INSTITUTO FEDERAL DE
EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA
FLUMINENSE
Campus Campos-Centro

RELATÓRIO LEAMAT III
ÂNGULOS NA CIRCUNFERÊNCIA

Ensino e Aprendizagem de Geometria

André Luiz da Cunha Alves
Mauricio de Souza Amaro
Tatiana Gomes da Silva

CAMPOS DOS GOYTACAZES / RJ
2009.2

André Luiz da Cunha Alves
Mauricio de Souza Amaro
Tatiana Gomes da Silva

RELATÓRIO LEAMAT III

ÂNGULOS NA CIRCUNFERÊNCIA

Ensino e Aprendizagem de Geometria

Trabalho apresentado ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense, campus Campos-Centro, como requisito parcial para conclusão da disciplina Laboratório de Ensino e Aprendizagem de Matemática III do Curso de Licenciatura em Matemática.

Orientadora: Profª Esp. Mylane dos Santos Barreto.

CAMPOS DOS GOYTACAZES / RJ
2009.2

SUMÁRIO

1- INTRODUÇÃO

O filósofo Heath dizia que estudar Geometria permite às pessoas pensar com mais lógica e abre a mente para um novo nível de pensamento e capacidade de raciocínio.

Segundo Pavanello (1989), há professores que propõe no processo de elaboração do currículo escolar, que a Geometria seja tratada como uma disciplina à parte, sem se preocuparem com a real importância desse estudo no ensino de Matemática, pois muitos não se sentem confiantes para ensinar este conteúdo, preferindo transferir este encargo para outro profissional.

Deve-se ressaltar que o papel da Geometria não é minimizar a Álgebra. Atiyah (1982) salienta que há necessidade de cultivar e de desenvolver tanto o pensamento visual, dominante na Geometria, quanto o sequencial, preponderante na álgebra, pois ambos são essenciais à educação Matemática. A prioridade dada, ainda recentemente, à Álgebra, tanto na pesquisa como no ensino da Matemática, acabou por desenvolver somente um tipo de pensamento. É necessário, portanto, restabelecer o equilíbrio, retomando-se o ensino da Geometria.

Este trabalho apresenta uma sequência didática que destaca um tema importante no processo de Ensino e Aprendizagem de Geometria, ângulos na circunferência.

Segundo Lopes (2000):

O conceito de ângulo em comparação aos variados conceitos geométricos, é um dos mais importantes e complexos. Esta importância se dá pelo alto grau de conexões internas e externas. Das conexões internas, ele relaciona tópicos de um currículo da matemática e se apresenta como alicerce fundamental para o estudo de variados temas ligados à matemática e das conexões externas, constitui num conceito chave para o estudo de diversas áreas como Astronomia, Geografia, Cartografia, Náutica, Física, Biologia, Química e de outras menos esperadas como Ergonomia, Arqueologia, Arquitetura ou Artes. (LOPES, 2000, p.7).

Centenas de atividades profissionais utilizam ângulos para resolver problemas, portanto é importante que os estudantes desenvolvam sua capacidade espacial.

2- OBJETIVOS

Mediante as questões apresentadas no item anterior, este trabalho foi desenvolvido com o objetivo de apresentar o conceito de ângulos e suas relações na circunferência através de atividades que privilegiam a construção do conhecimento.

3- ATIVIDADES DESENVOLVIDAS

3.1- Elaboração da Atividade

As atividades que compõem este trabalho foram elaboradas de modo que o aluno pudesse deduzir, a partir de construções feitas com régua, compasso e transferidor, as relações entre ângulo central, inscrito, excêntrico interior e excêntrico exterior.

Na Atividade I o aluno deve construir uma circunferência qualquer e, usando o transferidor, um ângulo com vértice no centro da circunferência de medida 60º. As perguntas desta atividade foram dispostas de modo que o aluno perceba a relação entre a medida de um ângulo central de uma circunferência e a medida do arco que ele subentende.

Na Atividade II o aluno deve construir uma circunferência qualquer e, usando o transferidor, um ângulo com vértice no centro da circunferência de medida 80º. As perguntas desta atividade foram dispostas de modo que o aluno perceba a relação entre a medida de um ângulo inscrito em uma circunferência e a medida do arco que ele subentende.

Na Atividade III foi definida a relação entre a medida do ângulo externo de um triângulo e os ângulos internos não adjacentes a ele. O aluno deve construir uma circunferência e duas cordas desta circunferência. As perguntas desta atividade foram dispostas de modo que o aluno perceba a relação entre a medida de um ângulo excêntrico interior e a medida dos arcos que ele determina na circunferência.

Na Atividade IV o aluno deve construir uma circunferência e duas semirretas secantes à circunferência. As perguntas desta atividade foram dispostas de modo que o aluno perceba a relação entre a medida de um ângulo excêntrico exterior e as medidas dos arcos que ele determina na circunferência.

3.2- Aplicação no LEAMAT II

Durante a disciplina LEAMAT, as atividades são elaboradas para serem aplicadas em uma turma do ensino regular. Porém, num momento anterior, as atividades devem ser aplicadas para o grupo de professores e alunos da disciplina com o objetivo de testar sua aceitação, os métodos de abordagem, o tempo de aplicação, as formas de resolução, os materiais utilizados e também ouvir sugestões e críticas.

As atividades desenvolvidas pelo grupo foram aplicadas, neste semestre, à turma do LEAMAT II para aperfeiçoamento através de sugestões e/ou críticas. Os professores em formação e professores do LEAMAT puderam opinar sobre as perguntas e a apresentação da atividade. A seguir está um relato desta aplicação.

Durante a resolução da Atividade I, houve a necessidade de explicar os procedimentos necessários para o uso do transferidor, ainda nesta atividade, ficou evidente a necessidade de esclarecimento da identificação de arco menor e arco maior. Nesta atividade o aluno deve perceber a relação entre a medida do ângulo central de uma circunferência e a medida do arco que ele subentende.

Na Atividade II o aluno deve perceber relação entre a medida de um ângulo inscrito em uma circunferência e a medida do arco que ele subentende. Ao final desta atividade uma construção feita no software régua e compasso mostrou que a relação deduzida se mantém quando a medida do ângulo é alterada. A construção foi apresentada para a turma através de um projetor multimídia.

Na Atividade III foi definida a relação entre a medida do ângulo externo de um triângulo e a medida dos ângulos internos não adjacentes a ele. Com o passo a passo descrito na atividade os alunos do LEAMAT perceberam a relação entre a medida de um ângulo excêntrico interior e a medida dos arcos que ele determina na circunferência.

A Atividade IV foi realizada sem dificuldades.

A apresentação foi bem proveitosa. Alguns alunos do LEAMAT mostraram dificuldade e falta de habilidade com o uso do transferidor.

As sugestões dadas pelos professores em formação e professores do LEAMAT II foram discutidas pelos integrantes do grupo com o objetivo de promover melhorias na atividade.

Foto 1: Aplicação do trabalho na turma do LEAMAT II

3.3- Relato e análise da aplicação na turma de 1º ano do Ensino Médio

Analisadas as sugestões dadas pelos professores em formação e professores do LEAMAT a atividade foi concluída e a próxima etapa foi aplicá-la para uma turma do ensino regular. Tal aplicação deve duração de 2 horas aula, ocorreu no dia 06 de outubro de 2009, para uma turma do 1º. ano do Ensino Médio de uma escola particular de Campos dos Goytacazes.

Iniciamos a aplicação com a apresentação formal do grupo de professores em formação e da professora orientadora. A turma foi dividida em grupos de três a cinco alunos. Cada aluno recebeu um par de esquadros, um compasso, um transferidor, uma apostila contendo os itens das atividades e uma apostila onde deveriam fazer as construções. Assim, foi solicitada a turma que iniciasse a resolução da Atividade I.

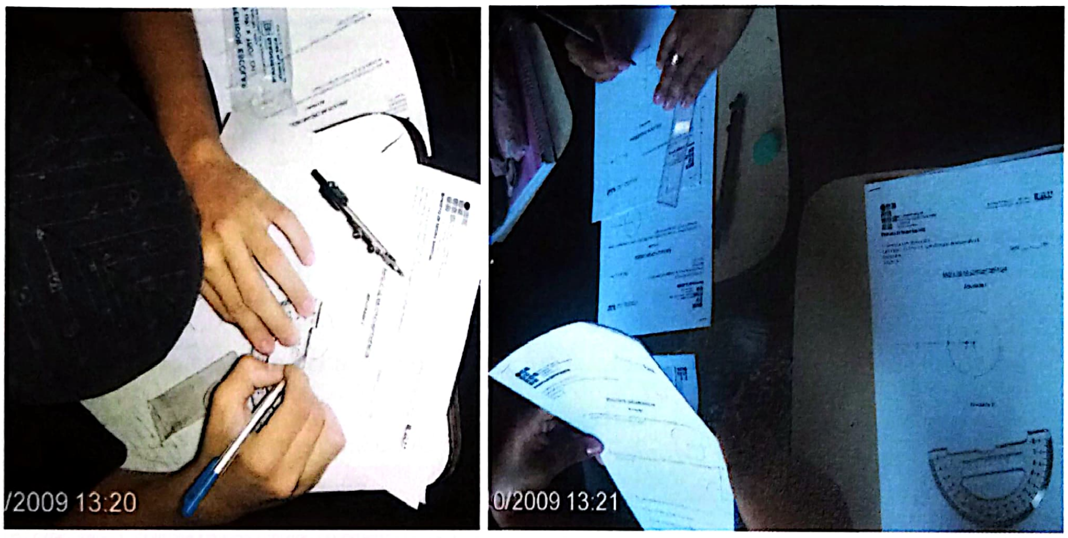
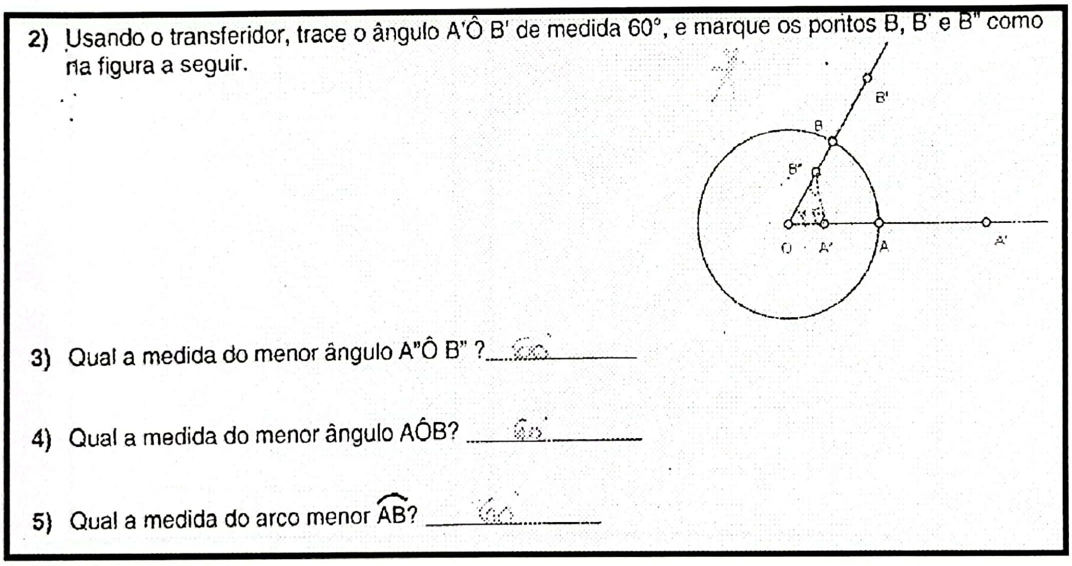


Foto 2: Alunos resolvendo a Atividade 1

A Atividade I consiste de 7 questões onde os alunos são orientados a realizar construções e medições para deduzir a relação entre a medida de um ângulo central e a medida do arco que ele subentende.

Durante a resolução da atividade, percebemos que a turma era entrosada, discutiam ideias e todos estavam concentrados no trabalho que estavam realizando. Percebemos que não houve dificuldade no uso do compasso. Os alunos mostraram dificuldades no uso do transferidor. Os professores em formação interferiram realizando uma exposição oral na qual foram feitas medições de alguns ângulos, desenhados no quadro, usando um transferidor de madeira. Nesse momento, foi introduzida a noção de ângulo maior, ângulo menor, arco maior e arco menor através de exemplos.

Na terceira questão dessa atividade as alunos eram induzidos a traçar uma circunferência e um ângulo central de medida 60º e deveriam responder qual a medida do menor ângulo formado. Um grupo de alunos traçou um segmento perpendicular a um dos lados do ângulo, construindo um triângulo retângulo, e afirmou que o menor ângulo tem medida 30º (Fig. 1). Com a interferência dos professores em formação eles conseguiram identificar seu erro e responder corretamente a questão. Quando perguntados porque traçaram o segmento os alunos não souberam responder.


2) Usando o transferidor, trace o ângulo A'Ô B' de medida 60°, e marque os pontos B, B' e B" como na figura a seguir.

3) Qual a medida do menor ângulo A"Ô B" ? 60°

4) Qual a medida do menor ângulo AÔB? 60°

5) Qual a medida do arco menor $\widehat{AB}$? 60°

Figura 1: Resposta de um aluno para a Atividade 1

Os alunos responderam as questões seguintes dessa atividade sem apresentar dificuldades.

A Atividade II consiste de 5 questões onde os alunos são orientados a realizar construções e medições para deduzir a relação entre a medida de um ângulo inscrito e a medida do arco que ele subentende. A seguir estão algumas observações feitas pelos alunos durante a resolução desta atividade.

Na primeira questão um grupo marcou os pontos A e B como mostra a figura a seguir:

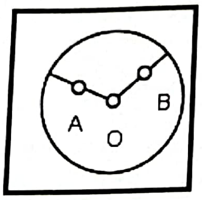


Fig. 2 - Resposta de um aluno para a questão 1 da Atividade 2

Na terceira questão alguns alunos traçaram incorretamente as cordas pedidas com extremidades no centro O.

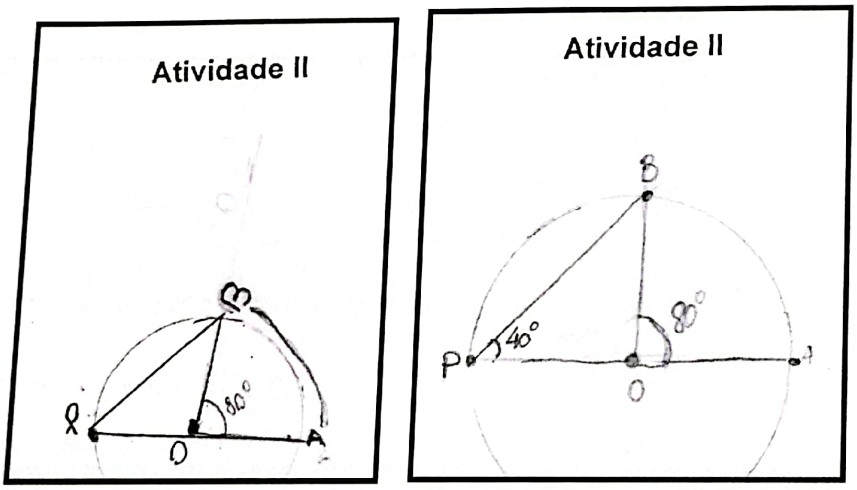


Fig. 3: Respostas dos alunos para a questão 3 da Atividade 2

Na quarta questão alguns alunos confundiram os símbolos usados para indicação de arcos, ângulos e segmentos.

Atividade II

1) Usando o compasso, trace uma circunferência com centro em um ponto O e raio qualquer. Trace os raios $\overline{OA}$ e $\overline{OB}$ de modo que $A\hat{O}B = 80^{\circ}$

2) Marque um ponto P no arco maior $\overset{\frown}{AB} = 280^{\circ}$ (*esse será o arco* $\overset{\frown}{APB}$).

3) Trace as cordas $\overline{AP}$ e $\overline{BP}$.

Corda de uma circunferência é um segmento cujas extremidades pertencem à circunferência.

4) Use o transferidor para determinar a medida do ângulo $A\hat{P}B$. Qual é essa medida? Que arco ele subentende? 40° | 80°

Fig 4: Resposta de um aluno para a questão 4 da Atividade 2

Atividade II

1) Usando o compasso, trace uma circunferência com centro em um ponto O e raio qualquer. Trace os raios $\overline{OA}$ e $\overline{OB}$ de modo que $A\hat{O}B = 80^{\circ}$

2) Marque um ponto P no arco maior $\overset{\frown}{AB} = 280^{\circ}$ (*esse será o arco* $\overset{\frown}{APB}$).

3) Trace as cordas $\overline{AP}$ e $\overline{BP}$.

Corda de uma circunferência é um segmento cujas extremidades pertencem à circunferência.

4) Use o transferidor para determinar a medida do ângulo $A\hat{P}B$. Qual é essa medida? Que arco ele subentende? 40°, $\overline{AB}$

Fig 5: Resposta de outro aluno para a questão 4 da Atividade 2

Durante a aula foi dada a definição de corda de uma circunferência e feita uma demonstração, usando cartolina, da relação entre a medida do ângulo externo de um triângulo e a medida dos ângulos internos não adjacentes a ele.

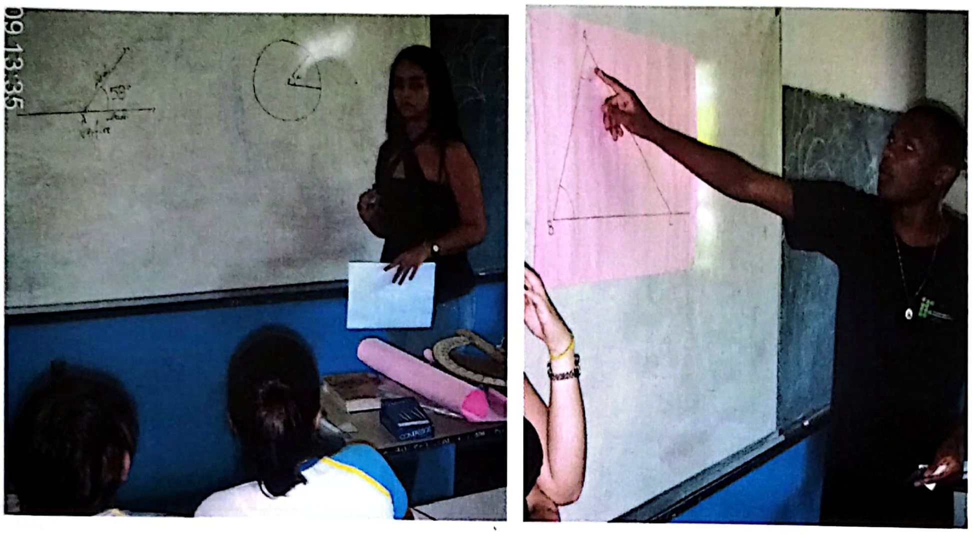


Foto 3: Exposição oral dos professores em formação

A Atividade III consiste de 9 questões onde os alunos são orientados a realizar construções e medições para deduzir a relação entre a medida de um ângulo excêntrico interior e os arcos que ele determina na circunferência.

Antes que os alunos começassem as tarefas da Atividade III os professores em formação apresentaram a relação entre a medida de um ângulo externo e a medida dos ângulos internos de um triângulo.

Nesta atividade, as construções foram realizadas corretamente e as perguntas imediatas correspondentes aos itens 3, 4, 5, 6 e 7 foram respondidas sem dificuldades.

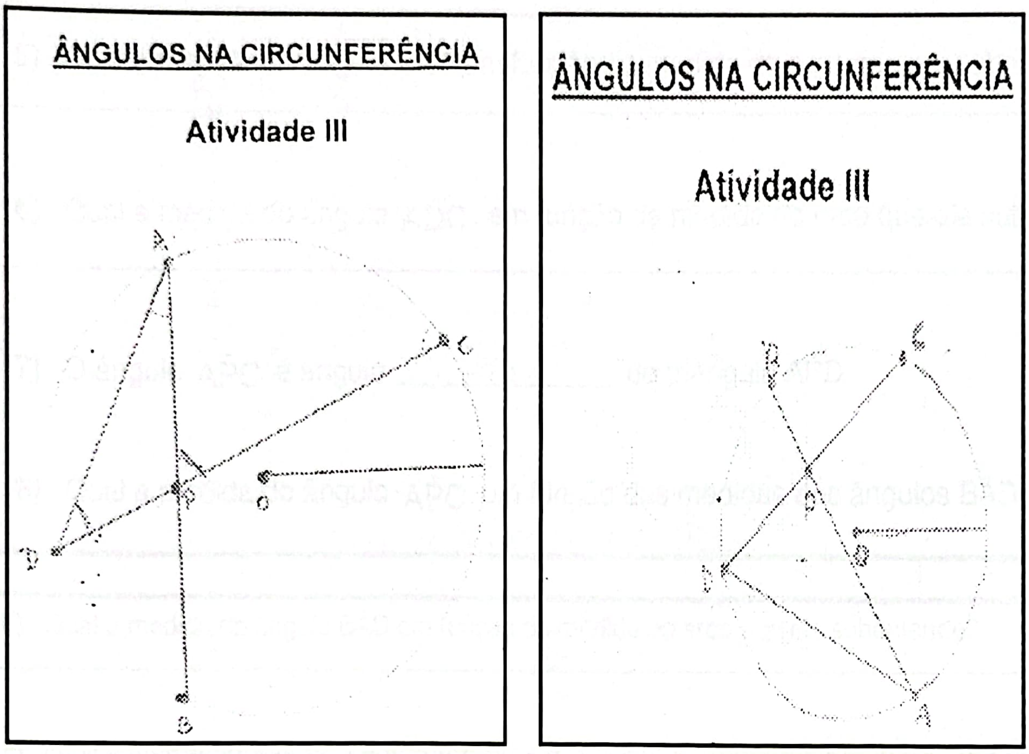


Fig 6: Construções feitas por alguns alunos

No item 8 o aluno deve identificar a relação entre a medida do ângulo $A\hat{P}C$ (externo do triângulo APD) e a medida dos ângulos $A\hat{D}C$ e $B\hat{A}D$. Algumas respostas estão a seguir.

5) Qual a medida do ângulo $B\hat{A}D$ em função da medida do arco que ele subentende?
30

6) Qual a medida do ângulo $A\hat{D}C$, em função da medida do arco que ele subentende?
25°

7) O ângulo $A\hat{P}C$ é ângulo externo do triângulo APD.

8) Qual a medida do ângulo $A\hat{P}C$ em função das medidas dos ângulos $B\hat{A}D$ e $A\hat{D}C$? 115°

5) Qual a medida do ângulo BÂD em função da medida do arco que ele subentende?

$\frac{BD}{2}$ = BÂD

6) Qual a medida do ângulo AD̂C, em função da medida do arco que ele subentende?

$\frac{AC}{2}$

7) O ângulo AP̂C é ângulo externo do triângulo APD.

8) Qual a medida do ângulo AP̂C em função das medidas dos ângulos BÂD e AD̂C?

A soma dos dois

5) Qual a medida do ângulo BÂD em função da medida do arco que ele subentende?

30° $\frac{DB}{2}$

6) Qual a medida do ângulo AD̂C, em função da medida do arco que ele subentende?

30° $\frac{AC}{2}$

7) O ângulo AP̂C é ângulo externo do triângulo APD.

8) Qual a medida do ângulo AP̂C em função das medidas dos ângulos BÂD e AD̂C?

50° = 20° + 30°

5) Qual a medida do ângulo BÂD em função da medida do arco que ele subentende?

$\frac{BD}{2}$

6) Qual a medida do ângulo AD̂C, em função da medida do arco que ele subentende?

$\frac{AC}{2}$

7) O ângulo AP̂C é ângulo externo do triângulo APD.

8) Qual a medida do ângulo AP̂C em função das medidas dos ângulos BÂD e AD̂C?

$A\hat{P}C = \frac{BD}{2} + \frac{AC}{2}$

9) Utilizando as respostas dos itens 5, 6 e 8, qual sua conclusão sobre a medida do

5) Qual a medida do ângulo BÂD em função da medida do arco que ele subentende?

O angulo BÂD é igual ao arco $\frac{\widehat{BD}}{2}$

6) Qual a medida do ângulo $A\hat{D}C$, em função da medida do arco que ele subentende?

O angulo AD̂C é igual ao arco $\frac{\widehat{AC}}{2}$

7) O ângulo $A\hat{P}C$ é ângulo [illegible] do triângulo APD.

8) Qual a medida do ângulo $A\hat{P}C$ em função das medidas dos ângulos BÂD e $A\hat{D}C$?

$A\hat{P}C = B\hat{A}D + A\hat{D}C$

5) Qual a medida do ângulo BÂD em função da medida do arco que ele subentende?

$30°$ $\frac{\widehat{BD}}{2}$

6) Qual a medida do ângulo $A\hat{D}C$, em função da medida do arco que ele subentende?

$30°$ $\frac{\widehat{AC}}{2}$

7) O ângulo $A\hat{P}C$ é ângulo externo do triângulo APD.

8) Qual a medida do ângulo $A\hat{P}C$ em função das medidas dos ângulos BÂD e $A\hat{D}C$?

[illegible] [illegible]

5) Qual a medida do ângulo BÂD em função da medida do arco que ele subentende?

$\frac{\widehat{BD}}{2}$

6) Qual a medida do ângulo $A\hat{D}C$, em função da medida do arco que ele subentende?

$A\hat{D}C = \frac{\widehat{AC}}{2}$

7) O ângulo $A\hat{P}C$ é ângulo externo do triângulo APD.

8) Qual a medida do ângulo $A\hat{P}C$ em função das medidas dos ângulos BÂD e $A\hat{D}C$?

$A\hat{P}C = \frac{\widehat{BD}}{2} + \frac{\widehat{AC}}{2}$

9) Utilizando as respostas dos itens 5, 6 e 8, qual sua conclusão sobre a medida do

5) Qual a medida do ângulo BÂD em função da medida do arco que ele subentende?

60°

6) Qual a medida do ângulo AD̂C, em função da medida do arco que ele subentende?

50

7) O ângulo AP̂C é ângulo externo do triângulo APD.

8) Qual a medida do ângulo AP̂C em função das medidas dos ângulos BÂD e AD̂C?

60 + 50 = 110°

9) Utilizando as respostas dos itens 5, 6 e 8, qual sua conclusão sobre a medida de

Observando as respostas é possível perceber que alguns alunos não conseguiram formalizar a relação entre a medida dos ângulos em questão.

O objetivo do grupo ao inserir o item 9 na atividade era verificar se o aluno conseguia formalizar a relação entre a medida de um ângulo excêntrico interior e a medida dos arcos que ele subentende na circunferência.

9) Utilizando as respostas dos itens 5, 6 e 8, qual sua conclusão sobre a medida de um ângulo excêntrico interior?

sua medidas são diferentes

9) Utilizando as respostas dos itens 5, 6 e 8, qual sua conclusão sobre a medida de um ângulo excêntrico interior?

Ele mede a soma dos arcos de uma circunferência dividido por dois

9) Utilizando as respostas dos itens 5, 6 e 8, qual sua conclusão sobre a medida de um ângulo excêntrico interior?

O valor é a metade do ângulo

9) Utilizando as respostas dos itens 5, 6 e 8, qual sua conclusão sobre a medida de um ângulo excêntrico interior?

é a soma dos lados [illegible] a ele.

Ou a soma dos arcos dividido por 2

9) Utilizando as respostas dos itens 5, 6 e 8, qual sua conclusão sobre a medida de um ângulo excêntrico interior?

$A\hat{P}C = B\hat{A}D + A\hat{D}C$

9) Utilizando as respostas dos itens 5, 6 e 8, qual sua conclusão sobre a medida de um ângulo excêntrico interior?

Para descobrir o valor do ângulo APC devemos somar BD e CA e dividir por dois.

$A\hat{P}C = B\hat{A}D + A\hat{D}C$

$A\hat{P}C = \frac{BD}{2} + \frac{CA}{2} = \frac{BD+CA}{2}$

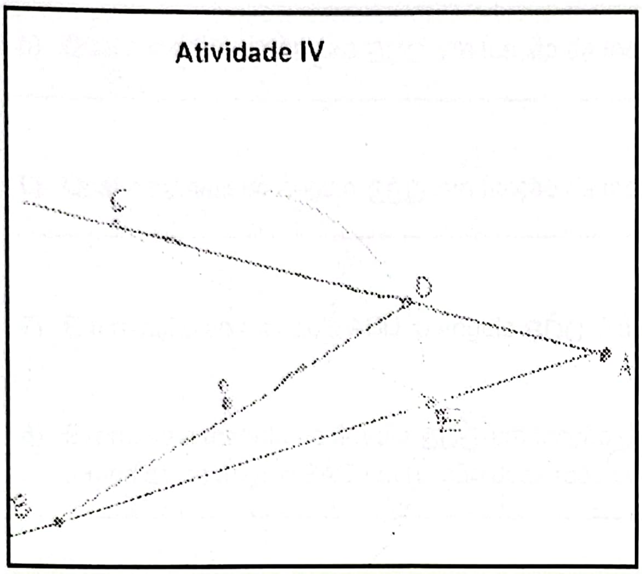
É possível notar que a relação foi compreendida, porém os alunos tiveram dificuldade em registrar ou explicar tal relação.

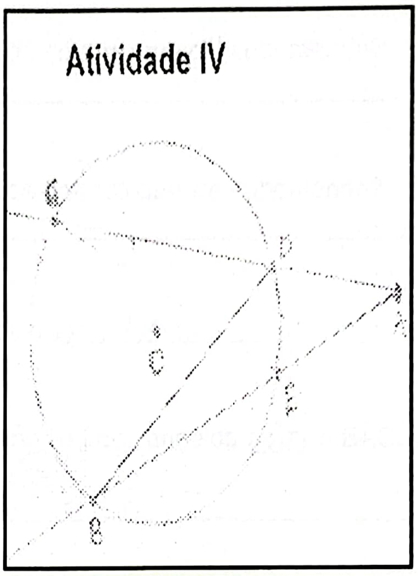
Os alunos iniciaram a Atividade IV construindo uma circunferência e duas semirretas secantes a essa circunferência com origem no mesmo ponto. Os itens dessa atividade foram dispostos de modo que o aluno consiga deduzir a relação entre a medida de um ângulo excêntrico exterior e os arcos que ele determina na circunferência.

Alguns alunos chegaram atrasados a aula, por isso não conseguiram finalizar esta atividade.

A análise desta atividade foi feita a partir das respostas apresentadas pelos alunos que conseguiram concluí-la.

As construções foram realizadas corretamente e as perguntas imediatas correspondentes aos itens 5, 6 e 7 foram respondidas sem dificuldades.





No item 8 o aluno deve identificar a relação entre a medida do ângulo $B\hat{D}C$ (externo do triângulo ABD) e a medida dos ângulos $E\hat{B}D$ e $B\hat{A}C$. Algumas respostas estão a seguir.

5) Qual a medida do ângulo $B\hat{D}C$ em função da medida do arco que ele subentende?

$\frac{BC}{2}$

6) Qual a medida do ângulo $E\hat{B}D$ em função da medida do arco que ele subentende?

$\frac{DE}{2}$

7) Em relação ao triângulo ABD, o ângulo $B\hat{D}C$ é ângulo externo.

8) Expresse a medida do ângulo $B\hat{D}C$ em função da medida dos ângulos $E\hat{B}D$ e $B\hat{A}C$. Determine a medida do ângulo $B\hat{A}C$ em função dos arcos $\overset{\frown}{BC}$ e $\overset{\frown}{DE}$.

$\frac{BC}{2} - \frac{DE}{2}$

5) Qual a medida do ângulo $B\hat{D}C$ em função da medida do arco que ele subentende?

$BDC = \frac{CB}{2}$

6) Qual a medida do ângulo $E\hat{B}D$ em função da medida do arco que ele subentende?

$\hat{E}BD = \frac{DG}{2}$

7) Em relação ao triângulo ABD, o ângulo $B\hat{D}C$ é ângulo interno.

8) Expresse a medida do ângulo $B\hat{D}C$ em função da medida dos ângulos $E\hat{B}D$ e $B\hat{A}C$. Determine a medida do ângulo $B\hat{A}C$ em função dos arcos $\overparen{BC}$ e $\overparen{DE}$.

$BDC = \frac{CB}{2} + \frac{DE}{2} = BDC = CBC = \frac{CB + DE}{2}$

---

5) Qual a medida do ângulo $B\hat{D}C$ em função do arco que subentende?

$B\hat{D}C = \frac{BC}{2}$

6) Qual a medida do ângulo $E\hat{B}D$ em função do arco que subentende?

$E\hat{B}D = \frac{ED}{2}$

7) No triângulo ABD, o ângulo $B\hat{D}C$ é ângulo interno ?

8) Determine o valor do ângulo $B\hat{D}C$ em função dos ângulos internos do triângulo ABD.

$\hat{B} = \hat{A} + \hat{A}$

---

5) Qual a medida do ângulo $B\hat{D}C$ em função da medida do arco que ele subentende?

$BDC = \frac{CB}{2}$

6) Qual a medida do ângulo $E\hat{B}D$ em função da medida do arco que ele subentende?

$E\hat{B}D = \frac{DE}{2}$

7) Em relação ao triângulo ABD, o ângulo $B\hat{D}C$ é ângulo interno.

8) Expresse a medida do ângulo $B\hat{D}C$ em função da medida dos ângulos $E\hat{B}D$ e $B\hat{A}C$. Determine a medida do ângulo $B\hat{A}C$ em função dos arcos $\overparen{BC}$ e $\overparen{DE}$.

$B\hat{D}C = \frac{CB}{2} + \frac{DE}{2} = BDC = CBC = \frac{CB + DE}{2}$

5) Qual a medida do ângulo $B\hat{D}C$ em função da medida do arco que ele subentende?

[illegible]

6) Qual a medida do ângulo $E\hat{B}D$ em função da medida do arco que ele subentende?

[illegible]

7) Em relação ao triângulo ABD, o ângulo $B\hat{D}C$ é ângulo [illegible].

8) Expresse a medida do ângulo $B\hat{D}C$ em função da medida dos ângulos $E\hat{B}D$ e $B\hat{A}C$. Determine a medida do ângulo $B\hat{A}C$ em função dos arcos $\overset{\frown}{BC}$ e $\overset{\frown}{DE}$.

[illegible]

Observando as respostas é possível perceber que poucos alunos desta turma conseguiram identificar a relação existente entre a medida do ângulo $B\hat{D}C$ com a medida dos ângulos $E\hat{B}D$ e $B\hat{A}C$.

O objetivo do grupo ao inserir o item 9 na atividade era verificar se o aluno conseguia formalizar a relação entre a medida de um ângulo excêntrico exterior e a medida dos arcos que ele subentende na circunferência.

9) Utilizando as respostas dos itens 5, 6 e 8, qual sua conclusão sobre a medida de um ângulo excêntrico exterior?

o ângulo maior é igual ao ângulo menor dividido por 2.

9) Utilizando as respostas dos itens 5, 6 e 8, qual sua conclusão sobre a medida de um ângulo excêntrico exterior?

É a subtração do arco maior com o menor.

9) Utilizando as respostas dos itens 5, 6 e 8, qual sua conclusão sobre a medida de um ângulo excêntrico exterior?

Que a subtração a metade dos arco que forma a circunferência.

9) Utilizando as respostas dos itens 5, 6 e 8, qual sua conclusão sobre a medida de um ângulo excêntrico exterior?

[illegible]

$B\hat{C}E = x + \frac{\overset{\frown}{DE}}{2}$

$\frac{\overset{\frown}{CB}}{2} = x + \frac{DE}{2}$

$x = \frac{CB}{2} - \frac{\overset{\frown}{DE}}{2} = \frac{CB - DE}{2}$

É possível notar que a relação foi compreendida, porém os alunos tiveram dificuldade em registrar ou explicar tal relação. A resposta esperada pelo grupo era: a medida do ângulo excêntrico exterior é igual à metade da diferença entre a medida dos arcos que o ângulo subentende na circunferência.

A análise das respostas que os alunos apresentaram nas duas últimas atividades mostra a importância do incentivo à escrita nas aulas de matemática. Quando arguidos respondiam corretamente, mas não tiveram sucesso no momento que escreveram suas conclusões.

Foto 5 e 6: professores em formação acompanhando os grupos nas atividades finais

4- CONCLUSÃO

Segundo Libâneo (1991, p. 177):

> Na escola, a aula é a forma predominante de organização do processo de ensino. Na aula se criam, se desenvolvem e se transformam as condições necessárias para que os alunos assimilem conhecimentos, habilidades, atitudes e convicções e, assim, desenvolvem suas capacidades cognoscitivas. (Libâneo, 1991, p. 177)

Pelas ideias de Pavanello (1989) as aulas de geometria contribuem nessa assimilação por parte dos alunos, pois a geometria apresenta-se:

> [...] como um campo profícuo para o desenvolvimento da "capacidade de abstrair, generalizar, projetar, transcender o que é imediatamente sensível" – que é um dos objetivos do ensino da matemática – oferecendo condições para que níveis sucessivos de abstração possam ser alcançados. (PAVANELLO, 1989, p.)

Desta forma, fica evidente que a exclusão da Geometria dos currículos escolares ou seu tratamento inadequado podem causar sérios prejuízos à formação dos indivíduos. Como aponta Wheeler (1981, p. 352), "um tipo particular de pensamento – buscando novas situações, sendo sensível aos seus impactos visuais e interrogando sobre eles". Ela permite o desenvolvimento da "arte da especulação" traduzida na questão "o que aconteceria se...", que expressa o estilo hipotético-dedutivo do pensamento geométrico.

Thom (1971, p. 698) apresenta um outro argumento a favor do ensino de Geometria, salientando ser este importante sob um outro ponto de vista:

> [...] a geometria é um intermediário natural e possivelmente insubstituível entre a língua e o formalismo matemático, no qual cada objeto é reduzido a um símbolo e o grupo de equivalências é reduzido à identidade do símbolo escrito consigo mesmo. (THOM, 1971, p.698)

Em consonância com todas essas ideias concluímos que o ensino de Geometria é de grande importância no processo de Ensino e Aprendizagem do indivíduo. É um ramo da matemática que leva o aluno a pensar, abstrair ideias e aprimorar técnicas e habilidades.

Sobre a elaboração e aplicação das atividades deste trabalho, levantaremos algumas questões:

A turma era muito participativa e crítica, eles conseguiram trocar ideias e informações acerca das atividades, isso favoreceu para o bom andamento do trabalho. Acreditamos que a postura da turma é decorrente da experiência diária de suas aulas.

Apesar da falta de habilidade no manuseio dos instrumentos de medição houve aprendizagem.

A realização das construções e o registro das relações observadas favoreceu o processo de Ensino e Aprendizagem.

5- REFERÊNCIAS

ATIYAH, M. O que é geometria? A Gazeta de Matemática: outubro,1982.

HEATH, Sir Thomas. Porquê estudar Geometria?
Disponível em:
<http://clubedegeometria.blogspot.com/2008/05/porqu-estudar-geometria.html>
Acessado em 21 Out. de 2009.

LIBÂNEO, José Carlos. Didática. São Paulo: Cortez, 1991.

LOPES, Antônio José. Ângulos. Disponível em:
http://www.tvebrasil.com.br/salto/boletins2001/gq/gqtxt3.htm
Acessado em 21 Out. de 2009.

PAVANELLO, Milton Borba. Por que ensinar/aprender geometria?. Publicado no ano de 1989.
Disponível em:
http://miltonborba.org/CD/Interdisciplinaridade/.../mr21-Regina.doc
Acessado em 21 Out. de 2009.

THOM, R. "Modern" Mathematics an educational and philosophic error? American Scientist (59): 695-699; nov/dec 1971.

WHEELER, D. Imagem e pensamento geométrico. CIEAEM - Comtes Rendus de 1a 33^{e} Rencontre Internationale, p.351-353, Pallanza, 1981.

APÊNDICE

APÊNDICE A: ATIVIDADE APLICADA PARA A TURMA DO LEAMAT II

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA FLUMINENSE
Campus Campos-Centro
Diretoria de Ensino Superior

Secretaria de Educação Profissional e Tecnológica Ministério da Educação
BRASIL GOVERNO FEDERAL

Licenciatura em Matemática
Laboratório de Ensino e Aprendizagem de Matemática II
Geometria
Grupo: B1 Data: ___ / ___ / 09

ÂNGULOS NA CIRCUNFERÊNCIA

Atividade I

1) Usando compasso, trace uma circunferência com centro no ponto O, raio qualquer e marque os pontos A, A' e A'' como na figura a seguir.

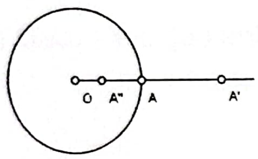


Figura 1

2) Usando o transferidor, trace o ângulo A'ÔB' de medida 60° e marque os pontos B, B' e B'' como na figura a seguir.

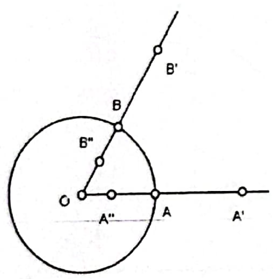


Figura 2

3)Qual a medida do ângulo A''ÔB''?

4)Qual a medida do ângulo AÔB?

5)Qual a medida do arco $\overset{\frown}{AB}$?

6) Na circunferência, o ângulo AÔB é chamado de ângulo central e o arco $\overset{\frown}{AB}$ é o arco que esse ângulo subentende na circunferência.

7)Qual a relação entre o ângulo central e o arco que ele subentende?

Atividade II

1) Usando compasso, trace uma circunferência com centro no ponto O e raio qualquer. Trace os raios $\overline{OA}$ e $\overline{OB}$ de modo que o $A\hat{O}B = 80°$

2) Marque um ponto P no arco $\widehat{AB} = 280°$

3)Trace as cordas $\overline{AP}$ e $\overline{BP}$.
(corda de uma circunferência é um segmento cujas extremidades pertencem à circunferência).

4) Qual a medida do ângulo $A\hat{P}B$?

5) Na circunferência, o ângulo $A\hat{P}B$ é chamado de ângulo inscrito.
(o vértice é um ponto da circunferência e os lados são cordas da circunferência).

6) O ângulo $A\hat{P}B$ subentende qual arco na circunferência?

7) Qual a relação entre os ângulos $A\hat{O}B$ e $A\hat{P}B$?

Atividade III

1) Em um triângulo, a medida de um ângulo externo é igual a soma das medidas dos dois ângulos internos não adjacentes a ele.

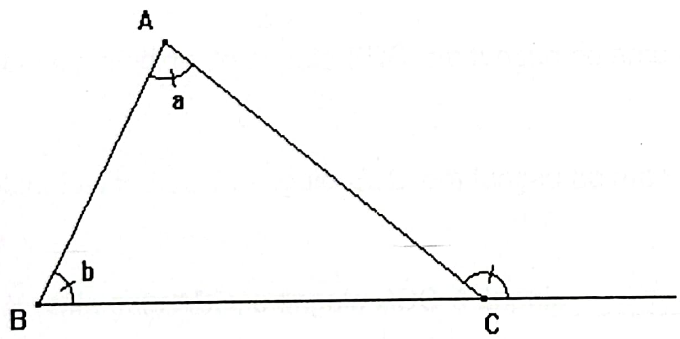


Figura 3

2) Usando compasso, construa uma circunferência com centro no ponto P e raio qualquer. Trace duas cordas $\overline{AB}$ e $\overline{CD}$ que se intersectam em um ponto O (diferente do centro) no interior dessa circunferência.

3) Trace o segmento de reta $\overline{AD}$.

4) O ângulo $B\hat{A}D$ subentende qual arco na circunferência?

5) O ângulo $A\hat{D}C$ subentende qual arco na circunferência?

6) Qual a medida do ângulo $B\hat{A}D$ em função do arco que subentende?

7) Qual a medida do ângulo $A\hat{D}C$ em função do arco que subentende?

8) O ângulo $A\hat{O}C$ é ângulo ______________ do triângulo AOC.

9) Qual a medida do ângulo $A\hat{O}C$ em função das medidas dos ângulos $B\hat{A}D$ e $A\hat{D}C$?

10) O ângulo $A\hat{O}C$ é chamado de ângulo excêntrico interior. Observando a resposta do item anterior, de um modo geral, qual é a medida de um ângulo excêntrico interior?

Atividade IV

1) Usando compasso, construa uma circunferência com centro no ponto O e raio qualquer.

2) Marque um ponto A externo a circunferência.

3) Trace, partindo do ponto A, duas semirretas secantes a circunferência. Uma semirreta intersecta a circunferência nos pontos D e C, a outra semirreta intersecta a circunferência nos pontos E e B. (siga essa ordem).

4) Trace o segmento $\overline{BD}$.

5) Qual a medida do ângulo $B\hat{D}C$ em função do arco que subentende?

6) Qual a medida do ângulo $E\hat{B}D$ em função do arco que subentende?

7) No triângulo ABD, o ângulo $B\hat{D}C$ é ângulo ______________ ?

8) Determine o valor do ângulo $B\hat{D}C$ em função dos ângulos internos do triângulo ABD.

9) O ângulo $B\hat{A}C$ é chamado ângulo excêntrico exterior. Determine sua medida usando o item anterior.

10) De um modo geral, qual a medida de um ângulo excêntrico exterior?

Outros casos de ângulo excêntrico exterior

- Uma semirreta secante e outra tangente

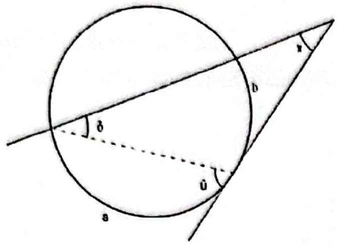


Figura 4

- Duas semirretas tangentes

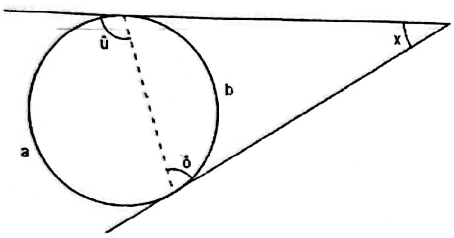


Figura 5

Diretoria de Ensino Superior

Licenciatura em Matemática
Laboratório de Ensino e Aprendizagem de Matemática II
Geometria
Grupo: B1

Data: ___ / ___ / 09

ÂNGULOS NA CIRCUNFERÊNCIA

Atividade I

Atividade II

INSTITUTO FEDERAL DE
EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA
FLUMINENSE
Campus Campos-Centro

Secretaria de Educação Profissional e Tecnológica
Ministério da Educação
BRASIL GOVERNO FEDERAL

Diretoria de Ensino Superior

Licenciatura em Matemática
Laboratório de Ensino e Aprendizagem de Matemática II
Geometria
Grupo: B1

Data: ___ / ___ / 09

ÂNGULOS NA CIRCUNFERÊNCIA

Atividade III

Atividade IV

APÊNDICE B: ATIVIDADE APLICADA PARA A TURMA DO ENSINO REGULAR

Juliana de S. Tavares
1001

INSTITUTO FEDERAL DE
EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA
FLUMINENSE
Campus Campos-Centro

Secretaria de Educação Profissional e Tecnológica — Ministério da Educação — BRASIL GOVERNO FEDERAL

Diretoria de Ensino Superior

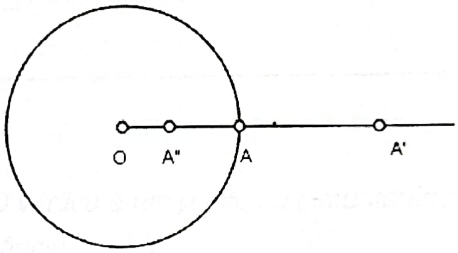
Licenciatura em Matemática
Laboratório de Ensino e Aprendizagem de Matemática II
Geometria
Grupo: B1

Data: 06 / 10 / 09

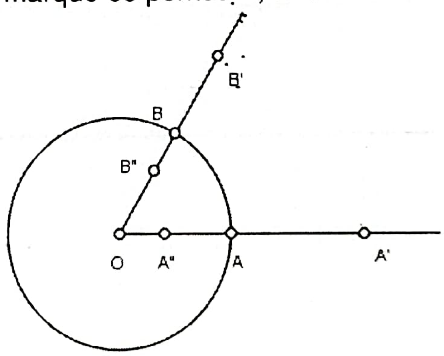
ÂNGULOS NA CIRCUNFERÊNCIA

Atividade I

1) Usando compasso, trace uma circunferência com centro em um ponto O, raio qualquer e marque os pontos A, A' e A" como na figura a seguir.



2) Usando o transferidor, trace o ângulo A'Ô B' de medida 60°, e marque os pontos B, B' e B" como na figura a seguir.



3) Qual a medida do menor ângulo A"Ô B" ?____________

4) Qual a medida do menor ângulo AÔB? ______________

5) Qual a medida do arco menor $\overset{\frown}{AB}$? ______________

Na circunferência, o ângulo AÔB é chamado de ângulo central e o arco $\overset{\frown}{AB}$ é o arco que esse ângulo subentende na circunferência.

6) Qual a relação entre a medida do ângulo central e a medida do arco que ele subentende?

____

____

Atividade II

1) Usando o compasso, trace uma circunferência com centro em um ponto O e raio qualquer. Trace os raios $\overline{OA}$ e $\overline{OB}$ de modo que $A\hat{O}B = 80^{\circ}$

2) Marque um ponto P no arco maior $\overset{\frown}{AB} = 280^{\circ}$ (*esse será o arco* $\overset{\frown}{APB}$).

3) Trace as cordas $\overline{AP}$ e $\overline{BP}$.

Corda de uma circunferência é um segmento cujas extremidades pertencem à circunferência.

4) Use o transferidor para determinar a medida do ângulo $A\hat{P}B$. Qual é essa medida? Que arco ele subentende?

____

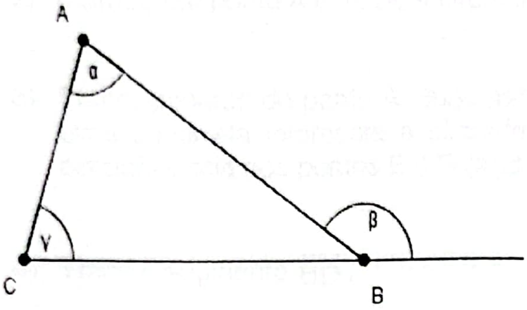
Na circunferência, o ângulo $A\hat{P}B$ é chamado de ângulo inscrito. O vértice é um ponto da circunferência e os lados são cordas da circunferência.

5) Qual a relação entre a medida dos ângulos $A\hat{O}B$ e $A\hat{P}B$?

____

Atividade III

Em um triângulo, a medida de um ângulo externo é igual a soma das medidas dos dois ângulos internos não adjacentes a ele.



$$\beta = \alpha + \gamma$$

1) Usando o compasso, construa uma circunferência com centro em um ponto O e raio qualquer. Trace duas cordas $\overline{AB}$ e $\overline{CD}$ Que se intersectem em um ponto P (diferente do centro) no interior dessa circunferência.

2) Trace o segmento de reta $\overline{AD}$.

3) O ângulo BÂD subentende qual arco na circunferência? ____________________

4) O ângulo $A\hat{D}C$ subentende qual arco na circunferência? ____________________

5) Qual a medida do ângulo BÂD em função da medida do arco que ele subentende?

____

6) Qual a medida do ângulo $A\hat{D}C$, em função da medida do arco que ele subentende?

____

7) O ângulo $A\hat{P}C$ é ângulo ______________ do triângulo APD.

8) Qual a medida do ângulo $A\hat{P}C$ em função das medidas dos ângulos BÂD e $A\hat{D}C$?

9) Utilizando as respostas dos itens 5, 6 e 8, qual sua conclusão sobre a medida de um ângulo excêntrico interior?

____

____

Atividade IV

1) Usando o compasso, construa uma circunferência com centro em um ponto O e raio qualquer.

2) Marque um ponto A externo à circunferência.

3) Trace, partindo do ponto A, duas semirretas secantes à circunferência, que não passem por O. Uma semirreta intersecta a circunferência nos pontos D e C, a outra semirreta intersecta a circunferência nos pontos E e B (siga essa ordem).

4) Trace o segmento $\overline{BD}$.

5) Qual a medida do ângulo $B\hat{D}C$ em função da medida do arco que ele subentende?

___

6) Qual a medida do ângulo $E\hat{B}D$ em função da medida do arco que ele subentende?

___

7) Em relação ao triângulo ABD, o ângulo $B\hat{D}C$ é ângulo ________________.

8) Expresse a medida do ângulo $B\hat{D}C$ em função da medida dos ângulos $E\hat{B}D$ e $B\hat{A}C$. Determine a medida do ângulo $B\hat{A}C$ em função dos arcos $\overset{\frown}{BC}$ e $\overset{\frown}{DE}$.

___

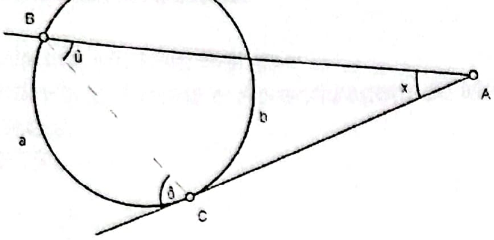
O ângulo $B\hat{A}C$ é chamado ângulo excêntrico exterior.

9) Utilizando as respostas dos itens 5, 6 e 8, qual sua conclusão sobre a medida de um ângulo excêntrico exterior?

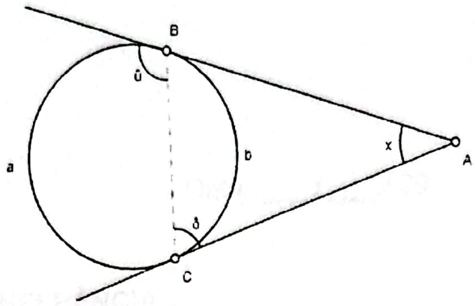
___

___

Outros casos de ângulos excêntricos exteriores



Uma semirreta secante e outra tangente.



Duas semirretas tangentes.

INSTITUTO FEDERAL DE
EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA
FLUMINENSE
Campus Campos-Centro

Secretaria de Educação Profissional e Tecnológica · Ministério da Educação

Diretoria de Ensino Superior

Licenciatura em Matemática
Laboratório de Ensino e Aprendizagem de Matemática II
Geometria
Grupo: B1

Data: ___ / ___ / 09

ÂNGULOS NA CIRCUNFERÊNCIA

Atividade I

Atividade II

INSTITUTO FEDERAL DE
EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA
FLUMINENSE
Campus Campos-Centro
Diretoria de Ensino Superior

Secretaria de Educação Profissional e Tecnológica
Ministério da Educação
BRASIL GOVERNO FEDERAL

Licenciatura em Matemática
Laboratório de Ensino e Aprendizagem de Matemática II
Geometria
Grupo: B1

Data: ___ / ___ / 09

ÂNGULOS NA CIRCUNFERÊNCIA

Atividade III

Atividade IV