



CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

RELAÇÕES MÉTRICAS NO TRIÂNGULO RETÂNGULO

POR

**CARLOS VINÍCIOS MARTINO RIBEIRO
DANIELLY SILVA DE OLIVEIRA RIBEIRO
DOUGLAS GOMES SANTOS
REJANE WAIANDT SCHUWARTZ FARIA
RODRIGO RIBEIRO BURLA DE SOUZA**

CAMPOS DOS GOYTACAZES/RJ

2007- 2

**CARLOS VINICIOS MARTINO RIBEIRO
DANIELLY SILVA DE OLIVEIRA RIBEIRO
DOUGLAS GOMES SANTOS
REJANE WAIANDT SCHUWARTZ FARIA
RODRIGO RIBEIRO BURLA DE SOUZA**

RELAÇÕES MÉTRICAS NO TRIÂNGULO RETÂNGULO

Projeto apresentado no Centro Federal de Educação Tecnológica de Campos, como parte das exigências da disciplina Laboratório de Ensino e Aprendizagem de Matemática do curso de Licenciatura em Matemática.

Orientadora: Gilmara Teixeira Barcelos
Mestre em Ciências de Engenharia - UENF

CAMPOS DOS GOYTACAZES/RJ

2007- 2

“Matemática é o alfabeto com o qual Deus escreveu o universo”.

GALILEI, Galileu.

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	1
2. DESENVOLVIMENTO	3
2.1 Preparação do Projeto	3
2.2 Etapas do Projeto	5
2.2.1. Pré-Requisitos	6
2.2.2. Reconhecimento do Software	7
2.2.3. Atividades Dedutivas das Relações Métricas	8
2.2.4. Parte Histórica	9
2.2.5. Demonstração	11
2.2.6. Atividades de Aplicação	13
3. CONSIDERAÇÕES FINAIS	14
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	16
ANEXOS	17

1. INTRODUÇÃO

O presente projeto tem o intuito de realizar um estudo sobre as relações métricas no triângulo retângulo, utilizando demonstração formal e prática. Um dos objetivos é fazer com que os alunos deduzam as relações métricas no triângulo retângulo, além de despertar no aluno o gosto pelo estudo, desenvolvendo assim seu senso crítico e investigador.

Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN):

A História da Matemática, mediante um processo de transposição didática e juntamente com outros recursos didáticos e metodológicos, pode oferecer uma importante contribuição ao processo de ensino e aprendizagem em Matemática (BRASIL, 1997, p.34).

Reconhecendo a importância da história da matemática, abordaremos resumidamente um pouco da história do tema em estudo.

Também destacamos a importância do uso consciente e crítico das Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC), em particular o uso de computadores na aprendizagem de Matemática, conforme citado nos Parâmetros Curriculares Nacionais:

Ele é apontado como um instrumento que traz versáteis possibilidades ao processo de ensino e aprendizagem de Matemática, seja pela sua destacada presença na sociedade moderna, seja pelas possibilidades de sua aplicação nesse processo (BRASIL, 1997, p.34).

Este projeto foi realizado numa escola particular na turma do 9º ano (8ª série) do Ensino Fundamental. O desenvolvimento aconteceu num laboratório de informática sob observação da orientadora do projeto juntamente com a professora responsável pelo laboratório. O objetivo principal deste projeto é que ao final do mesmo, os alunos saibam resolver algumas atividades envolvendo o assunto proposto.

A aula estava prevista para iniciar às sete horas, porém o *software* não estava instalado conforme combinado previamente. Sendo assim, tivemos que instalar o *software* no tempo reservado para a aplicação do projeto sob a orientação da professora responsável pelo laboratório, o que implicou em utilizarmos um menor número de computadores. Este fato levou-nos a iniciar o projeto às sete horas e cinquenta minutos, o que não prejudicou o

desenvolvimento, pois a professora de Matemática cedeu-nos mais dois horários além dos dois já previstos.

Inicialmente, fizemos uma breve revisão de alguns pré-requisitos são eles: elementos do triângulo retângulo, projeções, e semelhança de triângulos. Em seguida fizemos o reconhecimento do *software* GeoGebra¹. A terceira etapa foi a realização de atividades de dedução das relações métricas do triângulo retângulo, logo após apresentamos a demonstração das relações. Após a demonstração, foi apresentada a parte histórica, e finalizando, foram realizadas as atividades de aplicação.

¹ O GeoGebra é um *software* matemático que junta Geometria, Álgebra e Cálculo. Trata-se de um programa livre, desenvolvido por Markus Hohenwarter, disponível, em português, no endereço eletrônico <http://www.geogebra.at/>.

2. DESENVOLVIMENTO

Nesta seção descrevemos a preparação do projeto e as etapas que o compõem.

2.1. Preparação do Projeto

No segundo período do Curso de Licenciatura em Matemática iniciamos a disciplina Laboratório de Ensino e Aprendizagem de Matemática. A primeira parte foi à escolha do tema, "RELAÇÕES MÉTRICAS NO TRIÂNGULO RETÂNGULO", através de pesquisas em livros didáticos e em *sites* diversos.

A partir da escolha do tema, iniciamos uma busca de estratégias e recursos que tornassem o nosso projeto o mais interessante e proveitoso possível baseado nas orientações dos PCN. Nesta busca escolhemos o *software* livre de geometria dinâmica, "GeoGebra", que está disponível no endereço www.geogebra.at, acreditando que este seria um grande facilitador no processo da construção do conhecimento. Após a escolha do *software*, iniciamos a elaboração da apresentação do *software* e das atividades de dedução. Essas atividades visam que cada aluno construa seu próprio conhecimento sobre o tema, utilizando o GeoGebra.

Dando continuidade, com o auxílio de livros didáticos, começamos a elaborar alguns problemas que aplicassem de forma interessante e o mais real possível o tema escolhido. Durante a elaboração das atividades observamos a necessidade de recordar alguns temas que são pré-requisitos para o estudo das relações métricas no triângulo retângulo. Buscando enriquecer o projeto iniciamos uma pesquisa acerca da parte histórica do tema, na qual encontramos dificuldades devido à falta de disponibilização da mesma.

Ainda no segundo período fizemos uma apresentação em slides para toda a turma, mostrando o que pretendíamos fazer no projeto. Além disso, foi elaborado o relatório parcial das atividades desenvolvidas.

No terceiro período, iniciamos esta disciplina fazendo as correções sugeridas na apresentação citada anteriormente e as sugeridas na correção do relatório parcial.

Dando continuidade as atividades da disciplina, realizamos um teste exploratório para analisar a qualidade do projeto inicialmente elaborado, que consiste numa pré-apresentação do projeto para nossa turma da disciplina Laboratório de Ensino e Aprendizagem. O objetivo da pré-apresentação é detectar falhas em como abordar o conteúdo, verificar se o projeto está bem dividido entre o grupo, se as atividades estão bem elaboradas e se o projeto está atingindo os objetivos pré-estabelecidos.

Como previsto, nesta primeira apresentação, foram detectadas falhas pela professora orientadora e por alunos da nossa turma. A primeira falha foi encontrada na orientação da atividade envolvendo os pré-requisitos, pois não foi feita de forma dialogada. Foram encontradas falhas na formatação das atividades de dedução e no enunciado de uma das atividades de aplicação, estas foram alteradas. Além disso, percebemos que na correção das atividades poderíamos ter solicitado uma maior participação dos alunos. Neste teste também notamos que duas horas/aulas não seriam suficientes para o desenvolvimento do projeto. Percebemos então, que seriam necessárias ao menos três horas/aulas.

No quarto período, buscando corrigir as falhas ocorridas no primeiro teste exploratório, realizamos então o segundo teste. Devido à falta de horário, realizamo-lo no turno da noite apenas para a professora orientadora, pois os componentes do outro grupo não puderam comparecer.

Durante a apresentação a professora orientadora observou que os componentes do grupo estavam inseguros, com isso foram detectadas falhas. Iniciamos o teste com a apresentação do grupo, do tema e da professora orientadora. Seguimos com um exercício inicial para motivação. Dando continuidade, apresentamos os pré-requisitos, porém faltou identificar alguns elementos e usar a definição correta de projeção. Houve falhas também na apresentação do *software* Geogebra, pois não interligamos os pré-requisitos com o uso do software, fazendo com que o assunto ficasse solto em meio ao projeto.

Na dedução das fórmulas com o recurso do *software*, notamos que poderíamos levar as respostas das atividades em cartolina para agilizar o desenvolvimento do projeto. Na parte histórica também observamos que faltou naturalidade e desenvoltura, passando o assunto de forma muito decorada, além disso, faltou associar esta parte com a dedução do tema.

Na demonstração, foram provadas duas relações que não seriam utilizadas durante o decorrer do projeto. Foi notado também que não seria necessário demonstrar para os dois catetos que a medida do cateto ao quadrado é igual ao produto das medidas da sua projeção pela hipotenusa, bastando demonstrar para um dos catetos e dizendo que de forma análoga deduzir-se-ia a mesma relação para o outro cateto.

Finalizando o teste, voltamos ao exercício inicial onde foram feitas as contas para acharmos as distâncias em questão, contudo faltou indagar aos alunos qual das praias deveria ser excluída dos planos da turma, como propunha o problema. Nos exercícios de aplicação não foram diagnosticadas falhas.

Após este teste exploratório corrigimos todos os problemas diagnosticados e verificamos que o projeto poderia então, ser aplicado.

2.2. Etapas do Projeto

Os tópicos a seguir destacam as etapas do desenvolvimento do projeto:

- Pré-requisitos
- Reconhecimento do *software* (Anexo 2)
- Atividades dedutivas das relações métricas (Anexo 3)
- Parte histórica sobre triângulo retângulo
- Demonstração
- Atividades de aplicação

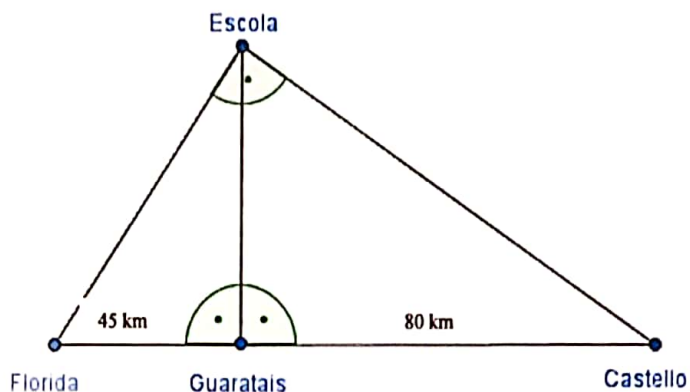
Após a apresentação dos mediadores deste projeto, propomos o problema apresentado no quadro 1 como motivação inicial, este só foi resolvido nas atividades de aplicação.

Esta etapa inicial do projeto foi tumultuada pelo fato dos alunos estarem em grupos de três alunos para utilização dos computadores, o que levou-os a conversar num momento indevido, com isso, nós mediadores tivemos que intervir pedindo que eles participassem da atividade proposta.

Após a intervenção dos mediadores, a maior parte dos alunos esteve atenta ao problema de motivação inicial, indicando soluções e até mesmo dando a resposta apenas pela observação da figura.

Quadro 1: Problema Inicial

Os alunos do 3º ano do Ensino Médio de uma escola ganharam como presente de formatura uma viagem para uma das praias da costa do estado, com a condição de que a praia escolhida esteja no máximo a 90 km de distância da escola. Veja o mapa das estradas que levam as praias:



- Qual(is) praia(is) deve(m) ser excluída(s) dos planos da turma?

2.2.1. Pré-Requisitos:

Antecedendo a resolução das atividades de dedução das relações métricas no triângulo retângulo, recordamos os elementos do triângulo retângulo, pois, são essenciais para continuidade do projeto.

Iniciamos com uma exposição dialogada utilizando a figura 1, na qual solicitamos a identificação dos elementos do triângulo retângulo.

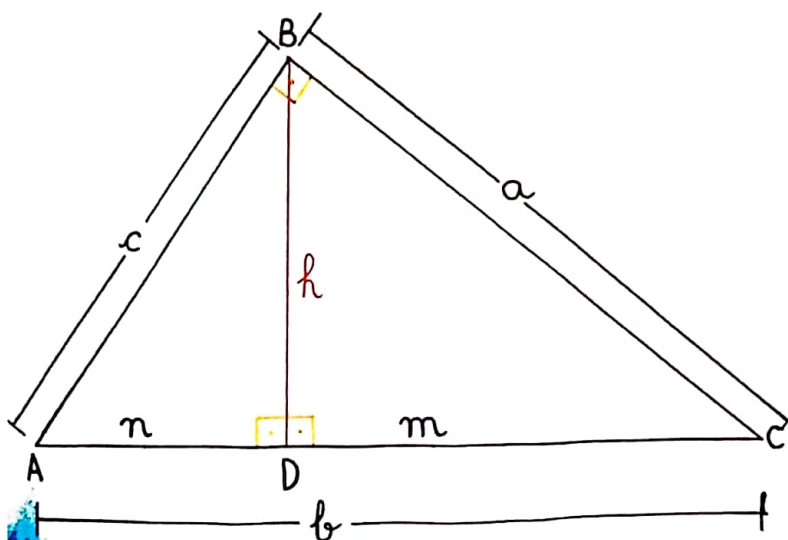


Figura 1: Triângulo Retângulo

Nesta etapa do projeto percebemos que os alunos já conheciam os elementos expostos, pois participaram ativamente.

Dando continuidade, os alunos receberam uma atividade (Anexo 1) visando verificar a identificação dos elementos em triângulos retângulos. Esta foi feita individualmente, nela os alunos utilizaram apenas régua, fornecida pelos mediadores.

Finalizando esta etapa, conferimos as respostas da atividade solicitando que alguns alunos respondessem o que haviam anotado. Indagamos alguns alunos e notamos que a maior parte da turma havia respondido corretamente.

2.2.2. Reconhecimento do Software

Para o estudo do tema foi utilizado o software GeoGebra visando propiciar o contato mais prazeroso, interessante e investigativo entre o aluno e o tema abordado pelo projeto. Com o uso do recurso tecnológico foi necessário para interação aluno-computador à exemplificação dos comandos utilizados através do roteiro que elaboramos (Anexo 2).

Iniciamos, seguindo o roteiro, descrevendo que o *software* GeoGebra é um *software* livre que pode ser encontrado no endereço www.geogebra.at. E que o mesmo é composto da janela algébrica e da janela geométrica. Mostramos também que cada ícone possui uma pequena seta no canto, e que ao clicar sobre essa seta aparecem outras opções de ferramentas. Dando continuidade, fizemos algumas construções e efetuamos algumas operações na caixa de entrada do software que foi devidamente apresentada aos alunos, bem com a explicitação das suas funções.

Notamos que esta etapa do projeto poderia ter sido mais proveitosa se a sala possuísse televisão ou data show, pois a falta destes gerou dificuldades na comunicação entre mediador e o aluno na apresentação das ferramentas do *software*.

Sabemos que a apropriação das ferramentas não ocorre com a mesma agilidade para todos os alunos, então o fato de estarem três alunos por computador também influenciou o bom andamento desta etapa, pois os alunos que terminavam primeiro, o que solicitávamos, conversavam. Mas apesar disso,

notamos com a atividade dedutiva, que veio logo em seguida ao reconhecimento do *software*, que os alunos conseguiram utilizar bem os recursos do *software*.

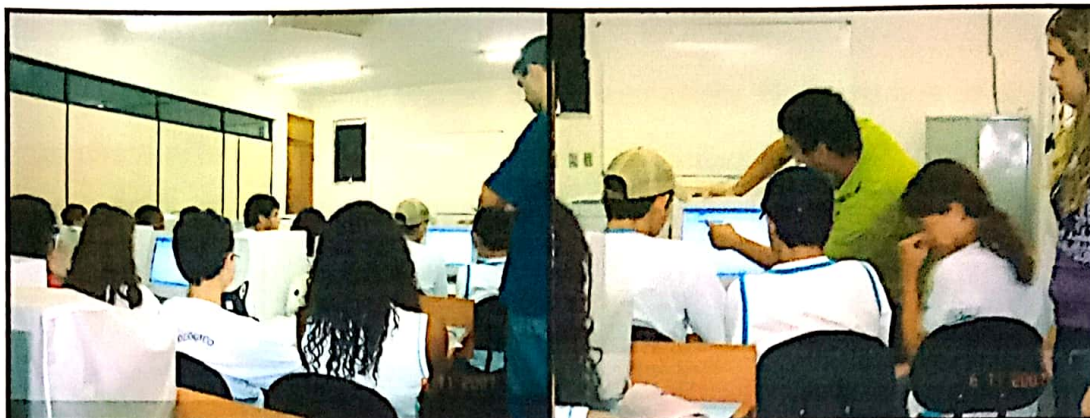


Figura 2: Mediador Apresentando o Software e Alunos Executando as Funções Solicitadas.

2.2.3. Atividades Dedutivas das Relações Métricas

Incluimos esta etapa no nosso projeto, pois, entendemos que os alunos verificariam o quanto são capazes de construir o próprio conhecimento, o que fez com que eles se sentissem interessados no decorrer do projeto.

Esta etapa foi realizada a partir da investigação da construção (Anexo 3) feita no *software* GeoGebra e da resolução de quatro atividades. Nestas atividades os alunos através da manipulação da construção e das respostas das atividades propostas (Anexo 4) deduziram as relações métricas no Triângulo Retângulo informalmente.

Na primeira atividade os alunos puderam observar que ao elevarmos ao quadrado a medida de um cateto, o valor encontrado era o mesmo obtido ao multiplicarmos a medida da sua projeção pela medida da hipotenusa. Na segunda atividade eles puderam observar que ao elevarmos ao quadrado a medida da altura relativa à hipotenusa, o valor encontrado era o mesmo obtido ao multiplicarmos a medida das projeções dos catetos. Na terceira eles observaram que o resultado obtido na multiplicação das medidas dos catetos era o mesmo da multiplicação da medida da hipotenusa pela medida da altura relativa a hipotenusa. E, finalizando esta etapa, observaram na quarta atividade que ao elevarmos ao quadrado a medida da hipotenusa, o resultado obtido era igual ao resultado da adição das medidas dos catetos ao quadrado.

Fechamos questão por questão, solicitando, em cada uma delas, a participação dos alunos e formalizando as respostas que estavam escritas em cartazes que levamos para agilizar o andamento do projeto.

Nesta etapa, os alunos tiveram boa desenvoltura. Notamos que os alunos conseguiram entender as relações métricas no triângulo retângulo, devido a boa participação deles.

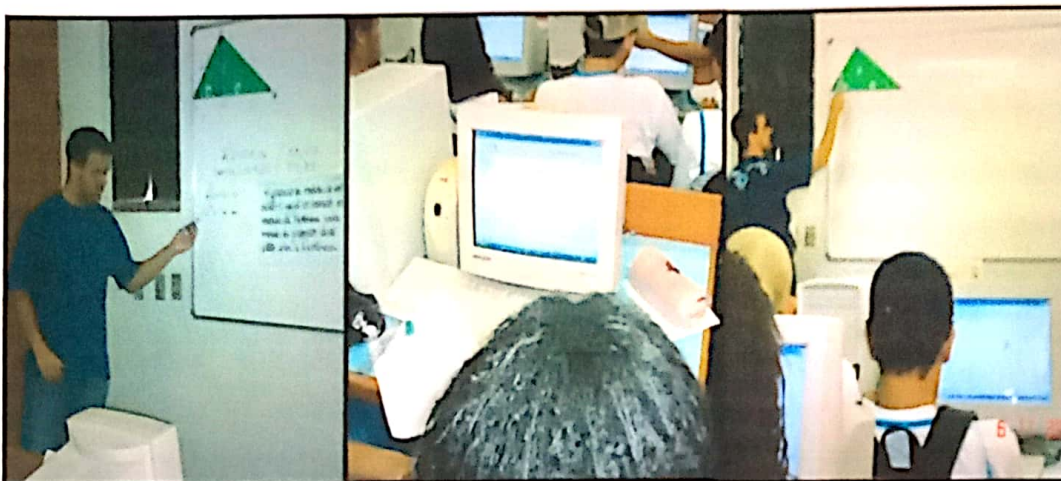


Figura 3 – Resolução das Atividades de Dedução

2.2.4. Parte Histórica

Nesta etapa, relatamos um pouco da história do tema em estudo. Como as Relações Métricas são definidas no Triângulo Retângulo e uma delas foi enunciada por Pitágoras, em forma de teorema, focalizamos nesta seção um pouco da vida de Pitágoras. A seguir apresentamos resumidamente o que foi pesquisado e relatado durante o projeto.

A Pitonisa do oráculo de Delfos avisou a Mnésarcnos e a sua mulher Parthéris, que Parthéris esperava um filho homem de extrema beleza, inteligência e bondade que iria trazer benefícios para todos. Ele nasceu na ilha de Samos, na Grécia, entre 570 e 590 a.C. Quando a criança seus pais o chamaram de Pitágoras em homenagem a Pitonisa. Dentre as lendas, que envolvem a vida de Pitágoras, uma conta que ele era um Deus em forma de homem para guiar a humanidade no que diz respeito a ciência, a filosofia, etc (PITÁGORAS-a, s.d.).

Quanto a religiosidade, Pitágoras buscou seguir os ritos órficos, caracterizado por uma ascese rigorosa, o que influenciou a conduta de Pitágoras por toda vida.(PITÁGORAS-a, s.d)

Para Pitágoras todo o conhecimento que tinha os gregos nada mais é que fragmentos da grande sabedoria que se encontrava nos templos egípcios e na Mesopotamia. Pitágoras desejando saber mais os mistérios da vida e do universo partiu em direção ao oriente, o primeiro lugar foi Esparta e depois passou por maiores cidades e templos antigos onde se prolongou por quarenta anos, após disso retornou a terra natal (PITÁGORAS-a, s.d) . Nessa viagem Pitágoras teve com as maiores personalidades, de sua época, em Mileto encontrou Tales e Anaximandro. Pitágoras permaneceu 25 anos no Egito onde ele absorveu muito conhecimento que fundamentariam seus ensinamentos (PITÁGORAS-a, s.d)

Após sua estadia pelo Egito, Pitágoras retornou a Samos com o desejo de ai fundar uma escola iniciativa, o desejo de funda-la se frustrou mediante a recepção hostil do tirano Policrato. Só foi em Crotona que Pitágoras pode criar sua escola iniciativa que foi chamada "Fraternidade Pitagórica" (PITÁGORAS-a, s.d).

Se um individuo desejasse entrar nessa escola ele teria que passar por rudes provas, tanto físicas ou de ordem psicológicas. Quem fosse aprovado deveria fazer um voto de silêncio (PITÁGORAS-a, s.d).

Pitágoras logo arranhou inimigos políticos e pessoais. Entre um dos muitos que tentaram entrar para sua escola e não foram admitidos, estava um homem que passou então a persegui-lo através de falsos testemunhos e colocou o povo da cidade contra ele, até que um dia a escola foi destituída e um mestre assassinado. Não se sabe ao certo sobre a sua morte, alguns dizem que passou o resto da sua vida em Metaponto (PITÁGORAS-a, s.d).

Alguns historiadores afirmam que Pitágoras foi o primeiro homem a se intitular um filósofo, antes os pensadores se chamavam de sagem (como aquele que sabe), mas na verdade Pitágoras queria apenas ser um homem que procurava descobrir (PITÁGORAS-a, s.d).

Pitágoras demonstrou com um raciocínio geral a relação, a que chamamos Teorema de Pitágoras, entre os quadrados das medidas dos catetos e o da medida da hipotenusa, que diz que num triângulo retângulo, a área do quadrado construído sobre a hipotenusa é igual à soma das áreas dos quadrados

construídos sobre os dois catetos (PITÁGORAS-b). Segundo a lenda, quando Pitágoras descobriu o teorema, ficou tão exultante que ordenou que bois fossem sacrificados aos deuses. Porém, a descoberta posterior da irracionalidade $\sqrt{2}$ (***) e sua consequência: o comprimento da hipotenusa de um triângulo retângulo isósceles com catetos de comprimento dado por um inteiro, não pode ser representado por uma razão de inteiros, isso mexeu com Pitágoras e seus seguidores, pois acreditavam que dois segmentos quaisquer fossem sempre múltiplos inteiros de algum comprimento unitário. Fizeram de tudo para esconder essa descoberta da irracionalidade da $\sqrt{2}$ e conta-se que o homem que revelou o segredo foi afogado no mar (ROTHBART ; PAUSELL, 1985).

Notamos que esta etapa deveria ter sido exposta com mais calma e clareza, acreditamos que o fato da turma ser muito agitada trouxe-nos insegurança e pressa, fato que prejudicou esta etapa e a etapa seguinte que foi a demonstração das relações métricas no triângulo retângulo.

2.2.5. Demonstração

Para esta etapa elaboramos materiais com emborrachados e com cartolinas fluorescentes para melhor visualização, conforme mostra a figura 4.

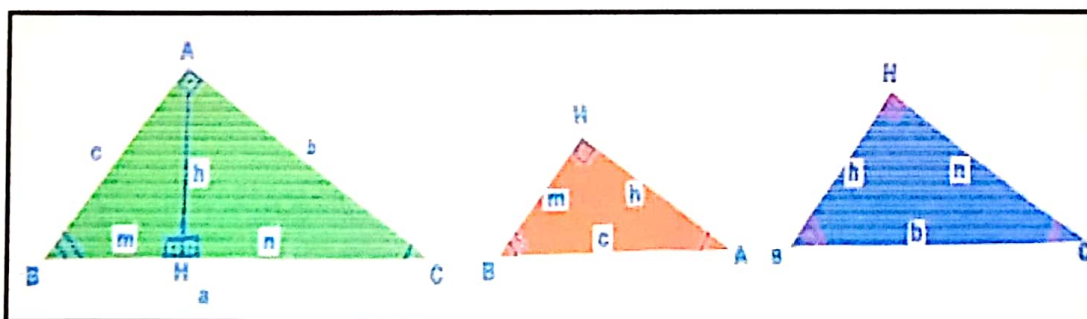


Figura 4: Material Utilizado Na Demonstração das Relações Métricas No Triângulo Retângulo

Fizemos a demonstração seguindo o roteiro abaixo.

Relações Métricas no Triângulo Retângulo quer dizer relações entre as medidas do Triângulo Retângulo.

Considerando um triângulo ABC , retângulo em A , e traçando \overline{AH} perpendicular a \overline{BC} , com H em \overline{BC} (Figura 4), vamos caracterizar os elementos seguintes:

- a: medida da hipotenusa \overline{BC} ;
- b: medida do cateto \overline{AC} ;
- c: medida do cateto \overline{AB} ;
- m: medida da projeção do cateto c sobre a hipotenusa;
- n: medida da projeção do cateto b sobre a hipotenusa;
- h: medida da altura relativa à hipotenusa.

Traçando a altura h relativa à hipotenusa de um triângulo retângulo ABC, obtemos dois triângulos retângulos HBA e HAC semelhantes ao triângulo ABC, de fato, devido a congruência dos ângulos indicados na figura:

Sabendo que esses triângulos são semelhantes, podemos então provar as Relações Métricas no Triângulo Retângulo (Figura 5).

- Nos triângulos ABC e HBA, temos:

$$\frac{a}{c} = \frac{b}{h} \Rightarrow \boxed{b \cdot c = a \cdot h}$$

$$\frac{a}{c} = \frac{c}{m} \Rightarrow \boxed{c^2 = a \cdot m}$$

- Nos triângulos ABC e HAC, temos:

$$\frac{a}{b} = \frac{b}{n} \Rightarrow \boxed{h^2 = a \cdot n}$$

- E Nos triângulos HBA e HAC, temos:

$$\frac{h}{n} = \frac{m}{h} \Rightarrow \boxed{h^2 = m \cdot n}$$

Essas são algumas das Relações Métricas no Triângulo Retângulo.

A partir de duas das Relações Métricas no Triângulo Retângulo nós podemos provar o teorema de Pitágoras de uma forma bem simples. Basta montar um sistema e somar membro a membro.

$$\begin{cases} b^2 = a \cdot n \\ c^2 = a \cdot m \end{cases}$$



$$b^2 + c^2 = a.n + a.m$$

$$b^2 + c^2 = a.(m + n)$$

$$b^2 + c^2 = a.(a)$$

$$b^2 + c^2 = a^2$$

Provamos assim, o teorema de Pitágoras: o quadrado da medida da hipotenusa é igual a soma do quadrado da medida dos catetos.

Notamos que os alunos estavam atentos a esta etapa, pois provamos o que eles haviam conjecturado nas atividades dedutivas realizadas anteriormente.

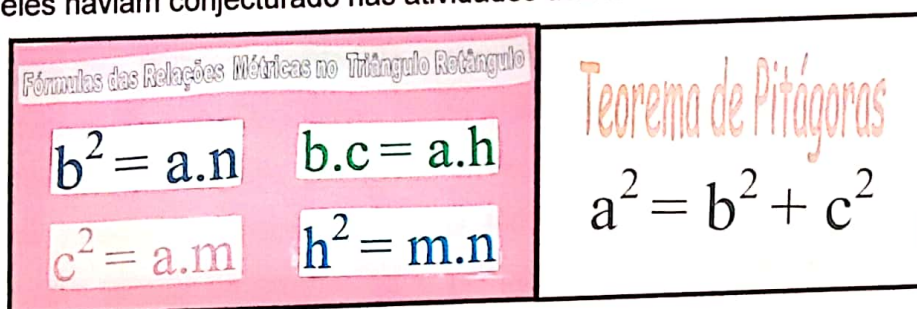


Figura 5: Resumo das Relações Métricas

2.2.6. Atividades de Aplicação

Finalizando o projeto propomos atividades relacionando o tema em estudo com situações do cotidiano (Anexo 5). Esta etapa foi projetada para verificarmos a aprendizagem dos alunos através de exercícios que conduzissem-os a utilizar os conhecimentos adquiridos durante o decorrer do projeto. De fato ela foi de suma importância, pois através dela verificamos a compreensão dos alunos do tema em questão.

Contudo, devido ao fato de que atrasamos o andamento do projeto por fatores diversos, em especial as conversas paralelas dos alunos, não tivemos tempo de resolver os exercícios da forma planejada. Planejavamos dar um certo tempo para que eles resolvessem as atividades e em seguida conferíssemos no quadro, mas tivemos que resolver as questões juntamente à eles.

Durante a resolução, pudemos perceber que os alunos interagiram de forma positiva, pois, responderam prontamente o que solicitávamos nas questões. Infelizmente, não houve tempo suficiente para resolvermos a última questão.

3. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Elaboramos este projeto com o intuito de realizar um estudo sobre as Relações Métricas no Triângulo Retângulo, utilizando demonstração formal e prática.

Ao planejarmos o projeto, acreditávamos que este seria atraente para os alunos, pois na nossa posição de alunos, gostamos de aulas diferenciadas. Este foi um dos fatores que nos levou a apostar no uso de tecnologia.

O uso de computadores e as atividades elaboradas permitiram o êxito dos nossos objetivos que consistia em levar os alunos a deduzirem as relações métricas no triângulo retângulo, despertando neles o gosto pelo estudo, desenvolvendo assim seu senso crítico e investigador. A movimentação da figura nas atividades dedutivas que preparamos, permitiram que o aluno observasse que as relações existentes entre as medidas de um triângulo retângulo se relacionam sempre da mesma forma independentemente da medida dos lados do triângulo.

Lamentamos o fato de não termos exposto a parte histórica do tema proposto de forma mais dinâmica e clara, pois sabemos que ainda é nova, para os alunos, a aplicação e a contextualização da história da Matemática no nível básico de ensino das escolas brasileiras.

De forma geral o desenvolvimento do projeto foi claro e proveitoso, pois percebemos que nas atividades de aplicação os alunos conseguiram resolver as atividades, fato que sinaliza que eles conseguiram aplicar as fórmulas que deduziram corretamente, apesar de infelizmente não termos tido o tempo necessário para resolução de todas as questões. Contudo, não podemos ocultar que nos sentimos inseguros em alguns momentos, fato que atribuímos à falta de experiência como professores e falta de concentração de alguns alunos da turma.

Não poderíamos deixar de destacar a importância deste projeto para nós enquanto professores em formação, pois durante a elaboração desta aula diferenciada, tivemos a oportunidade de aprender a trabalhar em grupo e de lidar com alunos na postura de professores; a criar meios mais atraentes para o ensino e aprendizagem de Matemática e a elaborar um projeto de pesquisa, bem como o seu relatório.

Como sabemos, a Matemática não é aceita por muitos alunos e possui altos índices de reprovação nas escolas brasileiras. Resumindo, as experiências vivenciadas, possibilitaram perceber que aulas dinâmicas, preparadas adequadamente podem contribuir para melhoria do processo de ensino e aprendizagem de Matemática.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BRASIL, *PCN (Parâmetros Curriculares Nacionais): Ensino Fundamental – Bases Legais*, v.1. Brasília: Ministério da Educação / Secretaria de Educação Média e Tecnológica.1997.

PITÁGORAS -a. Disponível em:

<http://www.exatas.com/matematica/pitagoras.html#musica>. Última consulta em: 25/02/08

PITÁGORAS–b. *Wikipédia, a enciclopédia livre*. Disponível em: <http://pt.wikipedia.org/wiki/Pitágoras> . Última consulta em: 25/02/08

ROTHBART Andréa; PAUSEL Bruce. Números Pitagóricos. *In: Revista do Professor de Matemática*, n. 07, p. 49 - 51 .São Paulo: Sociedade Brasileira de Matemática, 1985.

ANEXOS

ANEXO 1 - ATIVIDADE DE REVISÃO



CENTRO FEDERAL DE EDUCAÇÃO TECNOLÓGICA DE CAMPOS

Universidade da Tecnologia e do Trabalho

Ministério
da Educação

Secretaria de Educação
Profissional e Tecnológica

Licenciatura em Matemática

Laboratório de Ensino

Relações Métricas no Triângulo Retângulo

Alunos: Carlos Vinícios Ribeiro, Danielly Ribeiro, Douglas Gomes, Rejane Schuwartz e Rodrigo Burla.

Professora Orientadora: Gilmara Barcelos Teixeira

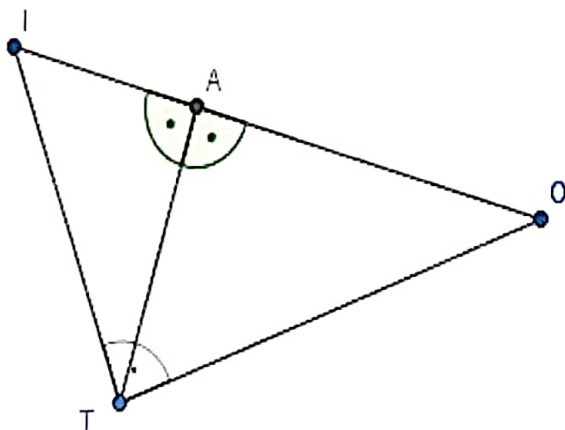
Nome: _____

data: ___/___/___

Elementos do triângulo retângulo

1) Use a régua para responder:

- Quanto mede a hipotenusa do triângulo TIO?
- Quanto mede a hipotenusa do triângulo TIA?
- Quanto mede o cateto maior do triângulo ATO?
- Quanto mede o cateto menor do triângulo TIO?
- Quanto mede a altura relativa a hipotenusa do triângulo TIO?
- Qual é o segmento que representa a projeção do segmento TI sobre a hipotenusa no triângulo TIO?
- Quanto mede a projeção referenciada no item *f*?
- Qual é o segmento que representa a projeção do segmento TO sobre a hipotenusa no triângulo TIO?
- Quanto mede a projeção referenciada no item *h*?



ANEXO 2 – ROTEIRO PARA RECONHECIMENTO DO SOFTWARE



CENTRO FEDERAL DE EDUCAÇÃO TECNOLÓGICA DE CAMPOS

CEFET
CAMPOS

Universidade da Tecnologia e do Trabalho

Ministério
da Educação

Secretaria de Educação
Profissional e Tecnológica

Licenciatura em Matemática

Laboratório de Ensino

Relações Métricas no Triângulo Retângulo

Alunos: Carlos Vinícios Ribeiro, Danielly Ribeiro, Douglas Gomes, Rejane Schwartz e Rodrigo Burla.

Professora Orientadora: Gilmara Barcelos Teixeira

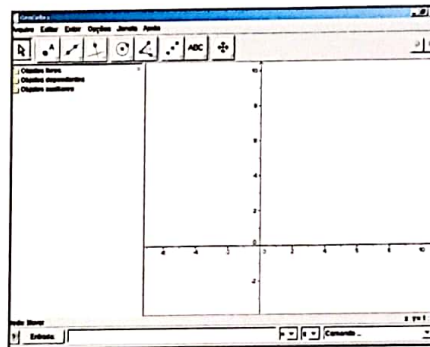
Nome: _____

data: ___/___/___

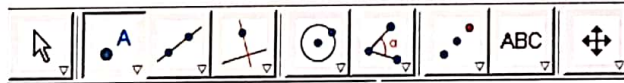
→ Software GeoGebra

O software GeoGebra pode ser encontrado no endereço www.geogebra.at o software. Ele é um software livre.






No software, no lado direito são feitas as construções geométricas e do lado esquerdo a parte algébrica.



Cada ícone tem uma pequena seta no canto, se clicar nessa seta aparecerá outras opções de ferramentas.

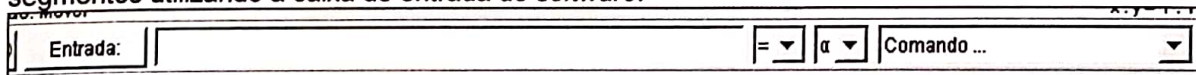


→ Faremos algumas construções:

-  Segmento de reta:  mover umas das extremidades.
-  Um triângulo qualquer:  mover um dos vértices e observar a janela algébrica.
-  Trace uma das alturas do triângulo.

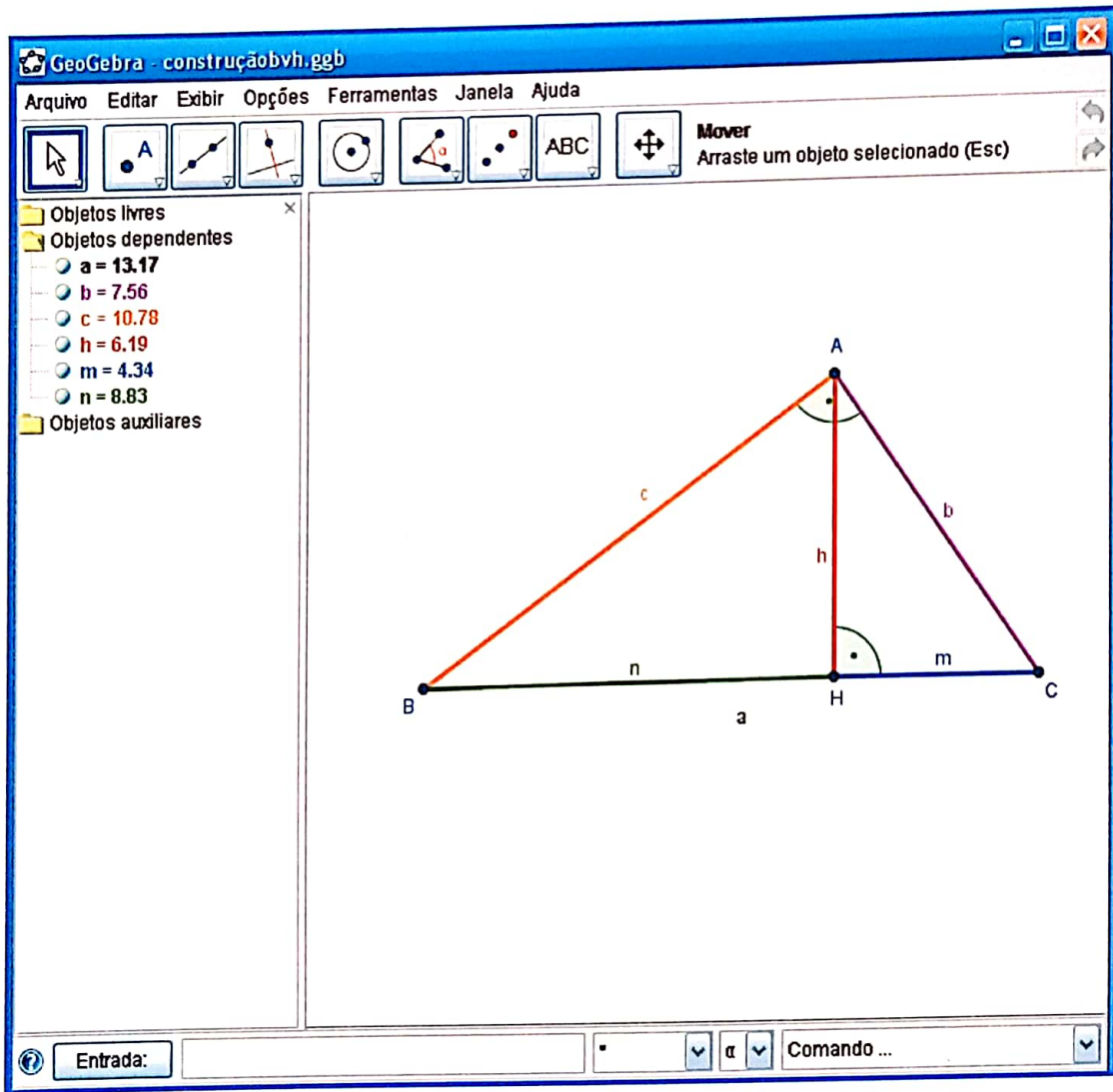
→ Operações

Podemos também fazer somas, subtrações, multiplicações com as medidas dos segmentos utilizando a caixa de entrada do software.



- Multiplique a medida de dois lados do triângulo desenhado e observe a janela algébrica.
- Calcule o quadrado da medida do terceiro lado do triângulo e observe a janela algébrica.

ANEXO 3 – CONSTRUÇÃO DA ATIVIDADE DEDUTIVA



ANEXO 4 - ATIVIDADES DE DEDUÇÃO DAS RELAÇÕES MÉTRICAS NO TRIÂNGULO RETÂNGULO



Licenciatura em Matemática
Laboratório de Ensino

Relações Métricas no Triângulo Retângulo

Alunos: Carlos Vinícios Ribeiro, Danielly Ribeiro, Douglas Gomes, Rejane Schwartz e Rodrigo Burla

Professora Orientadora: Gilmar Barcelos Teixeira

Nome: _____

data: ___/___/___

Estas atividades foram elaboradas por Carlos Vinícios Martino Ribeiro, Danielly Silva de Oliveira Ribeiro, Douglas Gomes Santos, Rejane Waiandt Schwartz Faria e Rodrigo Ribeiro Burla de Souza, para o desenvolvimento de um projeto no âmbito da disciplina Laboratório de Ensino na Licenciatura em Matemática do CEFET Campos.

As atividades a seguir serão realizadas a partir da investigação de construções feitas no *software* GeoGebra (disponível em: www.geogebra.at)

ATIVIDADES DEDUTIVAS DAS RELAÇÕES MÉTRICAS NO TRIÂNGULO RETÂNGULO

Abra o arquivo, observe a construção apresentada e resolva as atividades a seguir:

ATIVIDADE 1

- a) Utilizando os recursos do *software*, calcule c^2 . _____
- b) Utilizando os recursos do *software*, calcule o produto de a por n . _____
- c) Compare os resultados encontrados nos itens a e b .

- d) Movimento () um dos vértices do triângulo ABC e refaça os itens a , b e c .

- e) Utilizando os recursos do *software*, calcule b^2 . _____

- f) Utilizando os recursos do *software*, calcule o produto de m por a . _____

- g) Compare os resultados encontrados nos itens e e f .

- h) Movimento () um dos vértices do triângulo ABC e refaça os itens e , f e g .

- i) Descreva o que você observou.

ATIVIDADE 2

- a) Utilizando os recursos do *software*, calcule h^2 . _____

- b) Utilizando os recursos do *software*, calcule o produto de m por n . _____

c) Compare os resultados encontrados nos itens a e b.

d) Movimente () um dos vértices do triângulo ABC e refaça os itens a, b e c.

e) Descreva o que você observou.

ATIVIDADE 3

a) Utilizando os recursos do *software*, calcule o produto de b por c. _____

b) Utilizando os recursos do *software*, calcule o produto de a por h. _____

c) Compare os resultados encontrados nos itens a e b.

d) Movimente () um dos vértices do triângulo ABC e refaça os itens a, b e c.

e) Descreva o que você observou.

ATIVIDADE 4

a) Utilizando os recursos do *software*, calcule a^2 . _____

b) Utilizando os recursos do *software*, calcule a soma de b^2 por c^2 . _____

c) Compare os resultados encontrados nos itens a e b.

d) Movimente () um dos vértices do triângulo ABC e refaça os itens a, b e c:

e) Descreva o que você observou.

ANEXO 5 - ATIVIDADES DE APLICAÇÃO



CENTRO FEDERAL DE EDUCAÇÃO TECNOLÓGICA DE CAMPOS

CEFET
CAMPOS Universidade da Tecnologia e do Trabalho

Licenciatura em Matemática
Laboratório de Ensino

Relações Métricas no Triângulo Retângulo

Alunos: Carlos Vinícios Ribeiro, Danielly Ribeiro, Douglas Gomes, Rejane Schuwartz e Rodrigo Burla.

Professora Orientadora: Gilmara Barcelos Teixeira

Nome: _____

data: ___/___/___

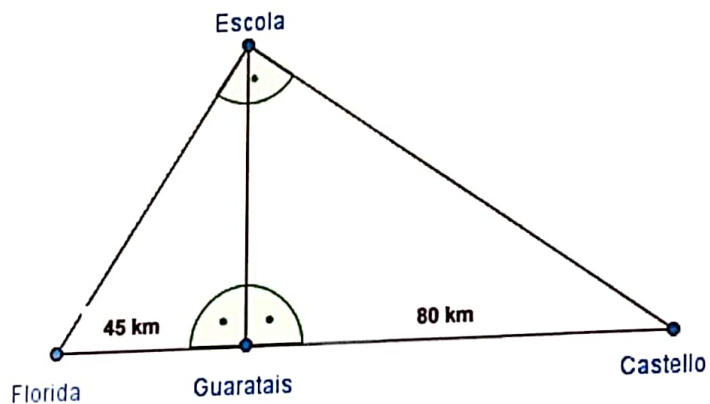
Ministério
da Educação

Secretaria de Educação
Profissional e Tecnológica

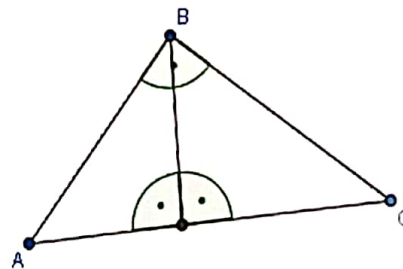
ATIVIDADES DE APLICAÇÃO

1. Os alunos do 3º ano do Ensino Médio de uma escola ganharam como presente de formatura uma viagem para uma das praias da costa do estado, com a condição de que a praia escolhida esteja no máximo a 90 km de distância da escola. Veja o mapa das estradas que levam as praias:

- Qual(is) praia(is) deve(m) ser excluída(s) dos planos da turma?



2. Calcule a medida da altura relativa à hipotenusa e a medida das projeções dos catetos sobre a hipotenusa no triângulo retângulo cujos os catetos medem 8 cm e 12 cm.



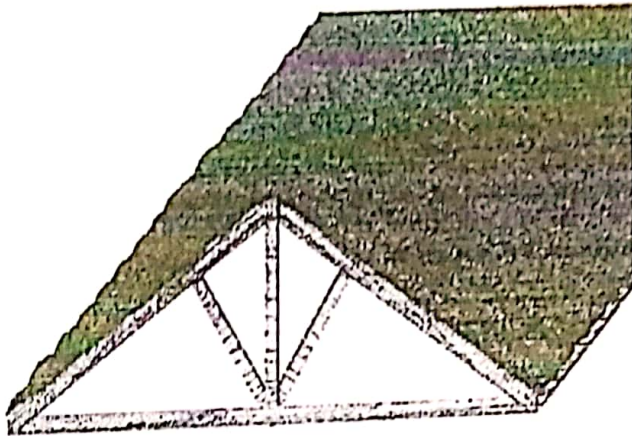
3. Em um triângulo retângulo, um cateto mede 10cm e sua projeção sobre a hipotenusa mede 5cm. Nessas condições, determine:

- a medida da hipotenusa;
- a medida do outro cateto;
- a medida da altura relativa à hipotenusa.

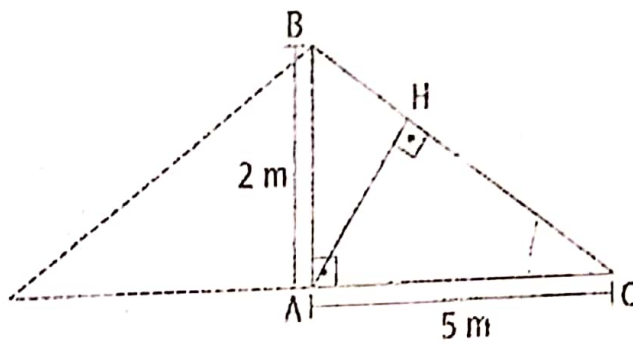
4. Num mapa, as cidades A, B e C são as vértices de um triângulo retângulo, no qual a medida do \hat{A} é 90° . Considere que a estrada que liga a cidade A até B é um segmento de reta que mede 80Km e a estrada que liga a cidade B até a cidade C é um segmento de reta que mede 100km. Um rio impede a construção de uma estrada que ligue diretamente a cidade A com a cidade C. Por esse motivo, projetou-se uma estrada saindo da cidade A perpendicular à estrada intersectando-a na cidade D. Calcule a menor distância da cidade A até C, utilizando as estradas existentes.

5. Veja como o telhado da casa é sustentado:

A estrutura do telhado e...



...seu esquema



Calcule as medidas aproximadas das vigas BC e AH