



CENTRO FEDERAL DE EDUCAÇÃO TECNOLÓGICA DE CAMPOS

CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

# RELATÓRIO LEAMAT III

ENSINO E APRENDIZAGEM DE SIMETRIA

ENSINO E APRENDIZAGEM DE GEOMETRIA

Danielle Evangelista Gonçalves

Débora Maciel da Costa

Mikelle Rodrigues de Almeida

Suzana Beatriz Ramos Pessanha

CAMPOS DOS GOYTACAZES / RJ

2008.2

Danielle Evangelista Gonçalves

Débora Maciel da Costa

Mikelle Rodrigues de Almeida

Suzana Beatriz Ramos Pessanha

# **RELATÓRIO LEAMAT III**

ENSINO E APRENDIZAGEM DE SIMETRIA

ENSINO E APRENDIZAGEM DE GEOMETRIA

Trabalho apresentado ao Centro Federal de Educação Tecnológica de Campos como requisito parcial para conclusão da disciplina Laboratório de Ensino e Aprendizagem em Matemática III do Curso de Licenciatura em Matemática.

Orientadora: Prof<sup>a</sup>. Esp. Mylane dos Santos Barreto

CAMPOS DOS GOYTACAZES / RJ

2008.2

## 1) Justificativa

Um dos principais objetivos do ensino de Geometria, tanto no Ensino Fundamental quanto no Médio, é desenvolver a percepção visual do aluno. Neste trabalho são propostas atividades com a utilização de modelos concretos de representações de transformações geométricas que permitem a exploração de efeitos visuais.

## 2) Objetivos

O objetivo deste projeto é desenvolver o conceito de pontos simétricos e o da transformação geométrica denominada simetria axial plana com atividades dinâmicas e estáticas que podem ser realizadas por crianças do Ensino Fundamental e alunos do Ensino Superior.

## 3) Atividades desenvolvidas

### 3.1) Atividades Preliminares

A disciplina Laboratório de Ensino e Aprendizagem de Matemática (LEAMAT) é dividida em três módulos, LEAMAT I, LEAMAT II e LEAMAT III. Durante as aulas do LEAMAT I foram discutidos textos sobre o ensino de Geometria.

O texto "A medida, a busca incessante do regular sob o olhar da criança" escrito por Leila Barbosa Oliveira e Anna Regina Lanner de Moura, trata da busca humana pela regularidade nas formas dos objetos. As autoras apresentam argumentos que validam a hipótese de que a idéia da regularidade habita o pensamento humano desde a infância. A partir daí, o texto apresenta exemplos de atividades que facilitam o desenvolvimento e aprendizado de conceitos geométrico, por crianças, com exercícios práticos e ligados a uma atividade profissional, a do oleiro. Crianças da pré-escola foram à uma olaria observar como se dava a fabricação de tijolos. Numa pequena olaria montada na escola, as crianças colocaram em prática os métodos aprendidos na observação da fabricação de tijolos. Tais métodos envolviam conceitos geométricos como medida, volume, proporção, etc.

O objetivo principal do texto "Semelhanças na 7<sup>a</sup>. Série: Algumas Dificuldades" é identificar as dificuldades apresentadas por alunos no processo de construção do conceito de semelhança e na aplicação de tal conceito. A partir da análise dos métodos usados por alunos de uma turma da 7<sup>a</sup>. série na resolução de problemas envolvendo semelhança, o professor-pesquisador, iniciou uma intervenção no processo de ensino e aprendizagem de matemática utilizando questões com estruturas multiplicativas e aditivas. Concluiu-se que a maioria dos alunos usavam as estruturas aditivas ao invés das estruturas multiplicativas para verificar segmentos proporcionais.

O autor Antonio José Lopes, no texto "Ângulos: Um ângulo é mais do que duas semi-retas de mesma origem" exalta a importância do conceito de ângulos no currículo de matemática. Apresenta fatos que justificam a presença do conceito de ângulos na construção de objetos, como flechas e instrumentos de pesca usados pelos homens primitivos. Analisando como são as pontas das flechas de povos da idade da pedra, passando pela idade dos metais e chegando até nossos dias. A ponta aguda dá mais direção, pela aerodinâmica, e penetra com mais facilidade no animal a ser caçado.

O conceito de ângulo está associado a uma diversidade de idéias distintas, porém solidárias, como inclinação, rotação, região, abertura, orientação, direção, entre outras.

As práticas curriculares das últimas décadas privilegiaram um ensino centrado em definições, algumas fórmulas seguidas de exercícios. Tal abordagem esconde a riqueza do conceito, sua complexidade e a engenhosidade de seus usos.

Os vários aspectos do conceito de ângulo não podem ser engessados numa determinada definição.

O texto "Construindo o conceito de simetria em relação a uma reta: Do jardim de infância ao ensino superior" escrito por Ana Maria M. R. Kallef apresenta atividades que visam desenvolver a percepção visual por meio da exploração de efeitos visuais obtidos a partir de modelos concretos de representações de transformações geométricas. Tais atividades foram aplicadas a licenciandos em Matemática e participantes de cursos de extensão para treinamento de professores de Matemática ministrados na UFF (Universidade

Federal Fluminense). As atividades propostas neste artigo possibilitam ao aluno, desenvolver o conceito de simetria sem a imposição de definições. A formalização dos conceitos ocorre com a construção do conhecimento.

No texto "Por que ensinar aprender geometria" de Regina Maria Pavanello constata a partir de pesquisas que a geometria ainda hoje nem sempre é abordada na escola básica. O texto pretende mostrar que muitos alunos podem até conhecer algumas definições, porém no momento de aplicá-las para a resolução de algum problema, não conseguem. E alguns professores por não dominarem a geometria, acabam descartando-a dos conteúdos adotados durante o ano letivo.

E essa exclusão da geometria no currículo da matemática prejudica a formação do indivíduo. Há necessidade de desenvolver o pensamento visual, seqüencial e espacial que são essenciais a educação matemática.

### 3.2) Relato da aplicação da atividade (LEAMAT II)

Durante o segundo módulo do LEAMAT as atividades desenvolvidas foram aplicadas ao grupo de alunos que compõem o LEAMAT II. O objetivo era verificar o alcance da proposta da atividade.

Tal atividade foi desenvolvida com a proposta de que o aluno desenvolva o conceito de simetria durante as construções solicitadas nas atividades.

A primeira atividade (Foto 1), *queimada com obstáculos*, foi extraída do artigo *Construindo o conceito de simetria em relação a uma reta: do jardim de infância ao ensino superior*, escrito por Ana Maria M. R. Kaleff.

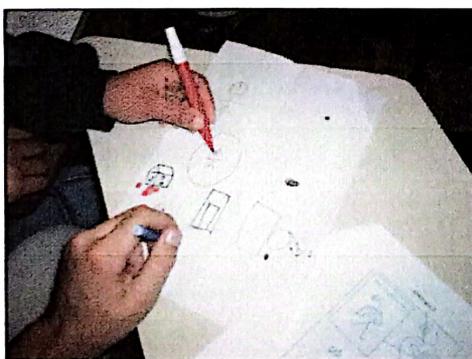


Foto 1 - alunos jogando queimada com obstáculos

Com as sugestões do grupo de alunos do LEAMAT II e dos professores do LEAMAT que participaram das aplicações da atividade foram feitas pequenas alterações nos enunciados das questões.

O desenvolvimento da atividade ocorreu tranquilamente e os alunos mostraram-se empolgados com sua proposta e abordagem.

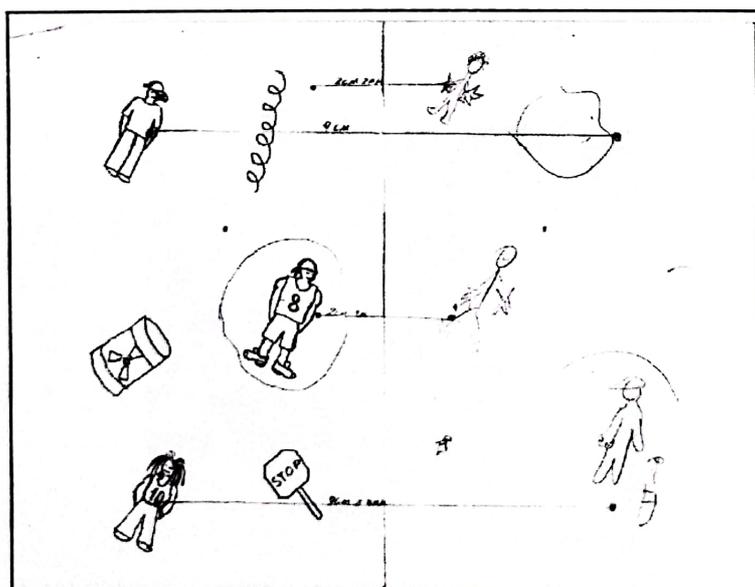
### 3.3) Relato da aplicação da atividade (9º ano do Ensino Fundamental)

A atividade descrita neste relatório foi elaborada ao longo do LEAMAT, aplicada ao grupo de professores em formação matriculados na disciplina LEAMAT II no 1º Semestre de 2008 objetivando verificar a aceitação e efetuar melhoramentos, e aplicada a uma turma do 9º ano do ensino regular de uma escola pública de Campos dos Goytacazes, no dia 28/10/2008, com duração de 2h/a.

As professoras em formação, responsáveis pela elaboração da atividade, se apresentaram a turma e iniciaram os trabalhos didáticos.

Foram lidas as regras do jogo Queimada com obstáculos (em anexos) e entregue aos alunos materiais necessários para realizar o jogo. Cada aluno recebeu uma folha de papel A4, régua e hidrocor.

Os alunos demarcaram os campos de jogo, traçando uma reta na folha de papel A4 e iniciaram o jogo.



No início da primeira atividade foi dito aos alunos que o par de pontos de cada jogada são chamados pontos simétricos. "Nesta atividade, são chamados pontos simétricos em relação a uma reta (que é a reta de separação dos campos) o par de pontos, do campo do atirador e do campo adversário, de cada jogada da Queimada com obstáculos", a seguir foram feitas perguntas a respeito dos pontos demarcados no jogo.

As perguntas da primeira atividade e comentários sobre a aceitação e interação dos alunos encontram-se a seguir:

- a) Escolha um par de pontos simétricos e meça a distância entre eles com uma régua.
- b) Meça a distância de cada ponto considerado no item anterior à reta divisória dos campos.
- c) Faça o mesmo com outros pontos simétricos. O que você observa?

Nesse momento muitos alunos não entenderam a pergunta exigindo explicação mais detalhada por parte das professoras em formação.

Enquanto os alunos efetuavam as tarefas (Foto 2) as professoras em formação observavam suas atitudes e comentários, como:

*"A régua tem que ficar reta"*

*"Deu a mesma coisa, a mesma medida"*

*"A distância do ponto até a reta divisória foi igual"*

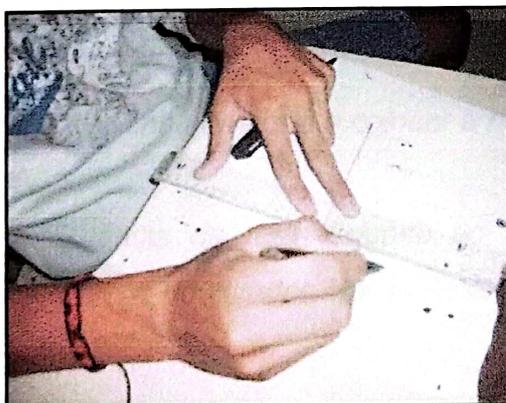


Foto 2 – Aluno medindo os pontos simétricos

### Procedimentos

a) Escolha um par de pontos simétricos e meça a distância entre eles com uma régua. 6 cm

b) Meça a distância de cada ponto considerado no item anterior à reta divisória dos campos. 3 cm

c) Faça o mesmo com outros pontos simétricos. O que você observa?  
Que a distância do ponto até a linha divisória é a mesma em relação ao outro ponto simétrico à linha divisória.

### Procedimentos

a) Escolha um par de pontos simétricos e meça a distância entre eles com uma régua. 2 cm e 1 mm, 2 cm e 2 mm

b) Meça a distância de cada ponto considerado no item anterior à reta divisória dos campos. 1 cm e 3 mm, 1 cm, 2 cm e 2 mm

c) Faça o mesmo com outros pontos simétricos. O que você observa?  
Em observação de um ponto até a outra deu uma medida igual.

d) Seria possível jogar Queimada com obstáculos utilizando apenas régua e esquadro, sem dobrar o papel? Justifique.

Nesse momento as professoras em formação deixam os alunos responderem verbalmente em um diálogo breve que se iniciou na turma.

As respostas citadas foram:

“Medindo do ponto até a linha divisória e colocar a mesma medida do outro lado”

“Sim. Medindo a distância da reta divisória ao boneco e medindo a distância da reta a bola no campo do atirador. Essas distâncias devem ser iguais”

d) Seria possível jogar Queimada com Obstáculos utilizando apenas régua e esquadro, sem dobrar o papel? Justifique.

*Sim. Medindo a distância de um ponto até a linha divisória.*

d) Seria possível jogar Queimada com Obstáculos utilizando apenas régua e esquadro, sem dobrar o papel? Justifique.

*Sim, porque dá para medir utilizando a régua!*

Através das justificativas dadas pelos alunos observamos que identificavam os conceitos e propriedades de pontos simétricos. Não usaram conceitos formais nas justificativas, mas mostraram aprendizado.

Para realizar a segunda atividade foi entregue aos alunos um espelho. Posicionando o espelho perpendicularmente sobre as figuras da cartela dada (Anexo), os alunos deveriam identificar os eixos de simetria. Logo após, os alunos responderam os seguintes itens:

- a) *Verifique se todas as figuras da cartela foram desenhadas usando esse esquema com o espelho.*
- b) *Nas figuras que foram desenhadas usando o esquema com o espelho desenhe um segmento de reta indicando a posição do espelho.*

Alguns alunos tiveram dificuldade em posicionar o espelho. Depois de uma demonstração todos conseguiram realizar a tarefa.



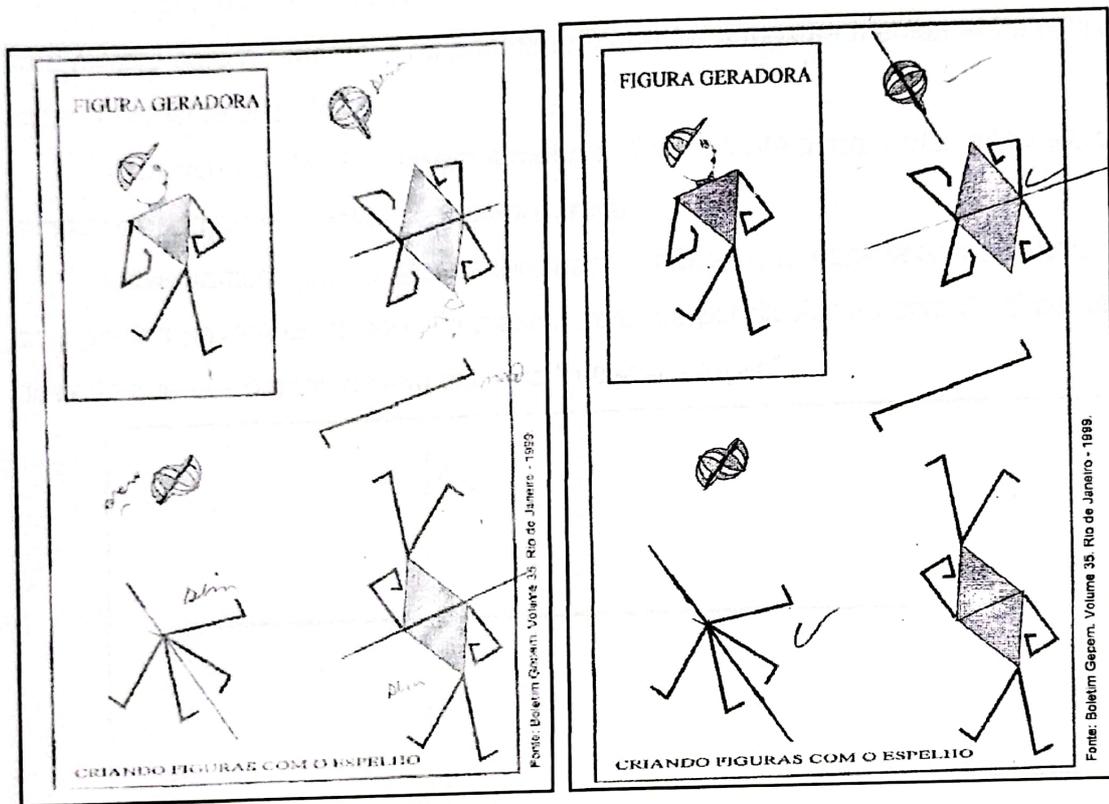
Foto 3 – Aluno posicionando o espelho

Os alunos responderam o item b da seguinte forma:

"A reta representa o meio"

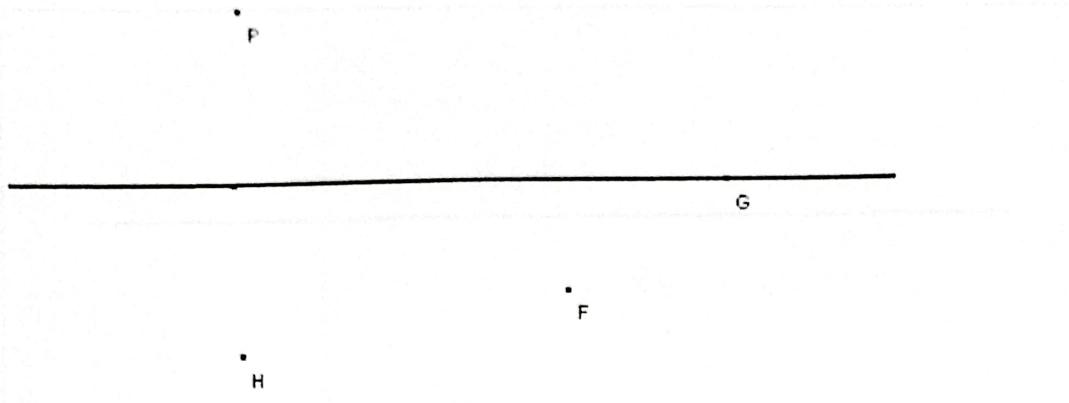
A seguir foi dada a seguinte definição:

"Saiba que, em Geometria, diz-se que o segmento de reta que separa uma figura como as anteriores é um eixo de simetria da figura. Essas figuras também são chamadas de figuras simétricas em relação a esse eixo."



Os alunos apresentaram um ótimo desempenho nesta atividade. Todos responderam corretamente e identificaram os eixos de simetria. A utilização dos espelhos facilitou a compreensão e estimulou a participação dos alunos.

Na atividade três, foi pedido para que os alunos identificassem qual seria o par de pontos simétricos em relação à reta dada.



Um aluno respondeu prontamente:

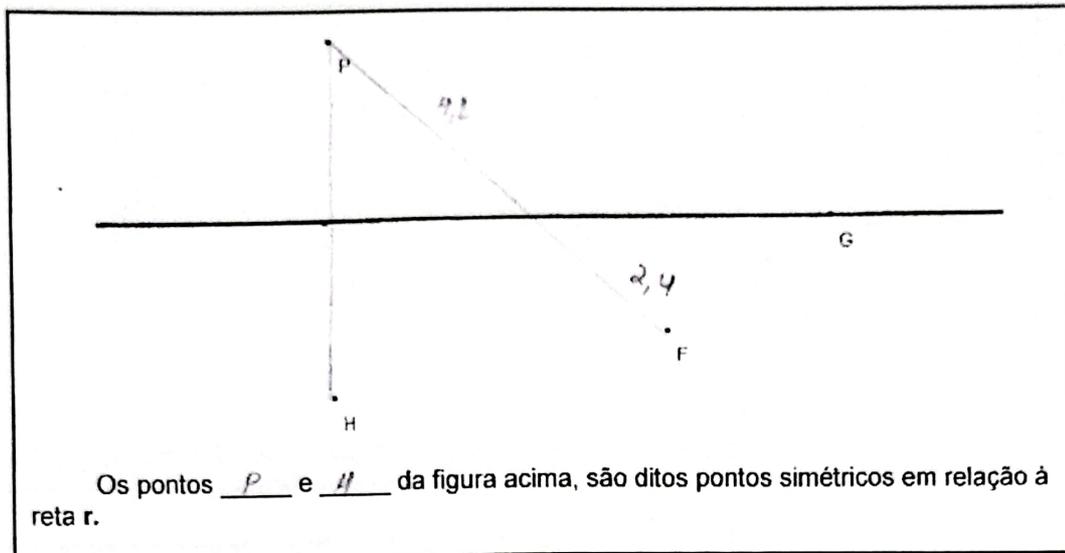
*“Os pontos P e H são simétricos”*

*“Os pontos P e F não são simétricos porque tem medidas diferentes até a reta r. Para serem simétricos as pontos tem que ter a mesma medida até a reta e estar na mesma direção”*

*“Mesmo que P e F tivessem a mesma distância até a reta r eles não seriam simétricos porque não estão na mesma direção”*

Observamos que os alunos tentaram justificar que para serem simétricos dois pontos devem estar sobre a mesma reta, perpendicular ao eixo de simetria, dizendo que tais pontos devem estar na “mesma direção”.

Os pontos P e H da figura acima, são ditos pontos simétricos em relação à reta r.



Foi pedido, na atividade quatro, que os alunos desenhassem uma reta m e um ponto B e que construíssem um ponto B' simétrico ao ponto B em relação à reta m.

A seguir estão os relatos dados por alunos sobre os passos para o cumprimento desta tarefa.

*“Medi do ponto até a reta, deu 2,5cm. Então o outro ponto estará na direção do 5cm.”*

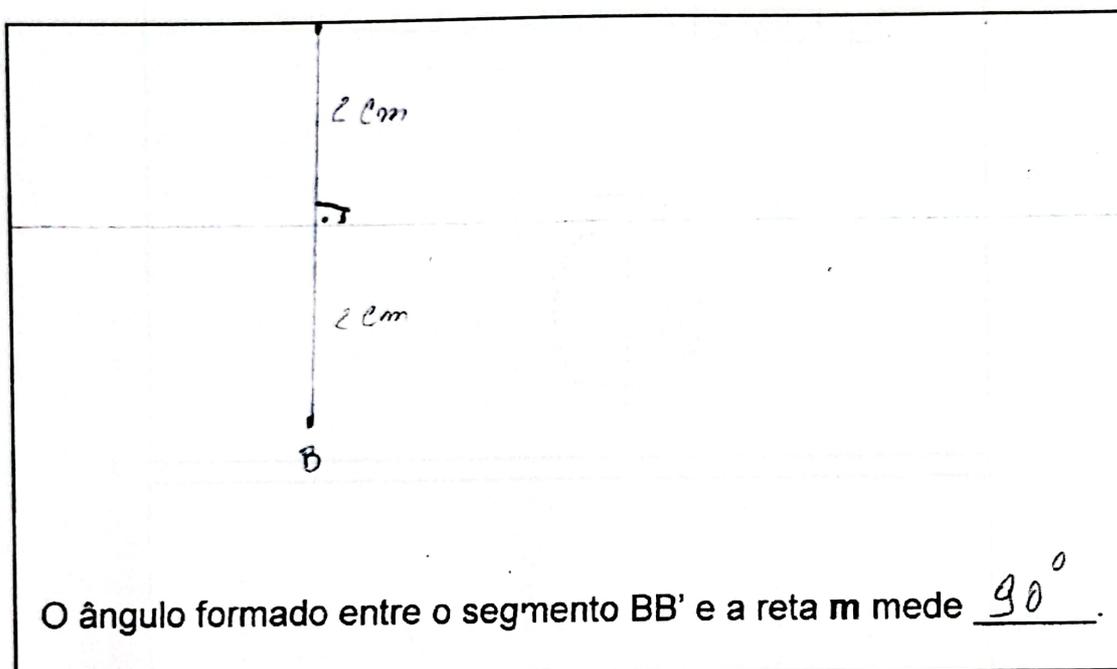
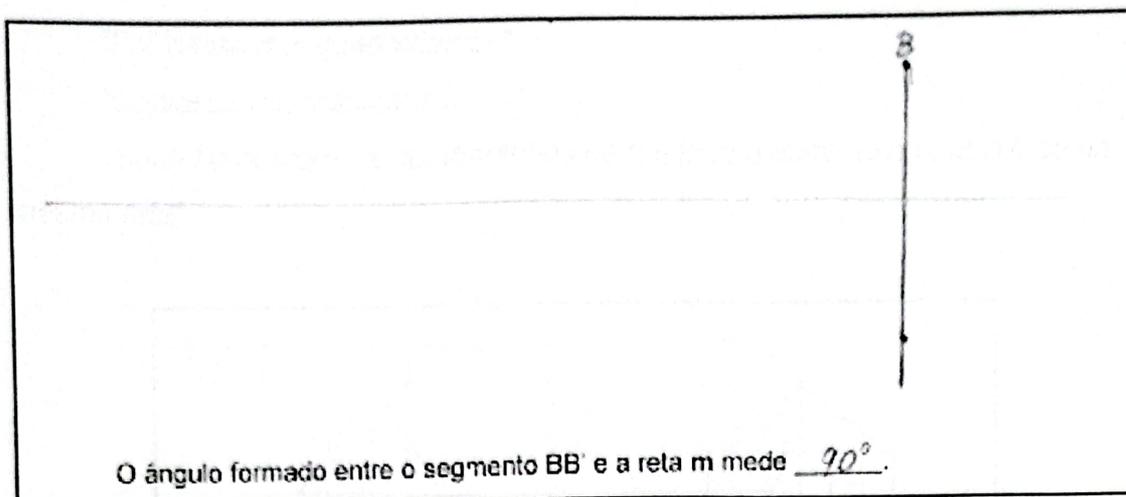
*“tem que medir em relação a reta m, B=3 para cima e B'=3 para baixo”*

Foi perguntado aos alunos quanto mede o ângulo formado entre o segmento BB' e a reta m.

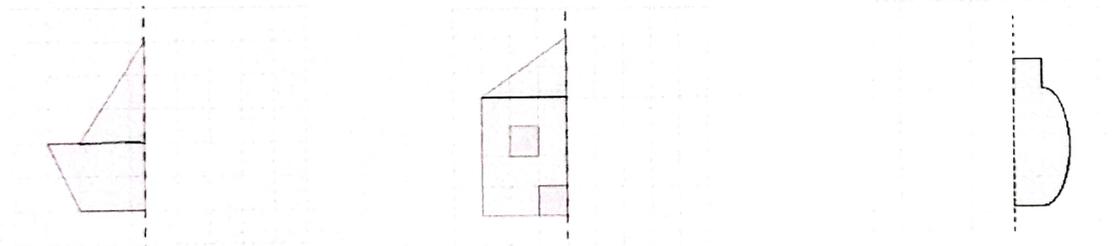
Um aluno respondeu:

*“Porque a reta fica em pé”*

Os alunos sabiam, mesmo que intuitivamente, que as retas formavam um ângulo de 90°, apenas não definiram formalmente.



Na atividade cinco os alunos completaram as figuras de modo que se obtenha uma simetria em relação à linha tracejada.

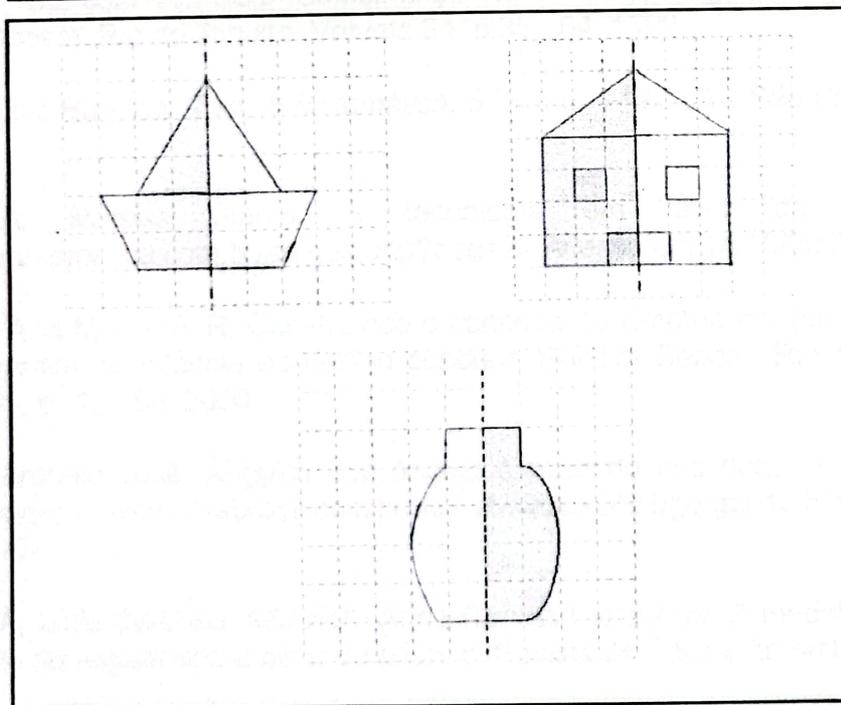
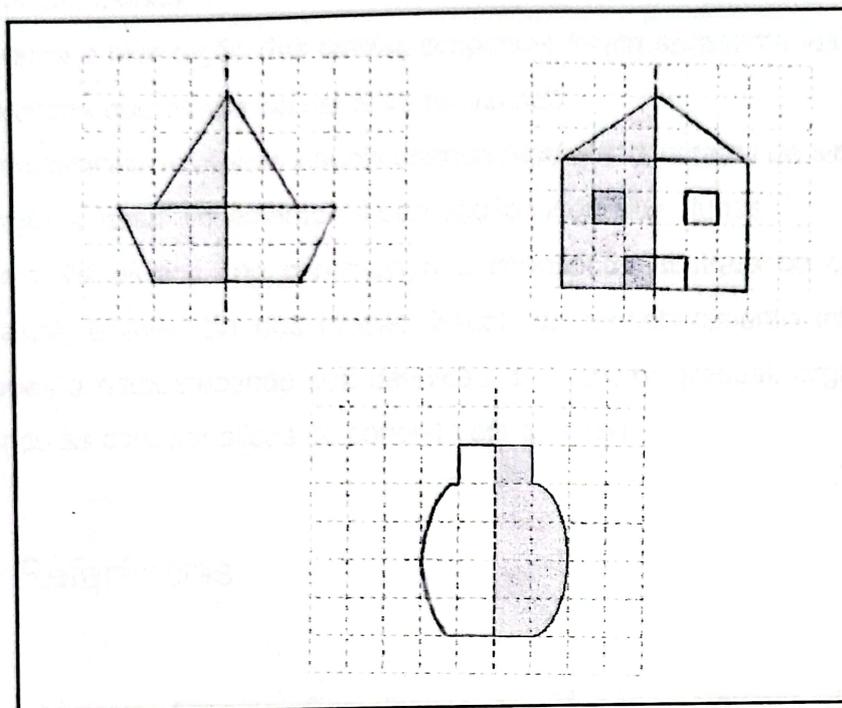


Todos os alunos responderam corretamente essa atividade. Justificaram as construções que fizeram da seguinte forma:

*"Por causa dos quadradinhos"*

*"Contei os quadradinhos"*

*"Contei o número de quadradinhos de um lado e marquei no outro lado na mesma reta"*



#### 4) Conclusão

Na aplicação da atividade ficou claro o interesse dos alunos pelo assunto.

Os materiais e métodos usados para ilustrar as atividades despertaram a curiosidade dos alunos.

Durante a realização das tarefas propostas foram apresentadas definições das construções que os alunos estavam realizando.

A exploração de efeitos visuais usando modelos concretos de simetria axial plana permitiu o desenvolvimento da percepção visual dos alunos.

Assim os alunos vão construindo a concepção abstrata do conceito de simetria axial, através da observação visual, do reconhecimento informal das propriedades e estabelecendo sua definição de maneira gradual, organizando e formalizando as características do conceito em questão.

#### 5) Referências

BAIRRAL, Marcelo Almeida. Semelhança na 7ª série: algumas dificuldades. Boletim Gepem. Rio de Janeiro. Volume 34. p.35 - 64. 1998.

DANTE, Luiz Roberto. *Tudo é Matemática*. 5ª série. 1ª edição. São Paulo, Ática, 2002.

FONSECA, Mateus Gianni. A tecnologia em favor da educação. <[www.somatematica.com.br/artigos.php?pag=2](http://www.somatematica.com.br/artigos.php?pag=2)> Acesso em 14/10/2007.

KALEFF, Ana Maria M. R. Construindo o conceito de simetria em relação a uma reta: da jardim de infância ao ensino superior. Boletim Gepem. Rio de Janeiro. Volume 35. p. 42 - 56. 2000.

LOPES, Antonio José. Ângulos: um ângulo é mais do que duas semi-retas de mesma origem. <[www.tvebrasil.com.br/salto/boletins2001/gq/gqtxt3.htm](http://www.tvebrasil.com.br/salto/boletins2001/gq/gqtxt3.htm)>. Acesso em 06/11/07.

OLIVEIRA, Leila Barbosa. MOURA, Anna Regina Lanner de. A medida, a busca incessante do regular sob o olhar da criança. Revista de Educação Matemática.

PAVANELLO, Regina Maria. Por que ensinar/aprender geometria? <[www.sbempaulista.org.br](http://www.sbempaulista.org.br)>. Acesso em 26/10/2007.

Campos dos Goytacazes, 31 de março de 2009.

Danielli Evangelista Gonçalves

Deborah Raquel da Costa

Mikelle Rodrigues de Almeida

Anzaura Beatriz Romes Paula

# ANEXOS



Curso: Licenciatura em Matemática

Disciplina: LEAMAT III

Linha de pesquisa: Ensino e Aprendizagem em Geometria

2008.2

Nome: \_\_\_\_\_

### Queimada com obstáculos

#### PREPARAÇÃO E APRESENTAÇÃO DO JOGO

- a) Divida a folha de papel por meio de um segmento de reta. Cada parte da folha será o *campo de jogo* de cada jogador.
- b) Cada jogador deve desenhar, no seu campo de jogo, dois obstáculos (por exemplo: pedra, árvore, canteiro, etc.) e três bonecos, sendo que um deles deve ser desenhado dentro de um círculo. Este boneco será o *chefe do campo*.

#### REGRAS DO JOGO

1 - A *bola do jogo* é jogada de um campo para o outro da seguinte maneira:

- a) marca-se um ponto com caneta hidrocor no campo do atirador;
- b) dobra-se o papel sobre o segmento de reta divisório dos campos;
- c) transporta-se o ponto, por meio de decalque, para o campo adversário.

Quando o ponto transportado atinge um dos bonecos diz-se que este boneco foi *queimado*.

2 - O objetivo do jogo é *queimar* todos os bonecos do adversário, devendo o chefe ser queimado em último lugar.

3 - A pontuação de cada jogada é feita da seguinte maneira:

- a) um ponto ganho para cada boneco queimado;
- b) um ponto perdido para cada obstáculo do campo adversário atingido;
- c) três pontos perdidos quando o círculo do chefe for atingido sem que os demais bonecos do adversário estejam queimados.

Agora, responda as perguntas a seguir:

#### ATIVIDADES

1) Nesta atividade, são chamados *pontos simétricos em relação a uma reta* (que é a reta de separação dos campos) o par de pontos, do campo do atirador e do campo adversário, de cada jogada do Queimada com Obstáculos.

### Procedimentos

a) Escolha um par de pontos simétricos e meça a distância entre eles com uma régua.

b) Meça a distância de cada ponto considerado no item anterior à reta divisória dos campos.

c) Faça o mesmo com outros pontos simétricos. O que você observa?

---

---

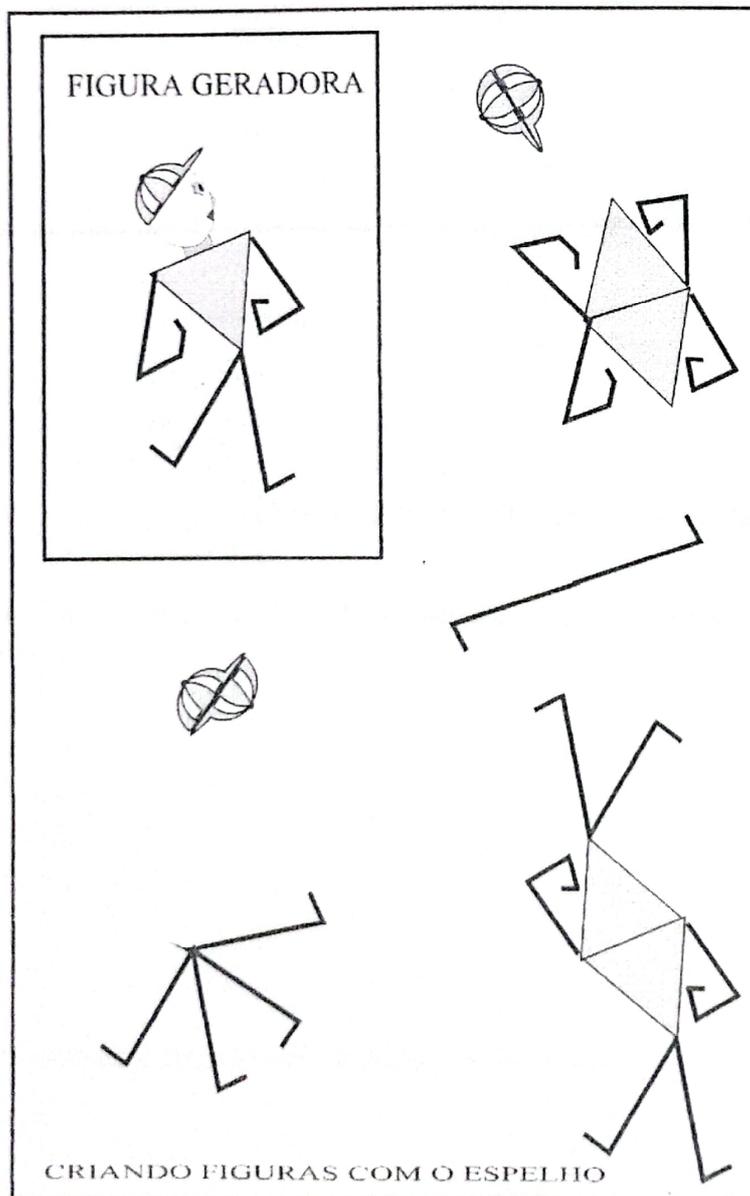
---

d) Seria possível jogar Queimada com Obstáculos utilizando apenas régua e esquadro, sem dobrar o papel? Justifique.

---

---

---



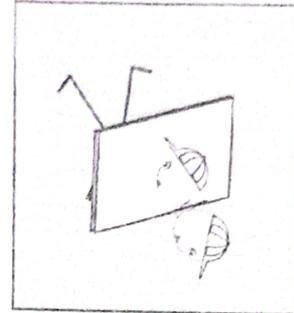
Fonte: Boletim Gepem, Volume 35, Rio de Janeiro - 1999.

2) Observe a cartela acima. Nela estão desenhadas várias figuras, sendo uma delas a *Figura Geradora*.

Colocando um espelho posicionado perpendicularmente à *Figura Geradora*, é possível formar figuras compostas por uma parte da *Figura Geradora* e por sua imagem refletida no espelho.

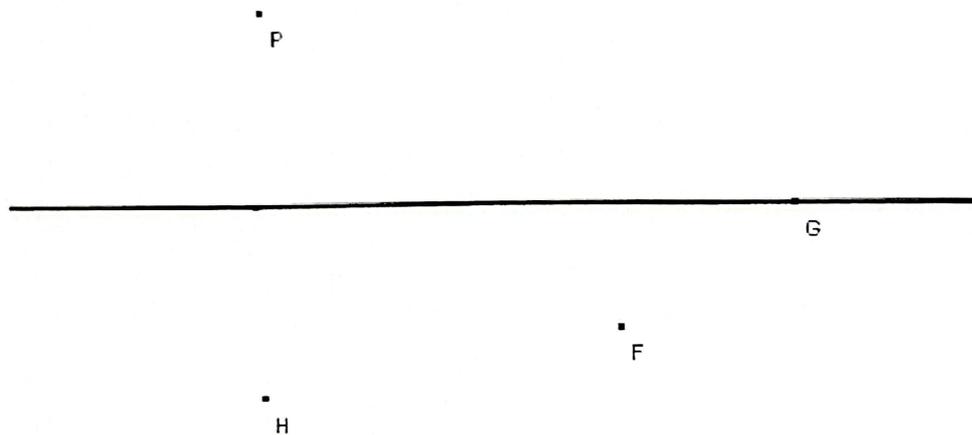
a) Verifique se todas as figuras da cartela foram desenhadas usando esse esquema com o espelho.

b) Nas figuras que foram desenhadas usando o esquema com o espelho desenhe um segmento de reta indicando a posição do espelho.



Saiba que, em Geometria, diz-se que o segmento de reta que separa uma figura como as anteriores é um *eixo de simetria da figura*. Essas figuras também são chamadas de *figuras simétricas em relação a esse eixo*.

3) Observe a figura abaixo e responda:

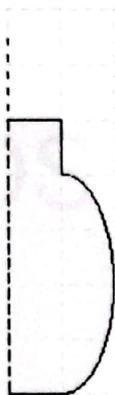
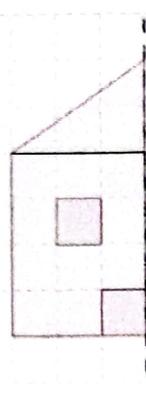
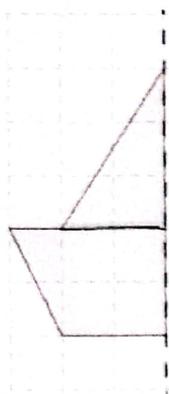


Os pontos \_\_\_\_\_ e \_\_\_\_\_ da figura acima, são ditos pontos simétricos em relação à reta  $r$ .

4) Desenhe uma reta  $m$  e um ponto  $B$ . Construa um ponto  $B'$  simétrico ao ponto  $B$  em relação à reta  $m$ .

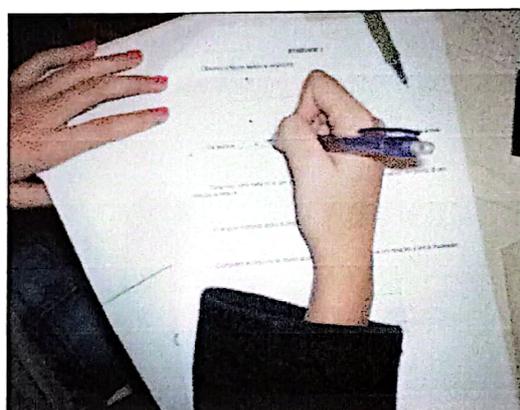
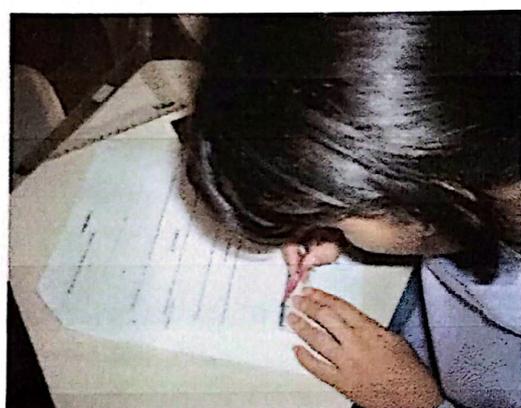
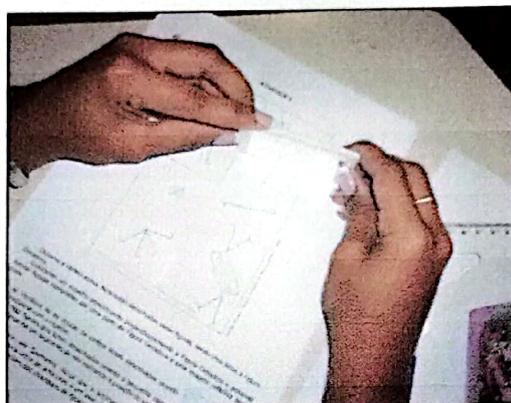
O ângulo formado entre o segmento  $BB'$  e a reta  $m$  mede \_\_\_\_\_.

5) Complete as figuras de modo que se obtenha uma simetria em relação à linha tracejada.



# FOTOS

Alunos da turma do LEAMAT II resolvendo a atividade.



Alunos do 9º ano do Ensino Fundamental resolvendo a atividade.

