

INSTITUTO FEDERAL DE  
EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA  
FLUMINENSE  
Campus Campos-Centro

# RELATÓRIO LEAMAT

CASOS DE CONGRUÊNCIA DE TRIÂNGULOS

ENSINO E APRENDIZAGEM DE GEOMETRIA

APARECIDA BARBOSA ABUD  
NEIVA DE LURDES DOS SANTOS PEREIRA

CAMPOS DOS GOYTACAZES / RJ  
2010.2

APARECIDA BARBOSA ABUD  
NEIVA DE LURDES DOS SANTOS PEREIRA

## **RELATÓRIO LEAMAT**

CASOS DE CONGRUÊNCIA DE TRIÂNGULOS

ENSINO E APRENDIZAGEM DE GEOMETRIA

Trabalho apresentado ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia, Campus Campos-Centro, como requisito parcial para conclusão da disciplina Laboratório de Ensino e Aprendizagem em Matemática III do Curso de Licenciatura em Matemática.

Orientador: Prof<sup>ª</sup>. Esp. Mylane dos Santos Barreto

CAMPOS DOS GOYTACAZES / RJ  
2010.2

## **1) Introdução**

Segundo Pavanello (2003), a respeito do ensino da Geometria, habitualmente as escolas deixam de abordá-la nas séries iniciais por diferentes motivos. Um desses motivos diz respeito à valorização de outros campos da Matemática, o que acarreta prejuízos à formação dos indivíduos.

A Geometria está presente em diferentes campos da vida humana, seja nas construções, nos elementos da natureza ou nos objetos que utilizamos. Por este motivo, os Parâmetros Curriculares Nacionais e pesquisadores da área da Educação Matemática de modo geral, recomendam que a escola proporcione às crianças o acesso a esse conhecimento, visando à compreensão e à interação das mesmas com o mundo em que vivem (BRASIL, 2008).

Segundo Ponte, Brocardo e Oliveira (2003), as investigações como tarefas matemáticas exigem total participação dos alunos, condição fundamental para obter aprendizagem em qualquer disciplina. Com tarefas de investigação o aluno aprende, pois usa seus conhecimentos para alcançar seu objetivo. O professor tem de utilizar dos diferentes tipos de tarefas, para conseguir um currículo interessante e equilibrado que venha proporcionar o desenvolvimento matemático dos alunos. Nas atividades de investigação o aluno é chamado a agir como um matemático, não só na formulação de questões e conjecturas mas também na apresentação de resultados e na discussão e argumentação com os colegas e professor.

## **2) Objetivos**

O objetivo desse trabalho é levar o aluno a observar a existência de condições mínimas que garantam a congruência de dois triângulos.

## **3) Atividades desenvolvidas**

### **3.1) Elaboração da sequência didática**

Para o desenvolvimento da sequência didática foram feitas várias pesquisas, de diferentes níveis. Realizaram-se pesquisas em livros, sites e trabalhos monográficos, para desenvolvimento do embasamento teórico que justifica a elaboração da sequência didática.



Na sequência didática as atividades solicitam que os alunos façam construções de triângulos com características específicas. É perguntado se é possível construir outro triângulo com as mesmas características. Assim, por experimentação, os alunos vão perceber quais são as condições mínimas para garantir a congruência de dois triângulos.

### **3.2) Relato da aplicação da atividade na turma do LEAMAT II**

A sequência didática (Apêndice A) foi elaborada e aplicada para o grupo de alunos que compõe a turma do LEAMAT II, no primeiro semestre de 2010, com o intuito de detectar falhas, verificar o tempo necessário para a aplicação e a necessidade de alteração para otimização do aprendizado dos alunos ao realizar as tarefas da sequência didática.

Nesta aplicação, foi sugerido, na primeira questão, que a frase “Quantos triângulos diferentes você consegue construir com estes três elementos?” fosse substituída por “É possível construir um triângulo diferente do que você construiu com estas mesmas características?”. Tal sugestão foi acatada. Percebeu-se que as medidas indicadas em alguns itens da sequência didática geravam sempre um triângulo retângulo, assim tais medidas foram modificadas.

Os itens f e g sofreram modificações no seu enunciado para facilitar a compreensão do que é solicitado.

Ao final da resolução da Ficha de Atividade 1 o aluno deve comparar os triângulos que desenhou com os colegas e indicar sua conclusão sobre a congruência desses triângulos. Para finalizar esta ficha foi sugerido acrescentar a pergunta: “Nos casos onde os triângulos construídos foram congruentes, quais foram as características utilizadas?”, com intuito de identificar os casos de congruência de triângulos.

Foi sugerida e acatada alteração no enunciado da segunda questão da Ficha de Atividade 2 como consta nos Apêndices.

Percebeu-se que o tempo de 2 horas era suficiente para resolução das atividades da sequência didática.

### 3.3) Relato da aplicação na turma de ensino regular

A sequência didática foi aplicada em uma turma do 9º. ano (Figura 1), de uma escola pública de Campos dos Goytacazes, na qual estavam presentes 13 alunos. A professora titular da turma apresentou as professoras em formação e solicitou a colaboração e participação dos alunos no decorrer das atividades.



Figura 1: Turma do 9º. ano

Antes de iniciar a resolução das atividades sequência didática, foi entregue a cada estudante um par de esquadro, um compasso, um transferidor e uma apostila contendo as Fichas de Atividade (Apêndice B). Em seguida, as professoras em formação fizeram a leitura do enunciado do item a da Ficha de Atividade 1. As professoras em formação auxiliaram os estudantes na realização do item a desta Ficha de Atividade (Figura 2).



Figura 2: Aluno realizando o item a da Ficha de Atividade 1



De modo geral os alunos apresentaram dificuldades para realizar as construções que eram solicitadas nos itens da Ficha de Atividade 1. Eles não sabiam como iniciar cada construção, pois em alguns casos deveriam iniciar construindo um segmento de reta e em outros com a construção de um ângulo. No decorrer das construções observou-se a falta de habilidade em manusear os instrumentos geométricos, o que acarretou ainda mais dificuldade para conclusão das construções.

A seguir está a descrição de cada item da Ficha de Atividade 1 e a análise das construções feitas pelos alunos.

- a) **Construa um triângulo, com dois lados medindo 4cm e 6cm e o ângulo formado por esses dois lados medindo  $45^\circ$ .**

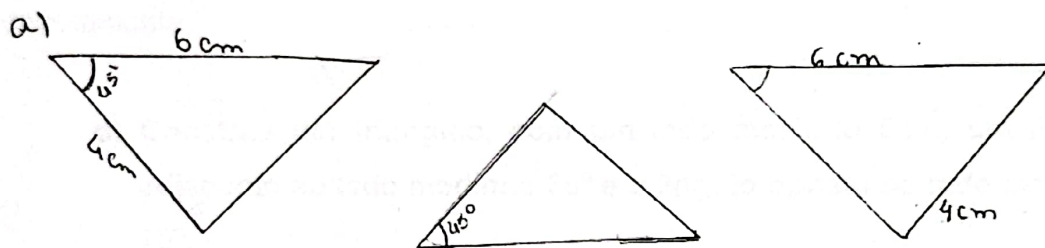


Figura 3: Respostas do item a da Ficha de Atividades 1

Com a análise das construções feitas por três alunos, observa-se que a primeira e a última não possuem a precisão desejada, ou seja, as medidas não estão corretas ao contrário da segunda construção que apresenta todos os elementos pedidos com precisão.

- b) **Construa um triângulo, com lados medindo 3cm, 6cm e 8cm.**

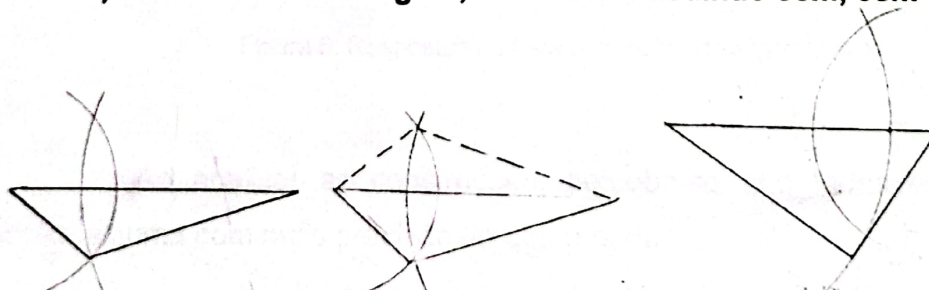


Figura 4: Respostas do item b da Ficha de Atividades 1

Neste item, as duas primeiras construções estão corretas e a última está incorreta visto que o aluno partiu da construção do lado de medida 8cm e

não traçou os outros dois lados do triângulo tendo como extremidade a intersecção dos dois arcos construídos com raios 3cm e 6 cm.

- c) **Construa um triângulo, com dois ângulos medindo  $20^\circ$  e  $60^\circ$  e o lado compreendido entre eles medindo 4cm.**

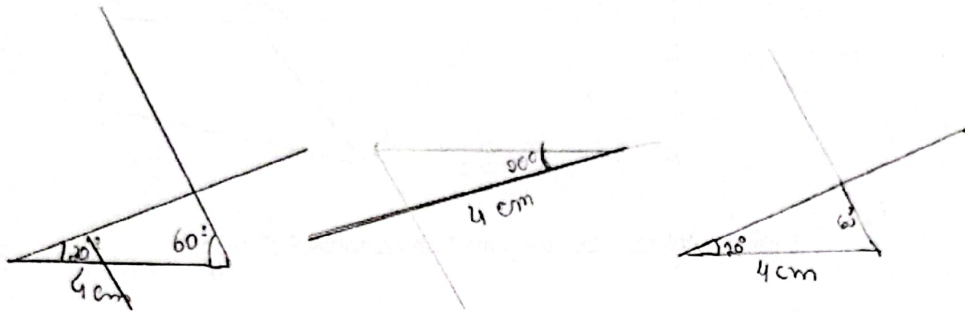


Figura 5: Respostas do item c da Ficha de Atividades 1

Observando as construções pode-se dizer que todas foram construídas corretamente.

- d) **Construa um triângulo, com um lado medindo 5cm, um ângulo adjacente ao lado medindo  $30^\circ$  e o ângulo oposto ao lado medindo  $70^\circ$ .**

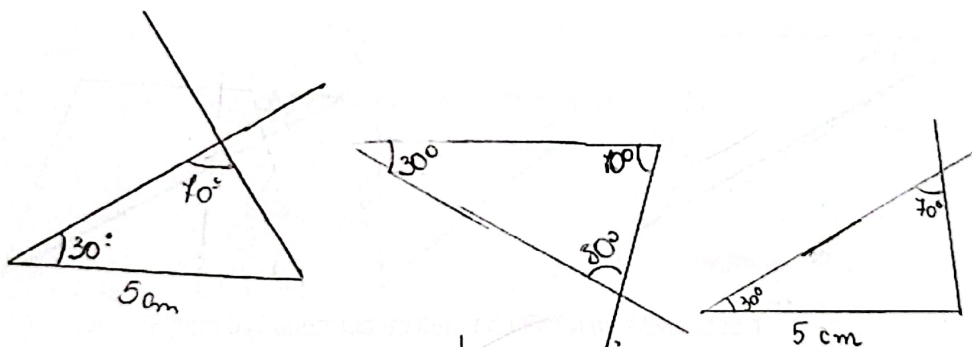


Figura 6: Respostas do item d da Ficha de Atividades 1

Ao analisar as construções, percebe-se que todas estão corretas, porém alguma com mais precisão do que a outra.

- e) **Construa um triângulo retângulo, com um cateto medindo 3cm e a hipotenusa medindo 5cm.**

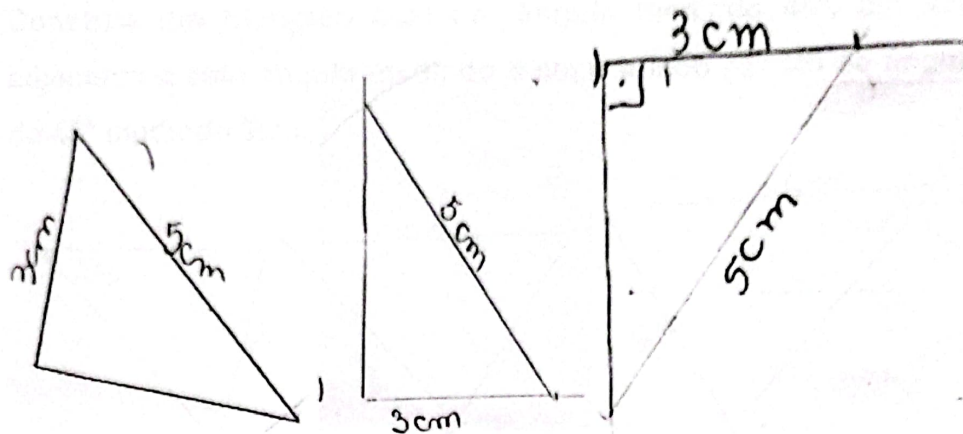


Figura 7: Respostas do item e da Ficha de Atividades 1

Analisando as construções, pode-se perceber que a primeira não está construída corretamente, pois, o aluno não usou o compasso de maneira correta. Os outros dois triângulos foram construídos com precisão.

- f) **Construa um triângulo com um lado medindo 5cm, um ângulo adjacente a esse lado medindo  $30^\circ$  e o lado oposto ao ângulo de  $30^\circ$  medindo 4cm.**

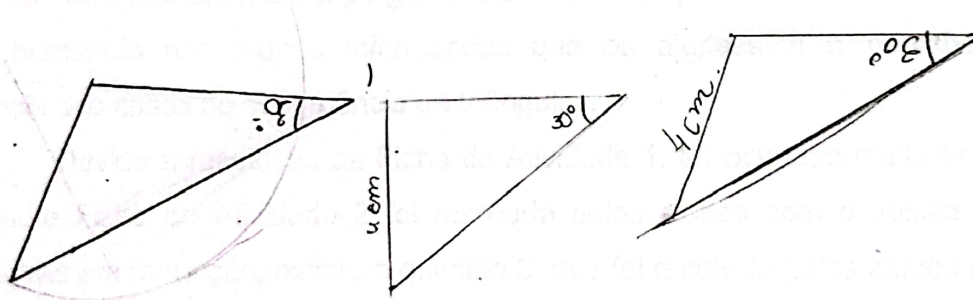


Figura 8: Respostas do item f da Ficha de Atividades 1

Neste caso, somente a primeira construção foi feita corretamente, pois esse aluno fez uso do compasso para traçar os lados do triângulo, as demais construções foram feitas por meio de tentativa, o que ocasionou imprecisão.



- g) Construa um triângulo com um ângulo medindo  $45^\circ$ , um lado adjacente a este ângulo medindo 6 cm e o lado oposto ao ângulo de  $45^\circ$  medindo 5 cm.

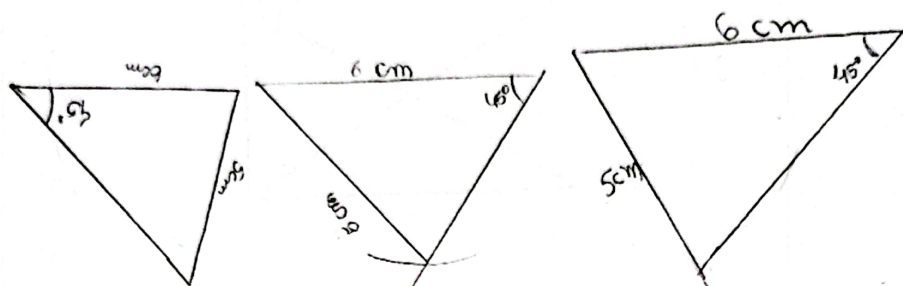


Figura 9: Respostas do item g da Ficha de Atividades 1

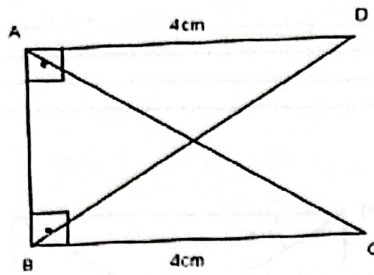
Ao observar estas construções, percebe-se que os três alunos utilizaram os instrumentos geométricos. Porém só as duas primeiras construções estão corretas.

Em meio às dificuldades apresentadas pelos alunos nas construções dos triângulos, estes também tiveram dificuldade em associar os elementos usados nas construções com os casos de congruência de triângulos. No momento em que as professoras em formação perguntavam as características observadas por eles em cada item, da Ficha de Atividade 1, poucos deles respondiam, a maioria parecia não entender a pergunta. No entanto as professoras em formação foram buscando dos alunos informações que os ajudassem a perceber a existência dos casos de congruência de triângulos.

Devido a resolução da Ficha de Atividade 1, ter ocupado muito tempo da aula, a Ficha de Atividade 2 foi resolvida pelos alunos com o auxílio das professoras em formação, exceto a questão 3, que foi resolvida pelos alunos sem intermédio das professoras.

A seguir são apresentadas as questões da Ficha de Atividades 2 e analisadas as respostas dos alunos.

1) Na figura o segmento  $\overline{AB}$  é perpendicular aos segmentos paralelos  $\overline{AD}$  e  $\overline{BC}$ . Os segmentos  $\overline{AD}$  e  $\overline{BC}$  medem 4 cm.



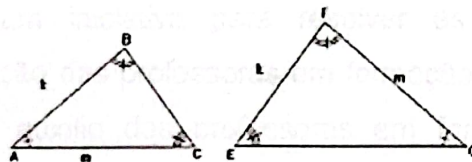
Nestas condições o triângulo ABC é congruente ao triângulo BAD pelo caso:

- a) lado, lado, lado
- b) lado, ângulo, lado
- c) ângulo, lado, ângulo
- d) lado, ângulo, ângulo oposto

Figura 10: Respostas do item 1 da Ficha de Atividades 2

De maneira geral, a turma não apresentou dificuldade na resolução da questão 1 da Ficha de Atividade 2.

2) Observe os triângulos, sabendo que ângulos com marcas iguais têm mesma medida.



- a) Quais são os pares de elementos congruentes?  $\overline{AB} = \overline{EF}$ ;  $\overline{BC} = \overline{FG}$ ;  $\hat{A} = \hat{E}$ ;  $\hat{B} = \hat{F}$ ;  $\hat{C} = \hat{G}$
- b) Esses triângulos são congruentes? Justifique? Sim, porque têm medida de lados

Figura 11: Respostas do item 2 da Ficha de Atividades 2

Nessa atividade, alguns alunos apresentaram dificuldades ao analisar os pares de elementos congruentes, alguns não conseguiram identificar a congruência entre os ângulos.

3) Sabendo que  $\overline{AD}$  é paralelo a  $\overline{BC}$  e  $\overline{AB}$  é paralelo a  $\overline{DC}$ . O triângulo  $ABD$  e  $CDB$  são congruentes? justifique sua resposta.

Sim, Por que são congruentes por serem retângulos.

---



---



---

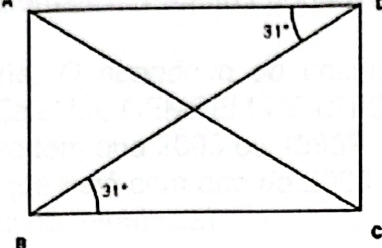


Figura 12: Respostas do item 3 da Ficha de Atividades 2

Os alunos responderam corretamente esta questão afirmando que os triângulos são congruentes porém não conseguiram justificar a resposta apresentando o caso de congruência em questão.

#### 4) Conclusão

Durante a aplicação da sequência didática pode-se perceber que os alunos não mostravam iniciativa para resolver as questões propostas e esperavam a intervenção das professoras em formação. Em várias situações os alunos solicitavam o auxílio das professoras em formação para realizar as construções pedidas nas atividades.

O fato de os alunos não possuírem habilidade com os instrumentos geométricos, contribuiu para que a aula não tivesse o rendimento esperado pelas professoras em formação.

Apesar dos fatos descritos anteriormente, pode-se afirmar que a atividade cumpriu seu objetivo de fazer o aluno pensar sobre os elementos básicos para congruência de triângulos (casos de congruência de triângulos) e suas particularidades, ao solicitar justificativas para as respostas apresentadas e incentivar o processo de investigação.

A realização de atividades com perfil desta permite aos alunos o desenvolvimento de sua capacidade argumentativa, além de sua autonomia acadêmica.



## 5) Referências

BRASIL. *Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática*. Brasília: MEC/SEF, 2008.

NASSER, Lílian e TINOCO, Lúcia. *Argumentação e Provas no Ensino de Matemática*. Instituto de Matemática: Projeto Fundação. UFRJ, 2001.

PAVANELLO, Regina Maria. *O abandono do ensino da Geometria no Brasil: causas e conseqüências*. Zetetiké, CEMPEM-FE/UNICAMP, Campinas, ano 1, n. 1, p. 7-17, 1993. (essa fonte tem ano 2003 ou 1993? Na primeira página aparece uma citação de Pavanello que está com ano de 2003. Ver qual é o ano correto e consertar na citação ou aqui na referência)

PONTE, João Pedro da; BROCARD, Joana; OLIVEIRA, Hélia. *Investigações matemáticas na sala de aula*. Belo Horizonte: Autêntica, 2003.

VASCONCELOS, Mônica. *A diferenciação entre figuras geométricas não planas e planas: o conhecimento dos alunos das séries iniciais do ensino fundamental e o ponto de vista dos professores*. Disponível em:  
<<http://www.fae.unicamp.br/zetetike>> Acesso em: 07 dez. 2009.

# APÊNDICE

# APÊNDICE A: ATIVIDADES APLICADAS NA TURMA DO LEAMAT II



**Diretoria de Ensino Superior**

Licenciatura em Matemática

Laboratório de Ensino e Aprendizagem de Matemática II

Geometria

Grupo:

Data: \_\_\_/\_\_\_/2010

**FICHA DE ATIVIDADE 1**

- a) Construa um triângulo, com dois lados medindo 4cm e 6cm e o ângulo formado por esses dois lados medindo  $45^\circ$ .

Quantos triângulos diferentes você consegue construir com estes três elementos?

- b) Construa um triângulo, com lados medindo 3cm, 4cm e 5cm.

Quantos triângulos diferentes você consegue construir com estes três elementos?

- c) Construa um triângulo, com dois ângulos medindo  $30^\circ$  e  $60^\circ$  e o lado compreendido entre eles medindo 4cm.

Quantos triângulos diferentes você consegue construir com estes elementos?

- d) Construa um triângulo, com um lado medindo 5cm, um ângulo adjacente ao lado medindo  $30^\circ$  e o ângulo oposto ao lado medindo  $60^\circ$ .

Quantos triângulos diferentes você consegue construir com estes três elementos?

- e) Construa um triângulo retângulo, com um cateto medindo 3cm e a hipotenusa medindo 5cm.

Quantos triângulos diferentes você consegue construir com estes três elementos?

- f) Construa um triângulo com dois lados medindo 4cm e 5cm e um ângulo adjacente a apenas um destes lados medindo  $30^\circ$ .

Quantos triângulos diferentes você consegue construir com estes elementos?

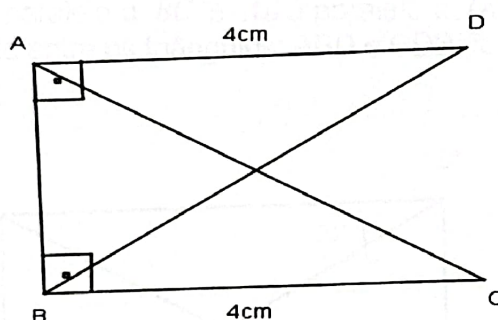
- g) Construa um triângulo com um ângulo medindo  $60^\circ$ , um lado adjacente a este ângulo medindo 3cm e o lado consecutivo ao anterior medindo 4cm.

Quantos triângulos diferentes você consegue construir com estes elementos?

Recorte os triângulos construídos e compare os triângulos obtidos em cada item com seus colegas. Qual sua conclusão? Todos são congruentes?

## FICHA DE ATIVIDADE 2

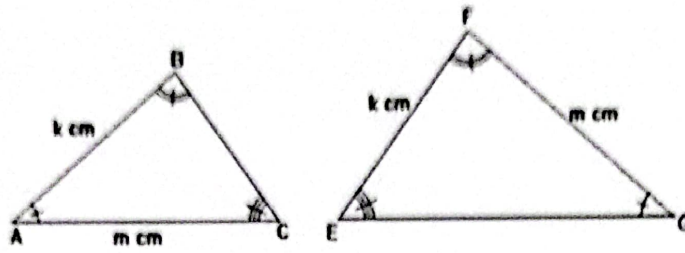
- 1) Na figura o segmento  $\overline{AB}$  é perpendicular aos segmentos paralelos  $\overline{AD}$  e  $\overline{BC}$ . Os segmentos  $\overline{AD}$  e  $\overline{BC}$  medem ambos 4 cm.



Nestas condições o triângulo ABC é congruente ao triângulo BAD pelo caso:

- a) lado, lado, lado
- b) lado, ângulo, lado
- c) ângulo, lado, ângulo
- d) lado, ângulo, ângulo oposto

- 2) Verifique se os triângulos são congruentes, sabendo que ângulos com marcas iguais tem mesma medida.



a) Quais são os pares de elementos congruentes?

---



---

b) Esses triângulos são congruentes? Justifique?

---

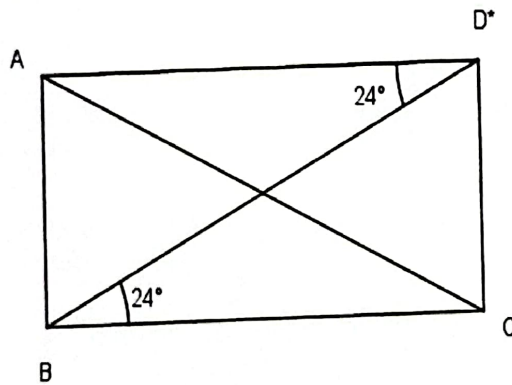


---

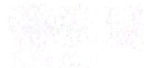


---

3) Sabendo que  $\overline{AD}$  é paralelo a  $\overline{BC}$  e  $\overline{AB}$  é paralelo a  $\overline{DC}$ , identifique o caso de congruência existente entre os triângulos: ABD e CDB, justifique sua resposta.







SECRETARIA DE EDUCAÇÃO DO ESTADO DE SÃO PAULO  
SECRETARIA DE POLÍTICA DE EDUCAÇÃO  
SECRETARIA DE APOIO ADMINISTRATIVO  
SECRETARIA DE APOIO TÉCNICO

Departamento de Avaliação - DAV  
Departamento de Planejamento e Desenvolvimento de Materiais - DPM

Secretaria de Apoio Técnico

Departamento de Avaliação

Departamento de Planejamento e Desenvolvimento de Materiais

Assessoria

Atividade \_\_\_\_\_ Data: \_\_\_\_\_/\_\_\_\_\_/2010

FICHA DE ATIVIDADES

# APÊNDICE B: ATIVIDADES APLICADAS NA TURMA DE ENSINO REGULAR

1) É possível construir um triângulo diferente do que você construiu com as mesmas características?

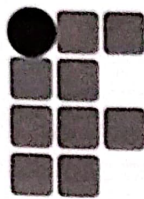
a) Construa um triângulo, com dois ângulos medidos  $10^\circ$  e  $60^\circ$  e o lado compreendido entre eles medido  $4\text{cm}$ .

É possível construir um triângulo diferente do que você construiu com as mesmas características?

b) Construa um triângulo, com um lado medido  $5\text{cm}$ , um ângulo agudo medido  $40^\circ$  e o ângulo obtuso do lado medido  $70^\circ$ .

É possível construir um triângulo diferente do que você construiu com as mesmas características?

c) Construa um triângulo equilátero, com um lado medido  $5\text{cm}$ .



INSTITUTO FEDERAL DE  
EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA  
FLUMINENSE  
Campus Campos-Centro

Secretaria de Educação  
Profissional e Tecnológica

Ministério  
da Educação

## Diretoria de Ensino Superior

Licenciatura em Matemática

Laboratório de Ensino e Aprendizagem de Matemática III

Geometria

Aluno: \_\_\_\_\_ Data: \_\_\_/\_\_\_/2010

### FICHA DE ATIVIDADE 1

a) Construa um triângulo, com dois lados medindo 4cm e 6cm e o ângulo formado por esses dois lados medindo  $45^\circ$ .

É possível construir um triângulo diferente do que você construiu com estas mesmas características?

b) Construa um triângulo, com lados medindo 3cm, 6cm e 8cm.

É possível construir um triângulo diferente do que você construiu com estas mesmas características?

c) Construa um triângulo, com dois ângulos medindo  $20^\circ$  e  $60^\circ$  e o lado compreendido entre eles medindo 4cm.

É possível construir um triângulo diferente do que você construiu com estas mesmas características?

d) Construa um triângulo, com um lado medindo 5cm, um ângulo adjacente ao lado medindo  $30^\circ$  e o ângulo oposto ao lado medindo  $70^\circ$ .

É possível construir um triângulo diferente do que você construiu com estas mesmas características?

e) Construa um triângulo retângulo, com um cateto medindo 3cm e a hipotenusa medindo 5cm.

É possível construir um triângulo diferente do que você construiu com estas mesmas características?

- f) Construa um triângulo com um lado medindo 5cm, um ângulo adjacente a esse lado medindo  $30^\circ$  e o lado oposto ao ângulo de  $30^\circ$  medindo 4cm.

É possível construir um triângulo diferente do que você construiu com estas mesmas características?

- g) Construa um triângulo com um ângulo medindo  $45^\circ$ , um lado adjacente a este ângulo medindo 6cm e o lado oposto ao ângulo de  $45^\circ$  medindo 5cm.

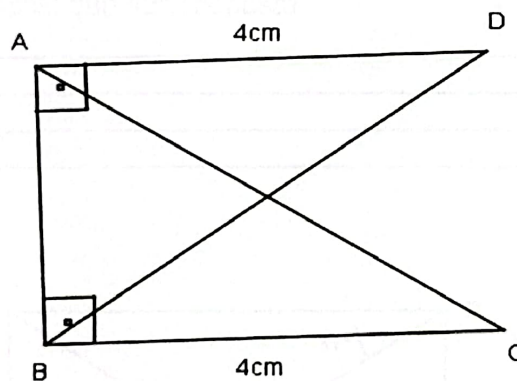
É possível construir um triângulo diferente do que você construiu com estas mesmas características?

Compare os triângulos obtidos com seus colegas. Qual sua conclusão? Os triângulos obtidos em cada item são congruentes?

Nos casos onde os triângulos construídos foram congruentes, quais foram as características utilizadas?

## FICHA DE ATIVIDADE 2

- 1) Na figura o segmento  $\overline{AB}$  é perpendicular aos segmentos paralelos  $\overline{AD}$  e  $\overline{BC}$ . Os segmentos  $\overline{AD}$  e  $\overline{BC}$  medem 4 cm.

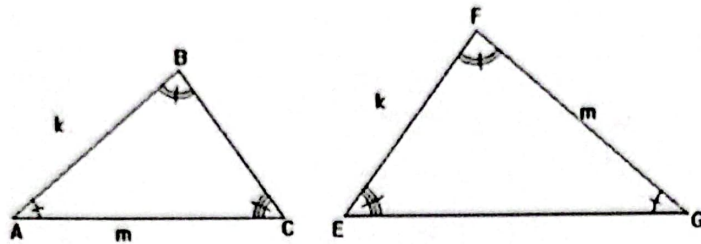


Nestas condições o triângulo ABC é congruente ao triângulo BAD pelo caso:

- a) lado, lado, lado
- b) lado, ângulo, lado
- c) ângulo, lado, ângulo
- d) lado, ângulo, ângulo oposto



2) Observe os triângulos, sabendo que ângulos com marcas iguais têm mesma medida.



Quais são os pares de elementos congruentes? \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_.

Esses triângulos são congruentes? Justifique? \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_.

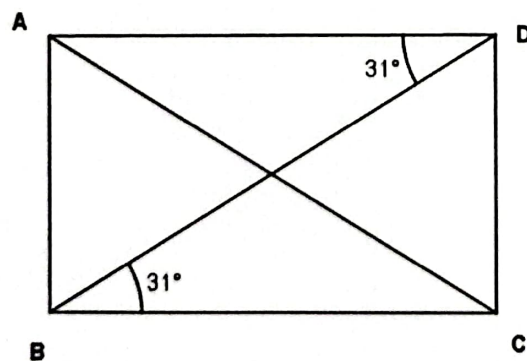
3) Sabendo que  $\overline{AD}$  é paralelo a  $\overline{BC}$  e  $\overline{AB}$  é paralelo a  $\overline{DC}$ . O triângulo ABD e CDB são congruentes? Justifique sua resposta.

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_.



Campos dos Goytacazes, 30 de março de 2011.

Ciparecida Barbosa Cibudo  
Marcel Santos Junior