CEFET CAMPOS
CENTRO FEDERAL DE EDUCAÇÃO TECNOLÓGICA DE CAMPOS
Universidade da Tecnologia e do Trabalho

Ministério da Educação
Secretaria de Educação Profissional e Tecnológica

CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

POLIEDROS

ALINE DA SILVA PONTES
ELMA PESSANHA RITTER
EMANUEL ANGELO ALVES
FERNANDO A. G. BASTOS

Entregue 02/07/07

09/07/07

CAMPOS DOS GOYTACAZES /RJ

2006-2

ALINE DA SILVA PONTES
ELMA PESSANHA RITTER
EMANUEL ANGELO ALVES
FERNANDO A. G. BASTOS

POLIEDROS

Projeto apresentado ao Centro Federal de Educação Tecnológica de Campos, como parte das exigências da disciplina Laboratório de Ensino do curso de Licenciatura em Matemática.

Orientadora: Gilmara Teixeira Barcelos
Mestra em Ciências de Engenharia - UENF

CAMPOS DOS GOYTACAZES/RJ
2006-2

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO

A geometria traz como benefício direto ao estudante o desenvolvimento do raciocínio e da criatividade (IEZZI, 2004). O estudo dos sólidos geométricos permite ampliar nosso universo de conhecimento (IEZZI, 2004), sendo assim, escolhemos poliedros como tema por ser abordado.

Com o objetivo de levar os alunos a compreensão dos tópicos relacionados com poliedros abordamos o assunto enfocando as, definições e suas aplicabilidades, para tanto utilizamos o *software* "Poly".

Este projeto foi realizado no CEFET Campos, com alunos do 3° ano Ensino Médio, estes já haviam visto o conteúdo e seriam avaliados sobre o mesmo, porém apresentavam certas dificuldades, deste modo o nosso projeto foi de interesse deles, uma vez que eles necessitavam de tal conhecimento.

O seu desenvolvimento aconteceu no laboratório de Informática, no qual estavam disponíveis vinte e dois microcomputadores para os 23 alunos presentes resolverem a ficha de atividades.

Devido o atraso inicial dos alunos, por estarem apresentando um trabalho de outra disciplina e ao tamanho da ficha de atividades não foi possível realizar todas as atividades do projeto, necessitando para tal mais um horário de aula que foi acertado com a turma.

O objetivo deste projeto é que ao final da realização das atividades (Poliedros) os alunos saibam resolver atividades envolvendo o assunto proposto, com ou sem o auxílio do *software*.

Inicialmente, foram revistas algumas definições importantes para o desenvolvimento do assunto: polígonos, polígonos simples, diferença de polígonos convexos e côncavos, de polígonos regulares e irregulares. A seguir foi dada a definição de poliedros sendo enfocado os sólidos platônicos e foi apresentada a parte histórica do assunto. Logo a seguir, realizamos atividades de reconhecimento do *software* e atividades de dedução das relações entre os elementos dos poliedros convexos. Após a dedução, finalizando, foram realizadas atividades de aplicação, com intuito de verificar se o objetivo foi alcançado.

2. DESENVOLVIMENTO

2.1. PREPARAÇÃO DO PROJETO

Iniciamos a elaboração deste projeto no 2º período da Licenciatura, no qual foram feitas pesquisas de vários conteúdos matemáticos visando a escolha de um tema a ser desenvolvido, sendo que era de nosso interesse que o tema possibilitasse a ligação entre a geometria e a algum *software*. Visto que nosso objetivo era unir Educação e Tecnologia, fazendo com que a harmonia desta junção trouxesse aos alunos uma forma de aprendizado mais dinâmica, fácil e prazerosa.

A orientadora ao saber qual o tema escolhido pelo grupo, apresentou ao mesmo o *software* Poly, utilizado por ela mesma em suas aulas, sendo feita assim uma sugestão de se trabalhar o tema "Poliedros" com auxilio deste *software*. Este facilitou a abordagem do tema mesmo não tendo sido estudado o conteúdo durante o nosso Curso, e de não ser um tema fácil.

Ainda no 2º período realizamos o estudo do tema durante as aulas de Laboratório de Ensino. Neste horário eram realizadas consultas a diversos livros, *sites* além de retirarmos dúvidas com a orientadora. Durante as pesquisas podíamos observar diferenças nas definições apresentadas em cada material pesquisado. Fomos orientados a escolher definições cabíveis para a fundamentação do conteúdo e também despertados a investigar continuamente, ou seja, não confiando assim numa só definição. Vale ressaltar que é indispensável a presença do orientador.

Neste mesmo período elaboramos com dificuldade as atividades do projeto, por se tratar de um conteúdo complexo que envolve vários conceitos preliminares para o seu desenvolvimento.

No início do 3º período estudamos Poliedros na disciplina Geometria III, o que contribuiu significativamente para a melhoria das etapas do projeto e da ficha de Atividades.

As atividades de dedução do conteúdo utilizando o *software* "Poly" foram preparada pelos mediadores a partir dos recursos oferecidos pelo *software* e dos conceitos do assunto em questão.

O referido projeto foi apresentado a uma parte da turma do 3º período de licenciatura em Matemática no CEFET Campos como teste exploratório visando diagnosticar falhas.

No decorrer da resolução das atividades observamos que seriam necessárias alterações , como a inserção de ícones dos comandos do *software* Poly nas questões de reconhecimento do *software* e mudança no enunciado de algumas atividades da ficha que não estavam claras.

Um segundo teste, aconteceu no 4º período. Neste a ficha de atividades já modificada foi novamente aplicada, ao final detectamos que esta necessitaria de pequenas alterações, visando torna-la de fácil compreensão pelos alunos, fazendo assim eles se sentirem motivados a desenvolvê-la. Este teste ajudou a superarmos determinados limites pessoais, apresentados no teste anterior.

Visando verificar que só existem 5 sólidos platônicos utilizamos material concreto (borrachinas coloridas, triângulos e quadrados de cartolina), ao unir os polígonos de cartolina com as borrachinhas os alunos observaram que para construir determinado sólido regular só poderiam utilizar um determinado número de polígonos. Mostramos também que ao adicionar mais polígonos unidos pelo mesmo vértice chegaríamos a uma figura plana. Essa atividade foi realizada para os sólidos: tetraedro, cubo e octaedro. Houve nesse momento uma intervenção da orientadora no sentido de não deixar passar em branco a visualização por parte dos alunos que ao unir várias faces pelo vértice chegamos a uma figura plana devido ao ângulo de 360°. Foi explicado aos alunos que eles poderiam fazer essa mesma atividade para os demais sólidos platônicos que são o dodecaedro e o icosaedro e observar que as definições servem para esses também.

Essa atividade foi muito interessante para os alunos no sentido de que ao manipular o material concreto eles mesmos observaram e construíram seus conceitos e definições tornando mais fácil a assimilação e despertando muito o interesse deles pela aula.

O processo de elaboração do projeto é importante para nós como futuros professores, pois proporciona a oportunidade de vivenciar uma situação real de sala de aula e os processos envolvidos na preparação da mesma.

A participação dos alunos foi muito importante para o desenvolvimento e aplicação do projeto.

2.2. ETAPAS DE DESENVOLVIMENTO DO PROJETO

Os tópicos a seguir destacam as etapas do desenvolvimento do projeto:

- Revisão;
- Definição de poliedros;
- Parte histórica;
- Atividades de reconhecimento do *software;*
- Atividades de poliedros utilizando o *software;*
- Exercícios de aplicação

2.2.1. PRÉ-REQUISITOS

Nesta etapa foi feita uma revisão preliminar dos seguintes conceitos:

⇒ Polígonos

Definição:

Dada uma seqüência de pontos de plano (A_1, A_2, A_3,...., A_n) com $n \geq 3$, todos distintos, onde três pontos consecutivos não são colineares, considerando-se consecutivos A_{n-1}, A_n e A_1 assim como A_n, A_1, A_2, chama-se polígono à reunião dos segmentos $A_1 A_2$, $A_2 A_3$, $A_{n-1} A_n$, $A_n A_1$ (IEZZI, 1993).

Um polígono é simples se, e somente se, a interseção de quaisquer dos lados não consecutivos é vazia.

⇒ Polígono convexo e polígono côncavo:

Um polígono simples é convexo se, e somente se, a reta determinada por dois vértices consecutivos quaisquer deixa todos os demais (n - 2) vértices num mesmo semi-plano dos dois que ela determina (IEZZI, 1993).

Se um polígono não é polígono convexo, diremos que ele é um polígono côncavo.

⇒ Polígonos regulares e irregulares:

Um polígono convexo é regular se, e somente se, tem todos os seus lados congruentes e tem todos os seus ângulos internos congruentes (IEZZI, 1993). Um polígono regular é eqüilátero e eqüiângulo.

Esta etapa foi essencial para o desenvolvimento das atividades propostas ao longo da apresentação, pois revisou conceito (Figura 1) que seriam usados no decorrer do projeto. Para tanto utilizamos material concreto (polígonos de cartolina).

Os alunos conseguiram lembrar rapidamente dos conteúdos, pois já tinham estudado recentemente.

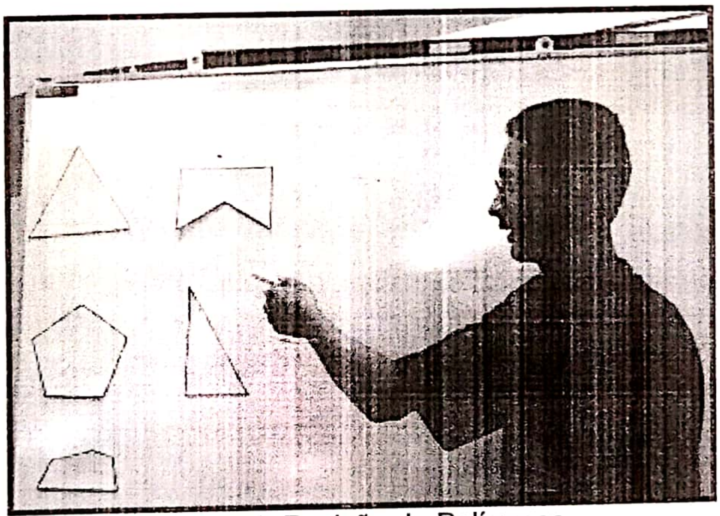


Figura 1: Revisão de Polígonos

2.2.2. DEFINIÇÃO DE POLIEDROS

Nesta etapa utilizamos materiais concretos, para melhor percepção dos alunos. Mostramos diversos tipos de poliedros confeccionados de canudos e cartolinas, para definir poliedros e mostrar seus elementos. Utilizamos as seguintes definições. Poliedro é uma reunião de um número finito de polígonos planos de tal forma que a interseção de dois polígonos distintos seja uma aresta comum, um vértice comum ou vazia (LIMA, 1991). Os polígonos são denominados faces do poliedro. Os lados e os vértices dos polígonos denominam-se, respectivamente, arestas e vértices do poliedro. Um poliedro convexo é regular quando suas faces são polígonos regulares congruentes entre si e em cada vértice concorre o mesmo número de arestas.

Possibilitamos que os alunos deduzissem que existem apenas 05 poliedros regulares através do encaixe de polígonos de cartolina (Figura 2), sendo estes regulares e de mesmo tipo unidos por borrachinhas colorida. São eles: tetraedro, cubo, octaedro, dodecaedro e o icosaedro.

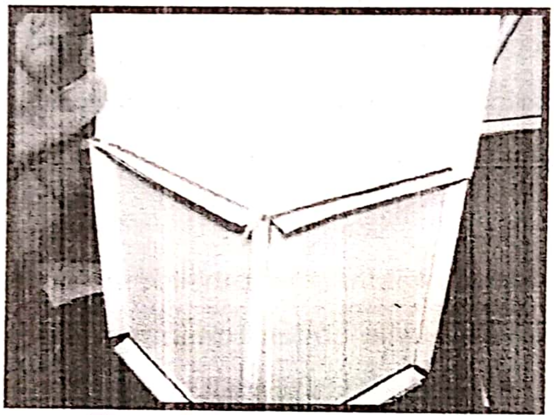


Figura 2: Material Concreto

Nesta etapa observamos o entusiasmo dos alunos, visto que eles tiveram uma participação ativa ao utilizarem os materiais concretos. Logo a compreensão do conteúdo foi de forma construtiva.

2.2.3. PARTE HISTÓRICA[1]

Esta etapa teve o intuito de despertar o interesse do aluno em relação ao conteúdo, falando sobre a sua história. Para tal optamos em utilizarmos *slides*, para relatarmos de forma resumida e dinâmica parte da história dos poliedros.

[1] Essa parte histórica é um resumo do texto "Poliedros" (BIANCHINI, 2004) e do texto "Poliedros" (PITÁGORAS, 2004)

Nos slides (Anexo 3), foram colocados os cincos poliedros platônicos separados e o que cada um representava para Platão. Essa parte foi resumida para que não atrasasse o andamento do projeto.

Diversos autores relatam um pouco da parte histórica dos poliedros, para esta etapa fizemos um resumo das partes mais interessantes encontradas a respeito do assunto.

Nos livros de matemática encontramos afirmações que é muito difícil estabelecer com precisão quando o ser humano passou perceber os poliedros e a refletir sobre eles, porém evidências como as pirâmides egípcias revelam o seu conhecimento já na Antiguidade (BIANCHINI, 2004). Dentre eles, os denominados poliedros regulares chamaram a atenção de muitos pensadores como os pitagóricos,que já haviam estudado tetraedro, o cubo e o dodecaedro, enquanto o octaedro e o icosaedro foram provavelmente abordados pela primeira vez pelo matemático grego Teaetetus (417-369 a.C.) (BIANCHINI,2004).

Assim, há séculos os poliedros encantam os seres humanos com sua atuação em campos bem abstratos e outros mais concretos. Por exemplo, eles também se encontram na natureza em cristais e em esqueletos de animais microscópios (BIANCHINI, 2004). São importantes na Matemática bem como na arquitetura, na qual desempenham papel fundamental como objetos de trabalho. Em campos mais abstratos, esses sólidos fascinaram não apenas grandes matemáticos, mas também artistas como o alemão Albrecht Dürer (1471-1528) e o veneziano Jacopo de Barbari (1445-1516) e até pintores do século XX como o espanhol Salvador Dalí (1904-1989) e Maurits Cornelis Escher(1898-1972), que procuraram incorporar tais formas em suas artes (BIANCHINI, 2004).

Segundo as teorias de Platão os cinco poliedros convexos estão associados aos principais elementos da natureza, terra, fogo, ar e água. Platão acreditava que o mundo que conhecemos foi criado por deus a partir desses quatro elementos básicos (BIANCHINI, 2004).

O cubo (seis quadrados) representa a terra, por ser o único poliedro com fases quadradas, aparenta estabilidade.

O tetraedro (quatro triângulos eqüiláteros) representa o fogo, pois tem o menor número de faces, e o mais pontudo, devido as suas arestas parecerem com gumes.

O icosaedro (vinte triângulos eqüiláteros) e o octaedro (oito triângulos eqüiláteros) representando respectivamente a água e o ar, por sua capacidade de movimento intermediário entre a terra e o fogo.

O quinto poliedro regular chamado de dodecaedro (doze pentágonos regulares) é considerado por Platão como o Cosmo, ou seja, a essência do mundo.

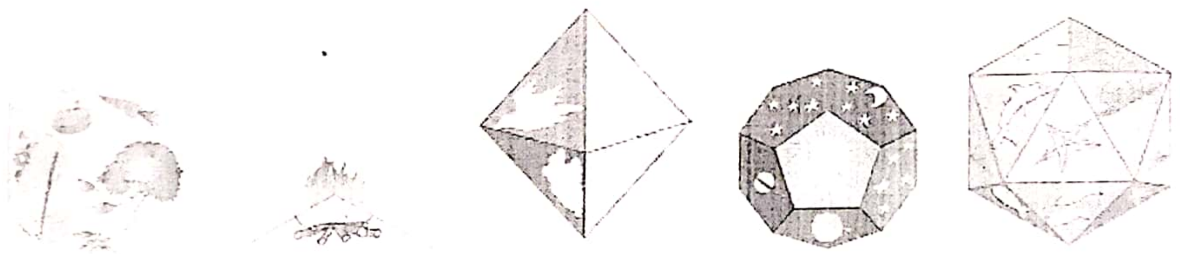


Figura3:PoliedrosRegulares(Fonte:http://mathematikos.psico.ufrgs.br/disciplinas/ufrgs/mat01039032/webfolios/grupo2/plano.html)

2.2.3. ATIVIDADES DE RECONHECIMENTO DO SOFTWARE "Poly"

Nesta etapa fizemos a apresentação do *software*, mostrando sua interface e os recursos que seriam utilizados durante todas as atividades. Expomos aos alunos , utilizando *software* Poly as diversas classificações de poliedros.

Antecedendo a atividade dedutiva que se encontra na 2ª parte da ficha de atividades do conteúdo, aplicamos uma atividade da 1ª parte da ficha de atividades (Anexo 1) na qual os alunos puderam reconhecer comandos do *software Poly* (Figura 4) que seriam utilizados no desenvolvimento do projeto.

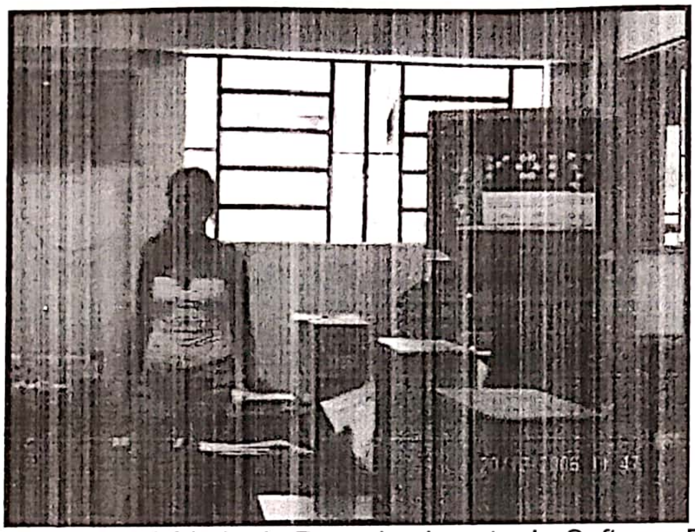


Figura 4: Atividade de Reconhecimento do *Software* Poly

Devido ao atraso, estando o tempo já ultrapassado, as atividades 2 e 3 de reconhecimento do *software* Poly não foram feitas, além disso notamos que somente com a atividade 1 eles já estavam familiarizado com os recursos do *software*. Notamos que os alunos antes mesmo de iniciarmos as atividades de reconhecimento, eles por si próprios já se interessaram em explorar o *software*, facilitando a resolução das atividades.

2.2.4. ATIVIDADE DE POLIEDROS UTILIZANDO O *SOFTWARE* "POLY"

Nesta etapa os alunos resolveram a atividade 1 (Anexo 1-2ª parte), para a dedução da relação de Euler e as atividades 2 e 3 para a dedução das relações entre os tipos de face, quantidades das faces e número de arestas, e entre o tipo de vértices, quantidade de vértices e o número de arestas. Para tanto utilizamos os recursos do *software* como auxílio na visualização.

Isso nos mostrou que o uso das tecnologias é de grande valia, pois além de despertar o interesse dos alunos por ser algo diferente, também auxilia o professor quanto à visualização e comprovação de relações que para muitos alunos ficaria difícil chegar a essa conclusão somente utilizando o imaginário (Figura 5). Para tal a utilização do *software* foi importante, pois possui ferramentas que possibilitam que o aluno tenha diferentes visualizações dos sólidos e em diversas posições diferentes, pois com um simples arrastar do mouse ele pode mudar o tipo de vista.

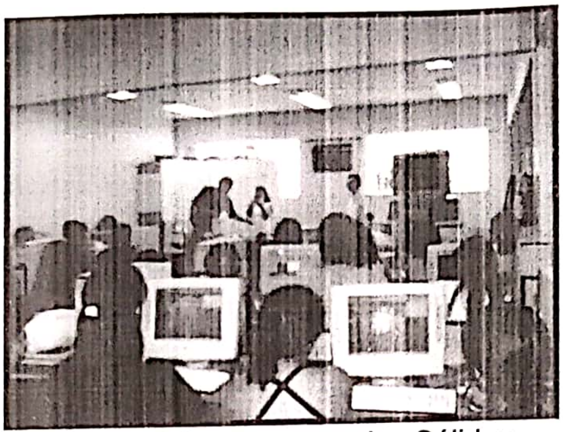


Figura 5: Visualizações dos Sólidos

Devido ao atraso inicial e o tempo utilizado na a atividade com o material concreto não foi possível realizar todas as atividades em apenas duas aulas. Pedimos então que os alunos retornassem em nova data para que pudéssemos resolver o restante das atividades. O que foi feito em mais um horário de aula.

Ao retornarmos para resolver o restante da atividade alguns alunos não compareceram. Havia também alunos que não compareceram a primeira parte da apresentação, mas se interessaram em participar da segunda parte devido a proximidade da prova e ainda terem muitas dúvidas com relação ao conteúdo.

Ao final da aplicação do projeto e da resolução das atividades observamos que os alunos não tinham mais dúvidas em relação ao conteúdo, sendo assim percebemos que nosso objetivo foi alcançado.

2.2.5. EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

Nesta etapa os alunos resolveram os exercícios de aplicação (Anexo 2), onde puderam aplicar os conhecimentos construídos durante a realização desse projeto.

No início pedimos que resolvessem os exercícios e estipulamos um tempo, logo a seguir perguntamos qual o método utilizado por eles para a realização e conferimos as respostas. Observamos que não tiveram dificuldade.

3. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Apesar dos contratempos iniciais com relação ao horário, pudemos desenvolver o projeto do Laboratório de Ensino com bastante tranqüilidade visto que a turma era excelente e participativa, sempre pronta a responder e questionar.

Essa disciplina teve uma importância fundamental na nossa formação, pois nos levou a investigar, pesquisar, analisar, selecionar e preparar o material utilizado com a turma. Através disso nos tornarmos mediadores do processo de ensino e aprendizagem buscando cada vez mais através de mudanças de atitudes transformar o momento da construção do conhecimento. Além disso, verificamos que é possível contribuir para que o aluno seja um investigador e capaz de buscar novos conhecimentos.

Foi muito gratificante poder observar o processo de construção do conhecimento através da utilização de recurso tecnológico e avaliar a importância das tecnologias na educação.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS:

BIANCHINI, E. *Matemática*. São Paulo: Moderna, 2004

CAVALCANTE G. L. *Mais MATEMÁTICA*. 2 ed. São Paulo: Saraiva, 2002

FILHO, B.B. *Matemática: aula por aula*. São Paulo: FTD , 2000

IEZZI, G. *Matemática: ciência e aplicações*. 2 ed.São Paulo: Atual, 2004

LIMA, E.L. *A matemática do ensino médio*. 3 ed. São Paulo: SBM , 2000

LIMA, E.L. *Fundamentos da Matemática Elementar*. Rio de Janeiro: SBM, 1991.

PITÁGORAS, R. *Fascículos de revisão:3ª série do Ensino Médio*. Minas Gerais: Universidade, 2004

PLANEJAMENTO para alunos de 5º a 8º série- Poliedros. Disponível em: <http://mathematikos.psico.ufrgs.br/disciplinas/ufrgs/mat01039032/webfolios/grupo2/plano.html> ultima consulta em 15/08/06

ANEXOS

Anexo 1: Ficha de atividades de reconhecimento do software poly

CENTRO FEDERAL DE EDUCAÇÃO TECNOLÓGICA DE CAMPOS
MEC/SETEC
CEFET CAMPOS
Universidade da Tecnologia e do Trabalho

FICHA DE ATIVIDADES

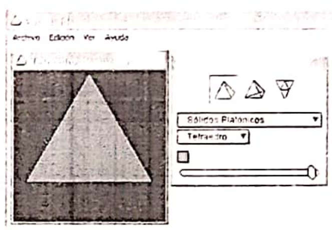
Essas atividades serão realizadas com o auxílio de *software* "poly".

1ª Parte: ATIVIDADES DE RECONHECIMENTO DO SOFTWARE "POLY"

O software POLY é um programa que permite a visualização de diversos sólidos e suas planificações. Não é um *software* livre, mas possui uma versão para avaliação disponível em http://www.peda.com/poly.

Atividade 1

a) Abra o software Poly, clique em continuar. (Na tela aparecerá duas janelas) Uma delas tem dois menus, um com **sólidos platônicos** e no outro o **tetraedro** .

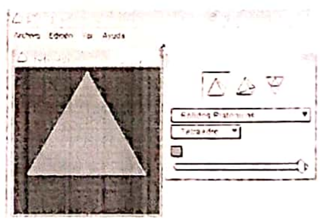


b) Maximize a janela em que se encontra o tetraedro;

c) Clique sobre o tetraedro e mantendo o *mouse* pressionado, movimente - o;

d) Movimente a barra de rolagem na janela auxiliar e observe o tetraedro, após o término do movimento retorne a posição inicial.

e) Clique em cada uma das figuras que aparecem na janela auxiliar (acima de onde está escrito **sólidos platônicos)**, movimente o sólido, observe a diferença entre cada uma delas e descreva-as.



____
____
____
____

f) Selecione a ferramenta que permite a visualização planificada, visualize cada um dos sólidos platônicos, para tanto, no menu em que está escrito tetraedro, clique na seta e selecione cada um dos sólidos platônicos e escreva o nome dos polígonos que são faces de cada um deles.

____

____

____

____

____

g) Retorne ao tetraedro e clique na figura que permite visualizar somente as arestas realçadas, clique sobre o sólido e mantendo o *mouse* pressionado, movimente-o; Determine o número de arestas que partem de cada vértice.____

h) Repita o item g para o cubo, octaedro, dodecaedro e o icosaedro.

____

____

____

Atividade 2

a) Selecione sólidos de Arquimedes (Na tela aparecerá o tetraedro truncado).

b) Ative o ícone que permite a visualização do sólido montado com as arestas realçadas. Clique sobre o sólido e mantendo o mouse pressionado, movimente - o;

c) Movimente a barra de rolagem na janela auxiliar e observe o sólido, após o término do movimento retorne a posição inicial.

d) Ainda nos sólidos de Arquimedes selecione o cuboctaedro e repita o mesmo procedimento dos itens b e c.

e) Escreva o nome dos polígonos que são faces do tetraedro truncado e do cuboctaedro dos sólidos, visualize (identifique-as);

____

____

f) Determine o número de arestas que partem de cada vértice do tetraedro truncado e do cuboctaedro.

____

____

Atividade 3

a) No menu da janela auxiliar selecione sólidos de Johnson. e no outro menu selecione dipirâmide triangular;

b) Ative o ícone que permite a visualização do sólido montado com as arestas realçadas. Clique sobre o sólido e mantendo o mouse pressionado, movimente - o;

c) Movimente a barra de rolagem na janela auxiliar, após o término do movimento retorne a posição inicial.

d) Ainda nos sólidos de Johnson selecione a dipirâmide pentagonal e repita o mesmo procedimento dos itens acima.

e) Escreva o nome dos polígonos que são faces de cada um dos sólidos, visualize (identifique-as);

____

____

f) Determine o número de arestas que partem de cada vértice em cada um dos sólidos visualizados.

____

____

2ª Parte: Atividades de Dedução de Relações entre os elementos dos poliedros.

Atividade 1

a) Utilizando os recursos do software POLY, preencha a tabela abaixo:

Nome dos poliedros	Nome dos polígonos(faces dos poliedros)	Nº total de faces (F)	Nº total de arestas (A)	Nº total de vértices (V)
Tetraedro regular *(Platônico)*				
Octaedro regular *(Platônico)*				
Hexaedro regular (cubo) *(Platônico)*				
Tetraedro Truncado *(Arquimedes)*				
Pirâmide Quadrangular *(Johnson)*				
Dipirâmide triangular *(Johnson)*				

b) Qual a diferença que você observa entre os sólidos platônicos e os demais, em relação ao tipo de faces?

____

____

c) Por que a dipirâmide triangular não é um sólido platônico, apesar de suas faces serem todas triangulares? ______________________________

d) Utilizando os valores obtidos na tabela do item preencha a tabela abaixo.

	V+F	A+2
Tetraedro regular *(Platônico)*		
Octaedro regular *(Platônico)*		
Hexaedro regular (cubo) *(Platônico)*		
Tetraedro Truncado *(Arquimedes)*		
Pirâmide Quadrangular *(Johnson)*		
Dipirâmide triangular *(Johnson)*		

e) Compare os valores de V + F com os de A + 2 em cada linha da tabela acima e descreva o que você observou.

f) Utilizando o que você observou no item acima (relação de Euler) e sem utilizar os recursos do *software*, determine o número de arestas do icosaedro regular sabendo que ele possui 20 faces (F) e 12 vértices (V).

Atividade 2

2.1 - Clique no botão que permite visualizar o sólido montado com as arestas realçadas. Depois clique em Sólidos Platônicos e selecione octaedro. Observe que esse sólido é composto de 8 triângulos regulares e:

a) Determine o número de arestas desse sólido, sem contar uma a uma.

b) Utilize a relação de Euler e determine o número de vértices.

c) Utilize o *software* para verificar os valores calculados.

2.2 - Clique no botão que permite visualizar o sólido montado com as arestas realçadas. Depois clique em Sólidos Platônicos e selecione Dodecaedro. Observe que esse sólido é composto de 12 pentágonos regulares e:

a) Determine o número de arestas desse sólido, sem contar uma a uma.

b) Utilize a relação de Euler e determine o número de vértices.

2.2- Clique no botão que permite visualizar o sólido montado com as arestas realçadas. Depois, clique em Sólidos de Arquimedes. Na tela já aparecerá um tetraedro truncado. Observe que esse sólido é composto de 4 triângulos eqüiláteros e 4 hexágonos regulares e :

a) Determine o número de arestas desse sólido, sem contar uma a uma.

b) Utilize a relação de Euler e determine o número de vértices.

2.3- Clique em Sólidos de Arquimedes e selecione Rombicosidodecaedro. Planifique esse sólido e identifique o tipo de face e a quantidade de cada tipo e:

a) Determine o número de arestas desse sólido, sem contar uma a uma.

____

b) Utilize a relação de Euler e determine o número de vértices.

____

Atividade 3

3.1- Clique no botão que permite visualizar o sólido montado com as arestas realçadas. Depois, clique em Sólidos Platônicos e selecione Icosaedro. Observe que esse sólido possui 12 vértices (V)e :

a) Determine o número de arestas que partem de cada vértice.

____

b) Considerando o número de vértices e o número de arestas que partem de cada vértice. determine o número de arestas desse sólido. sem contar uma a uma.

____

3.2 - Clique no botão que permite visualizar o sólido montado com as arestas realçadas. Depois, clique em Sólidos de Arquimedes. Na tela já aparecerá um tetraedro truncado. Selecione Cubo truncado, observe que esse sólido possui 22 vértices (V) e:

a) Determine o número de arestas que partem de cada vértice.

____

b) Considerando o número de vértices e o número de arestas que partem de cada vértice, determine o número de arestas desse sólido, sem contar uma a uma.

____

3.3- Clique no botão que permite visualizar o sólido montado com as arestas realçadas. Selecione Octaedro truncado, observe que esse sólido é composto de 32 vértices (V) e:

a) Determine o número de arestas que partem de cada vértice.

____

b) Considerando o número de vértices e o número de arestas que partem de cada vértice, determine o número de arestas desse sólido, sem contar uma a uma.

____

GENERALIZANDO______________________

Anexo 2: Exercícios de aplicação

EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

1- (Faap-SP) Num poliedro convexo, o número de arestas excede o número de vértices em 6 unidades. Calcule o número de faces.

2- (Mackenzie-SP) Determine o número de vértices de um poliedro que tem três faces triangulares, uma face quadrangular, uma pentagonal e duas hexagonais.

3- Determine o número de faces, de arestas e de vértices para um poliedro convexo com 4 faces triangulares e 4 quadrangulares.

4- (IEZZI, 2004) Um professor de matemática decidiu que na festa de aniversário dos 6 anos de seu filho seriam distribuídos, como "lembrancinhas", pequenos poliedros coloridos, feitos de madeira.
Contratou um marceneiro para fazer 30 poliedros e lhe passou a seguinte orientação:

- todos os poliedros devem ser regulares e a aresta de cada um deve medir 4 cm;
- 10 deles devem ser pintados de azul, ter 6 arestas e 4 vértices;
- Outros 10 devem ser pintados de rosa e ter 12 faces pentagonais;
- Os 10 restantes devem ser pintados de amarelo e ter 8 faces triangulares.

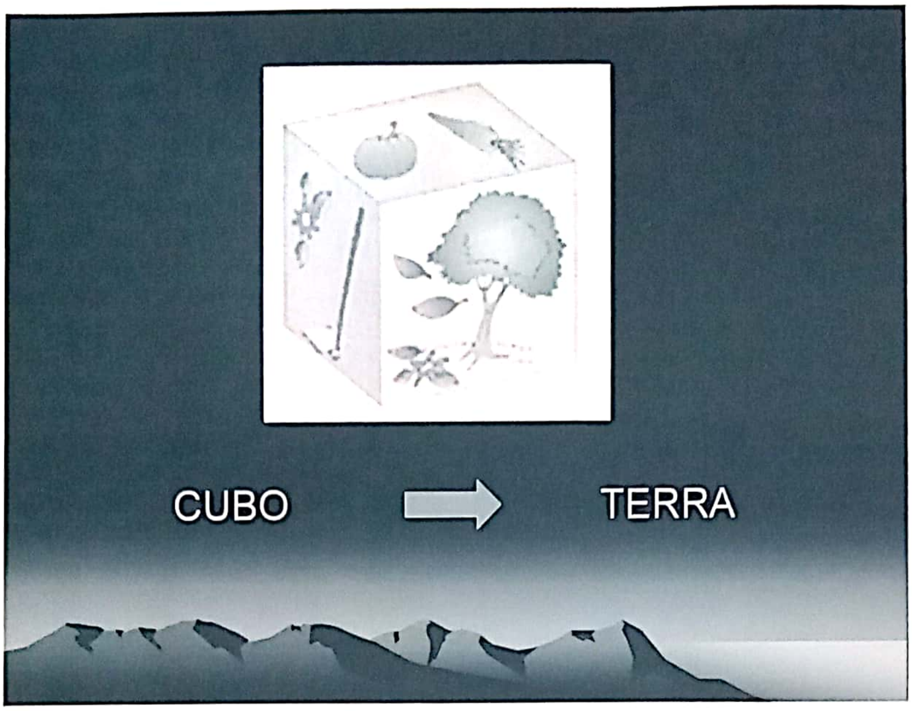
De acordo com a orientação do professor:

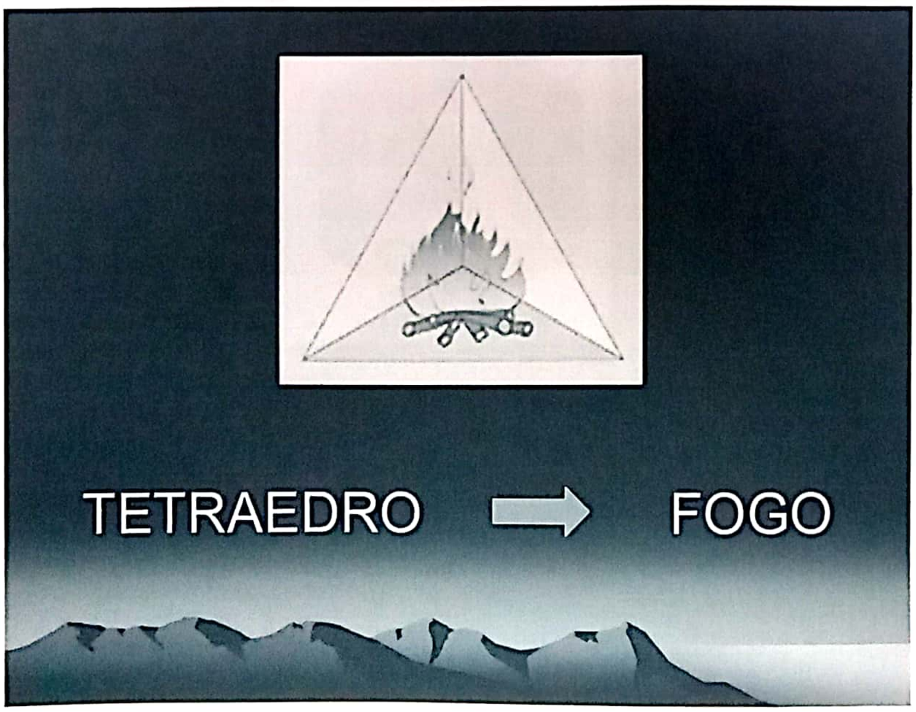
a) que tipos de poliedros o marceneiro deve confeccionar?

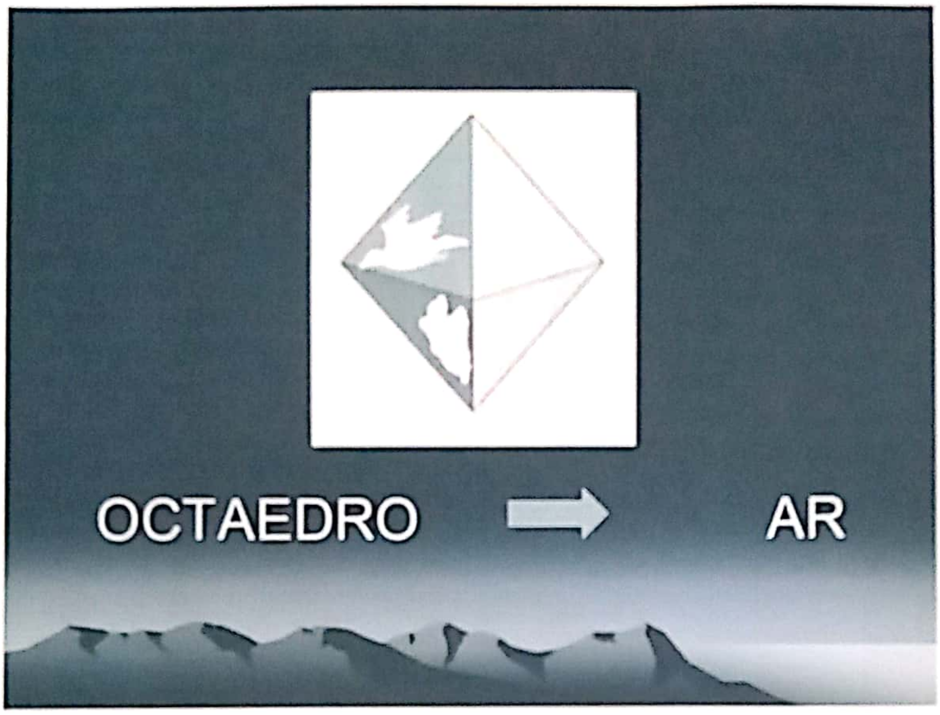
b) quantas arestas terá o poliedro rosa?

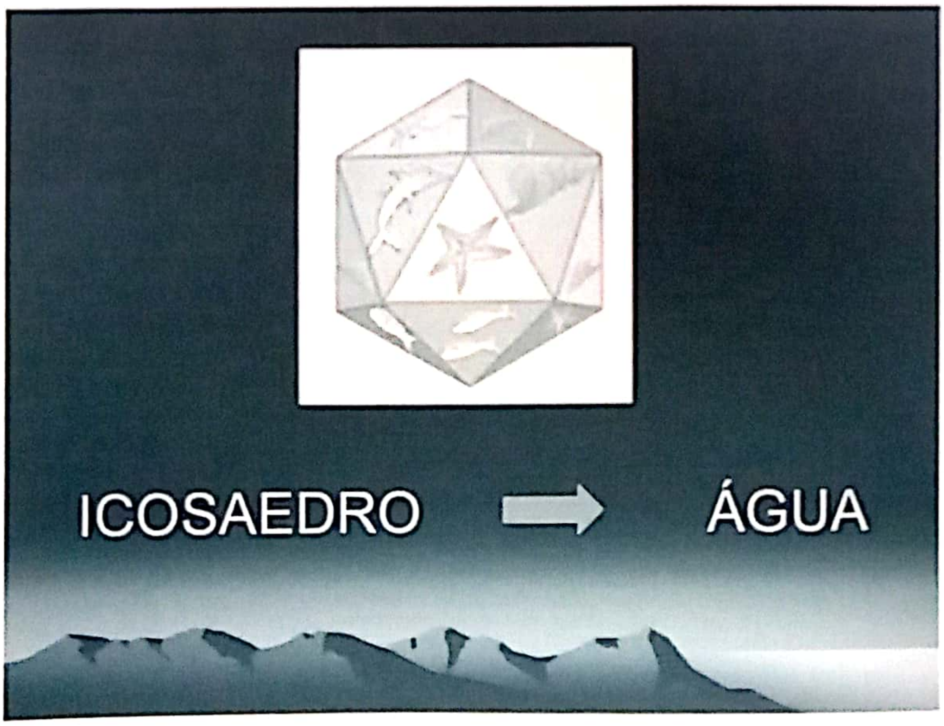
c) quantos vértices terá o poliedro amarelo?

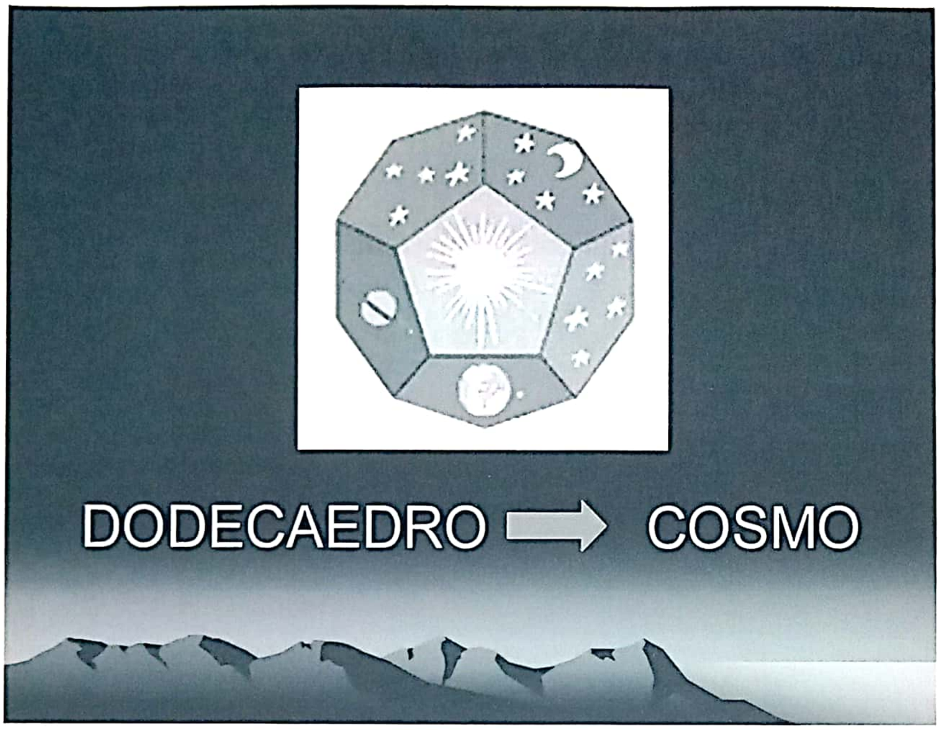
Anexo 3: Slides


CUBO
TERRA


TETRAEDRO
FOGO


OCTAEDRO
AR


ICOSAEDRO
ÁGUA


DODECAEDRO → COSMO

Anexo 4: Atividades resolvidas

CENTRO FEDERAL DE EDUCAÇÃO TECNOLÓGICA DE CAMPOS

MEC/SETEC

CEFET CAMPOS Universidade da Tecnologia e do Trabalho

FICHA DE ATIVIDADES

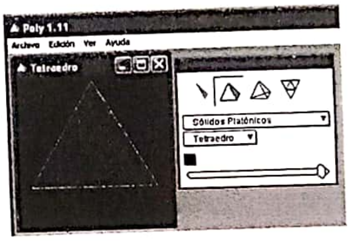
Essas atividades serão realizadas com o auxílio de *software* "poly".

1ª Parte: ATIVIDADES DE RECONHECIMENTO DO SOFTWARE "POLY"

O software POLY é um programa que permite a visualização de diversos sólidos e suas planificações. Não é um *software* livre, mas possui uma versão para avaliação disponível em http://www.peda.com/poly.

Atividade 1

a) Abra o software Poly, clique em continuar. (Na tela aparecerá duas janelas) Uma delas tem dois menus, um com **sólidos platônicos** e no outro o **tetraedro** .

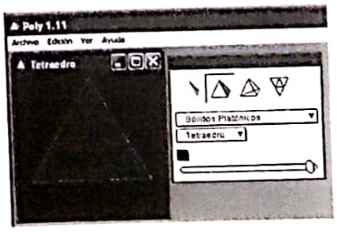


b) Maximize a janela em que se encontra o tetraedro;

c) Clique sobre o tetraedro e mantendo o *mouse* pressionado, movimente - o;

d) Movimente a barra de rolagem na janela auxiliar e observe o tetraedro, após o término do movimento retorne a posição inicial.

e) Clique em cada uma das figuras que aparecem na janela auxiliar (acima de onde está escrito **sólidos platônicos)**, movimente o sólido, observe a diferença entre cada uma delas e descreva-as.



sem arestas [illegible]
com arestas [illegible]
só arestas
só os vértices
planificado

f) Selecione a ferramenta que permite a visualização planificada, visualize cada um dos sólidos platônicos, para tanto, no menu em que está escrito tetraedro, clique na seta e selecione cada um dos sólidos platônicos e escreva o nome dos polígonos que são faces de cada um deles.

triangulos = tetraedro
quadrados = cubo
triangulos = octaedro
pentagonos = dodecaedro
Triangulos = icosaedro

g) Retorne ao tetraedro e clique na figura que permite visualizar somente as arestas realçadas, clique sobre o sólido e mantendo o *mouse* pressionado, movimente-o; Determine o número de arestas que partem de cada vértice._____

h) Repita o item g para o cubo, octaedro, dodecaedro e o icosaedro.

3, 4, 3, 5 arestas

Atividade 2

a) Selecione sólidos de Arquimedes (Na tela aparecerá o tetraedro truncado).

b) Ative o ícone que permite a visualização do sólido montado com as arestas realçadas. Clique sobre o sólido e mantendo o mouse pressionado, movimente - o;

c) Movimente a barra de rolagem na janela auxiliar e observe o sólido, após o término do movimento retorne a posição inicial.

d) Ainda nos sólidos de Arquimedes selecione o cuboctaedro e repita o mesmo procedimento dos itens b e c.

e) Escreva o nome dos polígonos que são faces do tetraedro truncado e do cuboctaedro dos sólidos, visualize (identifique-as);

tetraedro = triangulos
Cuboctaedro quadrados e triangulos

f) Determine o número de arestas que partem de cada vértice do tetraedro truncado e do cuboctaedro.

3 4 arestas

Atividade 3

a) No menu da janela auxiliar selecione sólidos de Johnson, e no outro menu selecione dipirâmide triangular;

b) Ative o ícone que permite a visualização do sólido montado com as arestas realçadas. Clique sobre o sólido e mantendo o mouse pressionado, movimente - o;

c) Movimente a barra de rolagem na janela auxiliar, após o término do movimento retorne a posição inicial.

d) Ainda nos sólidos de Johnson selecione a dipirâmide pentagonal e repita o mesmo procedimento dos itens acima.

e) Escreva o nome dos polígonos que são faces de cada um dos sólidos, visualize (identifique-as);

dipirâmide triangular △

dipirâmide pentagonal △

f) Determine o número de arestas que partem de cada vértice em cada um dos sólidos visualizados.

dipirâmide triangular 3v → 4a = 2v → 3a

dipirâmide pentagonal 2v → 5a = 5v → 4a

2ª Parte: Atividades de Dedução de Relações entre os elementos dos poliedros.

Atividade 1

a) Utilizando os recursos do software POLY, preencha a tabela abaixo:

Nome dos poliedros	Nome dos polígonos(faces dos poliedros)	Nº total de faces (F)	Nº total de arestas (A)	Nº total de vértices (V)
Tetraedro regular *(Platônico)*	triângulo	4	[illegible]	4
Octaedro regular *(Platônico)*	triângulo	8	12	6
Hexaedro regular (cubo) *(Platônico)*	quadrados	6	12	8
Tetraedro Truncado *(Arquimedes)*	triângulos pentágono	8	18	12
Pirâmide Quadrangular *(Johnson)*	quadrado triângulo	5		5
Dipirâmide triangular *(Johnson)*	triângulo	6	9	5

b) Qual a diferença que você observa entre os sólidos platônicos e os demais, em relação ao tipo de faces?

[illegible]

c) Por que a dipirâmide triangular não é um sólido platônico, apesar de suas faces serem todas triangulares? não é o número de [illegible]

d) Utilizando os valores obtidos na tabela do item preencha a tabela abaixo.

	V+F	A+2
Tetraedro regular *(Platônico)*	[illegible]	[illegible]
Octaedro regular *(Platônico)*	[illegible]	[illegible]
Hexaedro regular (cubo) *(Platônico)*	[illegible]	[illegible]
Tetraedro Truncado *(Arquimedes)*	[illegible]	[illegible]
Pirâmide Quadrangular *(Johnson)*	[illegible]	[illegible]
Dipirâmide triangular *(Johnson)*	[illegible]	[illegible]

e) Compare os valores de V + F com os de A + 2 em cada linha da tabela acima e descreva o que você observou.

soma do número de vértices + número de faces = número de arestas + 2 → $V+F=A+2$

f) Utilizando o que você observou no item acima (relação de Euler) e sem utilizar os recursos do *software*, determine o número de arestas do icosaedro regular sabendo que ele possui 20 faces (F) e 12 vértices (V).

$V+F=A+2 \rightarrow 12+20=A+2 \rightarrow 32-2=A \rightarrow A=30$

Atividade 2

2.1 - Clique no botão que permite visualizar o sólido montado com as arestas realçadas. Depois clique em Sólidos Platônicos e selecione octaedro. Observe que esse sólido é composto de 8 triângulos regulares e:

a) Determine o número de arestas desse sólido, sem contar uma a uma.

$A = \frac{3 \cdot 8}{2} = 12$

b) Utilize a relação de Euler e determine o número de vértices.

$V+F=A+2 \rightarrow V+8=12+2 \rightarrow V=14-8 \rightarrow V=6$

c) Utilize o *software* para verificar os valores calculados.

2.2 - Clique no botão que permite visualizar o sólido montado com as arestas realçadas. Depois clique em Sólidos Platônicos e selecione Dodecaedro. Observe que esse sólido é composto de 12 pentágonos regulares e:

a) Determine o número de arestas desse sólido, sem contar uma a uma.

30

b) Utilize a relação de Euler e determine o número de vértices.

20

2.2- Clique no botão que permite visualizar o sólido montado com as arestas realçadas. Depois, clique em Sólidos de Arquimedes. Na tela já aparecerá um tetraedro truncado. Observe que esse sólido é composto de 4 triângulos eqüiláteros e 4 hexágonos regulares e :

a) Determine o número de arestas desse sólido, sem contar uma a uma.

18

b) Utilize a relação de Euler e determine o número de vértices.

12

2.3- Clique em Sólidos de Arquimedes e selecione Rombicosidodecaedro. Planifique esse sólido e identifique o tipo de face e a quantidade de cada tipo e:

△ 20

□ 30

⬠ -

a) Determine o número de arestas desse sólido, sem contar uma a uma.

$a = 60 + 120 + 60$ ... 2

b) Utilize a relação de Euler e determine o número de vértices.

$V + 62 = 122 + 2$

60

Atividade 3

3.1- Clique no botão que permite visualizar o sólido montado com as arestas realçadas. Depois, clique em Sólidos Platônicos e selecione Icosaedro. Observe que esse sólido possui 12 vértices (V)e :

a) Determine o número de arestas que partem de cada vértice.

5 a

b) Considerando o número de vértices e o número de arestas que partem de cada vértice, determine o número de arestas desse sólido, sem contar uma a uma.

$\frac{60}{2} = 30$

3.2 - Clique no botão que permite visualizar o sólido montado com as arestas realçadas. Depois, clique em Sólidos de Arquimedes. Na tela já aparecerá um tetraedro truncado. Selecione Cubo truncado, observe que esse sólido possui 22 vértices (V) e:

a) Determine o número de arestas que partem de cada vértice.

3 a

b) Considerando o número de vértices e o número de arestas que partem de cada vértice, determine o número de arestas desse sólido, sem contar uma a uma.

$22 \cdot 3 \div 2 = 33$

3.3- Clique no botão que permite visualizar o sólido montado com as arestas realçadas. Selecione Octaedro truncado, observe que esse sólido é composto de 32 vértices (V) e:

a) Determine o número de arestas que partem de cada vértice.

3 a

b) Considerando o número de vértices e o número de arestas que partem de cada vértice, determine o número de arestas desse sólido, sem contar uma a uma.

$(32 \times 3) \div 2 = 48$

GENERALIZANDO f_3 → faces triangulares f_4

$m f_n$ sendo n o número de lados e m o nº faces

EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

1- (Faap-SP) Num poliedro convexo, o número de arestas excede o número de vértices em 6 unidades. Calcule o número de faces.

$F = 8$

2- (Mackenzie-SP) Determine o número de vértices de um poliedro que tem três faces triangulares, uma face quadrangular, uma pentagonal e duas hexagonais.

3- Determine o número de faces, de arestas e de vértices para um poliedro convexo com 4 faces triangulares e 4 quadrangulares.

4- Um professor de matemática decidiu que na festa de aniversário dos 6 anos de seu filho seriam distribuídos, como "lembrancinhas", pequenos poliedros coloridos, feitos de madeira.
Contratou um marceneiro para fazer 30 poliedros e lhe passou a seguinte orientação:

- todos os poliedros devem ser regulares e a aresta de cada um deve medir 4 cm:
- 10 deles devem ser pintados de azul, ter 6 arestas e 4 vértices;
- Outros 10 devem ser pintados de rosa e ter 12 faces pentagonais;
- Os 10 restantes devem ser pintados de amarelo e ter 8 faces triangulares.

De acordo com a orientação do professor:

a) que tipos de poliedros o marceneiro deve confeccionar?

b) quantas arestas terá o poliedro rosa?

30

c) quantos vértices terá o poliedro amarelo?

FICHA DE ATIVIDADES

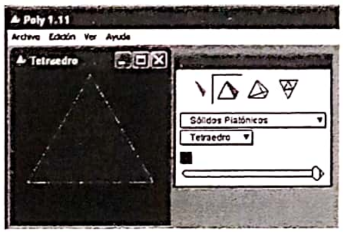
Essas atividades serão realizadas com o auxílio de *software* "poly".

1ª Parte: ATIVIDADES DE RECONHECIMENTO DO SOFTWARE "POLY"

O software POLY é um programa que permite a visualização de diversos sólidos e suas planificações. Não é um *software* livre, mas possui uma versão para avaliação disponível em http://www.peda.com/poly.

Atividade 1

a) Abra o software Poly, clique em continuar. (Na tela aparecerá duas janelas) Uma delas tem dois menus, um com **sólidos platônicos** e no outro o **tetraedro** .

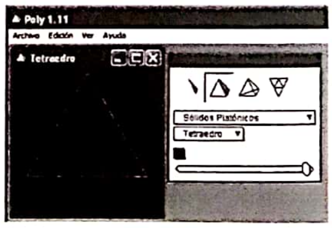


b) Maximize a janela em que se encontra o tetraedro;

c) Clique sobre o tetraedro e mantendo o *mouse* pressionado, movimente - o;

d) Movimente a barra de rolagem na janela auxiliar e observe o tetraedro, após o término do movimento retorne a posição inicial.

e) Clique em cada uma das figuras que aparecem na janela auxiliar (acima de onde está escrito **sólidos platônicos)**, movimente o sólido, observe a diferença entre cada uma delas e descreva-as.



Sem arestas realçadas Planificação
Com arestas realçadas
Somente arestas
Somente vértices

f) Selecione a ferramenta que permite a visualização planificada, visualize cada um dos sólidos platônicos, para tanto, no menu em que está escrito tetraedro, clique na seta e selecione cada um dos sólidos platônicos e escreva o nome dos polígonos que são faces de cada um deles.

tetraedro → triângulos
Cubo → Quadrados
Octaedro → triângulos
Dodecaedro → pentágonos
Icosaedro → triângulos

g) Retorne ao tetraedro e clique na figura que permite visualizar somente as arestas realçadas, clique sobre o sólido e mantendo o *mouse* pressionado, movimente-o; Determine o número de arestas que partem de cada vértice. 3

h) Repita o item g para o cubo, octaedro, dodecaedro e o icosaedro.

Cubo → 3 arestas / Octaedro → 4 arestas / Dodecaedro → 3 arestas
Icosaedro → 5 arestas

Atividade 2

a) Selecione sólidos de Arquimedes (Na tela aparecerá o tetraedro truncado).

b) Ative o ícone que permite a visualização do sólido montado com as arestas realçadas. Clique sobre o sólido e mantendo o mouse pressionado, movimente - o;

c) Movimente a barra de rolagem na janela auxiliar e observe o sólido, após o término do movimento retorne a posição inicial.

d) Ainda nos sólidos de Arquimedes selecione o cuboctaedro e repita o mesmo procedimento dos itens b e c.

e) Escreva o nome dos polígonos que são faces do tetraedro truncado e do cuboctaedro dos sólidos, visualize (identifique-as);

tetraedro truncado → triângulos e hexágonos
Cuboctaedro → triângulos e quadrados

f) Determine o número de arestas que partem de cada vértice do tetraedro truncado e do cuboctaedro.

tetraedro truncado → 3 arestas
Cuboctaedro → 4 arestas

Atividade 3

a) No menu da janela auxiliar selecione sólidos de Johnson, e no outro menu selecione dipirâmide triangular;

b) Ative o ícone que permite a visualização do sólido montado com as arestas realçadas. Clique sobre o sólido e mantendo o mouse pressionado, movimente - o;

c) Movimente a barra de rolagem na janela auxiliar, após o término do movimento retorne a posição inicial.

d) Ainda nos sólidos de Johnson selecione a dipirâmide pentagonal e repita o mesmo procedimento dos itens acima.

e) Escreva o nome dos polígonos que são faces de cada um dos sólidos, visualize (identifique-as);

dipirâmide triangular -> triângulos

dipirâmide Pentagonal -> triângulos

f) Determine o número de arestas que partem de cada vértice em cada um dos sólidos visualizados.

dipirâmide triangular -> 3 vértices partem 4 arestas / 2 vértices partem 3 arestas

dipirâmide Pentagonal -> 2 vértices partem 5 arestas / 5 vértices partem 4 arestas

2ª Parte: Atividades de Dedução de Relações entre os elementos dos poliedros.

Atividade 1

a) Utilizando os recursos do software POLY, preencha a tabela abaixo:

Nome dos poliedros	Nome dos polígonos(faces dos poliedros)	Nº total de faces (F)	Nº total de arestas (A)	Nº total de vértices (V)
Tetraedro regular *(Platônico)*	triângulos	4	6	4
Octaedro regular *(Platônico)*	triângulos	8	12	6
Hexaedro regular (cubo) *(Platônico)*	Quadrados	6	12	8
Tetraedro Truncado *(Arquimedes)*	hexágonos e triângulos	8	18	12
Pirâmide Quadrangular *(Johnson)*	triângulos e quadrados	5	8	5
Dipirâmide triangular *(Johnson)*	triângulos	6	9	5

b) Qual a diferença que você observa entre os sólidos platônicos e os demais, em relação ao tipo de faces?

As faces dos sólidos platônicos são formadas por um único tipo de polígono, já os demais sólidos tem suas faces formadas por dois tipos de polígonos.

c) Por que a dipirâmide triangular não é um sólido platônico, apesar de suas faces serem todas triangulares? Porque o nº de arestas que partem dos vértices são diferentes.

d) Utilizando os valores obtidos na tabela do item preencha a tabela abaixo.

	V+F	A+2
Tetraedro regular *(Platônico)*	4 + 4 = 8	6 + 2 = 8
Octaedro regular *(Platônico)*	6+8 = 14	12 + 2 = 14
Hexaedro regular (cubo) *(Platônico)*	8+6 = 14	12 + 2 = 14
Tetraedro Truncado *(Arquimedes)*	12 + 8 = 20	18 + 2 = 20
Pirâmide Quadrangular *(Johnson)*	5 + 5 = 10	8 + 2 = 10
Dipirâmide triangular *(Johnson)*	5 + [illegible] = 11	9 + 2 = 11

e) Compare os valores de V + F com os de A + 2 em cada linha da tabela acima e descreva o que você observou.

O valor da soma de nº de vértices mais nº de faces é igual a nº de arestas mais dois, logo $(V+F = A+2)$

f) Utilizando o que você observou no item acima (relação de Euler) e sem utilizar os recursos do *software*, determine o número de arestas do icosaedro regular sabendo que ele possui 20 faces (F) e 12 vértices (V).

$V+F = A+2$

$12+20 = A+2$

$32-2 = A$

$A = 30$

Atividade 2

2.1 - Clique no botão que permite visualizar o sólido montado com as arestas realçadas. Depois clique em Sólidos Platônicos e selecione octaedro. Observe que esse sólido é composto de 8 triângulos regulares e:

a) Determine o número de arestas desse sólido, sem contar uma a uma.

$A = \frac{8 \cdot 3}{2} = 12$

b) Utilize a relação de Euler e determine o número de vértices.

$V+F = A+2 \Rightarrow V+8 = 12+2 \Rightarrow V = 14-8 \Rightarrow V = 6$

c) Utilize o *software* para verificar os valores calculados.

2.2 - Clique no botão que permite visualizar o sólido montado com as arestas realçadas. Depois clique em Sólidos Platônicos e selecione Dodecaedro. Observe que esse sólido é composto de 12 pentágonos regulares e:

a) Determine o número de arestas desse sólido, sem contar uma a uma.

$A = \frac{12 \cdot 5}{2} = \frac{60}{2} = 30$

b) Utilize a relação de Euler e determine o número de vértices.

$V+F = A+2 \Rightarrow V+12 = 30+2 \Rightarrow V = 32-12 \Rightarrow V = 20$

2.2- Clique no botão que permite visualizar o sólido montado com as arestas realçadas. Depois, clique em Sólidos de Arquimedes. Na tela já aparecerá um tetraedro truncado. Observe que esse sólido é composto de 4 triângulos eqüiláteros e 4 hexágonos regulares e :

a) Determine o número de arestas desse sólido, sem contar uma a uma.

$A = \frac{4 \cdot 3 + 4 \cdot 6}{2} = \frac{12+24}{2} = \frac{36}{2} = 18$

b) Utilize a relação de Euler e determine o número de vértices.

$V+F = A+2 \Rightarrow V+8 = 18+2 \Rightarrow V = 12$

2.3- Clique em Sólidos de Arquimedes e selecione Rombicosidodecaedro. Planifique esse sólido e identifique o tipo de face e a quantidade de cada tipo e:

triângulos - 20

Quadrados - 30

a) Determine o número de arestas desse sólido, sem contar uma a uma.

$A = \frac{20.3 + 30.4 + 12.5}{2} = \frac{60 + 120 + 60}{2} = \frac{240}{2} = 120$

b) Utilize a relação de Euler e determine o número de vértices.

$V + F = A + 2$

$V + 62 = 120 + 2$

$V = 60$

Atividade 3

3.1- Clique no botão que permite visualizar o sólido montado com as arestas realçadas. Depois, clique em Sólidos Platônicos e selecione Icosaedro. Observe que esse sólido possui 12 vértices (V)e :

a) Determine o número de arestas que partem de cada vértice.

5 arestas

b) Considerando o número de vértices e o número de arestas que partem de cada vértice, determine o número de arestas desse sólido, sem contar uma a uma.

$A = \frac{5.12}{2} = \frac{60}{2} = 30$

3.2 - Clique no botão que permite visualizar o sólido montado com as arestas realçadas. Depois, clique em Sólidos de Arquimedes. Na tela já aparecerá um tetraedro truncado. Selecione Cubo truncado, observe que esse sólido possui 22 vértices (V) e:

a) Determine o número de arestas que partem de cada vértice.

3 arestas

b) Considerando o número de vértices e o número de arestas que partem de cada vértice, determine o número de arestas desse sólido, sem contar uma a uma.

$A = \frac{22.3}{2} = 33$

3.3- Clique no botão que permite visualizar o sólido montado com as arestas realçadas. Selecione Octaedro truncado, observe que esse sólido é composto de 32 vértices (V) e:

a) Determine o número de arestas que partem de cada vértice.

3 arestas

b) Considerando o número de vértices e o número de arestas que partem de cada vértice, determine o número de arestas desse sólido, sem contar uma a uma.

$A = \frac{32.3}{2} = \frac{96}{2} = 48$

GENERALIZANDO

f_3 = faces triangulares f_4 = faces quadrangulares

$f_n \to n$ = nº de lados do polígono

EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

1- (Faap-SP) Num poliedro convexo, o número de arestas excede o número de vértices em 6 unidades. Calcule o número de faces.

$A = V + 6$

$V + F = A + 2$

$V + F = V + 6 + 2$

$F = 8$

2- (Mackenzie-SP) Determine o número de vértices de um poliedro que tem três faces triangulares, uma face quadrangular, uma pentagonal e duas hexagonais.

$3 f_3 \quad 1 f_4 \quad 1 f_5 \quad 2 f_6 \rightarrow A = \frac{3.3 + 1.4 + 1.5 + 2.6}{2}$

$V + F = A + 2$

$V + 7 = 15 + 2$

$V = 10$

$A = \frac{30}{2} = 15$

3- Determine o número de faces, de arestas e de vértices para um poliedro convexo com 4 faces triangulares e 4 quadrangulares.

$4 f_3 \text{ e } 4 f_4$

$A = \frac{4.3 + 4.4}{2} = \frac{12 + 16}{2} = \frac{28}{2} = 14$

$F = 8$

$A = 14$

$V = 8$

$V + F = A + 2$

$V + 8 = 14 + 2$

$V = 8$

4- Um professor de matemática decidiu que na festa de aniversário dos 6 anos de seu filho seriam distribuídos, como "lembrancinhas", pequenos poliedros coloridos, feitos de madeira.
Contratou um marceneiro para fazer 30 poliedros e lhe passou a seguinte orientação:

- todos os poliedros devem ser regulares e a aresta de cada um deve medir 4 cm; –
- 10 deles devem ser pintados de azul, ter 6 arestas e 4 vértices; – tetraedro – $4 + F = 6 + 2 \Rightarrow F = 4$
- Outros 10 devem ser pintados de rosa e ter 12 faces pentagonais; – dodecaedro
- Os 10 restantes devem ser pintados de amarelo e ter 8 faces triangulares. – octaedro

De acordo com a orientação do professor:

a) que tipos de poliedros o marceneiro deve confeccionar?

tetraedro, dodecaedro e octaedro

b) quantas arestas terá o poliedro rosa?

$A = \frac{12.5}{2} = 30$

c) quantos vértices terá o poliedro amarelo?

$A = \frac{8.3}{2} = 12$

$V + 8 = 12 + 2$

$V = 14 - 8$

$V = 6$

CENTRO FEDERAL DE EDUCAÇÃO TECNOLÓGICA DE CAMPOS

CEFET CAMPOS Universidade da Tecnologia e do Trabalho

MEC/SETEC

FICHA DE ATIVIDADES

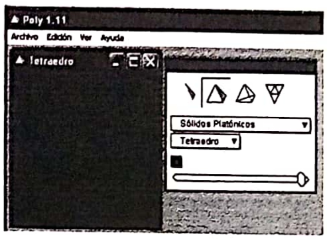
Essas atividades serão realizadas com o auxílio de *software* "poly".

1ª Parte: ATIVIDADES DE RECONHECIMENTO DO SOFTWARE "POLY"

O software POLY é um programa que permite a visualização de diversos sólidos e suas planificações. Não é um *software* livre, mas possui uma versão para avaliação disponível em http://www.peda.com/poly.

Atividade 1

a) Abra o software Poly, clique em continuar. (Na tela aparecerá duas janelas) Uma delas tem dois menus, um com **sólidos platônicos** e no outro o **tetraedro** .

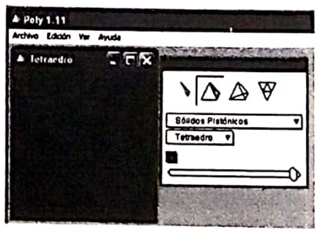


b) Maximize a janela em que se encontra o tetraedro;

c) Clique sobre o tetraedro e mantendo o *mouse* pressionado, movimente - o;

d) Movimente a barra de rolagem na janela auxiliar e observe o tetraedro, após o término do movimento retorne a posição inicial.

e) Clique em cada uma das figuras que aparecem na janela auxiliar (acima de onde está escrito **sólidos platônicos)**, movimente o sólido, observe a diferença entre cada uma delas e descreva-as.



SEM ARESTAS RECORTADAS / P[illegible]
COM ARESTAS RECORTADAS
SOMENTE ARESTAS
SOMENTE VÉRTICES

f) Selecione a ferramenta que permite a visualização planificada, visualize cada um dos sólidos platônicos, para tanto, no menu em que está escrito tetraedro, clique na seta e selecione cada um dos sólidos platônicos e escreva o nome dos polígonos que são faces de cada um deles.

Tetraedro → triângulos
Cubo → quadrados
Octaedro → triângulos
Dodecaedro → pentágonos
Icosaedro → triângulos

g) Retorne ao tetraedro e clique na figura que permite visualizar somente as arestas realçadas, clique sobre o sólido e mantendo o *mouse* pressionado, movimente-o; Determine o número de arestas que partem de cada vértice. 3

h) Repita o item g para o cubo, octaedro, dodecaedro e o icosaedro.

Cubo → 3 arestas — Icosaedro → 5 arestas
Octaedro → 4 arestas
Dodecaedro → 3 arestas

Atividade 2

a) Selecione sólidos de Arquimedes (Na tela aparecerá o tetraedro truncado).

b) Ative o ícone que permite a visualização do sólido montado com as arestas realçadas. Clique sobre o sólido e mantendo o mouse pressionado, movimente - o;

c) Movimente a barra de rolagem na janela auxiliar e observe o sólido, após o término do movimento retorne a posição inicial.

d) Ainda nos sólidos de Arquimedes selecione o cuboctaedro e repita o mesmo procedimento dos itens b e c.

e) Escreva o nome dos polígonos que são faces do tetraedro truncado e do cuboctaedro dos sólidos, visualize (identifique-as);

[illegible]
[illegible]

f) Determine o número de arestas que partem de cada vértice do tetraedro truncado e do cuboctaedro.

[illegible]
[illegible]

Atividade 3

a) No menu da janela auxiliar selecione sólidos de Johnson, e no outro menu selecione dipirâmide triangular;

b) Ative o ícone que permite a visualização do sólido montado com as arestas realçadas. Clique sobre o sólido e mantendo o mouse pressionado, movimente - o;

c) Movimente a barra de rolagem na janela auxiliar, após o término do movimento retorne a posição inicial.

d) Ainda nos sólidos de Johnson selecione a dipirâmide pentagonal e repita o mesmo procedimento dos itens acima.

e) Escreva o nome dos polígonos que são faces de cada um dos sólidos, visualize (identifique-as);

DIPIRÂMIDE TRIANGULAR → TRIÂNGULO
DIPIRÂMIDE PENTAGONAL → TRIÂNGULO

f) Determine o número de arestas que partem de cada vértice em cada um dos sólidos visualizados.

DIPIRÂMIDE TRIANGULAR → 3 VÉRTICES PARTEM 4 ARESTAS
→ 2 VÉRTICES PARTEM 3 ARESTAS.
DIPIRÂMIDE PENTAGONAL → 2 VÉRTICES PARTEM 5 ARESTAS
→ 5 VÉRTICES PARTEM 4 ARESTAS.

2ª Parte: Atividades de Dedução de Relações entre os elementos dos poliedros.

Atividade 1

a) Utilizando os recursos do software POLY, preencha a tabela abaixo:

Nome dos poliedros	Nome dos polígonos(faces dos poliedros)	Nº total de faces (F)	Nº total de arestas (A)	Nº total de vértices (V)
Tetraedro regular *(Platônico)*	TRIÂNGULOS	4	6	4
Octaedro regular *(Platônico)*	TRIÂNGULOS	8	12	6
Hexaedro regular (cubo) *(Platônico)*	QUADRADOS	6	12	8
Tetraedro Truncado *(Arquimedes)*	HEXÁGONOS/TRIÂNGULOS	8	18	12
Pirâmide Quadrangular *(Johnson)*	TRIÂNGULOS E QUADRADOS	5	8	5
Dipirâmide triangular *(Johnson)*	TRIÂNGULOS	6	9	5

b) Qual a diferença que você observa entre os sólidos platônicos e os demais, em relação ao tipo de faces?

AS FASES DOS SÓLIDOS PLATÔNICOS SAÕ FORMADAS POR UM ÚNICO TIPO DE POLÍGONO, JÁ OS DEMAIS SÓLIDOS TEM SUAS FACES FORMADAS POR DOIS TIPOS DE POLÍGONOS.

c) Por que a dipirâmide triangular não é um sólido platônico, apesar de suas faces serem todas triangulares? PORQUE O Nº DE ARESTAS QUE FORMAM OS VÉRTICES SAÕ DIFERENTES.

d) Utilizando os valores obtidos na tabela do item preencha a tabela abaixo.

	V+F	A+2
Tetraedro regular *(Platônico)*	4 + 4 = 8	6 + 2 = 8
Octaedro regular *(Platônico)*	6 + 8 = 14	12 + 2 = 14
Hexaedro regular (cubo) *(Platônico)*	8 + 6 = 14	12 + 2 = 14
Tetraedro Truncado *(Arquimedes)*	12 + 8 = 20	18 + 2 = 20
Pirâmide Quadrangular *(Johnson)*	5 + 5 = 10	8 + 2 = 10
Dipirâmide triangular *(Johnson)*	5 + 6 = 11	9 + 2 = 11

e) Compare os valores de V + F com os de A + 2 em cada linha da tabela acima e descreva o que você observou.

o valor da soma do nº de vértices mais nº de faces é igual ao nº de arestas mais 2, logo V+F = A+2.

f) Utilizando o que você observou no item acima (relação de Euler) e sem utilizar os recursos do *software,* determine o número de arestas do icosaedro regular sabendo que ele possui 20 faces (F) e 12 vértices (V).

$V+F=A+2 \Rightarrow 12+20=A+2 \Rightarrow 32-2=A \Rightarrow A=30.$

Atividade 2

2.1 - Clique no botão que permite visualizar o sólido montado com as arestas realçadas. Depois clique em Sólidos Platônicos e selecione octaedro. Observe que esse sólido é composto de 8 triângulos regulares e:

a) Determine o número de arestas desse sólido, sem contar uma a uma.

$A = \frac{8 \cdot 3}{2} = 12$

b) Utilize a relação de Euler e determine o número de vértices.

$V+F=A+2 \Rightarrow V+8=12+2 \Rightarrow V=14-8 \Rightarrow V=6$

c) Utilize o *software* para verificar os valores calculados.

2.2 - Clique no botão que permite visualizar o sólido montado com as arestas realçadas. Depois clique em Sólidos Platônicos e selecione Dodecaedro. Observe que esse sólido é composto de 12 pentágonos regulares e:

a) Determine o número de arestas desse sólido, sem contar uma a uma.

$A = \frac{12 \cdot 5}{2} = \frac{60}{2} = 30$

b) Utilize a relação de Euler e determine o número de vértices.

$V+F=A+2 \Rightarrow V+12=30+2 \Rightarrow V=32-12 \Rightarrow V=20.$

2.2- Clique no botão que permite visualizar o sólido montado com as arestas realçadas. Depois, clique em Sólidos de Arquimedes. Na tela já aparecerá um tetraedro truncado. Observe que esse sólido é composto de 4 triângulos eqüiláteros e 4 hexágonos regulares e :

a) Determine o número de arestas desse sólido, sem contar uma a uma.

$A = \frac{4 \cdot 3 + 4 \cdot 6}{2} = \frac{12+24}{2} = \frac{36}{2} = 18$

b) Utilize a relação de Euler e determine o número de vértices.

$V+F=A+2 \Rightarrow V+8=18+2 \Rightarrow 12$

2.3- Clique em Sólidos de Arquimedes e selecione Rombicosidodecaedro. Planifique esse sólido e identifique o tipo de face e a quantidade de cada tipo e:

triângulos → 20; quadrados → 30; pentágonos → 12.

a) Determine o número de arestas desse sólido, sem contar uma a uma.

$A = \frac{20 \cdot 3 + 30 \cdot 4 + 12 \cdot 5}{2} = \frac{60 + 120 + 60}{2} = \frac{240}{2} = 120$

b) Utilize a relação de Euler e determine o número de vértices.

$V + F = A + 2 \Rightarrow V = 120 - 62 + 2 \Rightarrow V = 60$

Atividade 3

3.1- Clique no botão que permite visualizar o sólido montado com as arestas realçadas. Depois, clique em Sólidos Platônicos e selecione Icosaedro. Observe que esse sólido possui 12 vértices (V)e :

a) Determine o número de arestas que partem de cada vértice.

5 arestas

b) Considerando o número de vértices e o número de arestas que partem de cada vértice, determine o número de arestas desse sólido, sem contar uma a uma.

$A = \frac{5 \cdot 12}{2} = \frac{60}{2} = 30$

3.2 - Clique no botão que permite visualizar o sólido montado com as arestas realçadas. Depois, clique em Sólidos de Arquimedes. Na tela já aparecerá um tetraedro truncado. Selecione Cubo truncado, observe que esse sólido possui 22 vértices (V) e:

a) Determine o número de arestas que partem de cada vértice.

3 arestas

b) Considerando o número de vértices e o número de arestas que partem de cada vértice, determine o número de arestas desse sólido, sem contar uma a uma.

$A = \frac{22 \cdot 3}{2} = 33$

3.3- Clique no botão que permite visualizar o sólido montado com as arestas realçadas. Selecione Octaedro truncado, observe que esse sólido é composto de 32 vértices (V) e:

a) Determine o número de arestas que partem de cada vértice.

3 arestas

b) Considerando o número de vértices e o número de arestas que partem de cada vértice, determine o número de arestas desse sólido, sem contar uma a uma.

$A = \frac{32 \cdot 3}{2} = \frac{96}{2} = 48$

GENERALIZANDO f_3 = faces triangulares

f_4 = faces quadrangulares

f_5 = [illegible]

EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

1- (Faap-SP) Num poliedro convexo, o número de arestas excede o número de vértices em 6 unidades. Calcule o número de faces.

$V+F=A+2$

$V+F=(V+6)+2$

$\cancel{V}+F=\cancel{V}+6+2$

$F=8$

2- (Mackenzie-SP) Determine o número de vértices de um poliedro que tem três faces triangulares, uma face quadrangular, uma pentagonal e duas hexagonais.

3 T3

1 Q4

1 P5

2 H6

$A=\dfrac{3\times3+1.4+1.5+2.6}{2}=\dfrac{30}{2}=15$

$V+F=A+2 \Rightarrow V+7=15+2 \Rightarrow V=10$

3- Determine o número de faces, de arestas e de vértices para um poliedro convexo com 4 faces triangulares e 4 quadrangulares.

4 T3

4 Q4

$A=\dfrac{4.3+4.4}{2}=\dfrac{12+16}{2}=\dfrac{28}{2}=14$

$F=8$

$A=14$

$V=8$

$V+F=A+2 \Rightarrow V+8=14+2 \Rightarrow V=8.$

4- Um professor de matemática decidiu que na festa de aniversário dos 6 anos de seu filho seriam distribuídos, como "lembrancinhas", pequenos poliedros coloridos, feitos de madeira.
Contratou um marceneiro para fazer 30 poliedros e lhe passou a seguinte orientação:

- todos os poliedros devem ser regulares e a aresta de cada um deve medir 4 cm;
- 10 deles devem ser pintados de azul, ter 6 arestas e 4 vértices; TETRAEDRO
- Outros 10 devem ser pintados de rosa e ter 12 faces pentagonais; DODECAEDRO
- Os 10 restantes devem ser pintados de amarelo e ter 8 faces triangulares. OCTAEDRO.

De acordo com a orientação do professor:

a) que tipos de poliedros o marceneiro deve confeccionar?

TETRAEDRO, DODECAEDRO E OCTAEDRO.

b) quantas arestas terá o poliedro rosa?

$A=\dfrac{12.5}{2}=30$

c) quantos vértices terá o poliedro amarelo?

$A=\dfrac{8.3}{2}=12$

$V+8=12+2$

$V=14-8$