



**CEFET
CAMPOS**

**CENTRO FEDERAL DE EDUCAÇÃO TECNOLÓGICA DE CAMPOS
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA**

RELATÓRIO LEAMAT III

**ENSINO E APRENDIZAGEM DE SEMELHANÇA
ENSINO E APRENDIZAGEM DE GEOMETRIA**

**FLÁVIA DA SILVA GOMES
GILIANE DA SILVA PEREIRA
LARISSA FERREIRA DIAS SILVA
PAOLA MARTINS SIQUEIRA**

**CAMPOS DOS GOYTACAZES / RJ
2008.2**

**FLÁVIA DA SILVA GOMES
GILIANE DA SILVA PEREIRA
LARISSA FERREIRA DIAS SILVA
PAOLA MARTINS SIQUEIRA**

**RELATÓRIO LEAMAT III
ENSINO E APRENDIZAGEM DE SEMELHANÇA
ENSINO E APRENDIZAGEM DE GEOMETRIA**

Trabalho apresentado ao Centro Federal de Educação Tecnológica de Campos como requisito parcial para conclusão da disciplina Laboratório de Ensino e Aprendizagem em Matemática III do Curso de Licenciatura em Matemática.

Orientadora:
Prof.^a Mylane dos Santos Barreto

**CAMPOS DOS GOYTACAZES / RJ
2008.2**

JUSTIFICATIVA

Este trabalho é baseado no texto "*Semelhança na 7ª série: algumas dificuldades*", escrito por BAIRRAL (1998). Neste texto, BAIRRAL afirma que o ensino de semelhança de figuras vem sendo realizado sem aprofundar os aspectos nele envolvidos e sem relacioná-lo com os demais conteúdos, ou seja, as noções são apresentadas de forma comprimida com definições formais e alguns exemplos seguidos de exercícios, numa seqüência que não se explora a riqueza e complexidade que esse conhecimento pode propiciar.

Além disso, o texto escrito por BAIRRAL, apresenta uma pesquisa realizada durante dois anos numa escola particular de Niterói-RJ, cujo objetivo foi identificar dificuldades apresentadas por alunos de 7ª.série no processo de construção do conceito de semelhança. A pesquisa concluiu que muitos alunos usam estruturas aditivas ao invés de multiplicativas na verificação da proporcionalidade entre os lados de figuras semelhantes.

Para verificar se tal fato ocorre no processo de construção do conceito de semelhança com alunos da 7ª.série elaboramos um conjunto de atividades (Anexo) que foram aplicadas à uma turma do ensino regular do Município de Campos dos Goytacazes.

OBJETIVOS

As atividades desenvolvidas têm como objetivo proporcionar aos alunos instrumentos que facilitem a construção do conhecimento, formalizando o conceito de semelhança durante a resolução das atividades, de modo que os alunos saibam que uma figura só será semelhante à outra quando os ângulos correspondentes têm medidas iguais e os lados correspondentes são proporcionais ou sempre que uma puder ser transformada em outra figura por meio de uma ampliação, redução ou a partir de um movimento rígido (translação, rotação ou reflexão). Além disso, pretendemos verificar, com as justificativas dadas pelos alunos, se usam corretamente as estruturas multiplicativas quando verificam a proporcionalidade entre os lados de figuras semelhantes.

ATIVIDADES DESENVOLVIDAS

Atividades preliminares

Durante as aulas do LEAMAT I foram lidos e discutidos textos sobre ensino e aprendizagem de conteúdos geométricos.

O texto "*Por que ensinar/aprender geometria?*", PAVANELO (2004), relata características do ensino de geometria identificadas durante pesquisas e experiências profissionais da autora.

No texto "*Um ângulo é mais do que duas semi-retas de mesma origem*" LOPES (2001), o autor defende a necessidade do resgate do conceito de ângulos na sala de aula, mostrando sua importância, história e idéias associadas. Afirma que a construção de ângulos não está apenas relacionada à área de Matemática, mas sim a outras atividades, na resolução de problemas por profissionais como o marceneiro, o pedreiro, etc.

O texto "*Construindo o conceito de simetria em relação a uma reta: do jardim de infância ao ensino superior*", escrito por KALEFF (2000), descreve resultados observados na aplicação de atividades à licenciandos em Matemática e participantes de cursos de extensão para treinamento de professores de Matemática ministrados no Laboratório de Ensino de Geometria da UFF e no Espaço-UFF de Ciências, em Niterói-RJ. O objetivo de tais atividades é desenvolver o conceito de pontos simétricos e o da transformação geométrica denominada simetria axial plana. A forma como a atividade é proposta, permite que o aluno construa a concepção abstrata do conceito de simetria axial, partindo da observação visual, passando pelo reconhecimento informal das propriedades, para chegar a estabelecer, a sua definição, desenvolvendo de uma maneira gradual e prazerosa a organização formal das características do conceito.

No texto "*Semelhança na 7ª série: Algumas dificuldades*", BAIRRAL (1998), o autor relata as dificuldades apresentadas por alunos da 7ª.série no processo de construção do conceito de semelhança, resultados de uma pesquisa feita durante dois anos numa escola particular de Niterói - RJ.

Relato da aplicação da atividade (LEAMAT II)

As atividades apresentadas neste texto foram desenvolvidas no LEAMAT para que fossem aplicadas a alunos da 7ª. série do ensino regular. O objetivo era saber se os alunos usam corretamente as estruturas multiplicativas e a congruência entre os ângulos correspondentes quando verificam se duas figuras são semelhantes. Para tanto a atividade foi composta por questões onde os alunos pudessem justificar suas respostas.

As figuras apresentadas na atividade foram traçadas em malha quadriculada ou apresentam suas dimensões. Para verificar a congruência entre os ângulos, os alunos devem observar suas medidas ou ângulos com marcas iguais.

A nível de aperfeiçoamento, no LEAMAT II, as atividades elaboradas foram aplicadas ao grupo de professores em formação que compunham a turma do LEAMAT. Foram sugeridas e acatadas algumas alterações na formatação e apresentação da atividade.

Relato da aplicação da atividade (turma do 8º ano)

No LEAMAT III as atividades desenvolvidas foram aplicadas a uma turma de 26 alunos do 8º ano (7ª.série) do Ensino Fundamental de uma escola da rede Estadual da cidade de Campos dos Goytacazes, tendo duração de 2 horas aulas. O professor da turma foi consultado e informou que um dos conteúdos ministrados em suas aulas durante o ano letivo vigente foi semelhança de triângulos. A atividade deveria ser aplicada a uma turma que já tivesse estudado semelhança de figuras, visto que o nosso objetivo era verificar os métodos e justificativas utilizadas pelos alunos para afirmar que figuras são semelhantes.

A seguir apresentamos um relato da aplicação da atividade, bem como gráficos com percentual de acertos e erros dos alunos e análise das suas justificativas.

A atividade foi iniciada por uma professora em formação que explicou o conceito de semelhança de figuras (Foto 1). Após a explicação, cada aluno recebeu uma folha contendo as atividades desenvolvidas no LEAMAT.

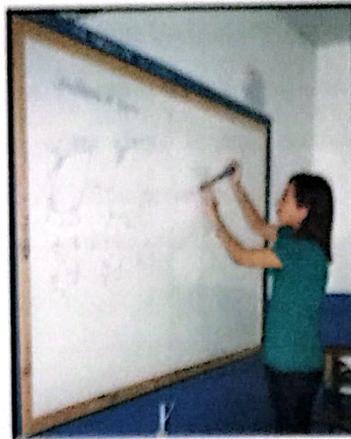
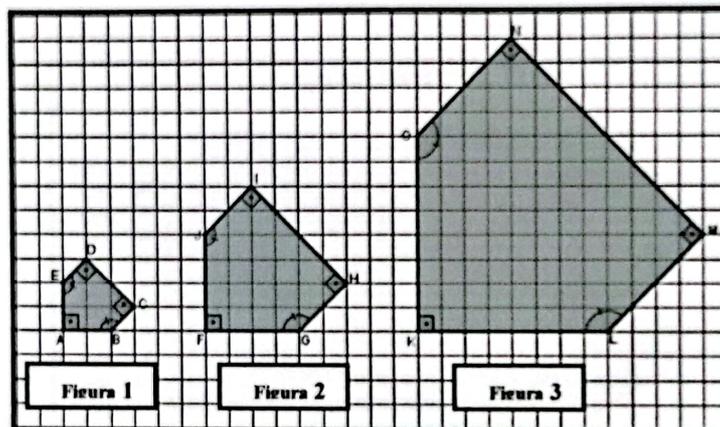


Foto 1 - Professora em formação explicando o conceito de semelhança de figuras.

1- Verifique a razão entre os lados das figuras a seguir. As figuras são semelhantes? Justifique sua resposta



Essa questão foi elaborada para identificar e tirar conclusões a respeito dos argumentos que os alunos usam para afirmar que figuras são semelhantes.

Todos os alunos conseguiram identificar a igualdade entre os ângulos correspondentes nas figuras.

Analisando as justificativas dadas por alguns alunos a esta questão não foi possível identificar qual estrutura os alunos usaram para verificar a semelhança entre as figuras. Isso porque não informaram a razão de semelhança nem fizeram anotações de cálculos.

Quanto os ângulos correspondentes são iguais e os lados correspondentes proporcionais.

Figura 1 - Resposta de um aluno (questão 1)

Analisando a resposta apresentada na figura a seguir percebemos que o aluno fez uso da estrutura multiplicativa para verificar a proporção entre os lados e afirmar que as figuras são semelhantes. Porém o aluno verificou a proporção apenas entre um par de lados correspondentes entre duas figuras quando o correto seria verificar a proporção entre todos os pares de lados correspondentes.

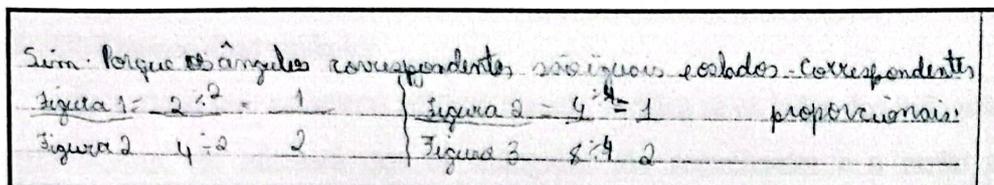


Figura 2 - Resposta de outro aluno (questão 1)

Como mostra o gráfico a seguir, todos os alunos responderam corretamente essa questão.

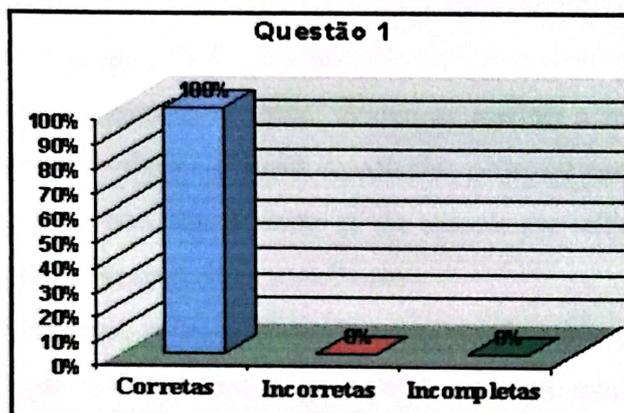
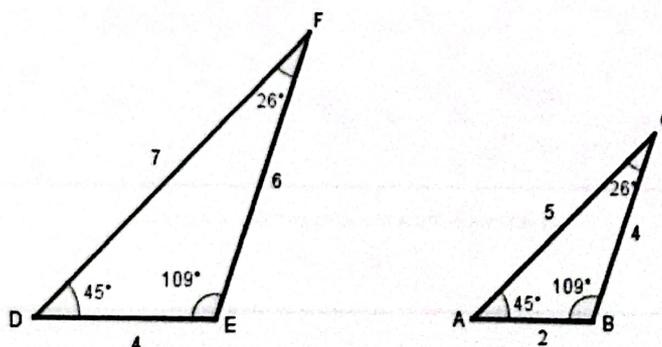


Gráfico 1 - Respostas da questão 1.

2- Considere os triângulos DEF e ABC a seguir. Esses triângulos são semelhantes? Explique.



Essa questão foi elaborada com o objetivo de verificar se os alunos usavam estruturas aditivas quando verificavam a proporção entre os lados de figuras.

Os ângulos correspondentes dos triângulos são congruentes, porém os lados não são proporcionais, assim os triângulos não são semelhantes.

Cada lado do triângulo ABC tem medida igual ao lado correspondente do triângulo DEF menos duas unidades.

Se o aluno usar estruturas aditivas quando verifica se os lados dos triângulos são proporcionais, ele afirmará que os triângulos são semelhantes e a razão de semelhança é igual a dois.

A maior parte dos alunos percebeu que os ângulos correspondentes eram congruentes, mas não havia proporcionalidade entre os pares de lados.

Ao analisar as justificativas dadas pelos alunos, foi possível perceber que alguns deles não fizeram os cálculos informando a razão entre os pares de lados correspondentes. Dessa forma não foi possível identificar qual propriedade estariam usando para o desenvolvimento da questão. Porém ao analisar a resposta dada pelo aluno na figura 3, apesar de não ter efetuado os cálculos podemos concluir que ele não usou a estrutura aditiva, já que nesta questão se ele optasse por utilizar essa estrutura teria como resposta que as figuras seriam semelhantes.

Na figura a seguir, apresentamos a resposta de um aluno para esta questão. Podemos perceber que ele verificou a proporção entre os três pares de lados correspondentes, percebeu que os ângulos correspondentes são congruentes e afirmou que os triângulos não são semelhantes.

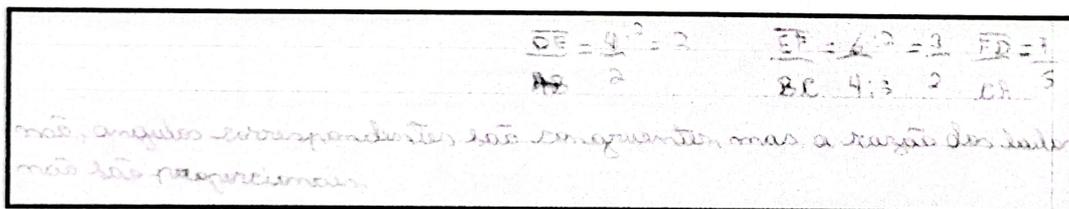


Figura 3 - Resposta de um aluno (questão 1)

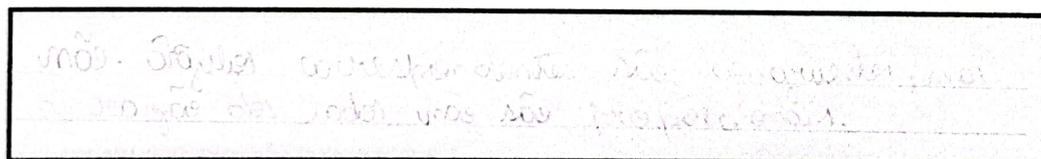


Figura 4 - Resposta de outro aluno (questão 2)

Como mostra o gráfico a seguir, a maior parte dos alunos respondeu corretamente essa questão.

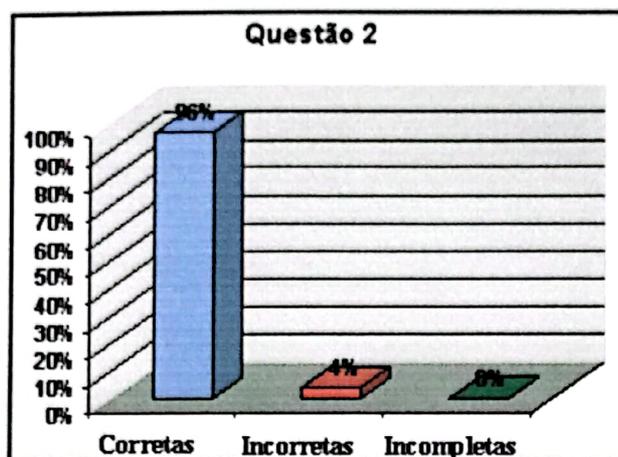
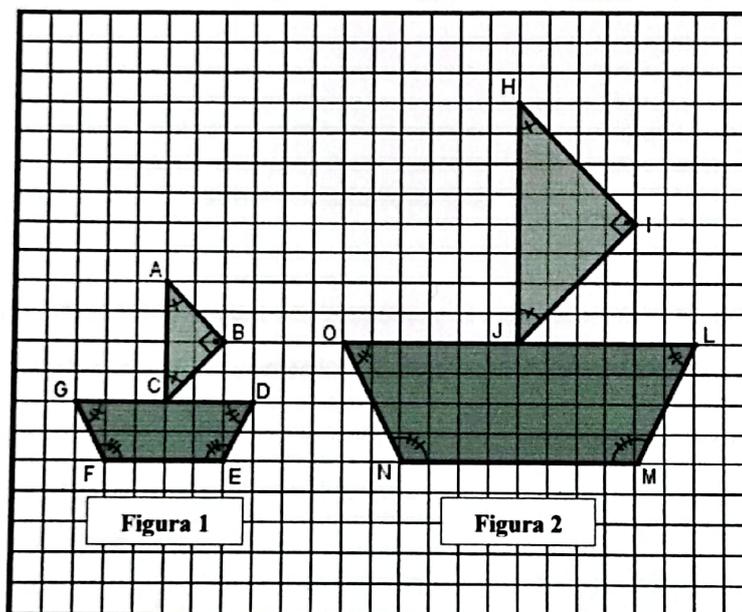


Gráfico 2: Respostas da questão 2.

3- Observando as figuras, responda:



a) Os lados correspondentes da figura 1, em relação à figura 2, foram ampliados ou reduzidos numa mesma razão? Justifique.

b) Você pode afirmar que as figuras são semelhantes? Justifique.

A Figura 2 apresentada nesta questão foi obtida através da ampliação da Figura 1. Cada lado da Figura 2 mede o dobro do lado da Figura 1 e os ângulos correspondentes são congruentes.

No item a, a maioria dos alunos percebeu que houve uma ampliação da figura 1 para figura 2, mas não apresentaram justificativa.

a) Os lados correspondentes da figura 1 em relação à figura 2 foram ampliados ou reduzidos numa mesma razão? Justifique.

Ampliados

Figura 5 - Resposta de um aluno.

Porém, ao analisar a justificativa de outros alunos, podemos perceber que apesar de não terem expressado os cálculos da razão de semelhança entre os pares de lados correspondentes, fizeram uso da estrutura multiplicativa como mostra a figura 6.

a) Os lados correspondentes da figura 1 em relação à figura 2 foram ampliados ou reduzidos numa mesma razão? Justifique.

ampliados numa razão de 2

Figura 6 - Resposta de um aluno.

Alguns alunos justificaram sua resposta por completo, informando a razão de semelhança entre os pares de lados correspondentes como mostra a figura 7.

a) Os lados correspondentes da figura 1 em relação à figura 2 foram ampliados ou reduzidos numa mesma razão? Justifique.

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{HI}} = \frac{2^{i2}}{7^{i2}} = \frac{1}{2} \quad \frac{\overline{AC}}{\overline{HJ}} = \frac{4^{i4}}{8^{i4}} = \frac{1}{2} \quad \frac{\overline{CB}}{\overline{JT}} = \frac{2^{i2}}{7^{i2}} = \frac{1}{2} \quad \frac{\overline{FE}}{\overline{NM}} = \frac{4^{i4}}{8^{i4}} = \frac{1}{2} \quad \frac{\overline{ED}}{\overline{ML}} = \frac{1}{2} \quad \frac{\overline{GF}}{\overline{NO}} = \frac{1}{2}$$

a) Ampliados por mesma razão de 2

Figura 7 - Resposta de um aluno.

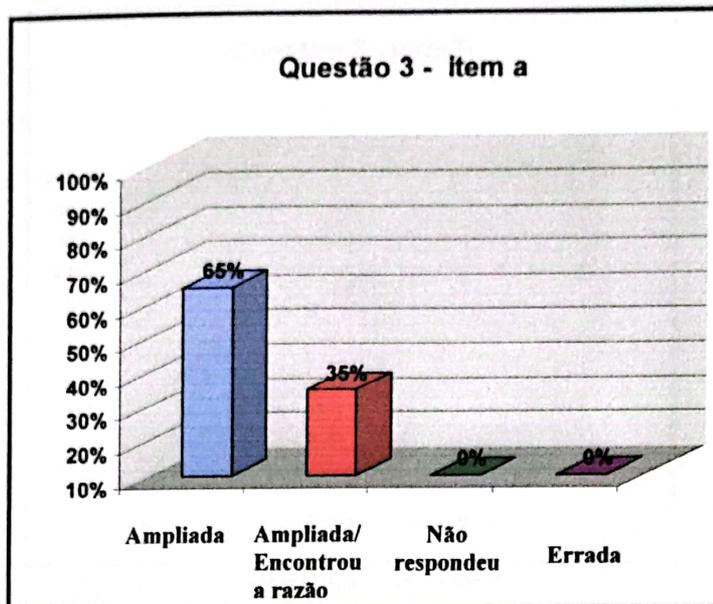


Gráfico 3: Respostas da questão 3 – item a.

O gráfico acima apresenta a porcentagem de alunos que responderam corretamente, mas não informaram a razão de semelhança (Ampliada), a porcentagem de alunos que responderam corretamente e informaram a razão de semelhança (Ampliada/Encontrou a razão), a porcentagem de alunos que não responderam a questão e responderam incorretamente.

No item b, alguns alunos justificaram corretamente a semelhança entre as figuras.

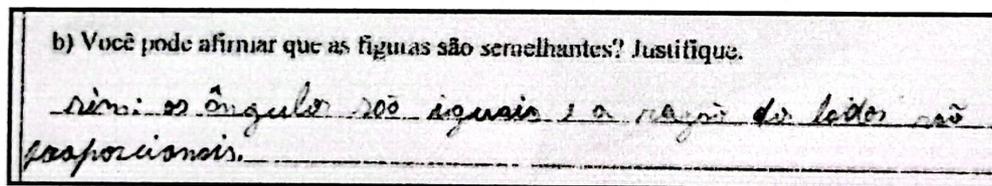


Figura 8 - Resposta de um aluno.

Percebemos que os alunos confundem alguns conceitos quando justificam sua resposta, por exemplo quando escrevem “A razão dos lados são proporcionais” ou quando escrevem correspondentes ao invés de congruentes.

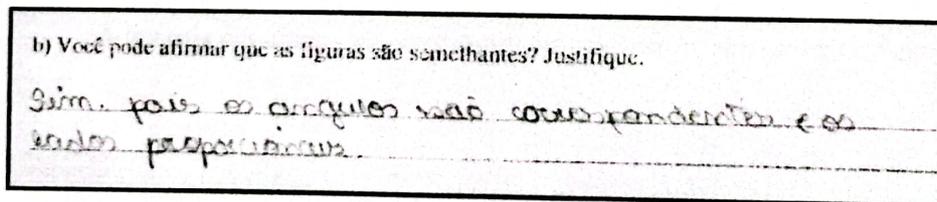


Figura 9 - Resposta de um aluno.

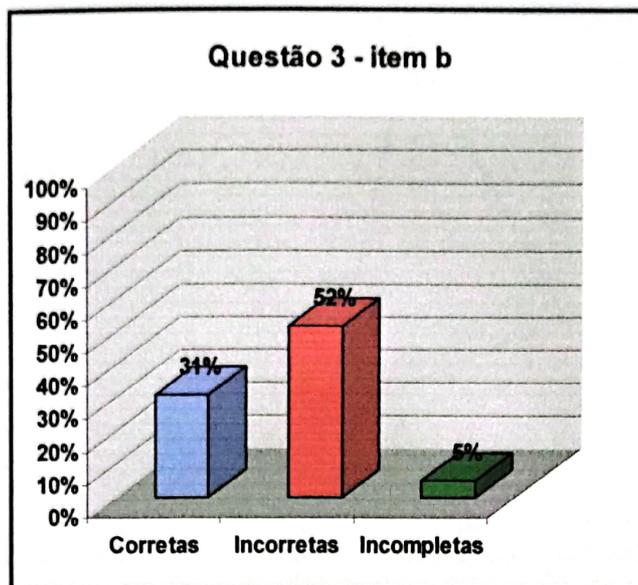
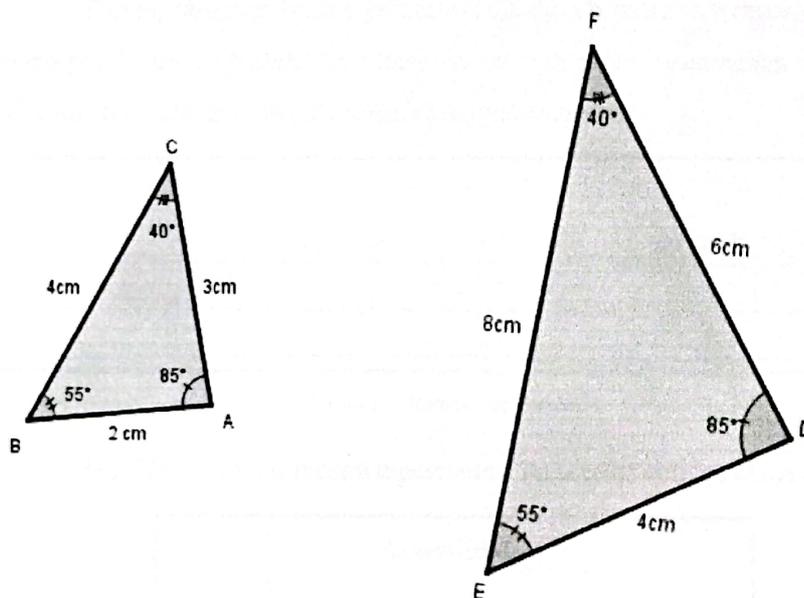


Gráfico 4: Respostas da questão 3 - item b.

4- Os triângulos a seguir são semelhantes? Justifique sua resposta.



Essa questão tinha por objetivo fazer com os alunos observassem que os correspondentes eram congruentes e os pares de lados proporcionais, logo concluindo que as figuras seriam semelhantes.

A maioria dos alunos não apresentou dificuldades ao responder essa questão.

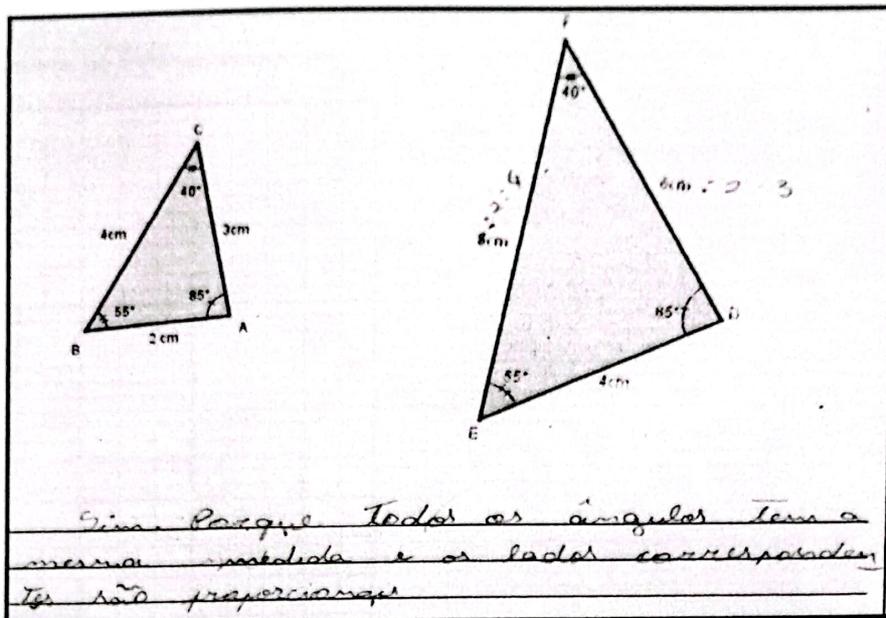


Figura 10 - Resposta de um aluno

Porém, observamos que permaneceu a dúvida entre os termos “congruentes” e “correspondentes”. Quando os alunos eram indagados respondiam corretamente. Concluímos que sabiam o conceito mas se expressavam mal.

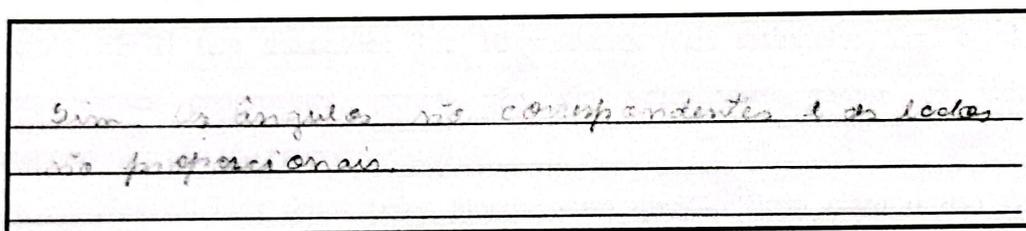


Figura 11 - Resposta de um aluno.

O gráfico a seguir mostra o percentual de acertos obtidos nessa questão.

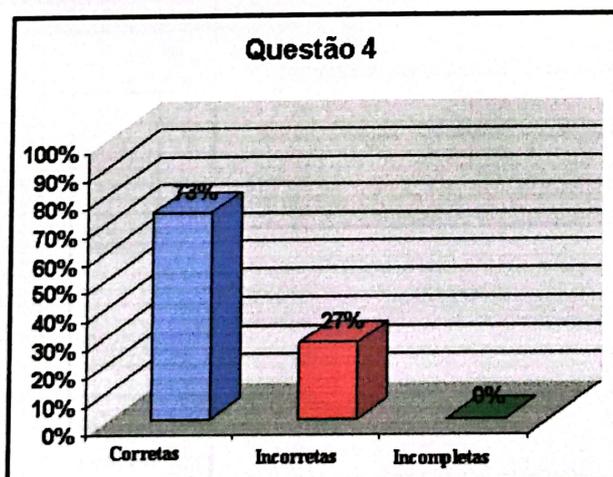
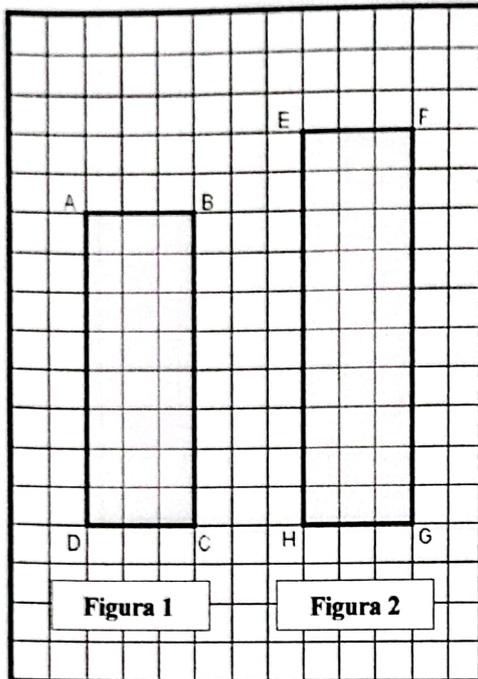


Gráfico 5: Respostas da questão 4.

5- Observando as figuras, responda:



As figuras são semelhantes? Justifique.

Nessa questão, o retângulo ABCD tem dimensões 3 e 8 unidades e o retângulo EFGH tem dimensões 3 e 10 unidades. Tais retângulos têm ângulos correspondentes congruentes, porém não são semelhantes porque os lados correspondentes não são proporcionais.

Nos cálculos feitos pelos alunos nessa questão ficou claro o uso das estruturas multiplicativas na verificação de proporção entre os lados.

5- Observando as figuras, responda:

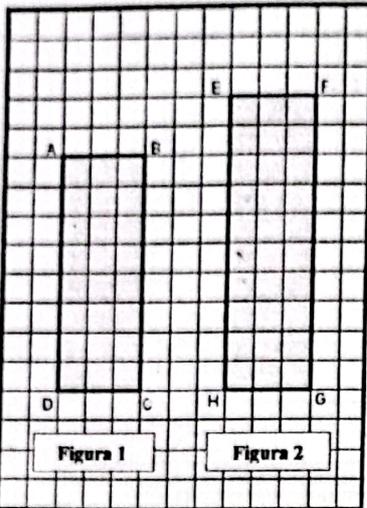
As figuras são semelhantes? Justifique.

não, porque os lados não são proporcionais

$$\frac{8}{10} = \frac{4}{5}$$

Figura 12 - Resposta de um aluno.

5- Observando as figuras, responda:



As figuras são semelhantes? Justifique.

$3 \cdot 2 = 6$
 $2 \cdot 3 = 6$
 Não. Porque as medidas são
 diferentes mas os lados não
 são proporcionais.

Figura 13 - Resposta de um aluno.

O gráfico a seguir mostra o percentual de acertos obtidos nessa questão.

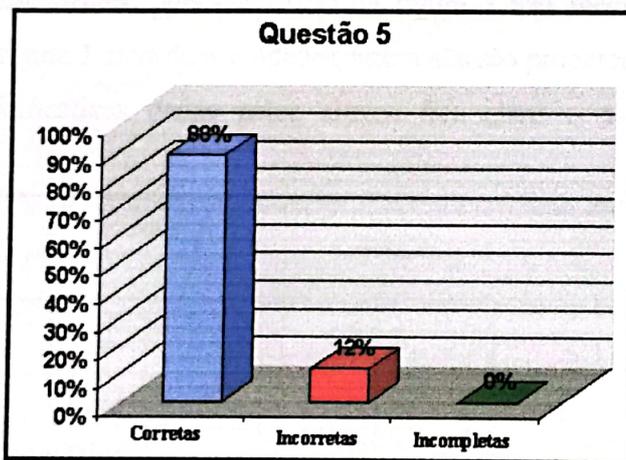
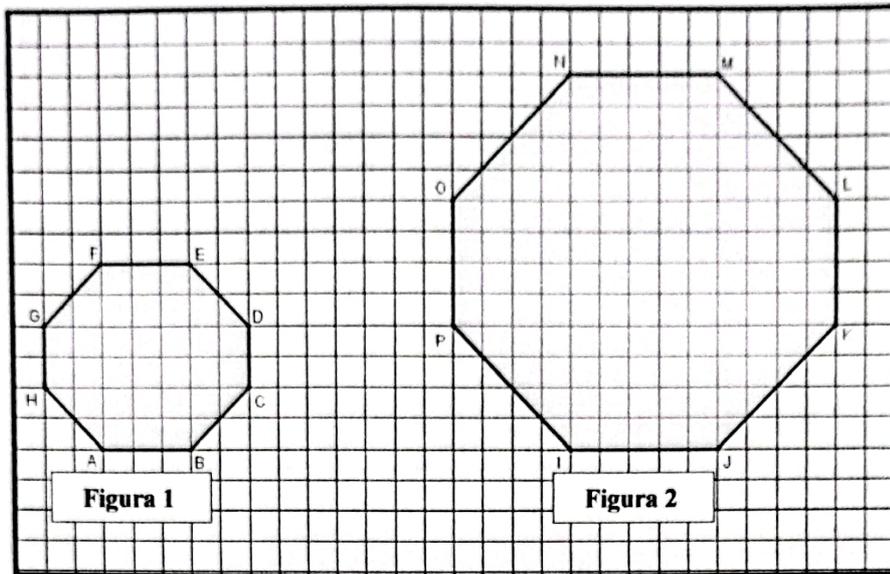


Gráfico 6: Respostas da questão 5.

6- Os octógonos representados pelas figuras são semelhantes? Justifique a resposta.



Os ângulos correspondentes dos dois octógonos são congruentes, porém as figuras não são semelhantes, pois cada lado da figura 2 tem medida igual ao lado correspondente da figura 1 mais duas unidades, assim não são proporcionais.

Nas justificativas dadas pelos alunos fica claro o uso das estruturas multiplicativas.

6- Os octógonos representados pelas figuras são semelhantes? Justifique a resposta.

$AB = 3$
 $BC = 4$
 $CD = 4$
 $DE = 3$
 $EF = 3$
 $FG = 3$
 $GH = 3$

$HI = 5$
 $IJ = 5$
 $JK = 5$
 $KL = 5$
 $LM = 5$
 $NO = 5$
 $OP = 5$

não. Os ângulos correspondentes são congruentes, mas as figuras não são proporcionais.

Figura 14 - Resposta de um aluno.

Já outro aluno não fez a razão de semelhança entre todos os pares de lados correspondentes dos octógonos e também utilizou a estrutura multiplicativa em seu

6- Os octógonos representados pelas figuras são semelhantes? Justifique a resposta.

Resposta manuscrita:
 $\frac{2}{5} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} = \frac{2}{4}$ não. as ângulos correspondentes são iguais mais os lados correspondentes não são proporcionais.

Figura 15 - Resposta de um aluno.

O gráfico a seguir mostra o percentual de acertos obtidos nessa questão.

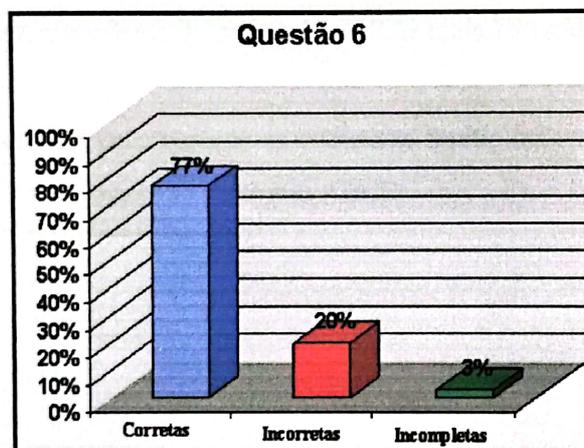
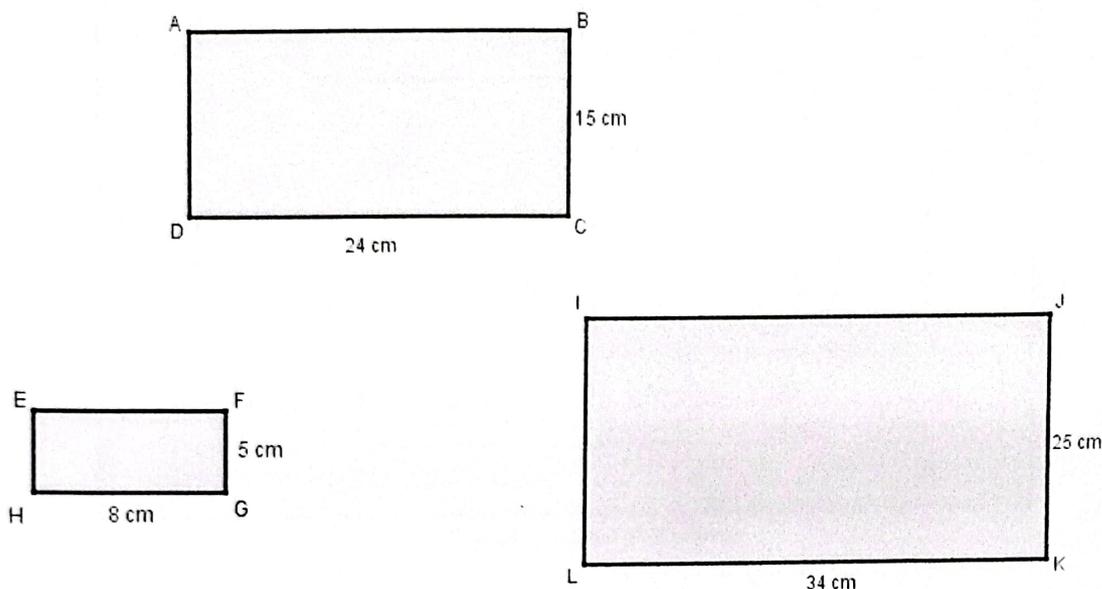


Gráfico 7: Respostas da questão 6.

7- Dado o retângulo ABCD abaixo, verifique quais dos retângulos seguintes são semelhantes a ele.



O retângulo ABCD é semelhante ao retângulo EFGH, a razão de semelhança é 3. O retângulo ABCD não é semelhante ao retângulo IJKL pois cada lado do retângulo IJKL é igual ao lado correspondente do retângulo ABCD mais 10 unidades, assim não são proporcionais.

Os alunos usaram corretamente as estruturas multiplicativas e concluíram que o retângulo EFGH é semelhante ao retângulo ABCD.

7- Dado o retângulo ABCD abaixo, verifique quais dos retângulos seguintes são semelhantes a ele

O retângulo EFGH, os ângulos são iguais e os lados do retângulo EFGH multiplicados por 3 deu o valor do retângulo A, B, C e D.

Figura 16 - Resposta de um aluno.

7- Dado o retângulo ABCD abaixo, verifique quais dos retângulos seguintes são semelhantes a ele.

Handwritten student work:

$$\frac{DC}{DE} = \frac{24}{8} = 3 \quad \frac{BC}{EH} = \frac{15}{6} = 2.5$$

$$\frac{DC}{LK} = \frac{24}{34} = \frac{12}{17} \quad \frac{BC}{LJ} = \frac{15}{25} = \frac{3}{5}$$

O retângulo ABCD é semelhante a EFGH.

Figura 17 - Resposta de um aluno.

O gráfico a seguir mostra o percentual de acertos obtidos nessa questão.

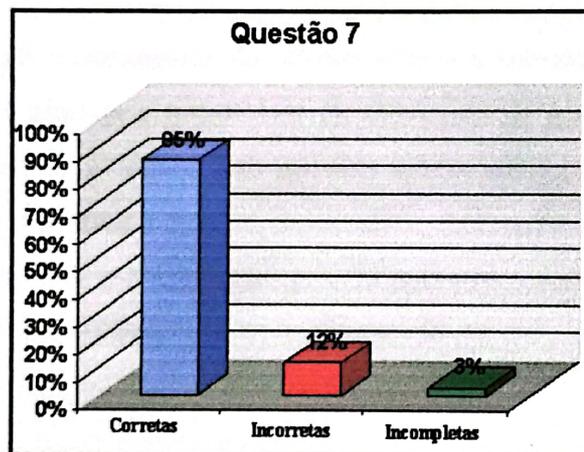


Gráfico 8: Respostas da questão 7.

CONCLUSÃO

A atividade final do LEAMAT foi aplicar a atividade desenvolvida e aprimorada ao longo de três semestres a uma turma do ensino regular. A aplicação ocorreu com uma turma do 8^o ano (7^a. série) da rede estadual de ensino do Município de Campos dos Goytacazes.

Os alunos que participaram da aplicação da atividade desenvolvida no LEAMAT apresentaram um bom desempenho na resolução das questões. O tempo de aplicação foi suficiente para resolução e análise de todas as questões que compunham a atividade.

Com relação ao principal objetivo do trabalho, concluímos que os alunos usam corretamente as estruturas multiplicativas quando verificam se os lados de supostas figuras semelhantes são proporcionais. Além disso, verificam se os ângulos correspondentes de tais figuras são congruentes antes de afirmar que elas são semelhantes.

A interação e participação dos alunos durante a aplicação da atividade foi um ponto positivo e afirmou a necessidade da elaboração de questões com caráter investigativo por parte do professor. Tais questões devem instigar o aluno a escrever como pensou, como encontrou a resposta da atividade. Aplicando questões com essas características será possível que o professor perceba qual erro o aluno comete, podendo traçar uma estratégia para conduzir o aluno ao pensamento correto.

REFERÊNCIAS

GIOVANI, José Ruy e GIOVANI, José Ruy Jr. *A Conquista da Matemática*. Editora FTD, 8ª. série. São Paulo, 2002

Disponível em: <<http://www.somatematica.com.br/.../semelhanca2.phtml>> Acesso em: 09/09/2008.

Disponível em: <<http://www.prof2000.pt/users/amma/af33/tf/FT7a.htm> > Acesso em: 30/08/2008.

BAIRRAL, Marcelo Almeida. *Semelhança na 7ª. série: algumas dificuldades*. Boletim Gepem. Rio de Janeiro. Volume 34. p.35 - 64. 1998.

KALEFF, Ana Maria M. R. *Construindo o conceito de simetria em relação a uma reta: da jardim de infância ao ensino superior*. Boletim Gepem. Rio de Janeiro. Volume 35. p. 42 - 56. 2000.

LOPES, Antonio José. *Ângulos: um ângulo é mais do que duas semi-retas de mesma origem*. 2001. <www.tvebrasil.com.br/salto/boletins2001/gq/gqtxt3.htm>. Acesso em 06/11/07.

OLIVEIRA, Leila Barbosa. MOURA, Anna Regina Lanner de. *A medida, a busca incessante do regular sob o olhar da criança*. Revista de Educação Matemática. Ano 9. 2004-2005. Sociedade Brasileira de Educação Matemática.

PAVANELLO, Regina Maria. *Por que ensinar/aprender geometria?* 2004. VII Encontro Paulista de Educação Matemática. Sociedade Brasileira de Educação Matemática. Material publicado nos anais do evento. <www.sbempaulista.org.br>. Acesso em: 26/10/2007.

MOREIRA, Felipe de Sá. *Influências do processo avaliativo no processo de aprendizagem do conteúdo razão e proporção*.

<www.somatematica.com.br/artigos.php?pag=2> Acesso em: 14/10/2007.

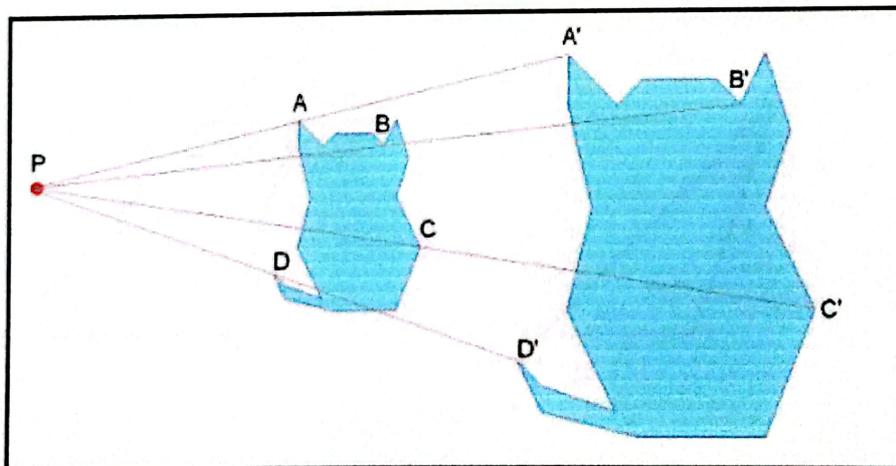
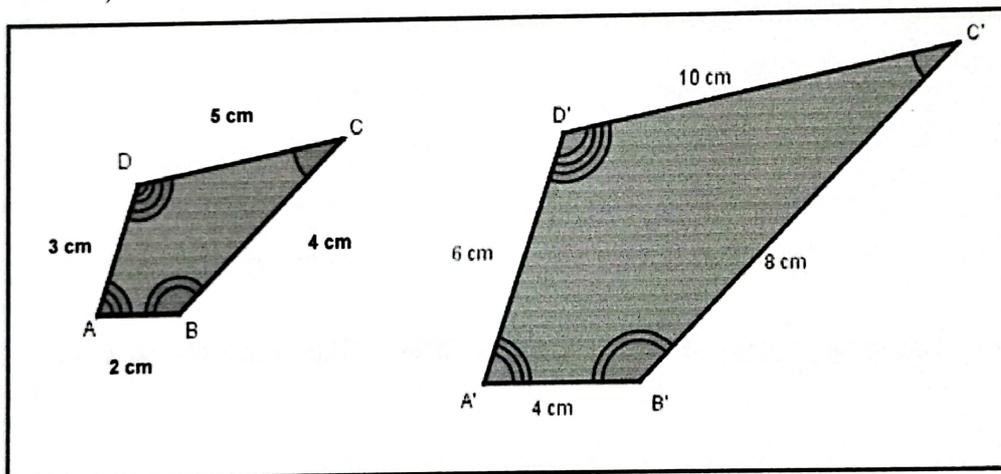
SPINILLO, Alina Galvão. *Ensinando proporção a crianças: alternativas pedagógicas em sala de aula*. Boletim Gepem. Rio de Janeiro. Volume 43. 2003.

Anexos

Semelhança de figuras

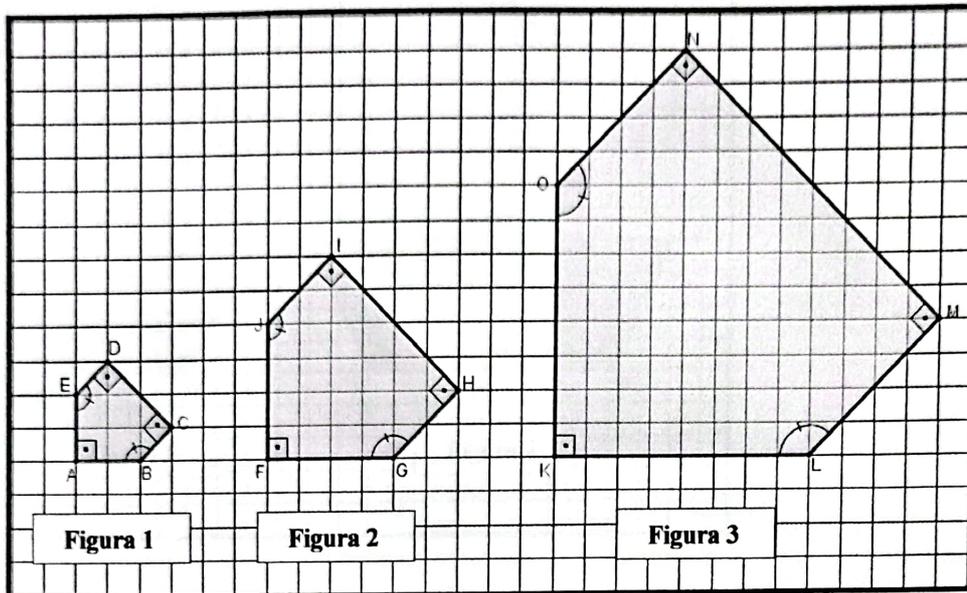
Em Geometria, duas figuras são semelhantes quando todos os ângulos correspondentes têm medidas iguais e quando todas as distâncias correspondentes são proporcionais.

O termo semelhante tem um significado preciso: duas figuras geométricas são semelhantes sempre que uma puder ser transformada na outra por meio de uma ampliação, redução ou a partir de um movimento rígido (translação, rotação ou reflexão).

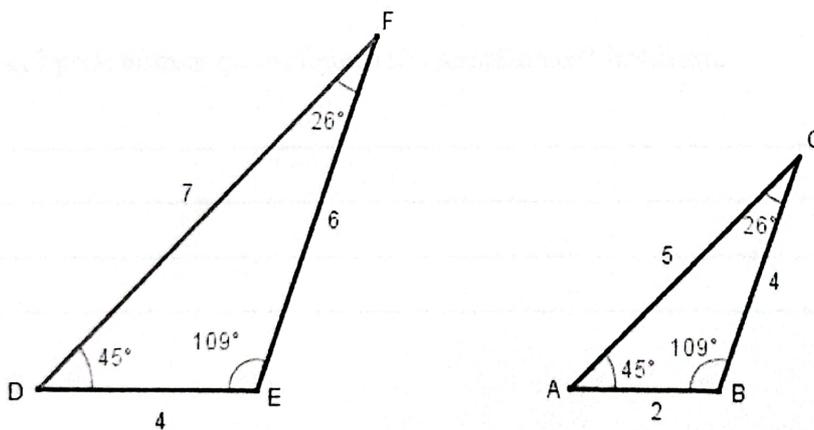


Atividades

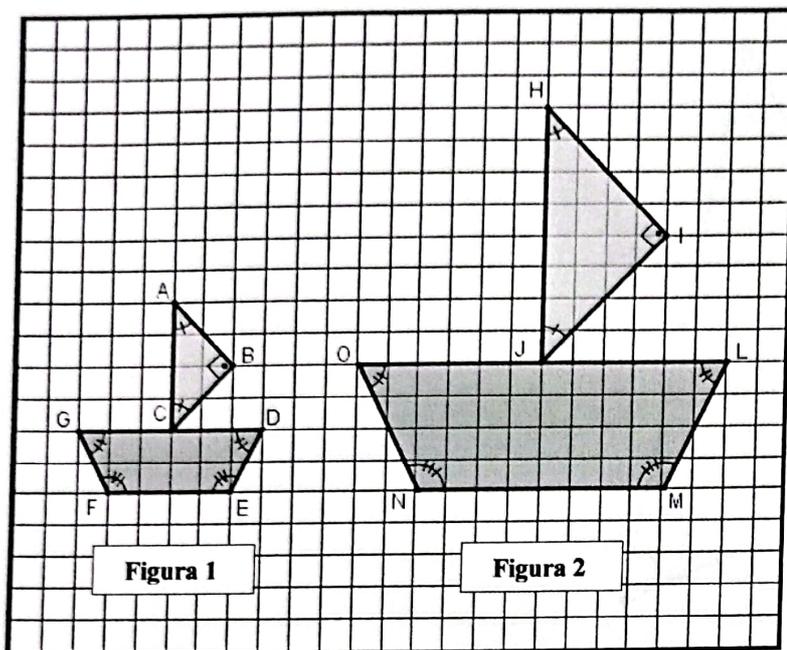
1- Verifique a razão entre os lados das figuras a seguir. As figuras são semelhantes? Justifique sua resposta.



2- Considere os triângulos DEF e ABC a seguir. Esses triângulos são semelhantes? Explique.



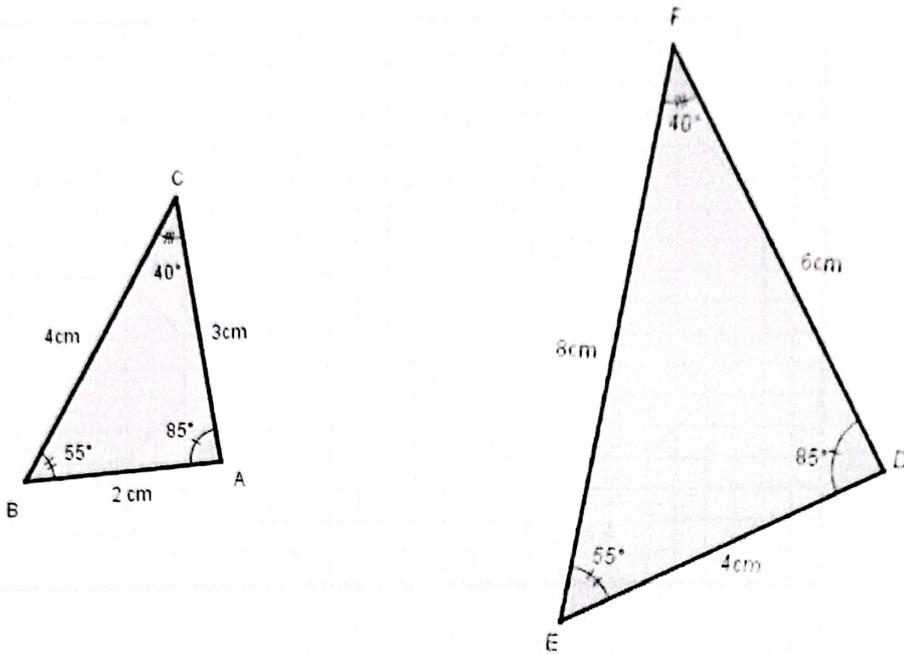
3- Observando as figuras, responda:



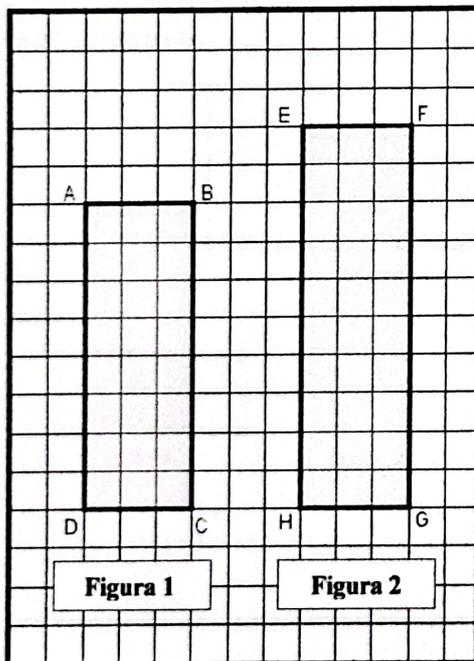
a) Os lados correspondentes da figura 1 em relação à figura 2 foram ampliados ou reduzidos numa mesma razão? Justifique.

b) Você pode afirmar que as figuras são semelhantes? Justifique.

4- Os triângulos a seguir são semelhantes? Justifique sua resposta.

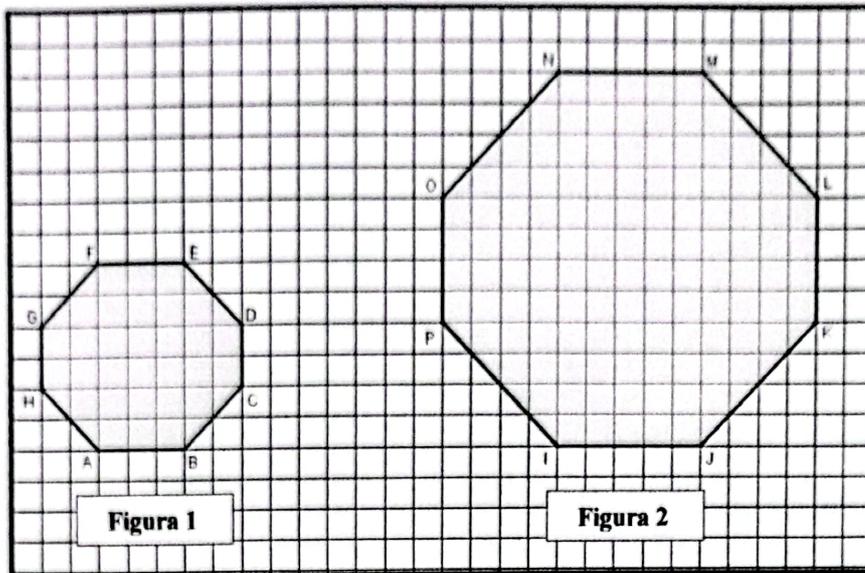


5- Observando as figuras, responda:

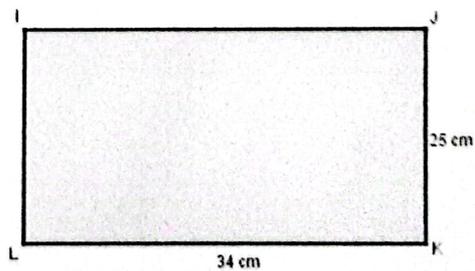
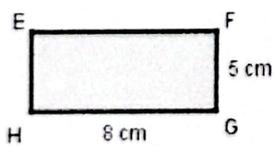
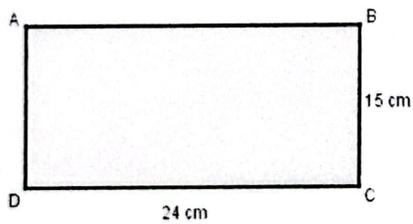


As figuras são semelhantes? Justifique.

6- Os octógonos representados pelas figuras são semelhantes? Justifique a resposta.



7- Dado o retângulo ABCD abaixo, verifique quais dos retângulos seguintes são semelhantes a ele



Anexo 2

Fotos

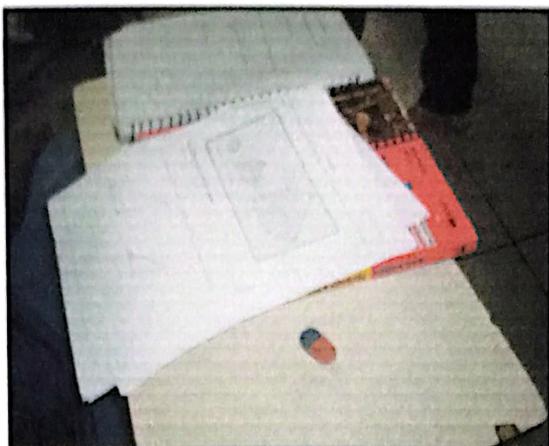


Foto 2 – Aluno desenvolvendo a atividade.



Foto 3 - Professora em formação explicando a atividade.

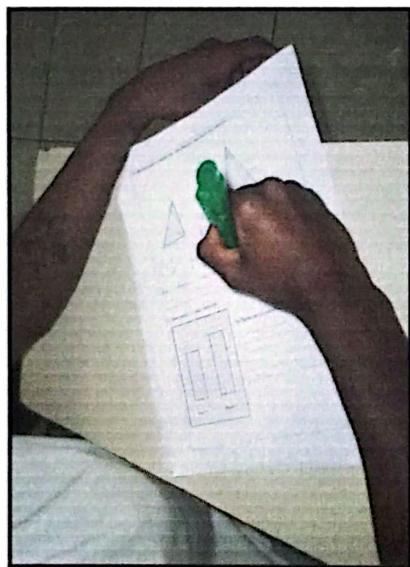


Foto 4 – Aluno desenvolvendo a atividade

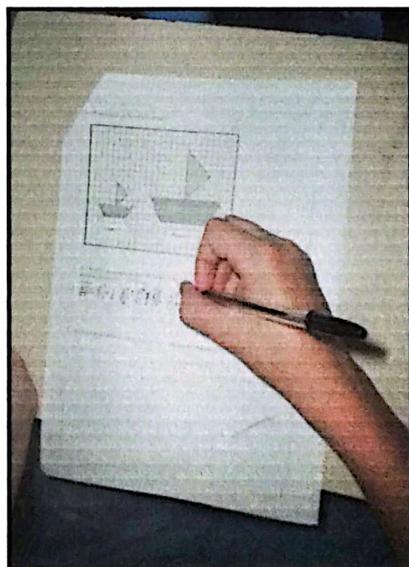


Foto 5 – Aluno desenvolvendo a atividade

Campos dos Goytacazes, 31 de março de 2009

Flávia da Silva Gomes

Giliane da Silva Pereira

Barissa Freire Dias Silva

Paola Martins Siqueira