

RELATÓRIO LEAMAT III

RELATÓRIO LEAMAT III

Calculando o volume de prismas retos

Ensino e Aprendizagem de Geometria

Bianca Guimarães dos Santos
Marcella Ribeiro do Nascimento
Vanderlane Andrade Florindo

Bianca Guimarães dos Santos
Marcella Ribeiro do Nascimento
Vanderlane Andrade Florindo

RELATÓRIO LEAMAT III

Calculando o volume de prismas retos

Ensino e Aprendizagem de Geometria

Trabalho apresentado ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia, campus Campos-Centro, como requisito parcial para conclusão da disciplina Laboratório de Ensino e Aprendizagem em Matemática III do Curso de Licenciatura em Matemática.

Orientadora: Prof^ª Esp. Mylane dos Santos Barreto.

Sumário

1) Introdução.....	3
2) Objetivos	4
3) Atividades desenvolvidas.....	4
3.1) Elaboração das atividades.....	4
3.2) Aplicação da atividade na turma do LEAMAT II.....	5
3.3) Aplicação na turma de 9º Ano.....	5
4) Conclusão.....	9
5) Referências	9
6) Apêndice	11
6.1) Apêndice A: Atividades aplicadas na turma do LEAMAT II.....	12
6.2) Apêndice B: Atividades aplicadas na turma do 9º ano	16

1) Introdução

Inicialmente, neste trabalho, seria desenvolvida uma sequência didática para dedução do volume dos poliedros platônicos através de experiências com água. Seriam utilizados sólidos feitos de massa de modelar, biscoito ou acetado que seriam mergulhados em um recipiente com água. De acordo com a mudança na altura da água presente no recipiente, o volume de água seria comparado com o volume do sólido mergulhado. Porém, no momento da realização dos testes, as professoras em formação perceberam que as aproximações resultantes das medições das arestas dos sólidos com régua determinavam valores para o volume muito discrepantes. Além disso, alguns materiais utilizados na confecção dos sólidos permitiam a entrada de água no seu interior ou que o sólido não afunda-se na água. Assim, decidiu-se que o foco do trabalho seria na dedução da fórmula para o cálculo do volume de prismas retos com o auxílio de materiais concretos.

A necessidade da busca de novos métodos para o ensino de Geometria surge da importância de levar o aluno a compreender os caminhos que levam a conclusão de fórmulas e não simplesmente a sua memorização.

Quanto ao trabalho com comprimentos, áreas e volumes, considera-se que o aluno consiga perceber os processos que levam ao estabelecimento das fórmulas, evitando-se a sua simples apresentação (BRASIL, 2006, p.76).

Vivenciando experimentações em sala de aula, o aluno observa e participa do processo aprendendo significativamente por descoberta. Segundo Tavares (1998, p. 19):

Cabe lembrar que a criação de signos e a construção da linguagem são processos mentais internos, de natureza intuitiva, os quais, estando associados à experiência física que constitui a experimentação, e tendo como elementos de base a atividade perceptiva (a percepção) e a representação mental, ou imagem que produzem as representações externas, resultando na criação de símbolos.

Também é importante registrar que, de acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1998, p 51), "O trabalho com noções geométricas contribui para a aprendizagem de números e medidas, pois estimula

o aluno a observar, perceber semelhanças e diferenças, identificar regularidades etc.”.

2) Objetivos

Induzir o aluno a perceber, por meio de experiências com materiais concretos, a relação entre as medidas das arestas de um prisma reto e o seu volume, deduzindo uma fórmula para o cálculo do volume de um prisma reto qualquer.

3) Atividades desenvolvidas

3.1) Elaboração das atividades

Inicialmente a sequência didática foi pensada de modo que os alunos realizassem experiências com água e materiais concretos, para o cálculo do volume de poliedros platônicos. Foram testados vários materiais para a construção dos poliedros de modo que quando imersos em uma vasilha com água não ficassem disformes e que não permitissem a entrada de água. Os materiais utilizados foram massa de modelar, massa de biscuit e acetato.

Os poliedros construídos com acetato permitiam a entrada de água, dificultando o cálculo correto do seu volume através da porção de água que foi acrescida na vasilha com a imersão do poliedro. Os poliedros construídos com massa de modelar e massa de biscuit exigiam perfeição manual para modelagem correta das arestas do poliedro, além disso, o uso de massa de modelar permitia que os poliedros boiassem ao invés de afundarem na água.

Pelos motivos apresentados anteriormente, a sequência didática foi repensada de modo a trabalhar com materiais concretos, tais como prismas construídos com acetato e cubos construídos com cartolina, para a dedução da fórmula que determina o volume de um prisma reto.

Assim, elaborou-se uma apostila para auxiliar os alunos no acompanhamento do conteúdo a ser explicado e, para a realização da experiência, foi feito um prisma triangular de acetato que seria preenchido com

cubos e pequenos prismas triangulares feitos de papel cartão. Os prismas triangulares são obtidos quando um plano ortogonal a uma face do cubo é traçado pela diagonal da face.

A apostila elaborada apresentava primeiramente a definição de prisma reto e suas características. Na sequência, abordava a nomenclatura dos prismas e, em seguida o conceito de volume. Após isto, era solicitado que os alunos indicassem como é feito o cálculo do volume de um paralelepípedo. Tal indicação funcionaria como ponto de partida da sequência didática.

Nesse momento apresentar-se-ia aos alunos o material concreto mencionado anteriormente, com o objetivo de determinar relações entre as medidas das arestas dos prismas e a determinação do seu volume.

A apostila se encerrava trazendo fórmulas para o cálculo das áreas de pentágonos, hexágonos e heptágonos e exercícios que foram pensados com o objetivo de verificar o processo de ensino e aprendizagem.

3.2) Aplicação da atividade na turma do LEAMAT II

A primeira versão da sequência didática foi aplicada para a turma do LEAMAT II com o objetivo de verificar a necessidade de possíveis correções e se o tempo planejado estava adequado para a evolução da aula de modo a proporcionar uma aprendizagem significativa.

Inicialmente uma das professoras em formação apresentou para a turma a definição de prisma reto. Foi sugerido que a definição de prisma esteja explicada mais detalhadamente na apostila e que fosse mencionada a definição de prisma oblíquo.

Em seguida, as professoras em formação explicaram que a nomenclatura dos prismas é baseada no polígono que representa sua base.

Foi sugerido que fosse retirado da apostila o resumo com a fórmula para a determinação da área de pentágonos, hexágonos e heptágonos pois os exercícios não exigiam a utilização de tais informações.

3.3) Aplicação na turma de 9º Ano

A sequência didática foi aplicada em uma turma do 9º. ano de uma escola da rede municipal de Campos dos Goytacazes/RJ com duração de duas

horas. As professoras em formação se apresentaram a turma e iniciaram a aula falando sobre a definição de prisma, identificando seus elementos e diferenciando prisma reto e oblíquo com o auxílio de prismas de acrílico.

Em seguida, as professoras em formação falaram sobre as nomenclaturas dos prismas e ficou evidente que os alunos conheciam a nomenclatura dos polígonos e não teriam dificuldades em identificar o prisma através de sua nomenclatura.

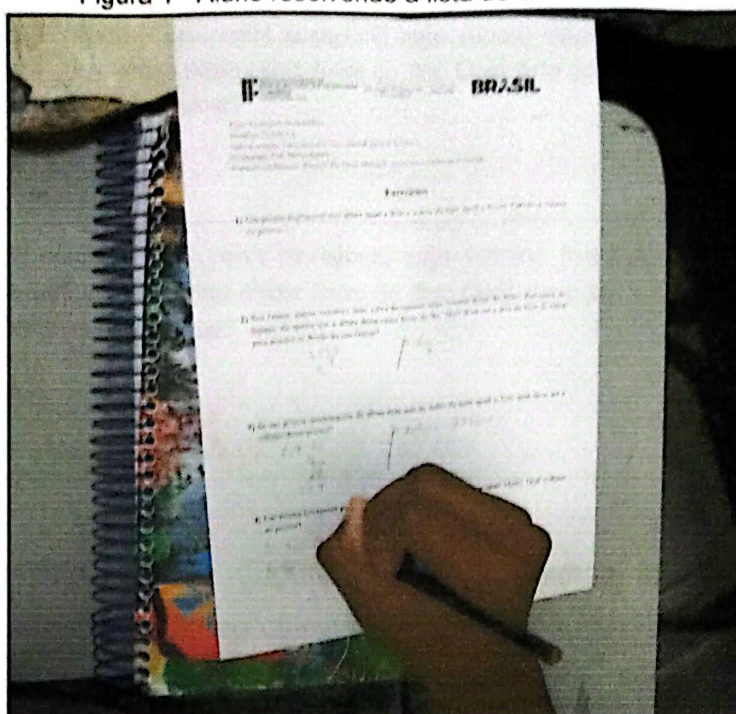
Para finalizar a introdução teórica da aula as professoras em formação discutiram com os alunos sobre a definição de volume de um prisma reto usando o Princípio de Cavalieri.

As professoras em formação perguntaram aos alunos como seria determinado o volume de um prisma cujas faces são retângulos, o prisma reto retângulo. Todos os alunos responderam corretamente que o volume seria determinado pelo produto da área da base pela altura do prisma. Apesar da resposta correta dada pelos alunos as professoras em formação não tiveram certeza se os alunos tinham memorizado a fórmula para determinação do volume, ou realmente compreendido o conceito em questão.

A turma foi dividida em grupos com quatro integrantes. Utilizando prismas de acetato e pequenos cubos e prismas triangulares de cartolina as professoras em formação solicitaram aos alunos que determinassem o volume dos prismas utilizando os pequenos cubos como unidade de medida de volume. É importante destacar que os prismas triangulares de cartolina são obtidos quando é traçado um plano ortogonal a uma face do cubo passando pela diagonal desta face.

A partir desse momento as professoras em formação solicitaram aos alunos que respondessem quatro questões de verificação da aprendizagem. Os alunos responderam às questões, solicitando o auxílio das professoras em formação quando tinham dúvidas. (Figura 1)

Figura 1 - Aluno resolvendo a lista de exercícios.



Na primeira (Figura 2) e segunda (Figura 3) questões, os alunos não apresentaram nenhuma dificuldade.

Figura 2 - Resposta de dois alunos para a primeira questão da lista de exercícios

<p>1) Um prisma heptagonal tem altura igual a 8cm e a área da base igual a 45cm². Calcule o volume do prisma.</p> <p>$V = 45 \times 8 = 360 \text{ cm}^2$</p> <p>R: O volume é 360 cm²</p>
<p>1) Um prisma heptagonal tem altura igual a 8cm e a área da base igual a 45cm². Calcule o volume do prisma.</p> <p>$\begin{array}{r} 45 \\ \times 8 \\ \hline 360 \end{array}$</p> <p>O volume é 360 cm²</p>

É possível observar que o aluno indicou incorretamente a unidade de medida de volume que é cm³.

Figura 3 - Resposta de dois alunos para a segunda questão da lista de exercícios

2) Seu Osmar queria construir uma caixa hexagonal cujo volume fosse de 45m^3 . Por conta do espaço, ele queria que a altura dessa caixa fosse de 9m . Qual deve ser a área da base da caixa para atender ao desejo do seu Osmar?

$45 \overline{) 9}$ a área do base da caixa deve ser de 5 m^2

2) Seu Osmar queria construir uma caixa hexagonal cujo volume fosse de 45m^3 . Por conta do espaço, ele queria que a altura dessa caixa fosse de 9m . Qual deve ser a área da base da caixa para atender ao desejo do seu Osmar?

$$A_b = 45 \div 9 = 5\text{ m}^2$$

R. A área deve ser 5.

Na terceira questão (Figura 4), alguns alunos apresentaram certa dificuldade no que diz respeito ao cálculo da área da figura plana, que se tratava de um quadrado. Com o auxílio das professoras em formação os alunos identificaram.

Figura 4 - Resposta de um aluno para a terceira questão da lista de exercícios

3) Se um prisma quadrangular de base quadrada tem altura igual a 6cm e os lados da base medindo 7cm, qual deve ser o volume desse prisma?

$$V = 7 \times 7 = 49$$

$$V = 49 \times 6 = 294\text{ cm}^2$$

Mais uma vez é possível observar que o aluno se equivocou ao escrever a unidade de medida de volume que deveria ser cm^3 .

Na quarta e última questão (Figura 5), a maioria dos alunos solicitaram o auxílio das professoras em formação, pois sua resolução envolvia cálculo com números decimais. Alguns alunos montaram a divisão mas não resolveram.

Figura 5 - Resposta de um aluno para a quarta questão da lista de exercícios

4) Um prisma hexagonal possui o volume igual a 20cm^3 e área da base igual 14cm^2 . Qual a altura do prisma?

$V = A_b \cdot h$
 $20 = 14 \cdot h$
 $20 \div 14 = 1,42857$

Analisando as respostas apresentadas pelos alunos na resolução dos exercícios e a postura em sala de aula, é possível afirmar que ocorreu aprendizagem e não simplesmente a memorização de fórmulas.

4) Conclusão

Entende-se que o trabalho cumpriu o seu objetivo, uma vez que, após as experimentações e observações, os alunos generalizaram a fórmula do volume de um prisma.

O estudo auxiliou o grupo de professores em formação, pois percebeu-se a necessidade do trabalho com materiais concretos e que estes auxiliam na afirmação e visualização de conceitos. No trabalho em questão, observou-se que os alunos desenvolveram, junto às professoras em formação, uma compreensão dimensional diferente e a visualização da decomposição de certos sólidos, a começar pelo prisma triangular.

Do ponto de vista do grupo de professores em formação, o trabalho obteve como ponto positivo a questão da fixação da atenção dos alunos ao trabalho, a participação e interesse dos mesmos na atividade proposta. Sugerimos que as futuras aplicações deste trabalho ocorram com uma carga horária maior.

5) Referências

TAVARES, Salvador. *De Archimedes a Cavalieri: Uma proposta alternativa para a construção do conceito de volume de uma pirâmide*. 1998. 122p. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Santa Úrsula, Rio de Janeiro, 1998.

BRASIL, *Orientações Curriculares para o Ensino Médio*. Brasília: SEB, 2006.
Disponível em:
<http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/book_volume_02_internet.pdf>. Acesso em: 04 jul. 2011.

BRASIL. SEF. *Parâmetros curriculares nacionais: Matemática* /Secretaria de Educação Fundamental - Brasília : MEC/SEF, 1998.

Ciência à Mão. *Cubo, prismas, cilindro*. Disponível em:
<http://www.cienciamao.usp.br/dados/t2k/_matematica_mat2g63.arquivo.pdf>. Acesso em: 04 jul. 2011.

APÊNDICE

APÊNDICE A:
ATIVIDADES REALIZADAS NA
APÊNDICE
TURMA DO LEANAT II

APÊNDICE A: ATIVIDADES APLICADAS NA TURMA DO LEAMAT II

Curso: Licenciatura em Matemática

2011.1

Disciplina: LEAMAT II

Linha de pesquisa: Ensino e Aprendizagem de Geometria

Orientadora: Prof.: Mylane dos Santos Barreto

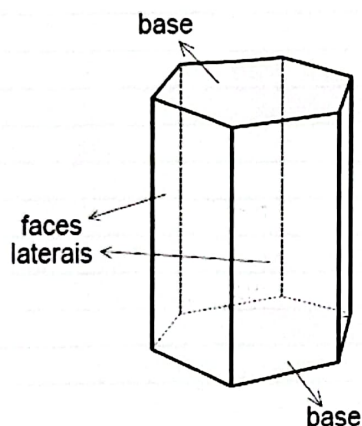
Professoras em formação: Bianca G. dos Santos, Carolina M. T. Carvalho, Marcela R. Nascimento e Vanderlane A. Florindo.

Calculando o volume de prismas retos

1) O que é um prisma reto?

Prismas são sólidos geométricos que possuem as seguintes características:

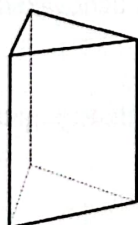
- Bases paralelas são iguais;
- Arestas laterais iguais e paralelas e que ligam as duas bases.



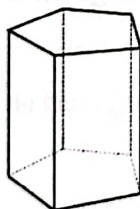
1.1. Nomenclatura dos prismas:

A designação do polígono da base vai dar o nome ao prisma. Assim:

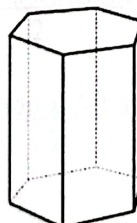
- Se as bases são **triângulos**, o prisma chama-se **triangular**;
- Se forem **quadrados**, o prisma chama-se **quadrangular**;
- Se forem **pentágonos**, o prisma chama-se **pentagonal**;
- E assim por diante.



Prisma
Triangular



Prisma
Pentagonal



Prisma
hexagonal



Prisma
quadrangular

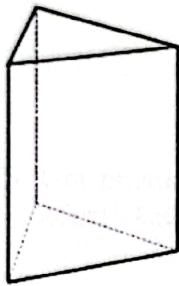
1.2. Como calcular o volume do prisma?

Relembrando o que é volume:

O volume de um corpo é a quantidade de espaço ocupada por esse corpo no ambiente.

Vamos relembrar como calculamos o volume do prisma quadrangular (o paralelepípedo):

Vamos calcular o volume de um prisma triangular?



Prisma
Triangular

2) Calculando a área da base do prisma reto

- a) Prisma quadrangular (paralelepípedo): Área do quadrado = Comprimento x Altura
- b) Prisma triangular: Área do triângulo = $\frac{\text{Lado} \times \text{Altura}}{2}$
- c) Prisma pentagonal: Área do pentágono = $\frac{\text{Lado} \times \text{Altura} \times 5}{2}$
- d) Prisma hexagonal: Área do hexágono = $\frac{\text{Lado} \times \text{Altura} \times 6}{2}$
- e) Prisma heptagonal: Área do heptágono = $\frac{\text{Lado} \times \text{Altura} \times 7}{2}$

Curso: Licenciatura em Matemática

2011.1

Disciplina: LEAMAT II

Linha de pesquisa: Ensino e Aprendizagem de Geometria

Orientadora: Prof.: Mylane dos Santos Barreto

Professoras em formação: Bianca G. dos Santos, Carolina M. T. Carvalho, Marcela R. Nascimento e Vanderlane A. Florindo.

Exercícios de fixação

- 1) Pedro vai dar a sua namorada uma caixa de chocolates. A caixa tem o formato de um prisma reto triangular regular. A base é um triângulo de 5cm de altura. O volume do prisma é 30cm^3 . Quanto vale o lado do triângulo da base se o prisma tem uma altura de 10 cm?
- 2) Um prisma reto heptagonal tem altura igual a 8cm e a base possui área igual a 45cm^2 . Calcule o volume do prisma.
- 3) Seu Osmar queria construir uma caixa hexagonal cujo volume fosse 45m^3 . Por conta do espaço, ele queria que a altura dessa caixa fosse de 9m. Qual deve ser a área da base da caixa para atender ao desejo de Seu Osmar?
- 4) Se um prisma reto de base quadrada tem altura 6cm e os lados da base iguais a 7cm, qual deve ser o volume deste prisma?
- 5) Um prisma reto heptagonal possui o volume igual a 20m^3 e área da base igual a 14cm^2 . Qual a altura do prisma? E o lado da base se a altura da base for igual a 2cm?

APÊNDICE B: ATIVIDADES APLICADAS NA TURMA DO 9º.ANO

Curso: Licenciatura em Matemática

Disciplina: LEAMAT III

Linha de pesquisa: Ensino e Aprendizagem de Geometria

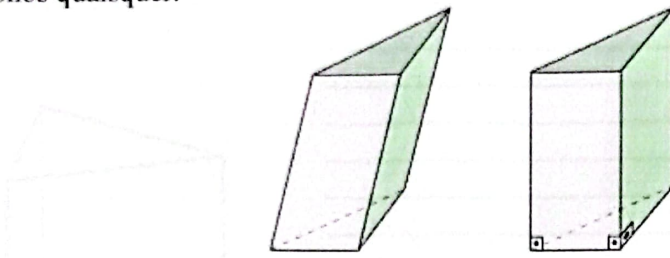
Orientadora: Prof.^ª: Mylane dos Santos Barreto

Professoras em formação: Bianca G. dos Santos, Marcela R. Nascimento e Vanderlane A. Florindo.

Calculando o volume de prismas retos

1) O que é um prisma reto?

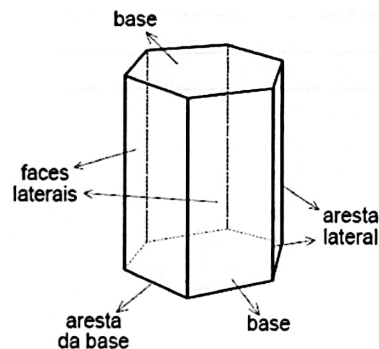
Prismas são sólidos formados por polígonos. Os polígonos laterais podem ser retângulos ou paralelogramos e são chamados de faces laterais. Os polígonos das bases são polígonos quaisquer.



Prisma triangular
oblíquo

Prisma triangular
reto

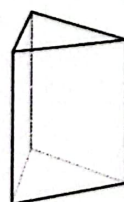
- Um prisma é **reto** quando suas faces laterais são retângulos e **oblíquo** quando suas faces laterais são paralelogramos.
- Um prisma é regular quando sua base é um polígono regular.



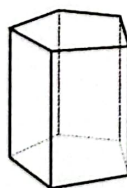
Os prismas são nomeados conforme o número de lados do polígono da base.

Assim:

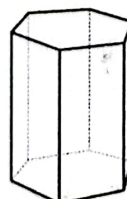
- Quando a base é um **triângulo**, o prisma é um **prisma triangular**;
- Quando a base é um **quadrado**, o prisma é um **prisma quadrangular**;
- Quando a base é um **pentágono**, o prisma é um **prisma pentagonal**;



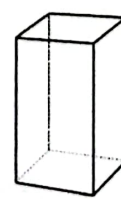
Prisma
Triangular



Prisma
Pentagonal



Prisma
hexagonal



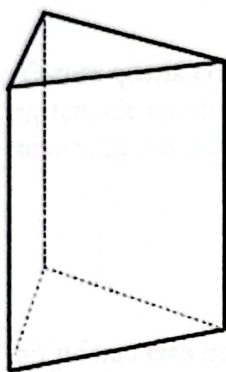
Prisma
quadrangular

2) Como calcular o volume de um prisma?

O volume de um corpo é a quantidade de espaço ocupada por esse corpo no ambiente.

O volume de um prisma quadrangular (paralelepípedo) de dimensões a , b e c é:

Agora, vamos calcular o volume de um prisma de base triangular?



**Prisma
Triangular**

Curso: Licenciatura em Matemática

Disciplina: LEAMAT III

Linha de pesquisa: Ensino e Aprendizagem de Geometria

Orientadora: Prof.^a Mylane dos Santos Barreto

Professoras em formação: Bianca G. dos Santos, Carolina M. T. Carvalho, Marcela R. Nascimento e Vanderlane A. Florindo.

Exercícios

- 1) Um prisma reto heptagonal tem altura igual a 8cm e área da base igual a 45cm^2 . Calcule o volume do prisma.
- 2) Seu Osmar queria construir uma caixa hexagonal cujo volume fosse de 45m^3 . Por conta do espaço, ele queria que a altura dessa caixa fosse de 9m. Qual deve ser a área da base da caixa para atender ao desejo do seu Osmar?
- 3) Se um prisma reto quadrangular de base quadrada tem altura igual a 6cm e os lados da base medindo 7cm, qual deve ser o volume desse prisma?
- 4) Um prisma reto hexagonal possui o volume igual a 20cm^3 e área da base igual 14cm^2 . Qual a medida da altura do prisma?

Campos dos Goytacazes, 20 de abril de 2012.

Bianca Guimarães dos Santos
Bianca Guimarães dos Santos

Marcella Ribeiro do Nascimento
Marcella Ribeiro do Nascimento

Vanderlane Andrade Florindo
Vanderlane Andrade Florindo