

RELATÓRIO LEAMAT

RELAÇÃO ENTRE PARALELISMO E HOMOTETIA

ENSINO E APRENDIZAGEM DE GEOMETRIA

**BRUNA VIANA VILLAÇA
MIRIÃ RANGEL PEREIRA RODRIGUES
PRÍSCILA GOMES OLEGÁRIO
QUÉZIA SILVA DE SOUZA**

**CAMPOS DOS GOYTACAZES / RJ
2009.2**

**BRUNA VIANA VILLAÇA
MIRIÃ RANGEL PEREIRA RODRIGUES
PRÍSCILA GOMES OLEGÁRIO
QUÉZIA SILVA DE SOUZA**

RELATÓRIO LEAMAT

RELAÇÃO ENTRE PARALELISMO E HOMOTETIA

ENSINO E APRENDIZAGEM DE GEOMETRIA

Trabalho apresentado ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia, Campus Campos-Centro, como requisito parcial para conclusão da disciplina Laboratório de Ensino e Aprendizagem em Matemática III do Curso de Licenciatura em Matemática.

Orientador: Mylane dos Santos Barreto

**CAMPOS DOS GOYTACAZES / RJ
2009.2**

1) Justificativa (Introdução)

Segundo os PCN do Ensino Médio 1998, o ensino de homotetia deve permitir o desenvolvimento de habilidades de percepção, o espacial e como recurso para induzir de forma experimental a descoberta, por exemplo, das condições para que duas figuras sejam congruentes ou semelhantes.

De acordo com a Lei de Diretrizes e Bases 9394/96, é importante que tenha em conta que, qualquer que seja o conteúdo, ele nunca é um fim em si mesmo, e, sim, apenas um pretexto para se aprender a pensar e questionar o próprio conhecimento, para se compreender que aprender não é reproduzir verdades alheias, mas sim, aprender a olhar para o mundo colhendo dados, interpretando-os, transformando-os e tirando conclusões.

Assim, foram elaboradas atividades que visavam apresentar as características da transformação geométrica denominada homotetia a partir de construções feitas pelo aluno.

2) Objetivos

O objetivo deste trabalho, além de introduzir o conceito da transformação geométrica denominada homotetia e conseqüentemente o conceito de paralelismo é mostrar a importância do desempenho de um papel ativo do aluno na construção do seu conhecimento.

3) Metodologia ou Atividades desenvolvidas

3.1) Elaboração da atividade

Este trabalho foi desenvolvido no âmbito da disciplina Laboratório de Ensino e Aprendizagem de Matemática (LEAMAT) ao longo de três semestres. No primeiro semestre (LEAMAT I) leituras e discussões de textos sobre educação matemática nortearam a escolha e metodologia do trabalho.

Na Atividade I, são dadas as retas paralelas r e s . Os alunos devem marcar três pontos, P , M e O , sobre a reta r dada e traçar retas perpendiculares à r por cada um dos três pontos marcados. Tais retas perpendiculares intersectam a

retas nos pontos O, N e C respectivamente. Com uma régua os alunos devem determinar a medida dos segmentos \overline{PQ} , \overline{MN} e \overline{OC} , deduzindo que a distância entre retas paralelas é constante.



Foto 1: Atividade I

A Atividade II apresenta uma foto com parte do mapa da cidade de Campos dos Goytacazes. Na foto as ruas estão nomeadas e os alunos devem usar esquadros para identificar ruas paralelas.

O conceito de retas paralelas foi tratado nas duas primeiras atividades pois é prerequisite necessário para realização e interpretação da Atividade III.



Foto 2: Atividade II

Na Atividade III os alunos devem realizar construções onde um triângulo é ampliado através da transformação geométrica denominada homotetia.

Após a construção dos triângulos os alunos verificam a relação de proporcionalidade entre as medidas dos lados e de congruência entre os ângulos correspondentes dos triângulos.

3.2) Relato da aplicação da atividade na turma do LEAMAT II

No segundo semestre do LEAMAT as atividades foram aplicadas na turma do LEAMAT II. Assim, os professores em formação e professores do LEAMAT puderam sugerir melhorias e avaliar a metodologia das atividades.

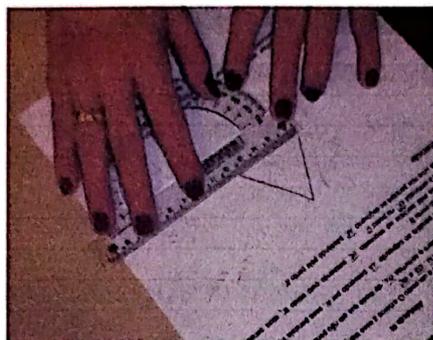


Foto 3: Atividade III

Foram sugeridas pequenas alterações no texto das atividades. Todas as versões das atividades estão nos apêndices.

A Atividade III, que apresenta parte do mapa da cidade de Campos teve grande aceitação. Foi sugerido que o mapa apresente a imagem do bairro onde se localiza a escola na qual as atividades serão aplicadas.

3.3) Relato da aplicação da atividade para a turma regular

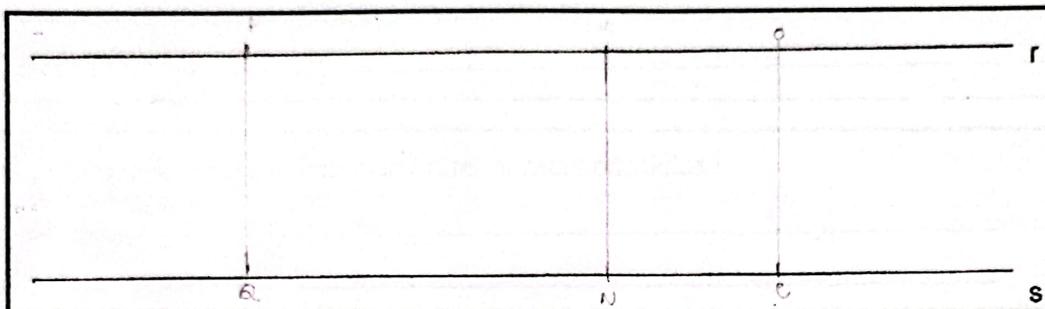
As atividades foram aplicadas no dia 23 de novembro de 2009 para uma turma de 15 alunos do oitavo ano de uma escola regular de Campos dos Goytacazes, com duração de duas horas.

No início da aplicação, que começou no horário marcado, a turma parecia inibida com a nossa presença, mas depois de nos apresentarmos e explicarmos o assunto que seria abordado na aula, a turma mudou de postura e demonstrou bastante curiosidade.

Ao receber o par de esquadros muitos alunos disseram que tinham em mãos dois esquadros iguais, demonstrando desconhecimento do material.

O objetivo da Atividade I é levar o aluno a deduzir que a distância entre retas paralelas é constante. O instrumento usado para realizar as medições nesta

atividade foi uma régua graduada. Os alunos foram alertados quanto a importância de fazer a medição corretamente para evitar imprecisões nos resultados finais.



Todos os alunos conseguiram realizar, com êxito, as etapas solicitadas na questão. Mas observamos que a turma não detinha o conceito de retas perpendiculares o que era imprescindível para encontrar a medida da distância entre as retas paralelas. Com a intervenção dos professores em formação os alunos conseguiram realizar a atividade.

8. Use uma régua para determinar a medida dos segmentos \overline{PQ} , \overline{MN} e \overline{OC} .

$\overline{PQ} = 3,3 \text{ cm}$ $\overline{MN} = 3,3 \text{ cm}$ $\overline{OC} = 3,3 \text{ cm}$

9. Qual a relação entre as medidas determinadas no item anterior?

As medidas são iguais, 3,3 cm

Nos itens 8 e 9 da Atividade I observamos que os alunos não tiveram dificuldade em realizar as medições.

10. Qual é a conclusão sobre a distância entre as retas paralelas?

nas duas linhas feitas com as pontas dos lápis o mesmo comprimento

10. Qual é a conclusão sobre a distância entre as retas paralelas?

a distância entre duas retas paralelas tem a mesma medida.

Analisando as respostas apresentadas ao item 10 da Atividade I fica evidente que os alunos compreenderam que a distância entre retas paralelas é constante, alguns tiveram dificuldade em expressar sua conclusão.

Atividade II apresenta a imagem de um mapa com parte do bairro onde se localiza a escola da aplicação das atividades. Nesta atividade os alunos deveriam identificar as ruas paralelas usando o par de esquadros.

2. Quais ruas são paralelas à rua A?

Rua K

3. Quais ruas são paralelas à rua E?

Rua P

4. Quais ruas são paralelas à rua L?

Rua M, J

2. Quais ruas são paralelas à rua A?

Rua G, rua D e H

3. Quais ruas são paralelas à rua E?

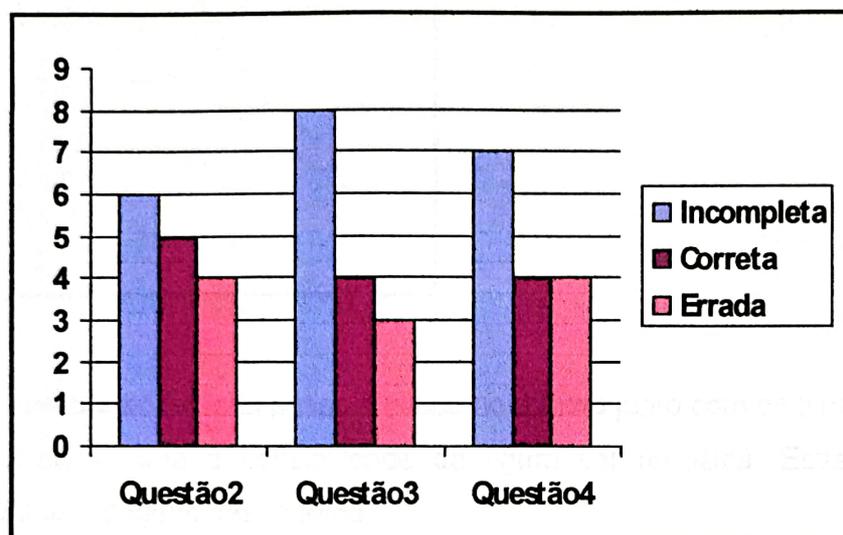
Rua K e Rua P

4. Quais ruas são paralelas à rua L?

Rua M e Rua J

Muitos alunos não sabiam usar o par de esquadros para identificar retas paralelas. Com a intervenção dos professores em formação os alunos

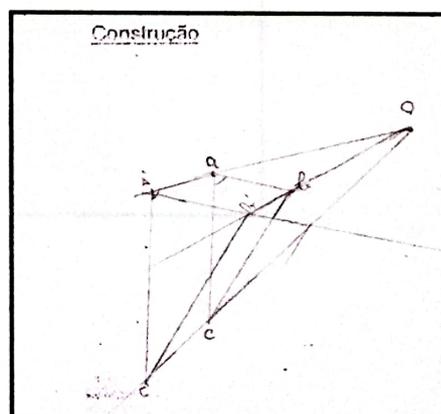
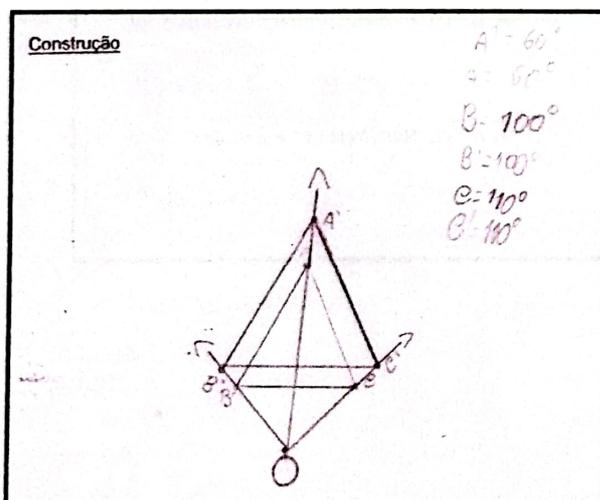
conseguiram usar os instrumentos, porém nenhum deles respondeu corretamente todos os itens da atividade.

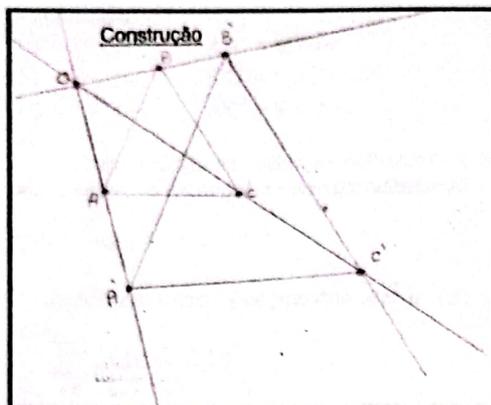


Esta atividade foi corrigida oralmente. Os erros dos alunos eram corrigidos pelos colegas.

O objetivo da Atividade III é levar o aluno a deduzir o conceito de homotetia. Para isso ele deve construir um triângulo ABC, um ponto externo O e através de retas paralelas aos lados do triângulo ABC obter um novo triângulo que será semelhante ao primeiro.

Abaixo segue algumas construções dos alunos.





A construção foi feita passo a passo no quadro junto com os alunos.

Foi comentada a possibilidade da figura ser reduzida. Essa é uma sugestão para abordagens desse tema.

Nesse momento foi introduzido o conceito de homotetia.

7. Use uma régua para medir os lados dos triângulos ABC e A'B'C'. Anote os valores encontrados.

$$\begin{array}{ll} \overline{AB} = 3,2 \text{ cm} & \overline{A'B'} = 3,9 \text{ cm} \\ \overline{BC} = 2,9 \text{ cm} & \overline{B'C'} = 3,8 \text{ cm} \\ \overline{AC} = 3,3 \text{ cm} & \overline{A'C'} = 3,5 \text{ cm} \end{array}$$

Dois triângulos são semelhantes quando os lados correspondentes são proporcionais e os ângulos correspondentes são congruentes.

8. Determine:

a) A razão entre os segmentos $\overline{A'B'}$ e \overline{AB} .

$$\frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{3,9}{3,2} = 1,21$$

b) A razão entre os segmentos $\overline{B'C'}$ e \overline{BC} .

$$\frac{\overline{B'C'}}{\overline{BC}} = \frac{3,8}{2,9} = 1,31$$

c) A razão entre os segmentos $\overline{A'C'}$ e \overline{AC} .

$$\frac{\overline{A'C'}}{\overline{AC}} = \frac{3,5}{3,3} = 1,06$$

7. Use uma régua para medir os lados dos triângulos ABC e A'B'C'. Anote os valores encontrados.

$$\begin{array}{ll} \overline{AB} = 4,5 \text{ cm} & \overline{A'B'} = 6,6 \text{ cm} \\ \overline{BC} = 3,5 \text{ cm} & \overline{B'C'} = 5,6 \text{ cm} \\ \overline{AC} = 4,6 \text{ cm} & \overline{A'C'} = 6,5 \text{ cm} \end{array}$$

Dois triângulos são semelhantes quando os lados correspondentes são proporcionais e os ângulos correspondentes são congruentes.

8. Determine:

a) A razão entre os segmentos $\overline{A'B'}$ e \overline{AB} .

$$\frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{6,6}{4,5} \sim 1,46$$

b) A razão entre os segmentos $\overline{B'C'}$ e \overline{BC} .

$$\frac{\overline{B'C'}}{\overline{BC}} = \frac{5,6}{3,5} \sim 1,6$$

c) A razão entre os segmentos $\overline{A'C'}$ e \overline{AC} .

$$\frac{\overline{A'C'}}{\overline{AC}} = \frac{6,5}{4,6} \sim 1,41$$

Nos itens 7 e 8 da Atividade III, os alunos realizaram as medições usando uma régua.

9. Responda:

a) Qual a relação entre as medidas dos ângulos $\hat{C}\hat{A}\hat{B}$ e $\hat{C}'\hat{A}'\hat{B}'$? Justifique sua resposta.

iguais
 $\hat{C} = \hat{C}'$

b) Qual a relação entre as medidas dos ângulos $\hat{A}\hat{B}\hat{C}$ e $\hat{A}'\hat{B}'\hat{C}'$? Justifique sua resposta.

$\hat{A}\hat{B}\hat{C} = 52^\circ$
 $\hat{A}'\hat{B}'\hat{C}' = 52^\circ$

c) Qual a relação entre as medidas dos ângulos $\hat{B}\hat{C}\hat{A}$ e $\hat{B}'\hat{C}'\hat{A}'$? Justifique sua resposta.

$\hat{B}\hat{C}\hat{A} = 5,5^\circ$
 $\hat{B}'\hat{C}'\hat{A}' = 6,0^\circ$

Podemos notar que os alunos compreenderam a relação entre a medida dos ângulos contudo não souberam justificá-la.

10. Qual a relação entre os triângulos ABC e A'B'C'? Justifique sua resposta.

ão triângulos semelhantes.

10. Qual a relação entre os triângulos ABC e A'B'C'? Justifique sua resposta.

A está na mesma direção e tamanho e os lados são proporcionais.

b) Qual a relação entre as medidas dos ângulos $\hat{A}BC$ e $\hat{A}'B'C'$? Justifique sua resposta.

É a mesma medida.

c) Qual a relação entre as medidas dos ângulos $\hat{B}CA$ e $\hat{B}'C'A'$? Justifique sua resposta.

É a mesma medida.

Os alunos conseguiram visualizar que o triângulo formado é semelhante ao triângulo original. E alguns explicitaram que as medidas dos ângulos são as mesmas, mas o tamanho um pouco maior ou menor, ou seja, chegaram ao conceito de semelhança sozinhos.

Os alunos identificaram que o triângulo construído tem ângulos congruentes aos ângulos correspondentes do triângulo ABC e os lados correspondentes proporcionais. Disseram que os triângulos tem ângulos iguais e

que um deles é um pouco maior do que o outro. Foi dito que triângulos com essas características são chamados de semelhantes.

4) Conclusão

Observamos que os alunos tinham escassos conhecimentos geométricos o que dificultou o andamento das atividades. Mas, apesar das dificuldades eles tinham bastante interesse em aprender o conteúdo, e foram participativos.

O objetivo do trabalho foi alcançado já que os alunos demonstraram ter entendido o conceito de homotetia e paralelismo.

5) Referências

BAIRRAL, Marcelo Almeida. *Semelhança na 7ª série: Algumas dificuldades*. Boletim Gepem. Volume 34. p. 35 – 64. 1998.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais: Ensino Médio. Introdução aos Parâmetros Curriculares Nacionais*. Brasília: MEC/ SEF, 1998.

KALEFF, Ana Maria M. R. *Construindo o conceito de simetria em relação a uma reta: do jardim de infância ao ensino superior*. Boletim Gepem. Rio de Janeiro. Volume 35. p. 42 - 56. 2000.

LDB (9394/96) <<http://www.centrorefeducacional.com.br/ensifun.htm>> Acesso em 10 fevereiro 2009.

< <http://maps.google.com.br/maps?hl=pt-BR&tab=wl>> Acesso em 28 abril 2009.

<<http://www.educ.fc.ul.pt/icm/icm99/icm12/1homot.htm>> Acesso em 24 abril 2009.

<<http://tabulae.net/Homotetia>> Acesso em 24 abril 2009.

<http://www.dmm.im.ufrj.br/projeto/projetoc/precalculo/sala/dicionario/dic_h1.html> Acesso em 24 abril 2009.

<www.uberlandia.mg.gov.br/midia/documentos/educacao/ampliacao_por_homotetia_8.pdf> Acesso em 24 abril 2009.

6) Data e assinaturas dos autores

Campos dos Goytacazes, ____ de _____ de 2010.

Bruna Viana Villeca

Miris Rangel Pereira Rodrigues

Priscila Gomes Olegário

Quezia Silva de Souza

Atividade 1

1. Dado um plano cartesiano xOy , duas retas são paralelas se e só se estão em um mesmo plano e não possuem nenhum ponto em comum, ou seja, nunca se intersectam.

2. Marque um ponto P sobre a reta r .

3. Construa uma reta perpendicular a r passando pelo ponto P . Tal reta intersecta a reta r no ponto Q .

4. Marque um ponto R que não esteja em r .

APÊNDICE: Atividades aplicadas

5. Marque um ponto C sobre a reta r .

6. Construa uma reta perpendicular a r passando pelo ponto C . Tal reta intersecta a reta r no ponto D .

7. Dadas as retas r e s e os pontos P e Q , calcule a distância entre P e Q .

8. Qual a posição entre as retas determinadas no enunciado anterior?

9. Qual a condição para a distância entre as retas paralelas?

Diretoria de Ensino Superior
Licenciatura em Matemática
Laboratório de Ensino e Aprendizagem de Matemática II
Geometria
Grupo: A1

Data: ___ / ___ / 09

Atividade I

1. Observe as retas paralelas r e s a seguir. Duas retas são paralelas se estão em um mesmo plano e não possuem nenhum ponto em comum, ou seja, nunca se intersectam.
2. Marque um ponto P sobre a reta r .
3. Construa uma reta perpendicular a r passando pelo ponto P . Tal reta intersecta a reta s no ponto Q .
4. Marque um ponto M sobre a reta r .
5. Construa uma reta perpendicular a r passando pelo ponto M . Tal reta intersecta a reta s no ponto N .
6. Marque um ponto O sobre a reta r .
7. Construa uma reta perpendicular a r passando pelo ponto O . Tal reta intersecta a reta s no ponto C .

r

s

8. Use uma régua para determinar a medida dos segmentos \overline{PQ} , \overline{MN} e \overline{OC} .

$\overline{PQ} =$ _____ $\overline{MN} =$ _____ $\overline{OC} =$ _____

9. Qual a relação entre as medidas determinadas no item anterior?

10. Qual é a conclusão sobre a distância entre as retas paralelas?

Atividade II

1. Observe parte do mapa da cidade de Campos dos Goytacazes:



2. Quais ruas são paralelas à rua A?

3. Quais ruas são paralelas à rua E?

4. Quais ruas são paralelas à rua L?



INSTITUTO FEDERAL DE
EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA
FLUMINENSE
Campus Campos-Centro

Secretaria de Educação Profissional e Tecnológica
Ministério da Educação



Diretoria de Ensino Superior

Licenciatura em Matemática

Laboratório de Ensino e Aprendizagem de Matemática II

Grupo: A1

Geometria

Data: ___ / ___ / 09

Atividade III

1. Construa um triângulo ABC e um ponto O externo a esse triângulo.
2. Construa as semirretas \overrightarrow{OA} , \overrightarrow{OB} e \overrightarrow{OC} .
3. Marque um ponto A' sobre a semirreta \overrightarrow{OA} , de modo que ele não pertença ao segmento \overline{OA} .
4. Trace uma reta paralela ao segmento \overline{AB} passando por A', essa paralela intersecta a semirreta \overrightarrow{OB} no ponto B'.
5. Trace uma reta paralela ao segmento \overline{BC} passando pelo ponto B', essa paralela intersecta a semirreta \overrightarrow{OC} no ponto C'.
6. Trace uma reta paralela ao segmento \overline{AC} passando pelo ponto A'.

Construção

Homotetia significa ampliação ou redução de um ente geométrico (segmento, figura plana...). A homotetia é definida por um ponto (centro de homotetia) e a razão de homotetia.

7. Use uma régua para medir os lados dos triângulos ABC e A'B'C'. Anote os valores encontrados.

$$\overline{AB} = \quad \quad \quad \overline{A'B'} =$$

$$\overline{BC} = \quad \quad \quad \overline{B'C'} =$$

$$\overline{AC} = \quad \quad \quad \overline{A'C'} =$$

Dois triângulos são semelhantes quando os lados correspondentes são proporcionais e os ângulos correspondentes são congruentes.

8. Determine:

a) A razão entre os segmentos $\overline{A'B'}$ e \overline{AB} .

$$\frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} =$$

b) A razão entre os segmentos $\overline{B'C'}$ e \overline{BC} .

$$\frac{\overline{B'C'}}{\overline{BC}} =$$

c) A razão entre os segmentos $\overline{A'C'}$ e \overline{AC} .

$$\frac{\overline{A'C'}}{\overline{AC}} =$$

9. Responda:

a) Qual a relação entre as medidas dos ângulos \widehat{CAB} e $\widehat{C'A'B'}$? Justifique sua resposta.

b) Qual a relação entre as medidas dos ângulos \widehat{ABC} e $\widehat{A'B'C'}$? Justifique sua resposta.

c) Qual a relação entre as medidas dos ângulos \widehat{BCA} e $\widehat{B'C'A'}$? Justifique sua resposta.

10. Qual a relação entre os triângulos ABC e A'B'C'? Justifique sua resposta.
