



CENTRO FEDERAL DE EDUCAÇÃO TECNOLÓGICA DE CAMPOS
Universidade da Tecnologia e do Trabalho

Ministério
da Educação

Secretaria de Educação
Profissional e Tecnológica

Curso de Licenciatura em Matemática

TEOREMA DE TALES

CÍNTIA DA SILVA GOMES
ELENA EVAGELISTA CALÇADA
JONAS DEFANTE TERRA
LARISSA DE SOUSA MOREIRA

[Handwritten signature]

09/07/07

Referências com problemas

CAMPOS DOS GOYTACAZES
2006.2

**CÍNTIA DA SILVA GOMES
ELENA CALÇADA EVANGELISTA
JONAS DEFANTE TERRA
LARISSA DE SOUSA MOREIRA**

TEOREMA DE TALES

**Projeto apresentado ao CEFET Campos
como parte das exigências da disciplina
Laboratório de Ensino do Curso de
Licenciatura em Matemática.
Orientadora: Gilmara Teixeira Barcelos**

**CAMPOS DOS GOYTACAZES
2006 - 2**

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	3
2. DESENVOLVIMENTO DO PROJETO	4
2.1. PREPARAÇÃO DO PROJETO	4
2.2. ETAPAS DO PROJETO	5
2.2.1. REVISÃO	5
2.2.2. RECONHECIMENTO DO SOFTWARE	5
2.2.3. ATIVIDADE DEDUTIVA DO TEOREMA	8
2.2.4. DEMONSTRAÇÃO	10
2.2.5. ATIVIDADE PARA O ESTUDO DE PROPORÇÃO	11
2.2.6. PARTE HISTÓRICA	12
2.2.7. EXERCÍCIOS DE APLICAÇÕES	14
3. CONSIDERAÇÕES FINAIS	14
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	16
ANEXOS	17

1. INTRODUÇÃO

As discussões sobre o que é e como se ensina Matemática cada vez mais ganham espaço na Comunidade de Educação Matemática, e portanto esperam renovações na prática docente (D'AMBRÓSIO, 1990). Questiona-se também como se aprende Matemática (D'AMBRÓSIO, 1990). O projeto "Teorema de Tales" foi planejado para que os alunos tenham oportunidade de construir seus conhecimentos, estando no centro do processo de aprendizagem.

A escolha do tema foi motivada pela facilidade de se encontrar aplicações no cotidiano.

O projeto teve por objetivo proporcionar aos alunos a compreensão do Teorema de Tales, assim como suas aplicações na Geometria Plana e no cotidiano tal como sua relação com o estudo das propriedades de proporção. As atividades propostas facilitam a elaboração de conjecturas e a investigação de relações, através da utilização do *software* de Geometria dinâmica, GeoGebra.

Estamos em uma era de tecnologia e comunicação, e segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1999) é fundamental que os alunos se familiarizem com o computador e com programas específicos a fim de melhorar a aprendizagem Matemática, tornando-a mais profunda. Por isso optamos pelo uso da tecnologia, para facilitar a concretização e a visualização, através de construções geométricas, do teorema em questão pelo aluno. Este vai aprender com um raciocínio lógico e dedutivo.

O projeto "Teorema de Tales" foi planejado para ser aplicado aos alunos da 8º ano do Ensino Fundamental da rede pública de ensino, no entanto foi aplicado a alunos de uma turma do Pró-CEFET, na qual continham alunos da rede pública e da rede privada.

Para o desenvolvimento deste projeto foram necessários dois encontros. No primeiro encontro tinham 36 alunos, no segundo estavam presentes apenas 24 alunos.

2. DESENVOLVIMENTO DO PROJETO

Nesta seção descreveremos a preparação do projeto e as etapas que o compõem.

2.1. Preparação do Projeto

Este projeto iniciou-se no segundo período da Licenciatura em Matemática do Centro Federal de Educação Tecnológica de Campos. O mesmo foi baseado em estudos e pesquisas em livros didáticos e *sites* variados. Ainda no segundo período foi preparado um esboço das atividades que foram realizadas.

No terceiro período houve um aprimoramento das atividades e a estruturação da seqüência da aula, onde foi definido o que seria revisado, os exercícios que seriam aplicados e qual *software* seria utilizado - o Régua e Compasso ou o GeoGebra. Foi quando optamos pelo *software* GeoGebra. Nele, vimos alguns recursos que facilitariam a aplicação da atividade, como por exemplo, a possibilidade dos cálculos serem realizados no próprio *software* ao contrário do Régua e Compasso. Ainda no terceiro período, ocorreu um teste exploratório com a própria turma da Licenciatura.

Nesse teste sentimos a necessidade de mostrar mais as características do *software* utilizado, e de explorar mais os resultados encontrados pelos alunos nas atividades.

No que diz respeito à parte histórica, decidimos mudar sua posição na seqüência da aula, uma vez que se encontrava após a realização das atividades e da demonstração, decidimos começar a aula indagando sobre o problema do cálculo da altura da pirâmide (parte histórica), e finalizando após a demonstração.

O teste exploratório foi finalizado com a resolução dos exercícios de aplicação, e assim verificamos que não houve tempo suficiente para a resolução de todos. Apesar disso, os exercícios foram bem explorados e de fácil entendimento dos alunos.

Este teste foi necessário para detectarmos falhas nas atividades e serviu pra fazermos as alterações antes da aplicação efetiva.

Foi realizado o segundo teste exploratório no quarto período da Licenciatura em curso (3º Período da disciplina), em busca de acertar as falhas ocorridas no primeiro teste.

Neste teste, experimentamos uma seqüência mais organizada para a etapa que se refere ao reconhecimento do *software* GeoGebra. Percebemos, então uma melhoria considerável.

A partir deste segundo teste, ocorreu a redistribuição das etapas do projeto entre nós mediadores. Percebemos que no primeiro teste a demonstração não foi completamente executada, desta forma procuramos expor melhor as formas de apresentar a demonstração.

2.2. Etapas do Projeto

O projeto foi desenvolvido em etapas: revisão, reconhecimento do *software*, atividade dedutiva do teorema, demonstração, atividade para o estudo de proporção, parte histórica e exercícios de aplicação. Descrevemos cada uma delas a seguir.

2.2.1. Revisão

Após a apresentação dos mediadores deste projeto iniciamos a revisão de alguns temas que eram pré-requisitos para o desenvolvimento deste projeto.

Abordamos alguns conceitos da geometria plana a fim de investigar o conhecimento sobre os mesmos já adquiridos pelos alunos. Conceitos esses necessários para o estudo do Teorema de Tales, são eles: ponto, reta, segmento de reta, retas paralelas e retas transversais.

A abordagem dos conceitos não foi como planejamos. Deveria ser uma "conversa informal", onde seriam questionados os conceitos, deixando que os alunos respondessem com suas palavras. Porém, a revisão foi rápida e muito expositiva, sem a participação dos alunos. Esquecemos, também, de revisar o conceito de razão, conceito indispensável para o bom andamento da atividade.

2.2.2. Reconhecimento do *Software*

Visando facilitar a resolução das atividades dedutivas do Teorema de Tales e as atividades para o estudo de proporção elaboramos esta etapa, a qual tinha como

objetivo descrever o *software* bem como apresentar as ferramentas que seriam utilizadas.

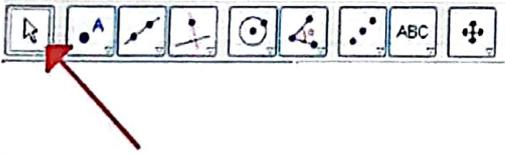
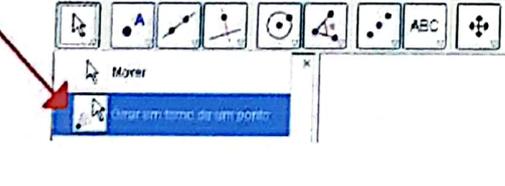
Esta etapa proporcionou a investigação das ferramentas do *software* que foram usadas no decorrer das atividades propostas. Foi de suma importância conhecer as funções das mesmas, para que eles pudessem movimentar os objetos construídos.

Relatamos que o *software GeoGebra* é um *software* multi-plataforma, pois funciona em qualquer plataforma (*Microsoft Windows*®, *Linux*, *Macintosh*®, etc), possui código aberto, sendo ele livre e gratuito. Escrito na linguagem *Java*, conjuga Geometria, Álgebra e Cálculo, permitindo ao usuário construir pontos, figuras, segmentos, retas, vetores, cônicas e até gráficos de funções dinamizando-as com o auxílio do *mouse*.

O que se destaca nesse *software* de geometria dinâmica é a presença de janelas que disponibilizam três tipos de dados sobre o objeto construído: janela de gráficos, janela de álgebra e janela / entrada de comandos. A janela de gráficos apresenta as figuras geométricas; a janela de álgebra apresenta as indicações das figuras, ou seja, as coordenadas, as equações, etc; a janela de comandos ou entrada de comandos proporciona as condições que definem as figuras geométricas.

A seguir, apresentamos algumas ferramentas do *software*.

Quadro 1: Ícones do *software* Geogebra

Localização	Função
	<p>Esta ferramenta se chama Mover, ela nos fornece a capacidade de deslocar os objetos na janela de gráficos.</p>
	<p>Esta ferramenta se chama Girar em torno de um ponto, dando a oportunidade de girar o objeto em torno de um ponto estabelecido.</p>



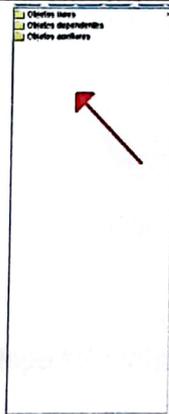
Esta ferramenta se chama **Novo ponto**, possibilita a construção de pontos, com seus respectivos nomes.

Dentro desta ferramenta, como mostra a linha anterior, apresenta outras ferramentas que disponibiliza outras funções, sendo elas desnecessárias ao trabalho.



Esta ferramenta se chama **Reta definida por dois pontos**, ela nos fornece a capacidade de construir retas dados dois pontos.

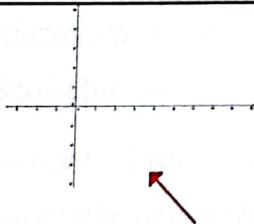
Dentro desta ferramenta, como mostra a linha anterior, apresenta outras ferramentas que disponibiliza outras funções, sendo elas desnecessárias ao trabalho.



Esta é **janela de Álgebra**, disponibiliza as coordenadas do ponto, as equações da reta, as razões calculadas pelo comando da janela de comando, etc.



Esta é **janela de Comando**, disponibiliza as condições que definem as figuras geométricas. Fornece comandar calcular somas, diferenças, potências, integrais, derivadas, etc.



Esta é **janela de gráficos**, disponibiliza as figuras geométricas, no plano cartesiano ou se preferir sem a presença do plano.

(Adaptado do site www.geogebra.org/help/docuapt_BR.pdf, último acesso dia 26 de março de 2007)

No decorrer dessa etapa foi pedido que os alunos construíssem alguns pontos, segmento de reta, reta, retas paralelas e reta transversal. Alguns alunos exageraram nas construções, deixando a tela cheia, atribuímos este fato a familiaridade dos alunos com tecnologias. Porém, dificultou uma boa visualização das construções de algumas figuras geométricas. Sendo assim, foi pedido a alguns alunos que abrissem um novo arquivo para continuar o reconhecimento do *software*.



Figura 1 – Alunos Reconhecendo o *Software*.

Esta etapa foi realizada da forma que planejamos, com participação ativa dos alunos.

2.2.3. Atividade Dedutiva do Teorema

Visando a dedução do Teorema de Tales, aplicamos uma atividade de investigação (Anexo 1 – Parte 1), utilizando o *software* GeoGebra, para que os alunos deduzissem o teorema a partir da movimentação de uma figura feita no *software* GeoGebra (Anexo 2).

A primeira atividade (Anexo 1 – Parte 1) apresentou as razões a serem calculadas e comparadas entre si, objetivando a dedução do teorema.

Durante a resolução destas atividades, nós mediadores precisamos estar atento a todo o processo de formulação e teste de conjecturas, para garantir que os alunos evoluíssem na realização das atividades.

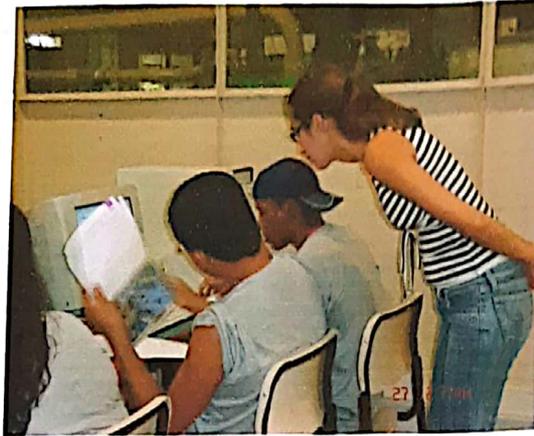


Figura 2 – Mediador Auxiliando aos Alunos.

Nessa parte da aula, verificamos que os alunos tiveram dificuldade em calcular as razões propostas na atividade, por dois motivos. O primeiro foi o esquecimento de revisar o conceito de razão e outro foi não mencionar que as medidas dos segmentos estavam representadas na figura por uma letra minúscula, e que a mesma seria utilizada na janela algébrica para calcular as razões pedidas.

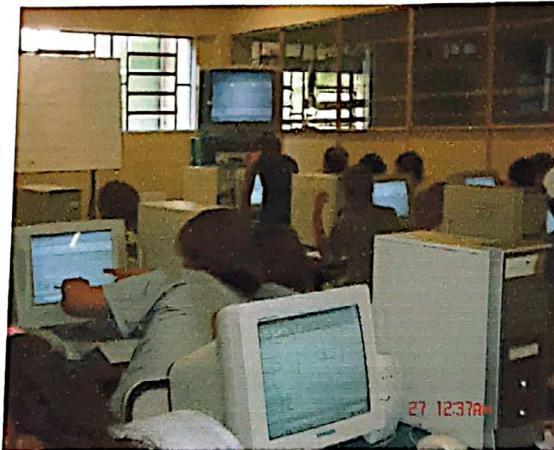
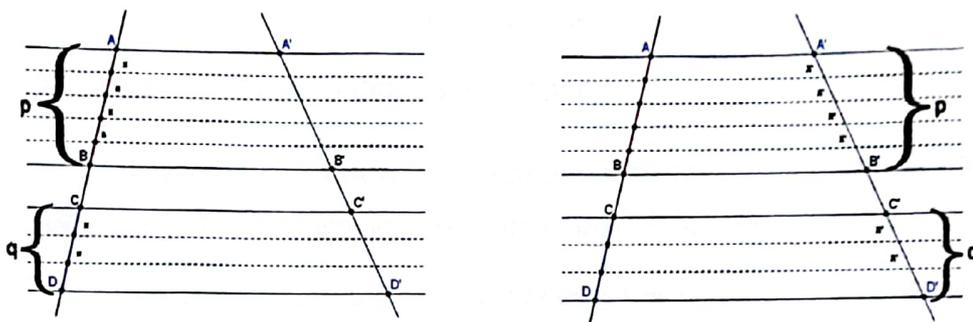
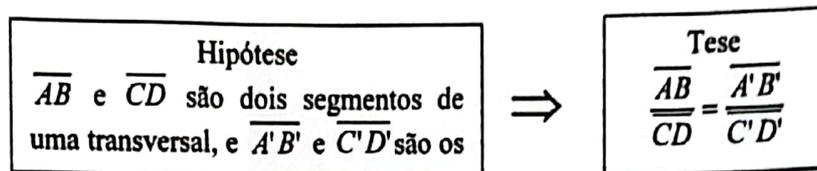


Figura 3 – Desenvolvimento das Atividades.

No decorrer da atividade, talvez pela falta de experiência do grupo, não conseguimos prender a atenção de todos os alunos da turma, havendo necessidade da interferência da nossa orientadora. Acreditamos também, que ^{foi} devido ao fato dos alunos estarem divididos em grupos de 3 por computador.

2.2.4. Demonstração¹

A demonstração foi apresentada para os alunos no quadro de forma bem simples, sendo solicitada a participação de todos eles.



$$\left. \begin{array}{l} \overline{AB} = px \\ \overline{CD} = qx \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{\overline{AB}}{\overline{CD}} = \frac{p}{q} \quad (1)$$

$$\left. \begin{array}{l} \overline{A'B'} = px' \\ \overline{C'D'} = qx' \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{\overline{A'B'}}{\overline{C'D'}} = \frac{p}{q}$$

(2) Comparando (1) e (2), temos: $\frac{\overline{AB}}{\overline{CD}} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{C'D'}}$.

Apesar da forma simples que foi apresentada, sentimos que alguns alunos não acompanharam o desenvolvimento da demonstração como o esperado. Todos os alunos estavam atentos, mas foi percebido um certo espanto com o que estava sendo feito. Acreditamos que esse fato se deu pela pouca familiaridade dos alunos com as demonstrações, que muitas vezes são omitidas pelos professores.

Essa aconteceu no início do segundo encontro com a turma.

¹ Essa demonstração foi adaptada do livro "Fundamentos da Matemática Elementar", volume 9, (DOLCE & POMPEO, 1993).



Figura 4 - Demonstração

2.2.5. Atividade Para o Estudo de Proporção

A segunda ficha (Anexo 1 – Parte 2) apresenta um estudo das propriedades de proporção, relacionando com o Teorema de Tales deduzido anteriormente.

Como já sabíamos a dificuldade que a maioria dos alunos teve na realização da primeira atividade, iniciamos essa etapa com uma revisão para que eles relembressem informações importantes, como que a letra minúscula "a" representa a medida do segmento AB e a letra "b" a medida do segmento BC, e a razão entre os segmentos AB e BC é representado por: $\frac{a}{b}$.

Essa segunda atividade foi realizada com mais facilidade do que a primeira, tanto pelos alunos quanto por nós mediadores.



Figura 5 – Realização da Atividade para o Estudo de Proporção

A todo momento, a participação dos alunos era solicitada. As respostas de cada aluno era comparada com os demais, para que a atividade tivesse um melhor resultado, o que de fato aconteceu.

2.2.6. Parte Histórica²

Esta etapa propõe uma contextualização ao focar a evolução pelas quais a história do Teorema de Tales passou ao longo do tempo, apontando descrições e curiosidades referentes ao mesmo. Teve por objetivo estimular a curiosidade do aluno e proporcionar um maior domínio do conteúdo.

Tales de Mileto – Um dos matemáticos gregos da Antiguidade Clássica foi Tales, que nasceu em 640 a.C. e morreu em 550 a.C. Natural de Mileto, uma rica região da Grécia, foi um próspero comerciante, por isso pôde, após enriquecer, retirar-se dos negócios e dedicar-se aos estudos.

Interessou-se, inicialmente, pela política. Anos mais tarde, dedicou-se às ciências especialmente, à Matemática.

Assim, embora já tardiamente, foi chamado pai da Astronomia, da Geometria e da Aritmética e considerado o primeiro elemento do grupo dos sete sábios da Grécia.

Tales viajou muito e conheceu os progressos matemáticos dos pensadores egípcios. A ele cabe o mérito de ter contribuído para a base do desenvolvimento científico da Geometria, provando demonstrações originais para algumas propriedades por meio do processo dedutivo.

No entanto, o fato histórico pelo qual ele é sempre lembrado é o de ter medido a altura da pirâmide de Quéops pela semelhança de dois triângulos.

Consta que, no plano onde se assentava a pirâmide, Tales mandou fincar uma estaca na posição vertical e observou, simultaneamente, a sombra da estaca projetada pela luz do Sol e a sombra da pirâmide.

Então, ele pôde medir, nesse instante, a altura da estaca, a sombra que a estaca projetava e a sombra que a pirâmide projetava. Com esses elementos, calculou a altura AB da pirâmide, pois os triângulos ABC e $A'B'C'$ eram semelhantes.

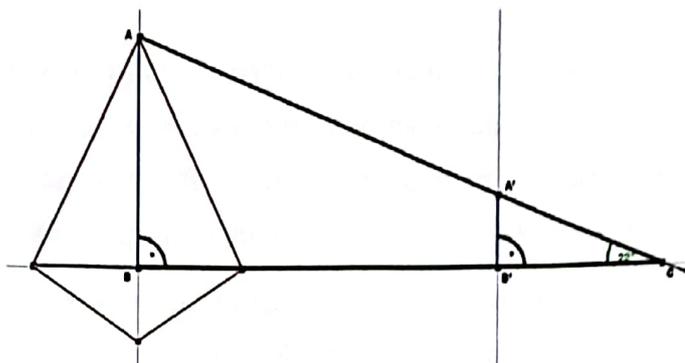


Figura 6 – Ilustração da Parte Histórica

Essa etapa despertou muita atenção dos alunos. Surpreendendo a todos nós mediadores.

Houve a participação de um aluno, que contou já ter ouvido de um professor uma história semelhante à que estava sendo contada, porém com a presença de um possível escravo de Tales e uma estaca. Foi dito a ele que nesse caso também se utilizaria a mesma relação entre as alturas, mas que a história que contamos era a mais encontrada na literatura.

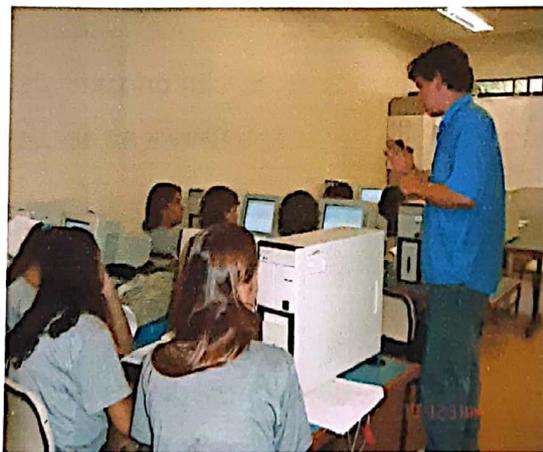


Figura 7 – Apresentação da Parte Histórica

2 SILKA, Marcelo Brasil; *Ensino Fundamental*. Curitiba: Dom Bosco, p.42-43, 3º bimestre, 8ª série, 2000.

2.2.7. Exercícios de Aplicações

Esta etapa reforça o estudo do teorema, através de exercícios (Anexo 3) contextualizados selecionados em livros didáticos. Os exercícios foram ordenados em nível crescente de dificuldade para que os alunos pudessem construir um raciocínio e uma perspicácia do modo de resolver e encontrar a solução desejada.

Não tivemos muito tempo pra efetuar essa etapa, pois nos atrasamos um pouco nas outras atividades. Resolvemos somente 3 exercícios junto com os alunos. Não foi possível que eles tivessem tempo de pensar sozinhos e apresentar a solução por eles escolhidas, como planejamos.

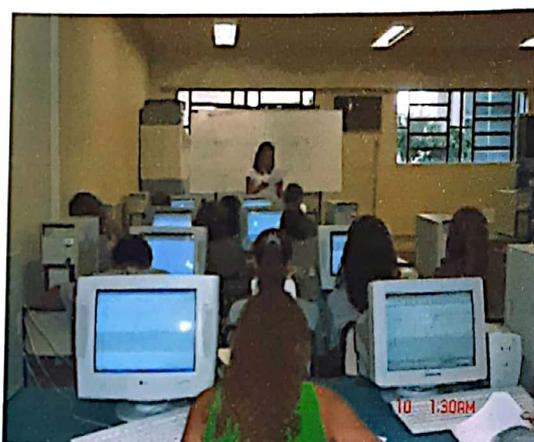


Figura 8 – Resolução dos Exercícios

Nessa etapa, falhamos ao não deixar mais claro a relação entre a resolução dos exercícios e a atividade de investigação.

3. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Acreditamos que nosso projeto contribuiu para que os alunos tivessem um bom entendimento e uma visualização melhor do Teorema de Tales. Esse convencimento se deu graças ao uso da tecnologia no nosso trabalho, que permitiu a movimentação e a observação da figura que usamos para deduzir o teorema.

Poderíamos, talvez, ter deixado mais claro para os alunos a proposta do nosso trabalho, enfatizando mais a relação do Teorema de Tales com as propriedades da proporção.

A necessidade que surgiu de um segundo encontro para a aplicação do nosso projeto foi válida para todos nós do grupo, uma vez que percebemos na segunda aula, a diferença que existe ao se relacionar com uma turma com a qual já conhecemos. No segundo encontro já foi possível saber quem eram os alunos mais interessados, e os mais dispersos, o que fez com o que tentássemos conquistar a atenção dos menos interessados na aula.

No segundo encontro também, houve uma seleção espontânea por parte dos alunos. Foi notável a evasão da turma em relação ao primeiro encontro. No primeiro dia estavam presentes 36 alunos e no segundo 24, diminuindo a quantidade de alunos por computador, fato que acreditamos ter facilitado o andamento da segunda aula.

Infelizmente, tivemos pouco tempo para a aplicação dos exercícios selecionados. Gostaríamos de ter tido mais espaço para uma avaliação mais profunda da aprendizagem dos alunos, validando um pouco mais o nosso trabalho.

Acreditamos, até pela nossa vivência como alunos, que existe uma preferência pelas aulas que fogem do padrão normal. Apostamos na tecnologia como atrativo na nossa aula, mas o que nos surpreendeu foi o interesse dos alunos na parte histórica que apresentamos. Todos os alunos estavam atentos no que estava sendo dito e contamos com participação efetiva de um aluno que contou a história do teorema como lhe foi ensinado.

Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1999), é possível visualizar a dimensão da História da Matemática no currículo da escola fundamental como um campo de problemas para construção e evolução dos conceitos e como um elemento de integração da Matemática. Diante desse contexto e da nossa experiência, esperamos que haja uma maior valorização por parte de professores e futuros professores, da História que além de esclarecer idéias matemáticas, torna a aprendizagem mais significativa.

Após a aplicação desse projeto, percebemos a importância da utilização de recursos para um melhor entendimento dos conteúdos, no nosso caso, o uso da tecnologia. Nós vimos que ser professor é um trabalho árduo, é preciso antes de tudo, gostar do que faz e estar preparado para enfrentar os desafios da profissão.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ANDRINI, Álvaro; VASCONCELLOS, Maria José. *Praticando Matemática, 8ª série*. São Paulo: Editora do Brasil, 2002.

BIGODE, Antônio José Lopes. *Matemática Atual*, São Paulo: Atual, 1994 - 8ª Série

BONGIOVANNI, Vincenzo; VISSOTO, Olímpio R. L.; LAUREANO, José L. T. *Matemática vida: números, medidas, geometria*, 12 ed. São Paulo: Ática, 1998 - 8ª série.

BRASIL, *Parâmetros Curriculares Nacionais: Ensino Médio: Bases Legais*. Brasília: 1999.

D'AMBRÓSIO, Ubiratan. *Etnomatemática - Arte ou Técnica de Explicar e Conhecer*, São Paulo: Editora Ática, 1990.

minicula
DOLCE, Osvaldo; POMPEO, José Nicolau. *Fundamentos de Matemática Elementar*, V. 9, 7.ed. São Paulo: Atual, 1993.

IEZZI, Gelson; DOLCE, Osvaldo; MACHADO, Antônio. *Matemática e realidade*, 8ª série. São Paulo: Atual, 1991.

GIOVANNI, José Ruy; PARENTE, Eduardo. *Aprendendo Matemática*, 8ª série. São Paulo: FTD, 1993.

SILKA, Marcelo Brasil; *Ensino Fundamental* Curitiba: Dom Bosco, p.42-43, 3º bimestre, 8ª série, 2000.

SILVEIRA, Enio; MARQUES, Cláudio. *Matemática*, 8ª Série. São Paulo: Moderna, 1995.

ANEXOS

ANEXO 1: FICHA DE ATIVIDADES

Nome: _____ Data: ___/___/___

Estas atividades foram elaboradas por Cíntia da Silva Gomes, Elena Calçada Evangelista, Jonas Defante Terra e Larissa de Sousa Moreira para o desenvolvimento de um projeto no âmbito da disciplina Laboratório de Ensino na Licenciatura em Matemática do CEFET - Campos.

As atividades a seguir serão realizadas a partir da investigação de construções feitas no software GeoGebra (disponível em: www.geogebra.at, última consulta em 20/08/06).

PARTE 1: Atividade dedutiva do Teorema de Tales

1. Observe a construção apresentada e calcule a razão: $\frac{AB}{BC}$, utilizando os recursos do software. Anote o resultado.
2. Calcule a razão: $\frac{DE}{EF}$, utilizando os recursos do software. Anote o resultado, e compare-o com o resultado anterior.
3. Calcule a razão $\frac{AB}{AC}$, utilizando os recursos do software. Anote o resultado.
4. Calcule a razão $\frac{DE}{DF}$, utilizando os recursos do software. Anote o resultado e compare-o com o resultado do item 3.
5. Movimente o ponto A ou o ponto D, compare as razões, observando os valores na janela algébrica. Descreva o que você observou.
6. Movimente o ponto I ou o ponto J compare as razões. Descreva o que você observou.
7. Movimente o ponto A de forma que o ponto B da reta r coincida com o ponto E da reta s. Compare as razões:
 - a. $\frac{AB}{BC}$ e $\frac{DE}{EF}$
 - b. $\frac{AB}{AC}$ e $\frac{DE}{EF}$
 - c. Descreva o que você observou.



Nome: _____

Data: ___/___/___

PARTE 2: Atividade para o estudo das propriedades de proporção

1. Observe a construção apresentada, anote o valor das razões e compare-os (as razões estão disponíveis na janela algébrica):

a) $\frac{AB}{BC} =$

b) $\frac{DE}{EF} =$

2. Calcule as razões abaixo, anote os valores e compare-os.

a) $\frac{AB+DE}{BC+EF} =$

b) $\frac{AB-DE}{BC-EF} =$

3. Movimente o ponto D e compare os valores registrados dos exercícios 1 e 2.

1. a) _____

b) _____

2. a) _____

b) _____

4. Movimente o ponto K e compare os valores registrados dos exercícios 1 e 2.

1. a) _____

b) _____

2. a) _____

b) _____

5. Observe a construção apresentada, calcule e anote os valores de:

a) $\frac{AB+BC}{AB} =$

c) $\frac{AB+BC}{BC} =$

b) $\frac{DE+EF}{DE} =$

d) $\frac{DE+EF}{EF} =$

6. Compare os valores obtidos nos itens acima.

7. Movimente o ponto A e refaça os exercícios 5 e 6.

5. a) _____ b) _____ c) _____ d) _____

6. _____

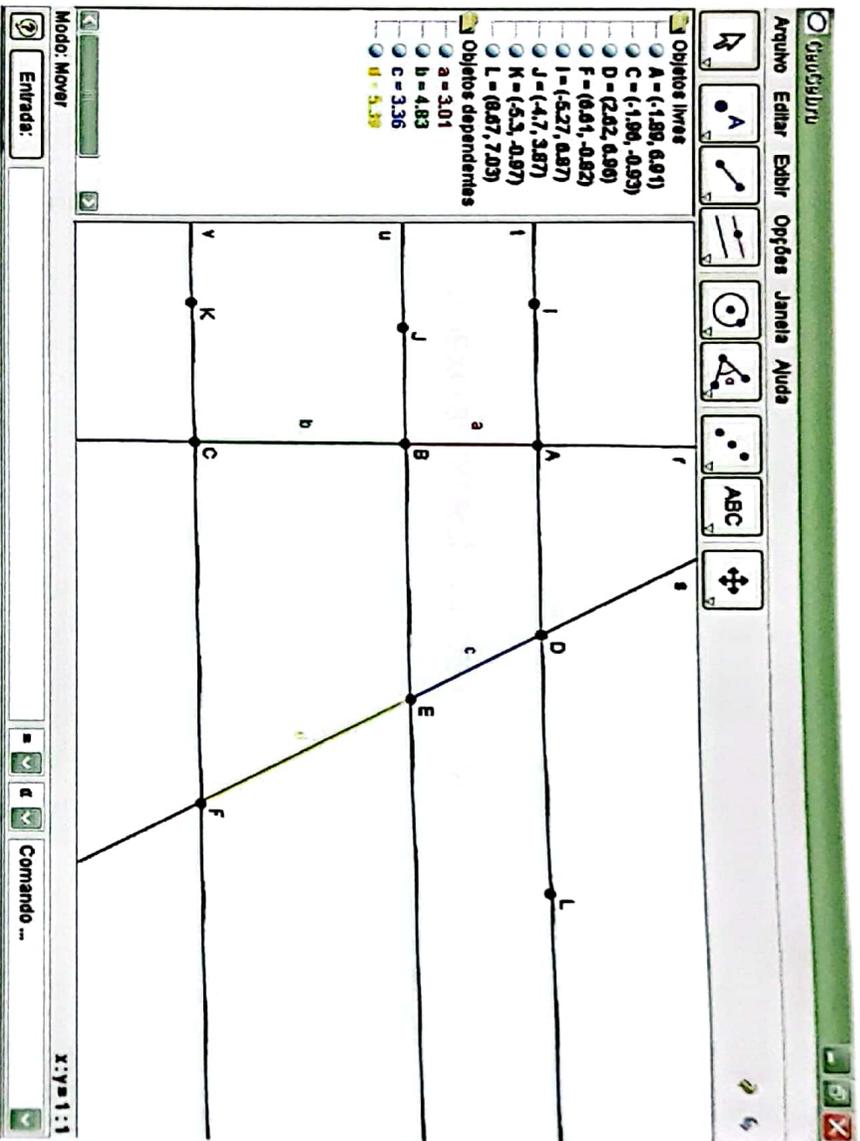
8. Movimente o ponto I e refaça os exercícios 5 e 6.

5. a) _____ b) _____ c) _____ d) _____

6. _____

A partir das soluções dos exercícios anteriores, descreva o que você observou.

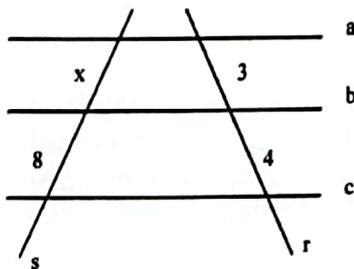
ANEXO 2: FIGURA UTILIZADA NAS ATIVIDADES



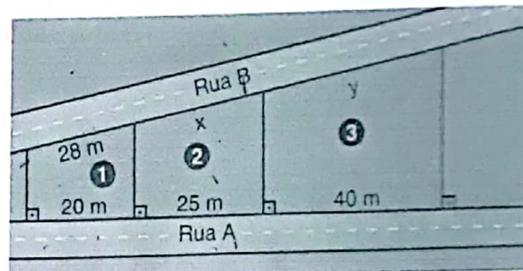
ANEXO 3: EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

Exercícios de Aplicação

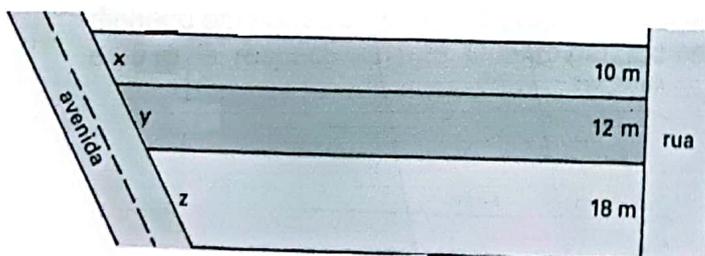
1. (ANDRINI, 2002, p. 157)
Calcule x , sabendo que $a \parallel b \parallel c$:



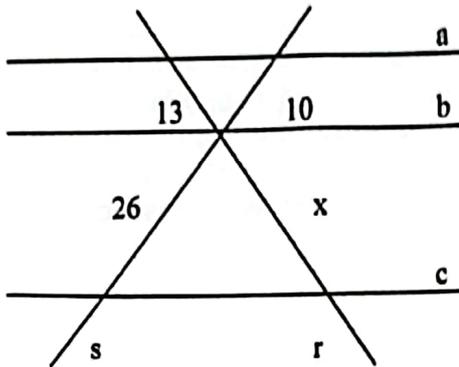
2. (ANDRINI, 2002, p. 157) A planta abaixo mostra as medidas de três lotes que tem frente para a rua A e para a rua B. As divisas laterais são perpendiculares à rua A. Quais são as medidas de x e y indicadas na figura?



3. (BONGIOVANNI, 1998, p.227) A planta abaixo mostra as medidas de três lotes. Calcule os valores de x , y e z , em metros, sabendo que as laterais dos terrenos são paralelas e que $x+y+z=60$:



4. (ANDRINI, 2002, p. 162) O valor de x na figura abaixo é:



5. (GIOVANNI, 1993, p. 164) Um feixe de 4 retas paralelas determina sobre uma transversal três segmentos, de 6m, 8m e 10m respectivamente. Calcular os segmentos determinados no mesmo feixe sobre uma outra transversal cujo comprimento total entre 4 retas paralelas é 96m.

6. (GIOVANNI, 1993, p. 153) Os segmentos \overline{AB} , \overline{CD} , \overline{MN} e \overline{PQ} formam, nessa ordem, uma proporção. Sabendo que $AB = 6$ cm, $CD = 10$ cm e $MN + PQ = 64$ cm, calcule $x = MN$ e $y = PQ$.

7. (SILKA, 2000, p. 19) Durante a Copa do Mundo, André, Carlos e Mariana participaram de um "bolão" e ganharam, juntos, 600 reais. Dividiram o dinheiro em partes diretamente proporcionais ao que cada um apostou: 10, 20 e 30 reais, respectivamente. Quanto ganhou cada um?

8. (SILKA, 2000, p. 19) A professora de desenho levou os alunos a um passeio, parou na frente das obras do novo prédio da escola e mostrou-lhes como os pedreiros conseguem construir um ângulo reto facilmente, apenas montando um triângulo com os lados proporcionais a 3, 4 e 5, exatamente como os egípcios já faziam na época da construção das pirâmides. De volta à sala de aula, a turma foi separada em equipes. Cada equipe recebeu um pedaço de 60 cm de barbante para construir seu próprio triângulo retângulo. Quais devem ser as medidas dos lados desse triângulo?

9. Resolva o sistema com as propriedades de proporção.

$$\text{a) } \begin{cases} x + y = 35 \\ \frac{x}{y} = \frac{5}{2} \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} x + y + z = 210 \\ \frac{x}{3} = \frac{y}{5} = \frac{z}{7} \end{cases}$$

ANEXO 4: ATIVIDADES RESOLVIDAS PELOS ALUNOS

Nome: _____ Data: ____/____/____

Estas atividades foram elaboradas por Cintia da Silva Gomes, Elena Calçada Evangelista, Jonas Defante Terra e Larissa de Sousa Moreira para o desenvolvimento de um projeto no âmbito da disciplina Laboratório de Ensino na Licenciatura em Matemática do CEFET - Campos.

As atividades a seguir serão realizadas a partir da investigação de construções feitas no software GeoGebra (disponível em: www.geogebra.at, última consulta em 20/08/06).

PARTE 1: Atividade dedutiva do Teorema de Tales

1. Observe a construção apresentada e calcule a razão: $\frac{AB}{BC}$, utilizando os recursos do software. Anote o resultado. *0,62*
2. Calcule a razão: $\frac{DE}{EF}$, utilizando os recursos do software. Anote o resultado, e compare-o com o resultado anterior. *0,62, são iguais.*
3. Calcule a razão $\frac{AB}{AC}$, utilizando os recursos do software. Anote o resultado. *0,38*
4. Calcule a razão $\frac{DE}{DF}$, utilizando os recursos do software. Anote o resultado e compare-o com o resultado do item 3. *0,38, são iguais*
5. Movimente o ponto A ou o ponto D, compare as razões, observando os valores na janela algébrica. Descreva o que você observou. *mesmo movimento nele o ponto A ou D, o tamanho muda, a razão não.*
6. Movimente o ponto I ou o ponto J compare as razões. Descreva o que você observou. *apenas mudança de posição, as razões continuam iguais.*
7. Movimente o ponto A de forma que o ponto B da reta r coincida com o ponto E da reta s. Compare as razões:

a. $\frac{AB}{BC}$ e $\frac{DE}{EF}$ $\frac{AB}{BC} = 0,99$ $\frac{DE}{EF} = 0,99$

b. $\frac{AB}{AC}$ e $\frac{DE}{DF}$ $\frac{AB}{AC} = 0,5$ $\frac{DE}{DF} = 0,5$

c. Descreva o que você observou.

mesmo mudando de posição as razões continuam as mesmas.



Nome: _____

Data: / /

PARTE 2: Atividade para o estudo das propriedades de proporção

1. Observe a construção apresentada, anote o valor das razões e compare-os (as razões estão disponíveis na janela algébrica):

a) $\frac{AB}{BC} = 0,62$

b) $\frac{DE}{EF} = 0,62$

2. Calcule as razões abaixo, anote os valores e compare-os.

a) $\frac{AB+DE}{BC+EF} = 0,62$

b) $\frac{AB-DE}{BC-EF} = 0,62$

3. Movimente o ponto D e compare os valores registrados dos exercícios 1 e 2.

1. a) 0,62

b) 0,62 *os valores*

2. a) 0,62

b) 0,62

4. Movimente o ponto K e compare os valores registrados dos exercícios 1 e 2.

1. a) 0,57

b) 0,57 *mudaram os valores*

2. a) 0,57

b) 0,57 *as razões ficaram iguais*

5. Observe a construção apresentada, calcule e anote os valores de:

a) $\frac{AB+BC}{AB} = 2,62$

c) $\frac{AB+BC}{BC} = 1,62$

b) $\frac{DE+EF}{DE} = 2,62$

d) $\frac{DE+EF}{EF} = 1,62$

6. Compare os valores obtidos nos itens acima.

Os valores mudaram, mas as razões continuaram iguais entre si.

7. Movimente o ponto A e refaça os exercícios 5 e 6.

5. a) 0,62 b) 0,62 c) 1,62 d) 1,62

6. Os valores e razões continuaram os mesmos.

8. Movimente o ponto I e refaça os exercícios 5 e 6.

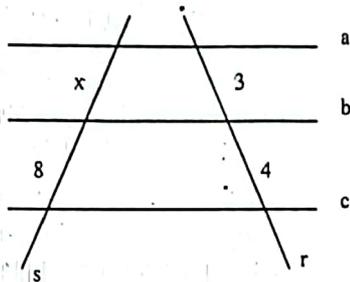
5. a) 1,87 b) 1,87 c) 2,14 d) 2,14

6. Os valores mudaram, mas as razões continuaram iguais entre si.

A partir das soluções dos exercícios anteriores, descreva o que você observou.

Exercícios de Aplicação

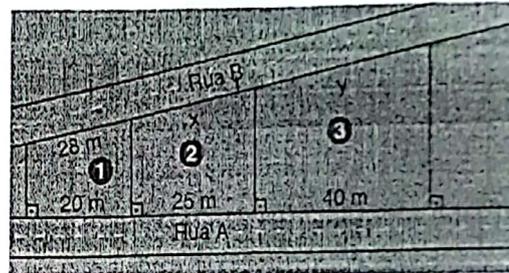
1. (ANDRINI, 2002, p. 157) Calcule x , sabendo que $a \parallel b \parallel c$:



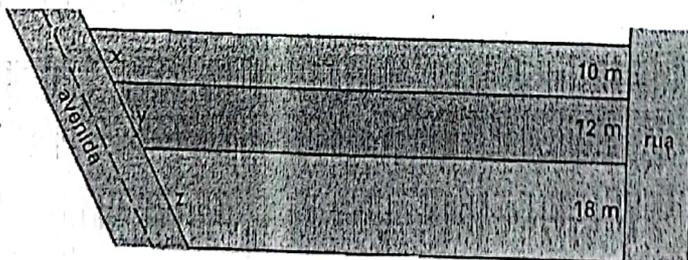
$$\frac{x}{3} = \frac{8}{4} \quad 4x = 24$$

$$x = 6$$

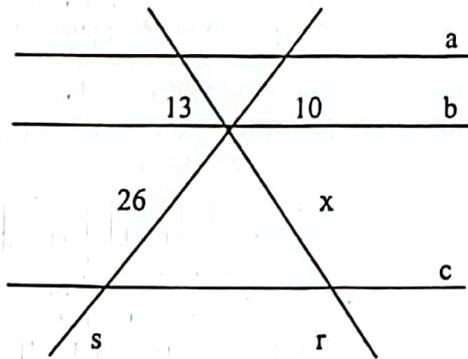
2. (ANDRINI, 2002, p. 157) A planta abaixo mostra as medidas de três lotes que tem frente para a rua A e para a rua B. As divisas laterais são perpendiculares à rua A. Quais são as medidas de x e y indicadas na figura?



3. (BONGIOVANNI, 1998, p.227) A planta abaixo mostra as medidas de três lotes. Calcule os valores de x , y e z , em metros, sabendo que as laterais dos terrenos são paralelas e que $x+y+z=60$:



4. (ANDRINI, 2002, p. 162) O valor de x na figura abaixo é:



$$\frac{13}{x} = \frac{10}{26}$$

$$10x = 338$$

$$x = \frac{338}{10}$$

$$x = 33,8$$

5. (GIOVANNI, 1993, p. 164) Um feixe de 4 retas paralelas determina sobre uma transversal três segmentos, de 6m, 8m e 10m respectivamente. Calcular os segmentos determinados no mesmo feixe sobre uma outra transversal cujo comprimento total entre 4 retas paralelas é 96m.

6. (GIOVANNI, 1993, p. 153) Os segmentos \overline{AB} , \overline{CD} , \overline{MN} e \overline{PQ} formam, nessa ordem, uma proporção. Sabendo que $AB = 6$ cm, $CD = 10$ cm e $MN + PQ = 64$ cm, calcule $x = MN$ e $y = PQ$.

7. (SILKA, 2000, p. 19) Durante a Copa do Mundo, André, Carlos e Mariana participaram de um "bolão" e ganharam, juntos, 600 reais. Dividiram o dinheiro em partes diretamente proporcionais ao que cada um apostou: 10, 20 e 30 reais, respectivamente. Quanto ganhou cada um?

$$x + y + z = 600$$

$$\frac{x}{10} = \frac{y}{20} = \frac{z}{30}$$

$$20x = 10y$$

$$x = \frac{10y}{20}$$

$$x = \frac{y}{2} = 100$$

$$30y = 20z$$

$$z = \frac{30y}{20}$$

$$z = \frac{3y}{2} = 300$$

$$\frac{y}{2} + y + \frac{3y}{2} = 600$$

$$y + 2y + 3y = 1200$$

$$y + 2y + 3y = 1200$$

$$6y = 1200$$

$$y = 200$$

8. (SILKA, 2000, p. 19) A professora de desenho levou os alunos a um passeio, parou na frente das obras do novo prédio da escola e mostrou-lhes como os pedreiros conseguem construir um ângulo reto facilmente, apenas montando um triângulo com os lados proporcionais a 3, 4 e 5, exatamente como os egípcios já faziam na época da construção das pirâmides. De volta à sala de aula, a turma foi separada em equipes. Cada equipe recebeu um pedaço de 60 cm de barbante para construir seu próprio triângulo retângulo. Quais devem ser as medidas dos lados desse triângulo?

9. Resolva o sistema com as propriedades de proporção.

$$\text{a) } \begin{cases} x + y = 35 \\ \frac{x}{y} = \frac{5}{2} \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} x + y + z = 210 \\ \frac{x}{3} = \frac{y}{5} = \frac{z}{7} \end{cases}$$

Nome: _____

Data: / /

Estas atividades foram elaboradas por Cintia da Silva Gomes, Elena Calçada Evangelista, Jonas Defante Terra e Larissa de Sousa Moreira para o desenvolvimento de um projeto no âmbito da disciplina Laboratório de Ensino na Licenciatura em Matemática do CEFET - Campos.

As atividades a seguir serão realizadas a partir da investigação de construções feitas no software GeoGebra (disponível em: www.geogebra.at, última consulta em 20/08/06).

PARTE 1: Atividade dedutiva do Teorema de Tales

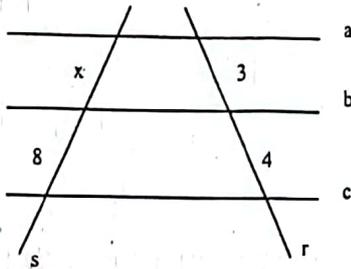
1. Observe a construção apresentada e calcule a razão: $\frac{AB}{BC}$, utilizando os recursos do software. Anote o resultado. 0,62
2. Calcule a razão: $\frac{DE}{EF}$, utilizando os recursos do software. Anote o resultado, e compare-o com o resultado anterior. 0,62 são iguais
3. Calcule a razão $\frac{AB}{AC}$, utilizando os recursos do software. Anote o resultado. 0,38
4. Calcule a razão $\frac{DE}{DF}$, utilizando os recursos do software. Anote o resultado e compare-o com o resultado do item 3. 0,38 AS RAZÕES SÃO IGUAIS.
5. Movimente o ponto A ou o ponto D, compare as razões, observando os valores na janela algébrica. Descreva o que você observou. CONTINUAM DO MESMO RESULTADO.
6. Movimente o ponto I ou o ponto J compare as razões. Descreva o que você observou. MUDA AS RAZÕES.
7. Movimente o ponto A de forma que o ponto B da reta r coincida com o ponto E da reta s. Compare as razões:
 - a. $\frac{AB}{BC}$ e $\frac{DE}{EF}$. $\frac{AB}{BC} = \frac{a}{b} = 1,24$ $\frac{DE}{EF} = \frac{c}{d} = 1,24$ → mesma razão
 - b. $\frac{AB}{AC}$ e $\frac{DE}{DF}$. $\frac{AB}{AC} = \frac{a}{(a+b)} = 0,55$ $\frac{DE}{DF} = \frac{c}{c+d} = 0,55$
 - c. Descreva o que você observou.

a) AS RAZÕES SÃO IGUAIS

b) AS RAZÕES SÃO IGUAIS.

Exercícios de Aplicação

1. (ANDRINI, 2002, p. 157)
 Calcule x, sabendo que $a \parallel b \parallel c$:



$$\frac{x}{8} = \frac{3}{4}$$

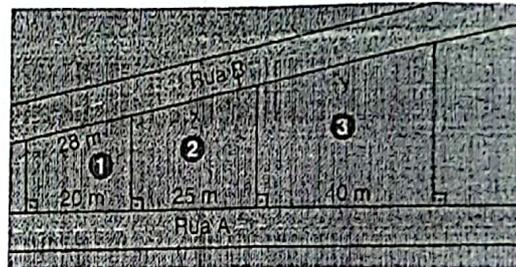
$$4x = 24$$

$$x = \frac{24}{4}$$

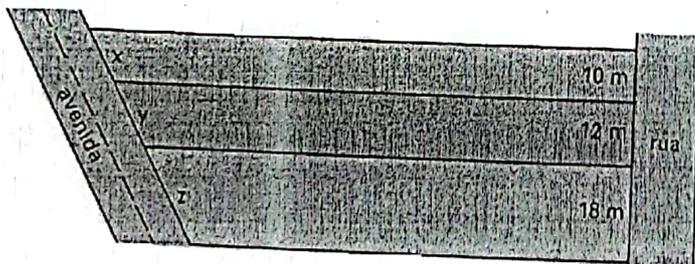
$$6$$

$$x = 6$$

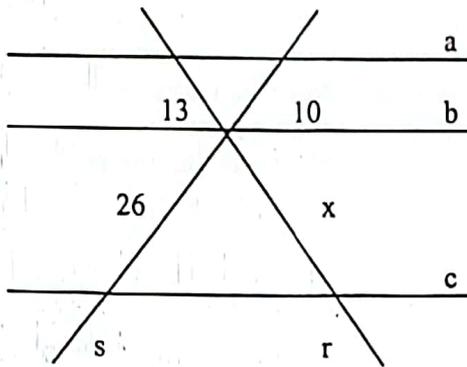
2. (ANDRINI, 2002, p. 157) A planta abaixo mostra as medidas de três lotes que tem frente para a rua A e para a rua B. As divisas laterais são perpendiculares à rua A. Quais são as medidas de x e y indicadas na figura?



3. (BONGIOVANNI, 1998, p.227) A planta abaixo mostra as medidas de três lotes. Calcule os valores de x, y e z, em metros, sabendo que as laterais dos terrenos são paralelas e que $x+y+z=60$:



4. (ANDRINI, 2002, p. 162) O valor de x na figura abaixo é:



$$\frac{13}{10} = \frac{x}{26}$$

$$10x = 338$$

$$x = \frac{338}{10}$$

$$x = 33,8$$

5. (GIOVANNI, 1993, p. 164) Um feixe de 4 retas paralelas determina sobre uma transversal três segmentos, de 6m, 8m e 10m respectivamente. Calcular os segmentos determinados no mesmo feixe sobre uma outra transversal cujo comprimento total entre 4 retas paralelas é 96m.

6. (GIOVANNI, 1993, p. 153) Os segmentos \overline{AB} , \overline{CD} , \overline{MN} e \overline{PQ} formam, nessa ordem, uma proporção. Sabendo que $AB = 6$ cm, $CD = 10$ cm e $MN + PQ = 64$ cm, calcule $x = MN$ e $y = PQ$.

7. (SILKA, 2000, p. 19) Durante a Copa do Mundo, André, Carlos e Mariana participaram de um "bolão" e ganharam, juntos, 600 reais. Dividiram o dinheiro em partes diretamente proporcionais ao que cada um apostou: 10, 20 e 30 reais, respectivamente. Quanto ganhou cada um?

8. (SILKA, 2000, p. 19) A professora de desenho levou os alunos a um passeio, parou na frente das obras do novo prédio da escola e mostrou-lhes como os pedreiros conseguem construir um ângulo reto facilmente, apenas montando um triângulo com os lados proporcionais a 3, 4 e 5, exatamente como os egípcios já faziam na época da construção das pirâmides. De volta à sala de aula, a turma foi separada em equipes. Cada equipe recebeu um pedaço de 60 cm de barbante para construir seu próprio triângulo retângulo. Quais devem ser as medidas dos lados desse triângulo?

9. Resolva o sistema com as propriedades de proporção.

$$\text{a) } \begin{cases} x + y = 35 \\ \frac{x}{y} = \frac{5}{2} \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} x + y + z = 210 \\ \frac{x}{3} = \frac{y}{5} = \frac{z}{7} \end{cases}$$

Nome: _____ Data: ____/____/____

Estas atividades foram elaboradas por Cíntia da Silva Gomes, Elena Calçada Evangelista, Jonas Defante Terra e Larissa de Sousa Moreira para o desenvolvimento de um projeto no âmbito da disciplina Laboratório de Ensino na Licenciatura em Matemática do CEFET - Campos.

As atividades a seguir serão realizadas a partir da investigação de construções feitas no software GeoGebra (disponível em: www.geogebra.at, última consulta em 20/08/06).

PARTE 1: Atividade dedutiva do Teorema de Tales

1. Observe a construção apresentada e calcule a razão: $\frac{AB}{BC}$, utilizando os recursos do software. Anote o resultado. *0,62*

ANEXO 4: ATIVIDADES RESOLVIDAS PELOS ALUNOS

2. Calcule a razão: $\frac{DE}{EF}$, utilizando os recursos do software. Anote o resultado, e compare-o com o resultado anterior. *0,62 = igual*
3. Calcule a razão $\frac{AB}{AC}$, utilizando os recursos do software. Anote o resultado. *0,36*
4. Calcule a razão $\frac{DE}{DF}$, utilizando os recursos do software. Anote o resultado e compare-o com o resultado do item 3. *0,72*
5. Movimente o ponto A ou o ponto D, compare as razões, observando os valores na janela algébrica. Descreva o que você observou. *O denominador muda e a razão muda.*
6. Movimente o ponto I ou o ponto J compare as razões. Descreva o que você observou. *O denominador muda e a razão muda.*
7. Movimente o ponto A de forma que o ponto B da reta r coincida com o ponto E da reta s. Compare as razões:

a. $\frac{AB}{BC}$ e $\frac{DE}{EF}$ *As razões são iguais*

b. $\frac{AB}{AC}$ e $\frac{DE}{EF}$ *As razões não são iguais*

c. Descreva o que você observou. *Quando o ponto B coincide com o ponto E, as razões são iguais.*

Uma vez que $\frac{AB}{BC} = \frac{DE}{EF}$ e $\frac{AB}{AC} = \frac{DE}{EF}$, então $\frac{AB}{BC} = \frac{DE}{EF} = \frac{AB}{AC}$.



Nome: _____ Data: ___/___/___

PARTE 2: Atividade para o estudo das propriedades de proporção

1. Observe a construção apresentada, anote o valor das razões e compare-os (as razões estão disponíveis na janela algébrica):

a) $\frac{AB}{BC} = 0,62$ b) $\frac{DE}{EF} = 0,62$

2. Calcule as razões abaixo, anote os valores e compare-os.

a) $\frac{AB+DE}{BC+EF} = \frac{0,62}{0,62} = 0,62$ b) $\frac{AB-DE}{BC-EF} = 0,62$

3. Movimente o ponto D e compare os valores registrados dos exercícios 1 e 2.

1. a) igual 0,62 b) igual 0,62
2. a) igual 0,62 b) igual 0,62

4. Movimente o ponto K e compare os valores registrados dos exercícios 1 e 2.

1. a) 0,36 b) 0,36
2. a) 0,36 b) 0,36

5. Observe a construção apresentada, calcule e anote os valores de:

a) $\frac{AB+BC}{AB} = \frac{a+b}{a} = 3,76$ c) $\frac{AB+BC}{BC} = \frac{a+b}{b} = 1,36$
b) $\frac{DE+EF}{DE} = \frac{c+d}{c} = 3,76$ d) $\frac{DE+EF}{EF} = \frac{c+d}{d} = 1,36$

6. Compare os valores obtidos nos itens acima.

Res: a questão (a) é igual a (b) e a (c) é igual a (d)

7. Movimente o ponto A e refaça os exercícios 5 e 6.

5. a) 3,76 b) 3,76 c) 1,36 d) 1,36

6. A pesar de ter mudado o ponto A de lugar a resposta continuou a mesma.

8. Movimente o ponto I e refaça os exercícios 5 e 6.

5. a) 2,42 b) 2,42 c) 1,71 d) 1,71

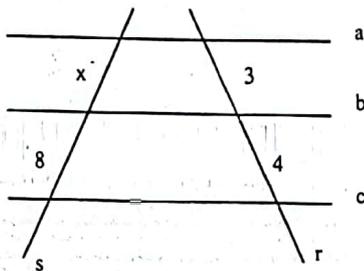
6. as respostas continuaram as mesmas 40

A partir das soluções dos exercícios anteriores, descreva o que você observou.

Que as respostas mudaram dependendo do lugar onde o ponto A se encontra, mas as respostas continuaram as mesmas.

Exercícios de Aplicação

1. (ANDRINI, 2002, p. 157) Calcule x, sabendo que a // b // c:



$$\frac{x}{8} = \frac{3}{4}$$

$$x = 24$$

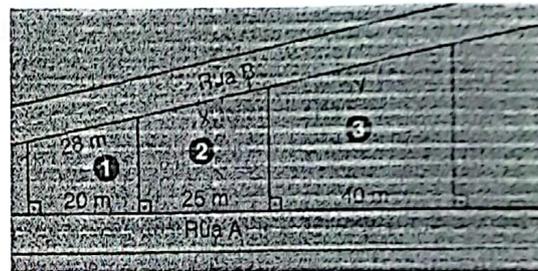
$$x = 6$$

$$\frac{x}{3} = \frac{8}{4}$$

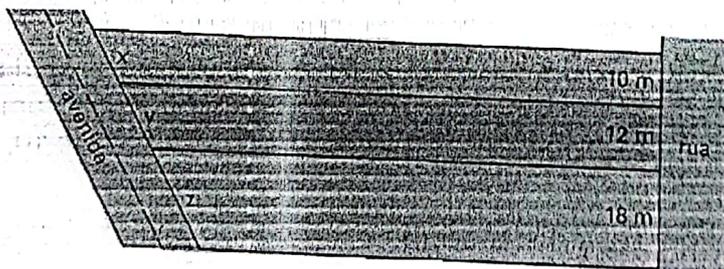
$$4x = 24$$

$$x = 6$$

2. (ANDRINI, 2002, p. 157) A planta abaixo mostra as medidas de três lotes que tem frente para a rua A e para a rua B. As divisas laterais são perpendiculares à rua A. Quais são as medidas de x e y indicadas na figura?



3. (BONGIOVANNI, 1998, p.227) A planta abaixo mostra as medidas de três lotes. Calcule os valores de x, y e z, em metros, sabendo que as laterais dos terrenos são paralelas e que $x+y+z=60$:



8. (SILKA, 2000, p. 19) A professora de desenho levou os alunos a um passeio, parou na frente das obras do novo prédio da escola e mostrou-lhes como os pedreiros conseguem construir um ângulo reto facilmente, apenas montando um triângulo com os lados proporcionais a 3, 4 e 5, exatamente como os egípcios já faziam na época da construção das pirâmides. De volta à sala de aula, a turma foi separada em equipes. Cada equipe recebeu um pedaço de 60 cm de barbante para construir seu próprio triângulo retângulo. Quais devem ser as medidas dos lados desse triângulo?

9. Resolva o sistema com as propriedades de proporção.

$$\text{a) } \begin{cases} x + y = 35 \\ \frac{x}{y} = \frac{5}{2} \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} x + y + z = 210 \\ \frac{x}{3} = \frac{y}{5} = \frac{z}{7} \end{cases}$$