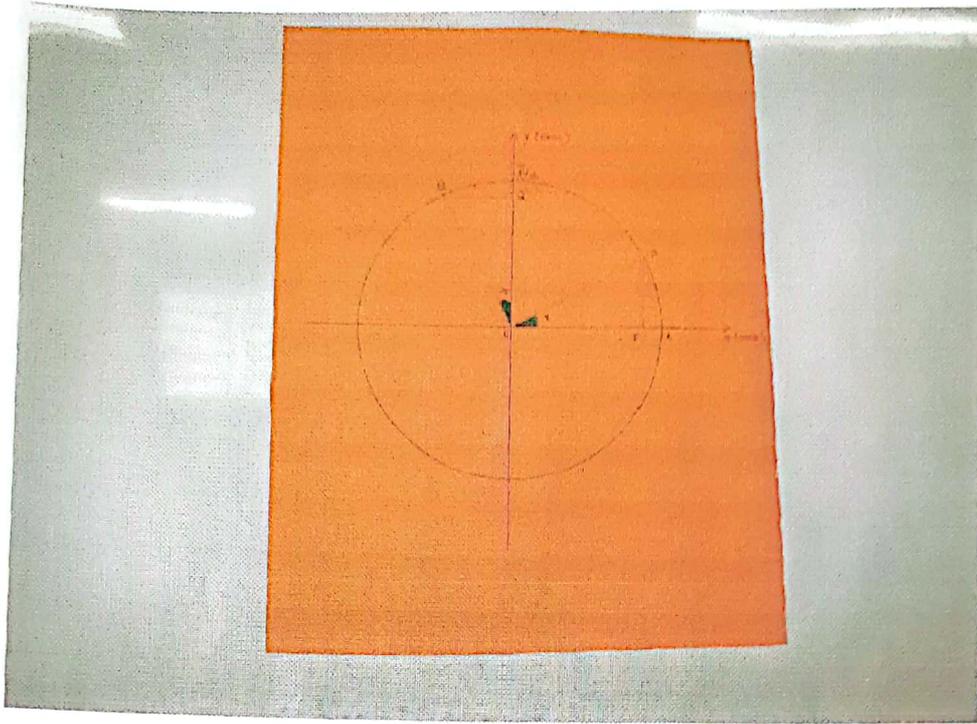
Os alunos fizeram as questões 10 e 11 sem o auxílio do computador e a seguir conferiram suas respostas utilizando o winplot.

É importante ressaltar, que os alunos foram assistir à aula espontaneamente, já que os mesmos prestariam vestibular ao final do ano e o conteúdo da aula seria de grande valia.

Constatamos que nosso objetivo foi alcançado visto que as duas últimas questões foram respondidas sem maiores dificuldades.

**ANEXO I**  
**FOTOGRAFIAS**





**ANEXO II**  
**ATIVIDADES**



ALUNO: \_\_\_\_\_

### ATIVIDADES

1 – Utilizando o *Winplot*, represente graficamente a função  $f(x) = \text{sen } x$  (digite  $\text{sin}(x)$ )

1.1 – Observe o gráfico traçado e responda:

- Qual é o conjunto-imagem da função?
- A função é periódica? Em caso afirmativo dê o seu período.

2 – Utilizando o *Winplot*, represente num mesmo sistema de eixos os gráficos das funções:

$$f(x) = \text{sen } x \quad g(x) = 2 + \text{sen } x \quad h(x) = -3 + \text{sen } x \quad w(x) = \frac{1}{2} + \text{sen } x$$

2.1– Observe os gráficos traçados e responda:

- Qual é o conjunto–imagem de cada função?
- Qual é o período de cada função?

2.1 – Compare os gráficos das funções  $g$ ,  $h$  e  $w$  com o gráfico da função  $f$  e anote a seguir suas observações.

---

---

3– Utilizando o *Winplot*, represente num mesmo sistema de eixos, os gráficos das funções:

$$f(x) = \text{sen } x \quad g(x) = \text{sen} \left( x + \frac{\pi}{2} \right) \quad h(x) = \text{sen} \left( x - \frac{\pi}{2} \right) \quad w(x) = \text{sen} \left( x + \frac{\pi}{4} \right)$$

3.1– Observe os gráficos traçados e responda:

- a) Qual conjunto–imagem de cada função?
- b) Qual o período de cada função?

3.2– Compare os gráficos das funções g, h, e w com o gráfico da função f e anote a seguir suas observações.

---

---

4– Represente num mesmo sistema de eixos os gráficos das funções abaixo e, anote o que você observou.

$$f(x) = \text{sen } x$$

$$g(x) = \text{sen } (x + 2 \pi)$$

$$h(x) = \text{sen } (x + 4 \pi)$$

$$w(x) = \text{sen } (x - 2 \pi)$$

5- Utilizando o *Winplot*, represente graficamente a função  $f(x) = \cos x$  (digite  $\cos(x)$ ).

5.1– Observe o gráfico traçado e responda:

- a) Qual é o conjunto - imagem da função?
- b) A função é periódica? Em caso afirmativo dê seu período.

6 – Utilizando o *Winplot*, represente, num mesmo sistema de eixos, os gráficos das funções:

$$f(x) = \cos x$$

$$g(x) = 1 + \cos x$$

$$h(x) = -\frac{3}{2} + \cos x$$

$$w(x) = -2 + \cos x$$

6.1 – Observe os gráficos traçados e responda:

- c) Qual é o conjunto – imagem de cada função?
- d) Qual é o período de cada função?

6.2 – Compare os gráficos das funções g, h e w com o gráfico da função f e anote a seguir suas observações.

---

---

7 – Utilizando o *Winplot*, represente num mesmo sistema de eixos, os gráficos das funções:

$$f(x) = \cos x$$

$$g(x) = \cos \left( x - \frac{\pi}{2} \right)$$

$$h(x) = \cos \left( x + \frac{\pi}{3} \right)$$

$$w(x) = \cos \left( x - \frac{\pi}{3} \right)$$

7.1– Observe os gráficos traçados e responda:

- Qual conjunto – imagem de cada função?
- Qual o período de cada função?

7.2 – Compare os gráficos das funções g, h, e w com o gráfico da função f e anote a seguir suas observações.

---

---

8 – Represente num mesmo sistema de eixos os gráficos das funções abaixo e, anote o que você observou.

$$f(x) = \cos x$$

$$g(x) = \cos ( x + 2 \pi )$$

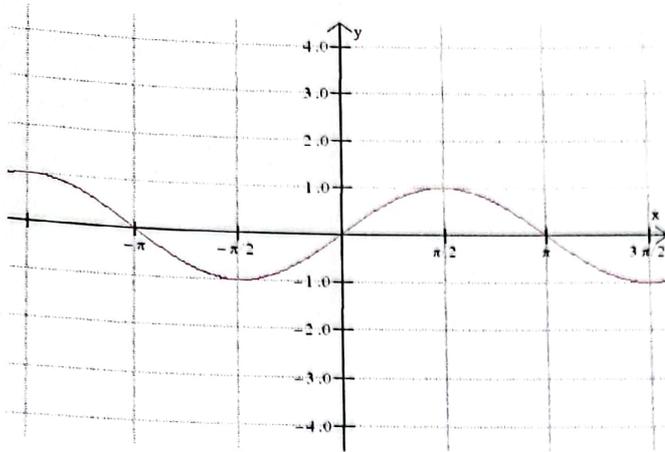
$$h(x) = \cos ( x + 4 \pi )$$

$$w(x) = \cos ( x - 4 \pi )$$

9- Represente num mesmo sistema de eixos os gráficos das funções  $f(x) = \cos x$  e

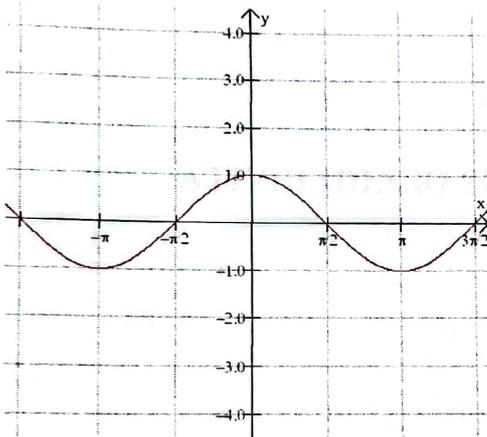
$g(x) = \sin \left( x + \frac{\pi}{2} \right)$  e anote as observações.

10- A partir do gráfico da função  $f(x) = \text{sen } x$ , traçado a seguir, esboce o gráfico da função  $g(x) = -2 + \text{sen } x$ .

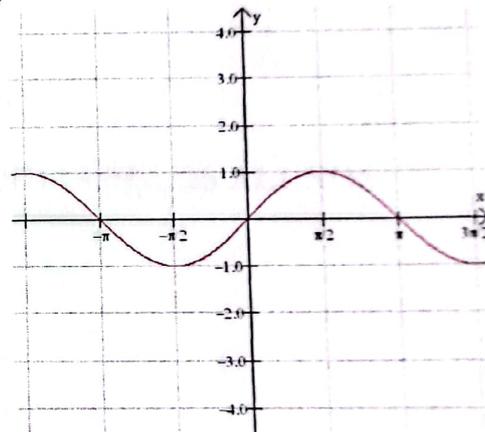


11- O gráfico que melhor representa a função definida por  $g(x) = \cos(x + \frac{3\pi}{2})$  é :

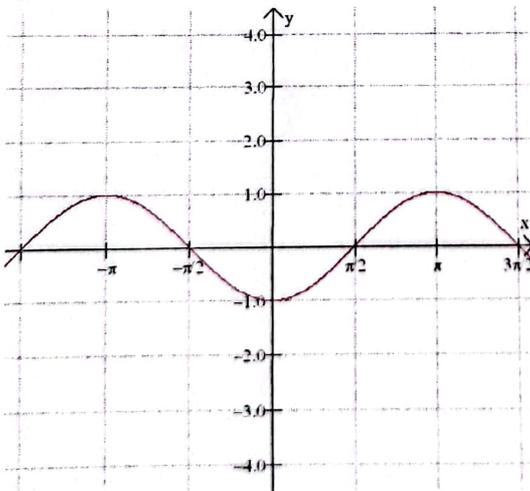
a)



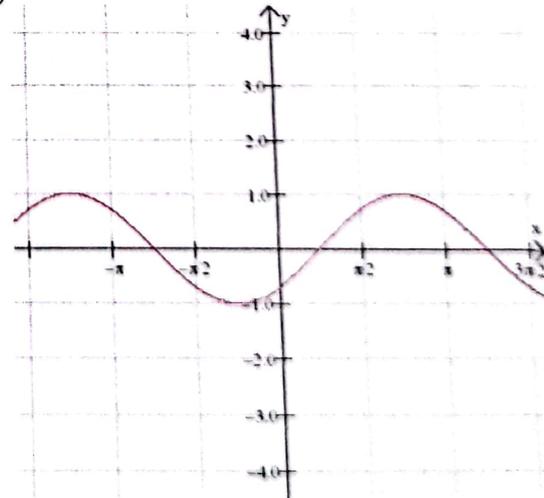
b)



c)



d)



### **ANEXO III**

## **ATIVIDADES RESPONDIDAS PELOS ALUNOS**

**ATIVIDADES**

1 – Utilizando o *Winplot*, represente graficamente a função  $f(x) = \text{sen } x$  (digite  $\text{sin}(x)$ )

1.1 – Observe o gráfico traçado e responda:

a) Qual é o conjunto-imagem da função?  $[-1, 1]$

b) A função é periódica? Em caso afirmativo dê o seu período.

*Sim.  $2\pi$*

2 – Utilizando o *Winplot*, represente num mesmo sistema de eixos os gráficos das funções:

$f(x) = \text{sen } x$

$g(x) = 2 + \text{sen } x$

$h(x) = -3 + \text{sen } x$

$w(x) = \frac{1}{2} + \text{sen } x$

*a)  $[-1, 1]$   
b)  $2\pi$*

*a)  $[1, 3]$   
b)  $2\pi$*

*a)  $[-4, -2]$   
b)  $2\pi$*

*a)  $[-1, 1.5]$   
b)  $2\pi$*

2.1 – Observe os gráficos traçados e responda:

a) Qual é o conjunto-imagem de cada função?

b) Qual é o período de cada função?

2.1 – Compare os gráficos das funções  $g$ ,  $h$  e  $w$  com o gráfico da função  $f$  e anote a seguir suas observações.

*Se desloca verticalmente para cima e para baixo*

3 – Utilizando o *Winplot*, represente num mesmo sistema de eixos, os gráficos das funções:

$f(x) = \text{sen } x$

$g(x) = \text{sen}(x + \frac{\pi}{2})$

$h(x) = \text{sen}(x - \frac{\pi}{2})$

$w(x) = \text{sen}(x + \frac{\pi}{4})$

*a)  $[-1, 1]$   
b)  $2\pi$*

3.1- Observe os gráficos traçados e responda:

- a) Qual conjunto-imagem de cada função?
- b) Qual o período de cada função?

3.2- Compare os gráficos das funções g, h, e w com o gráfico da função f e anote a seguir suas observações.

~~Quando aumenta a função vai para esquerda e quando diminui para a direita~~

4- Represente num mesmo sistema de eixos os gráficos das funções abaixo e, anote o que você observou.

$$f(x) = \text{sen } x \quad \begin{array}{l} \text{a) } [-1, 1] \\ \text{b) } 2\pi \end{array}$$

$$g(x) = \text{sen}(x + 2\pi) \quad \text{a) } [-1, 1]$$

$$h(x) = \text{sen}(x + 4\pi)$$

$$w(x) = \text{sen}(x - 2\pi)$$

Como o número é múltiplo de  $2\pi$  ele se desloca (para direita ou para esquerda).

5- Utilizando o Winplot, represente graficamente a função  $f(x) = \cos x$  (digite  $\cos(x)$ ).

5.1- Observe o gráfico traçado e responda:

- a) Qual é o conjunto - imagem da função?  $[-1, 1]$
- b) A função é periódica? Em caso afirmativo dê seu período.  
Sim.  $2\pi$

6 - Utilizando o Winplot, represente, num mesmo sistema de eixos, os gráficos das funções:

$$f(x) = \cos x \quad \begin{array}{l} \text{a) } [-1, 1] \\ \text{b) } 2\pi \end{array}$$

$$g(x) = 1 + \cos x \quad \text{a) } [0, 2], \text{ b) } 2\pi$$

$$h(x) = -\frac{3}{2} + \cos x \quad \text{a) } [-2, 5, -0, 5], \text{ b) } 2\pi$$

$$w(x) = -2 + \cos x \quad \text{a) } [-3, -1], \text{ b) } 2\pi$$

6.1 - Observe os gráficos traçados e responda:

- c) Qual é o conjunto - imagem de cada função?
- d) Qual é o período de cada função?

6.2 - Compare os gráficos das funções g, h e w com o gráfico da função f e anote a seguir suas observações.

~~Quando varia a função vai para cima e quando diminui vai para baixo.~~

7 - Utilizando o Winplot, represente num mesmo sistema de eixos, os gráficos das funções:

$$f(x) = \cos x \quad a) [-1, 1] \quad b) 2\pi$$

$$g(x) = \cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right) \quad a) [-1, 1] \quad b)$$

$$h(x) = \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$$

$$w(x) = \cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right)$$

7.1 - Observe os gráficos traçados e responda:

a) Qual conjunto - imagem de cada função?  $[-1, 1]$

b) Qual o período de cada função?  $2\pi$

7.2 - Compare os gráficos das funções g, h, e w com o gráfico da função f e anote a seguir suas observações.

~~Quando varia vai para esquerda e diminui para direita.~~

8 - Represente num mesmo sistema de eixos os gráficos das funções abaixo e, anote o que você observou.

As funções vão se coincidir

$$f(x) = \cos x$$

$$g(x) = \cos(x + 2\pi)$$

$$h(x) = \cos(x + 4\pi)$$

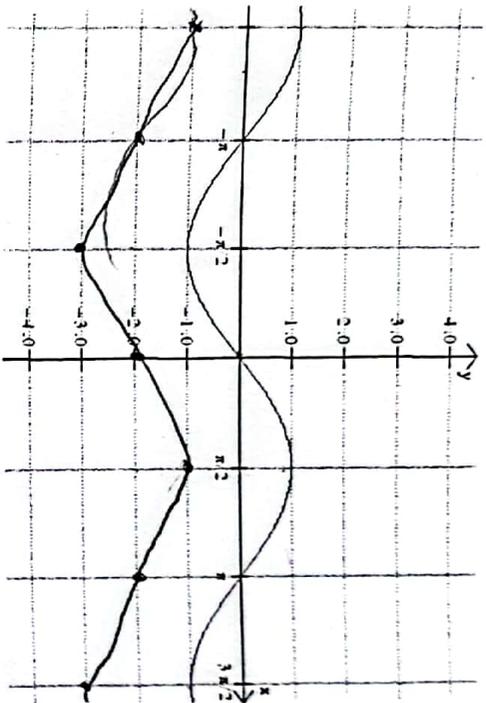
$$w(x) = \cos(x - 4\pi)$$

9 - Represente num mesmo sistema de eixos os gráficos das funções  $f(x) = \cos x$  e

$g(x) = \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$  e anote as observações.

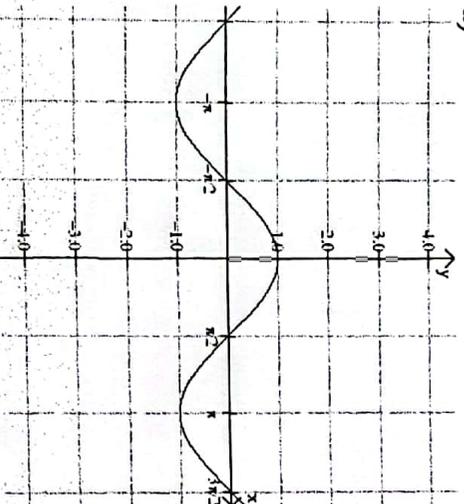
As funções se coincidem

10- A partir do gráfico da função  $f(x) = \text{sen } x$ , traçado a seguir, esboce o gráfico da função  $g(x) = -2 + \text{sen } x$ .

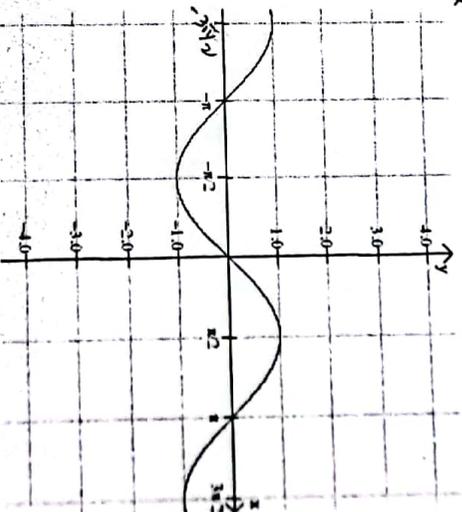


11- O gráfico que melhor representa a função definida por  $g(x) = \cos(x + \frac{3\pi}{2})$  é:

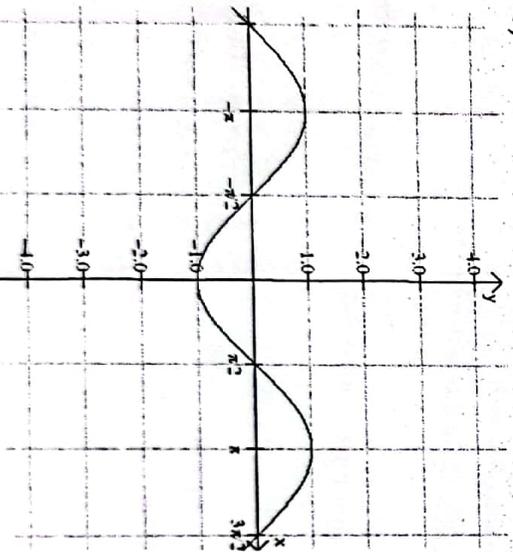
a)



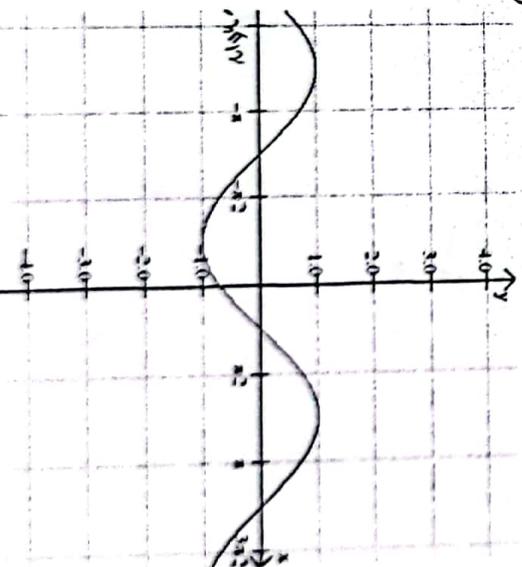
~~b)~~



c)



d)



**ATIVIDADES**

1 – Utilizando o *Winplot*, represente graficamente a função  $f(x) = \sin x$  (digite  $\sin(x)$ )

1.1 – Observe o gráfico traçado e responda:

- a) Qual é o conjunto-imagem da função?  $[-1, 1]$
- b) A função é periódica? Em caso afirmativo dê o seu período.  
Sim,  $2p = 2\pi$

2 – Utilizando o *Winplot*, represente num mesmo sistema de eixos os gráficos das funções:

$$f(x) = \sin x$$

$[-1, 1]$

$$g(x) = 2 + \sin x$$

$[1, 3]$

$$h(x) = -3 + \sin x$$

$[-4, -2]$

$$w(x) = \frac{1}{2} + \sin x$$

$[-\frac{1}{2}, 1,5]$

2.1 – Observe os gráficos traçados e responda:

- a) Qual é o conjunto-imagem de cada função?
- b) Qual é o período de cada função?  $2p = 2\pi$

2.1 – Compare os gráficos das funções  $g$ ,  $h$  e  $w$  com o gráfico da função  $f$  e anote a seguir suas observações.

O período permanece o mesmo, já o conjunto imagem muda em relação o número somado ao  $\sin(x)$

3 – Utilizando o *Winplot*, represente num mesmo sistema de eixos, os gráficos das funções:

$$f(x) = \sin x$$

$$g(x) = \sin(x + \frac{\pi}{2})$$

$$h(x) = \sin(x - \frac{\pi}{2})$$

$$w(x) = \sin(x + \frac{\pi}{4})$$

- mesmo período
- " conj. imagem
- p/ esquerda  $\frac{\pi}{2}$
- positivo esquerda

- p/ direita
- negativo direita

- p/ esquerda  $\frac{\pi}{4}$

3.1- Observe os gráficos traçados e responda:

- a) Qual conjunto-imagem de cada função?
- b) Qual o período de cada função?

3.2- Compare os gráficos das funções g, h, e w com o gráfico da função f e anote a seguir suas observações.

*O conjunto-imagem e o período são os mesmos, mas há um deslocamento no gráfico para esquerda e direita. À esquerda, ao começar ele vai pra esquerda, e ao diminuir pra direita.*

4- Represente num mesmo sistema de eixos os gráficos das funções abaixo e, anote o que você observou. *que elas são coincidentes, pq são múltiplos de  $2\pi$*

$$f(x) = \sin x$$

$$g(x) = \sin(x + 2\pi)$$

$$h(x) = \sin(x + 4\pi)$$

$$w(x) = \sin(x - 2\pi)$$

5- Utilizando o *Winplot*, represente graficamente a função  $f(x) = \cos x$  (digite  $\cos(x)$ ).

5.1- Observe o gráfico traçado e responda:

- a) Qual é o conjunto - imagem da função?  $[-1, 1]$
- b) A função é periódica? Em caso afirmativo dê seu período.  $2p = 2\pi$

6 - Utilizando o *Winplot*, represente, num mesmo sistema de eixos, os gráficos das funções:

$$f(x) = \cos x$$

$$g(x) = 1 + \cos x \quad \text{Im} = [0, 2]$$

$$h(x) = -\frac{3}{2} + \cos x \quad \text{Im} = [-2, 5, -0, 5]$$

$$w(x) = -2 + \cos x \quad \text{Im} = [-3, -1]$$

6.1 - Observe os gráficos traçados e responda:

- c) Qual é o conjunto - imagem de cada função?
- d) Qual é o período de cada função?  $2p = 2\pi$

6.2 – Compare os gráficos das funções  $g$ ,  $h$  e  $w$  com o gráfico da função  $f$  e anote a seguir suas observações.

7 – Utilizando o *Winplot*, represente num mesmo sistema de eixos, os gráficos das funções:

$$f(x) = \cos x$$

$$g(x) = \cos \left( x - \frac{\pi}{2} \right)$$

$$h(x) = \cos \left( x + \frac{\pi}{3} \right)$$

$$w(x) = \cos \left( x - \frac{\pi}{3} \right)$$

7.1 – Observe os gráficos traçados e responda:

a) Qual conjunto – imagem de cada função?

b) Qual o período de cada função?

7.2 – Compare os gráficos das funções  $g$ ,  $h$ , e  $w$  com o gráfico da função  $f$  e anote a seguir suas observações.

Em relação a  $f(x) = \cos x$  ao aumentar a deslocamento  $\pi/2$  o lado esquerdo e diminuindo  $\pi/3$  o lado direito.

8 – Represente num mesmo sistema de eixos os gráficos das funções abaixo e, anote o que você observou.

$$f(x) = \cos x$$

$$g(x) = \cos (x + 2\pi)$$

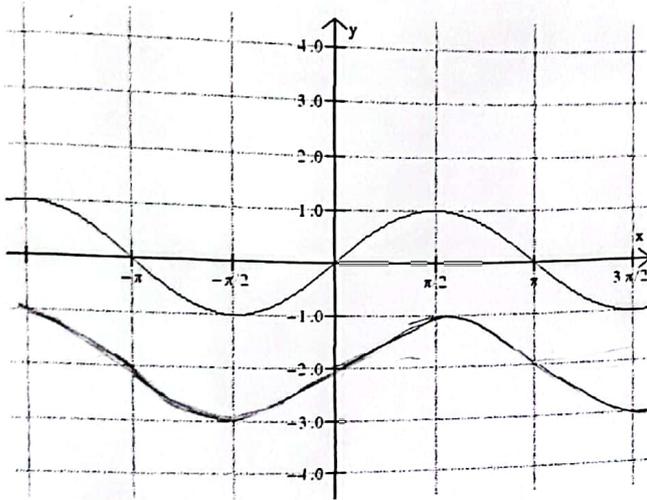
$$h(x) = \cos (x + 4\pi)$$

$$w(x) = \cos (x - 4\pi)$$

9- Represente num mesmo sistema de eixos os gráficos das funções  $f(x) = \cos x$  e  $g(x) = \sin \left( x + \frac{\pi}{2} \right)$  e anote as observações. *pq: elas estão relacionadas.*

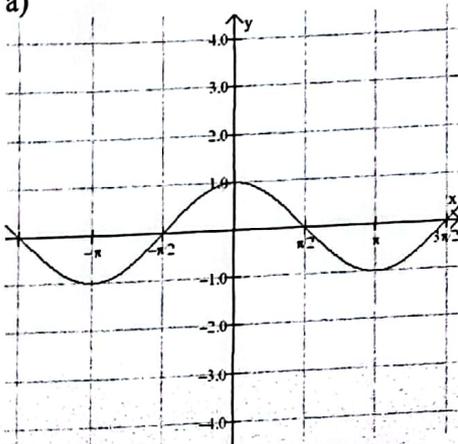
$$\cos x = \sin \left( x + \frac{\pi}{2} \right)$$

10- A partir do gráfico da função  $f(x) = \text{sen } x$ , traçado a seguir, esboce o gráfico da função  $g(x) = -2 + \text{sen } x$ .

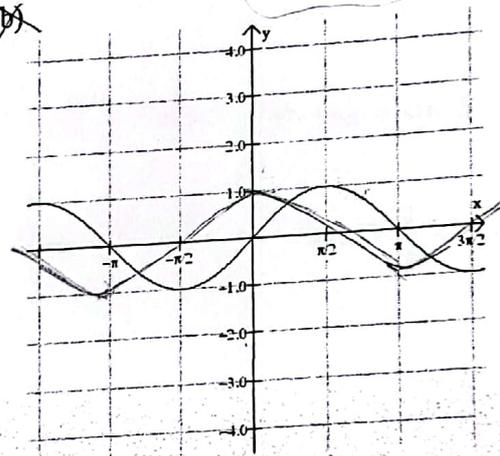


11- O gráfico que melhor representa a função definida por  $g(x) = \cos(x + \frac{3\pi}{2})$  é:

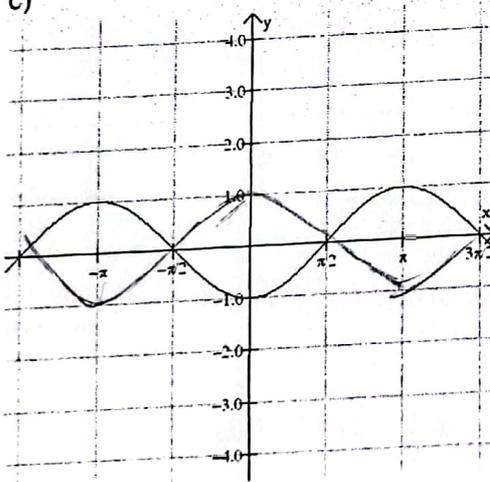
a)



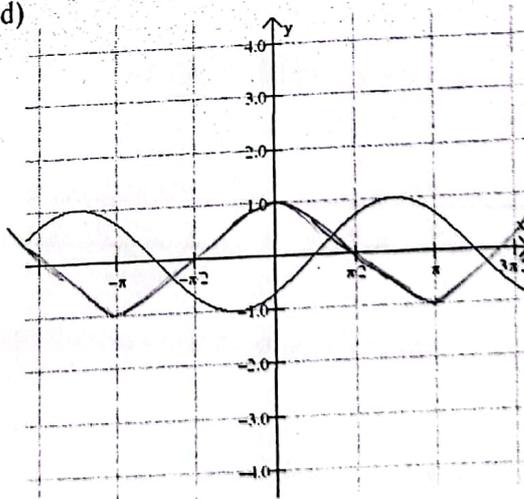
~~b)~~



c)



d)



**ATIVIDADES**

1 – Utilizando o *Winplot*, represente graficamente a função  $f(x) = \text{sen } x$  (digite  $\text{sin}(x)$ )

1.1 – Observe o gráfico traçado e responda:

a) Qual é o conjunto-imagem da função?  $[-1, 1]$

b) A função é periódica? Em caso afirmativo dê o seu período.

$\text{Sim } 2p = 2\pi$

2 – Utilizando o *Winplot*, represente num mesmo sistema de eixos os gráficos das funções:

$f(x) = \text{sen } x$

$g(x) = 2 + \text{sen } x$

$h(x) = -3 + \text{sen } x$

$w(x) = \frac{1}{2} + \text{sen } x$

$[1, 3]$

$[-4, -2]$

$[-0,5, 1,5]$

2.1 – Observe os gráficos traçados e responda:

a) Qual é o conjunto-imagem de cada função?

b) Qual é o período de cada função?  $2p = 2\pi$

2.1 – Compare os gráficos das funções  $g$ ,  $h$  e  $w$  com o gráfico da função  $f$  e anote a seguir suas observações.

O período de todas é o mesmo. Se deslocam verticalmente para cima e para baixo de acordo com o número somado.

3 – Utilizando o *Winplot*, represente num mesmo sistema de eixos, os gráficos das funções:

$f(x) = \text{sen } x$

$g(x) = \text{sen} \left( x + \frac{\pi}{2} \right)$

$h(x) = \text{sen} \left( x - \frac{\pi}{2} \right)$

$w(x) = \text{sen} \left( x + \frac{\pi}{4} \right)$

3.1- Observe os gráficos traçados e responda:

- a) Qual conjunto-imagem de cada função? *todas o conjunto-imagem é  $[-1, 1]$*
- b) Qual o período de cada função?  *$2\pi = 2\tilde{\pi}$*

3.2- Compare os gráficos das funções g, h, e w com o gráfico da função f e anote a seguir suas observações.

*Se deslocaram pra esquerda e pra direita  
quando soma ela se desloca pra esquerda,  
e quando diminui, pra direita*

4- Represente num mesmo sistema de eixos os gráficos das funções abaixo e, anote o que você observou.

$$f(x) = \sin x$$

$$g(x) = \sin(x + 2\pi)$$

$$h(x) = \sin(x + 4\pi)$$

$$w(x) = \sin(x - 2\pi)$$

*Quando se soma  $2\tilde{\pi}$  ou  $4\tilde{\pi}$  ou  
qualquer múltiplo de  $2\tilde{\pi}$  elas  
vão se sobrepor.*

5- Utilizando o *Winplot*, represente graficamente a função  $f(x) = \cos x$  (digite  $\cos(x)$ ).

5.1- Observe o gráfico traçado e responda:

a) Qual é o conjunto - imagem da função?  *$[-1, 1]$*

b) A função é periódica? Em caso afirmativo dê seu período. *Sim -  $2\pi = 2\tilde{\pi}$*

6 - Utilizando o *Winplot*, represente, num mesmo sistema de eixos, os gráficos das funções:

$$f(x) = \cos x \quad [-1, 1]$$

$$g(x) = 1 + \cos x \quad [0, 2]$$

$$h(x) = -\frac{3}{2} + \cos x \quad [-2,5, 0,5]$$

$$w(x) = -2 + \cos x \quad [-3, -1]$$

6.1 - Observe os gráficos traçados e responda:

c) Qual é o conjunto - imagem de cada função?

d) Qual é o período de cada função?  *$2\pi = 2\tilde{\pi}$*

6.2 – Compare os gráficos das funções g, h e w com o gráfico da função f e anote a seguir suas observações.

Com sinal negativo se deslocou para baixo e com positivo, para cima.

7 – Utilizando o *Winplot*, represente num mesmo sistema de eixos, os gráficos das funções:

$$f(x) = \cos x$$

$$g(x) = \cos \left( x - \frac{\pi}{2} \right)$$

$$h(x) = \cos \left( x + \frac{\pi}{3} \right)$$

$$w(x) = \cos \left( x - \frac{\pi}{3} \right)$$

7.1 – Observe os gráficos traçados e responda:

- a) Qual conjunto – imagem de cada função? todas são  $[-1, 1]$
- b) Qual o período de cada função?  $2\pi = 2\tilde{\pi}$

7.2 – Compare os gráficos das funções g, h, e w com o gráfico da função f e anote a seguir suas observações.

Quando diminui elas se deslocam para a esquerda, quando soma, para a direita.

8 – Represente num mesmo sistema de eixos os gráficos das funções abaixo e, anote o que você observou.

$$f(x) = \cos x$$

$$g(x) = \cos (x + 2\pi)$$

$$h(x) = \cos (x + 4\pi)$$

$$w(x) = \cos (x - 4\pi)$$

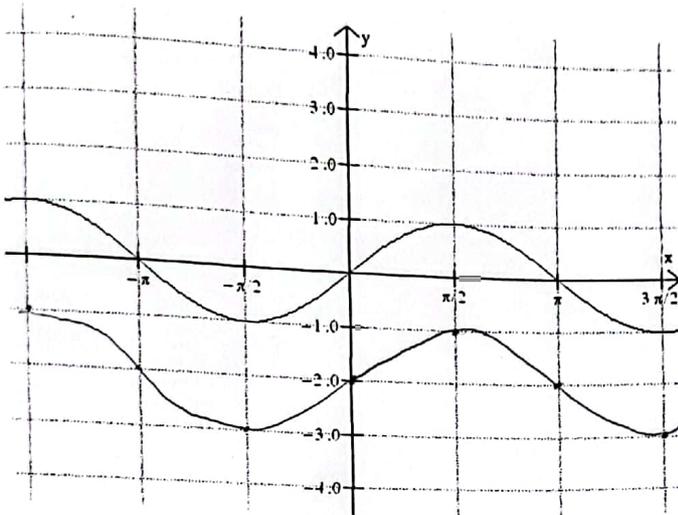
toda vez que se soma um múltiplo de  $2\tilde{\pi}$ , elas se sobrepõem.

9- Represente num mesmo sistema de eixos os gráficos das funções  $f(x) = \cos x$  e

$g(x) = \sin \left( x + \frac{\pi}{2} \right)$  e anote as observações.

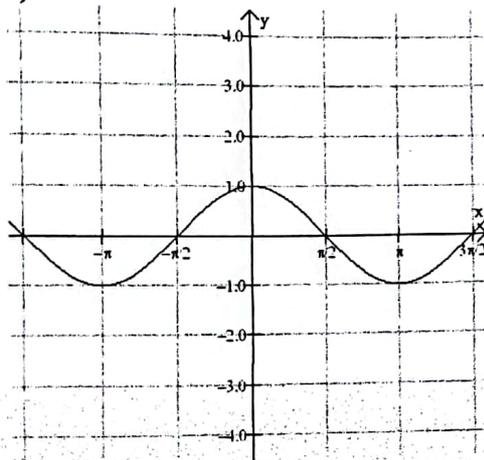
As duas funções se sobrepõem.  $\cos x$  se identifica com  $\sin \left( x + \frac{\pi}{2} \right)$ .

10- A partir do gráfico da função  $f(x) = \text{sen } x$ , traçado a seguir, esboce o gráfico da função  $g(x) = -2 + \text{sen } x$ .

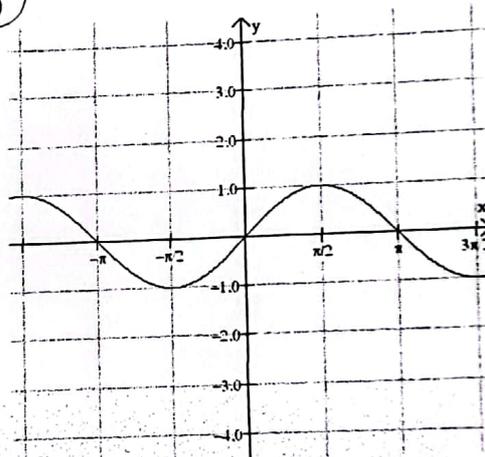


11- O gráfico que melhor representa a função definida por  $g(x) = \cos(x + \frac{3\pi}{2})$  é :

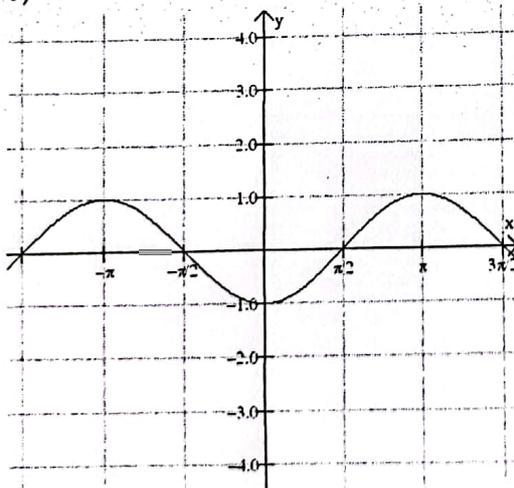
a)



b)



c)



d)

