

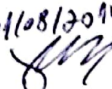
# RELATÓRIO LEAMAT III

TRIGONOMETRIA NO CICLO

ENSINO E APRENDIZAGEM DE GEOMETRIA

LUCIVÂNIA COUTINHO SOARES

CAMPOS DOS GOYTACAZES/RJ  
2013.2

RECEBIDO  
01/08/2014  


LUCIVÂNIA COUTINHO SOARES

## RELATÓRIO LEAMAT III

TRIGONOMETRIA NO CICLO

ENSINO E APRENDIZAGEM DE GEOMETRIA

Trabalho apresentado ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense, *campus* Campos-Centro, como requisito parcial para conclusão da disciplina Laboratório de Ensino e Aprendizagem em Matemática III do Curso de Licenciatura em Matemática.

Orientadora: Prof<sup>a</sup> MSc. Mylane dos Santos Barreto.

CAMPOS DOS GOYTACAZES/RJ  
2013.2

## SUMÁRIO

Introdução .....	3
1. Objetivo .....	4
2. Atividades desenvolvidas .....	4
2.1. Elaboração da atividade .....	5
2.2. Aplicação da atividade na turma do LEAMAT II .....	6
2.3. Aplicação da atividade na turma regular .....	7
3. Conclusão .....	15
Referências .....	16
APÊNDICE .....	17

## Introdução

O ensino da trigonometria atualmente pode ser caracterizado de modo mecânico e técnico, através do qual o aluno é instigado a exercitar técnicas para a resolução de problemas e, em contrapartida, deixa de lado o desenvolvimento das ideias matemáticas (CASTRO, 2010). Desta maneira, percebe-se que a essência do conhecimento matemático fica visivelmente prejudicada, possibilitando ao aluno um aprendizado fragmentado e muitas vezes desconectado da realidade bem como de outros conteúdos.

Apesar das sugestões para o ensino de funções citadas nos documentos oficiais, sabe-se que a forma tradicional a partir de uma tabela ainda se faz presente no ensino desse conteúdo privilegiando as técnicas em detrimento das ideias matemáticas. No que se refere às funções trigonométricas no ciclo, a dificuldade de contextualização do conteúdo toma mais evidente o privilégio do seu ensino pautado na técnica. (CASTRO, 2010, p.2)

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) também fazem referência ao tradicionalismo no ensino, afirmando o citado anteriormente, quando diz:

Apesar de sua importância, tradicionalmente a trigonometria é apresentada desconectada das aplicações, investindo-se muito tempo no cálculo algébrico das identidades e equações em detrimento dos aspectos importantes das funções trigonométricas e da análise de seus gráficos. (BRASIL, 1998, p. 118).

Embora o tradicionalismo do ensino não seja o mais adequado ao processo de ensino e aprendizagem, não se deve associar ao mesmo toda a responsabilidade pelas dificuldades enfrentadas na educação. Os problemas educacionais podem ser ocasionados por vários motivos, como por exemplo, tempo insuficiente para o preparo das aulas e sua respectiva aplicação em sala, outro aspecto relevante é a formação acadêmica do professor pautada basicamente em moldes tradicionais. Neste sentido, o aluno acaba sendo privado de um ensino significativo e com aplicações práticas, ocasionando no mesmo uma visão superficial do conteúdo, ou seja, o conhecimento mecânico em detrimento de um conhecimento mais abrangente. Assim, segundo Miranda (2012):

[...] detectamos que a dificuldade enfrentada pelos alunos se deve a diversos fatores, tais como: carência de recursos materiais apropriados para desenvolver as atividades; falta de tempo do professor para preparar as aulas a serem ministradas e insuficiência dos cursos de formação por que passaram os professores na sua formação (MIRANDA, 2012, p. 2).

Em vista do atual cenário educacional apresentado pelo ensino da trigonometria, este trabalho se mostra importante uma vez que irá possibilitar a compreensão do tema em sentido mais amplo, fazendo com que os alunos aprendam tanto o cálculo como também compreendam os conceitos de seno, cosseno e tangente no ciclo.

Dos motivos para a escolha do tema abordado neste trabalho, os principais foram às experiências e dificuldades da autora em entender conceitos de trigonometria no Ensino Fundamental e Médio. Além disso, a possibilidade do uso de um *software* geométrico é mais um atrativo para o ensino da Trigonometria.

## **1. Objetivo**

Neste trabalho será desenvolvida uma sequência didática com o objetivo de apresentar a Trigonometria no ciclo, incentivando explorações com uso de instrumentos geométricos para observação de relações entre as razões trigonométricas e os ângulos do ciclo. Espera-se que ao fim da Atividade, os alunos consigam compreender a relação entre as razões trigonométricas e o ciclo, percebendo que a tabela utilizada no Ensino Fundamental constitui-se como uma parte do estudo do ciclo trigonométrico.

## **2. Atividades desenvolvidas**

O público alvo desta Atividade são os alunos do 1º ou 2º anos do Ensino Médio que ainda não tenham estudado Trigonometria no Ciclo, pois espera-se que eles percebam e façam deduções no ciclo sem quaisquer interferências de conteúdos previamente estudados.

## 2.1. Elaboração da sequência didática

Para a elaboração da sequência didática foram realizadas pesquisas em livros para dar suporte teórico ao material e, assim organizou-se uma lista de exercícios contendo seis questões e o tempo estipulado para a aplicação é de duas horas-aula.

As questões foram elaboradas pensando-se em uma sequência didática que pudesse ser resolvida pelo aluno sem grandes interferências, possibilitando ao mesmo concluir ao final da sequência didática as relações existentes entre o triângulo retângulo e o ciclo trigonométrico, além de contar com auxílio do *software* Geogebra para dinamizar o processo.

Previu-se a necessidade de iniciar a sequência didática fazendo uma breve apresentação do ciclo trigonométrico e, a mesma deverá abordar: o centro do ciclo que tem como coordenadas o ponto  $(0,0)$ ; a origem dos arcos no ponto  $(1,0)$  no sentido anti-horário; o tamanho do raio; a identificação dos eixos das abscissas e das ordenadas que representam respectivamente o eixo dos cossenos e dos senos e a reta perpendicular ao eixo dos cossenos no ponto de origem dos arcos, que é denominada reta tangente ao ciclo.

Preende-se também relembrar a maneira adequada de utilizar alguns instrumentos geométricos, como o transferidor e o par de esquadros, de modo que sejam utilizados quando solicitado.

Espera-se começar a sequência didática com a resolução das três primeiras questões, pois as mesmas foram desenvolvidas com a intenção de possibilitar ao aluno o manuseio dos instrumentos geométricos bem como identificar que os segmentos destacados sobre os eixos das abscissas, das ordenadas e da reta tangente representam as medidas do cosseno, do seno e da tangente ao arco.

Concluindo-se a resolução das questões ocorrerá um momento para discussão das respostas e, será abordada a relação existente entre o triângulo retângulo e o ciclo trigonométrico, para que a continuação da sequência didática torne-se mais significativa.

Preende-se ao continuar a resolução, utilizar uma construção do ciclo trigonométrico feita no *software* Geogebra, permitindo que o aluno perceba a

relação entre o posicionamento do ângulo no ciclo trigonométrico e a medida do seno e do cosseno. Acredita-se que os alunos conseguirão responder a questão quatro sem dificuldades e, percebam na questão cinco que o par de ângulos citados possui a mesma origem e a mesma extremidade, representando o mesmo ponto, ou seja, são arcos côngruos, portanto, possuem o mesmo cosseno, seno e tangente.

Na sexta questão, foram construídas duas tabelas. A primeira deverá ser preenchida com os valores encontrados nos exercícios anteriores e a segunda, com os valores aprendidos quando estudaram trigonometria no triângulo retângulo, no Ensino Fundamental.

Ao término da resolução das questões, os alunos serão instigados a identificar a relação existente entre os valores das duas tabelas e imagina-se que eles perceberão que os valores são iguais. Além de notarem a igualdade dos valores das tabelas, pretende-se que eles percebam que os valores de cosseno e seno não irão ultrapassar a medida do raio e, que com o valor da tangente não acontece o mesmo.

## **2.2. Aplicação da sequência didática na turma do LEAMAT II**

A sequência didática desenvolvida foi aplicada na turma do LEAMAT II com a intenção de verificar se as questões estavam de acordo com os objetivos propostos como também se o tempo disponibilizado seria suficiente para a realização da mesma.

Iniciou-se a aplicação entregando aos alunos a lista de questões e os instrumentos geométricos. Foi lido um breve histórico da Trigonometria no ciclo e posteriormente realizou-se uma rápida apresentação do ciclo trigonométrico bem como das suas características, uma vez que a turma do LEAMAT II já conhecia o ciclo trigonométrico, uma apresentação mais minuciosa tornou-se desnecessária.

Então, foi solicitado que eles respondessem até a terceira questão e, se tivessem qualquer dúvida poderiam esclarecê-las com a professora em formação que estaria à disposição para isso. Os alunos conseguiram responder aos itens pedidos sem quaisquer dificuldades, percebendo que os segmentos

traçados sobre os eixos e sobre a reta tangente correspondiam às medidas do cosseno, do seno e da tangente ao ciclo.

Então, neste momento, foi apresentada a construção do ciclo no *software* Geogebra e foi solicitado que as questões seguintes fossem respondidas. Os alunos responderam a todas satisfatoriamente e perceberam que se tratava de ângulos congruos e que os valores de cosseno, seno e tangente são iguais nas duas tabelas.

Após a conclusão das questões, alunos e professores orientadores fizeram suas sugestões de melhoria para a atividade, que foram: retirar o histórico da Trigonometria, pois a linguagem utilizada é muito formal e não seria de relevância e fácil entendimento para os alunos da turma regular; melhorar alguns enunciados para que ficassem mais claros; ampliar a malha do plano cartesiano na questão três, pois o traçado da tangente excedeu os limites e, portanto, não daria para fazer a devida medição e dar mais oportunidade para os alunos se expressarem, uma vez que a fala dos mesmos constitui-se como fator essencial para a avaliação do processo de ensino e aprendizagem.

### **2.3. Aplicação da sequência didática na turma regular**

A sequência didática desenvolvida foi aplicada em uma turma do 3º ano do Ensino Médio de uma escola federal do município de Campos dos Goytacazes. A aplicação foi realizada em um encontro com duração de duas horas-aula e teve a presença de seis alunos. É importante ressaltar que a atividade foi desenvolvida para ser realizada em uma turma que ainda não tivesse estudado Trigonometria no ciclo, mas devido ao período previsto para as aplicações e o calendário de avaliações da escola regular, só houve disponibilidade na turma citada acima.

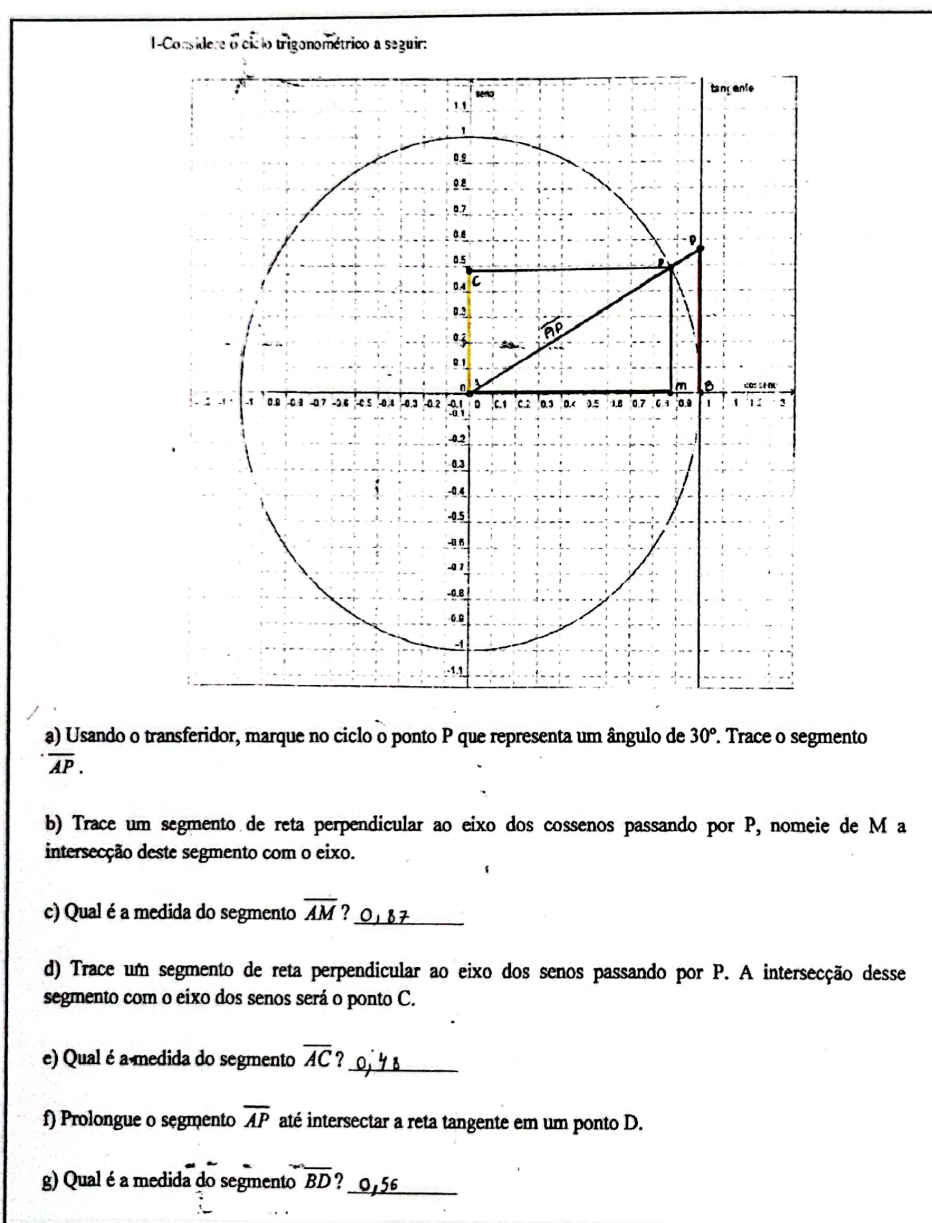
Ao iniciar a aplicação da atividade foi feita uma breve apresentação do ciclo trigonométrico e, a mesma objetivava lembrar que: o centro do ciclo tem como coordenadas o ponto  $(0,0)$ ; a origem dos arcos ocorre no ponto  $(1,0)$  no sentido anti-horário; o tamanho do raio é padronizado; os eixos das abscissas e das ordenadas representam, respectivamente, os eixos dos cossenos e dos



senos e a reta perpendicular ao eixo dos cossenos no ponto de origem dos arcos, é denominada de reta tangente ao ciclo.

A lista de questões e os instrumentos geométricos foram entregues aos alunos e, foi solicitado que os mesmos resolvessem a primeira questão. A professora em formação percorreu a sala de aula com a intenção de esclarecer as dúvidas caso elas surgissem. Ao observar as resoluções realizadas pelos alunos foi possível perceber que eles não encontraram nenhuma dificuldade para respondê-la, pois já haviam estudado o conteúdo em séries anteriores.

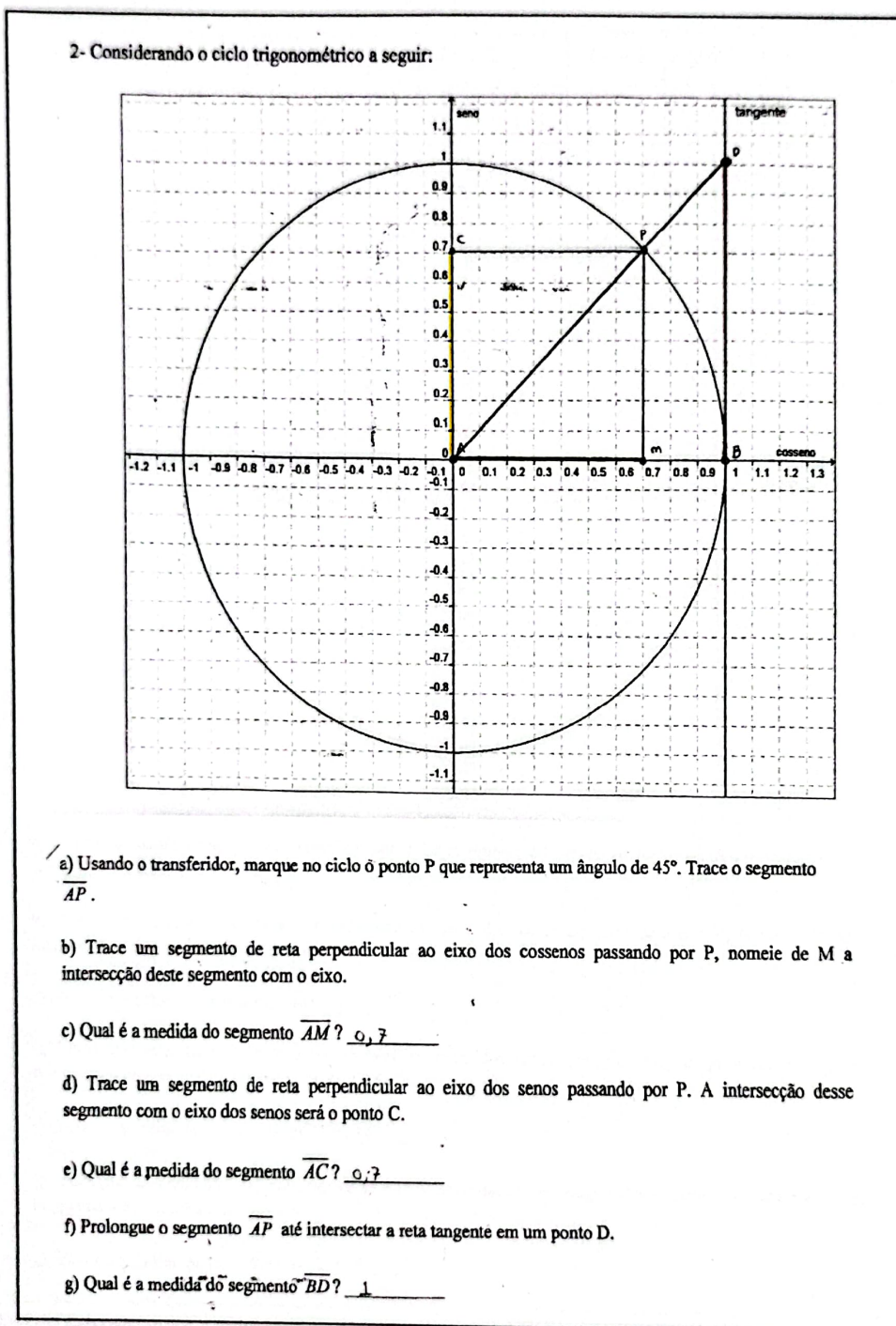
Figura 1: Resposta de um aluno na questão 1.



Fonte: Protocolo de pesquisa.

Os alunos responderam a segunda questão satisfatoriamente. Em relação ao manuseio dos instrumentos geométricos não apresentaram dificuldades. Foi possível perceber também que a sequência didática não gerou dúvidas no entendimento do que estava sendo proposto.

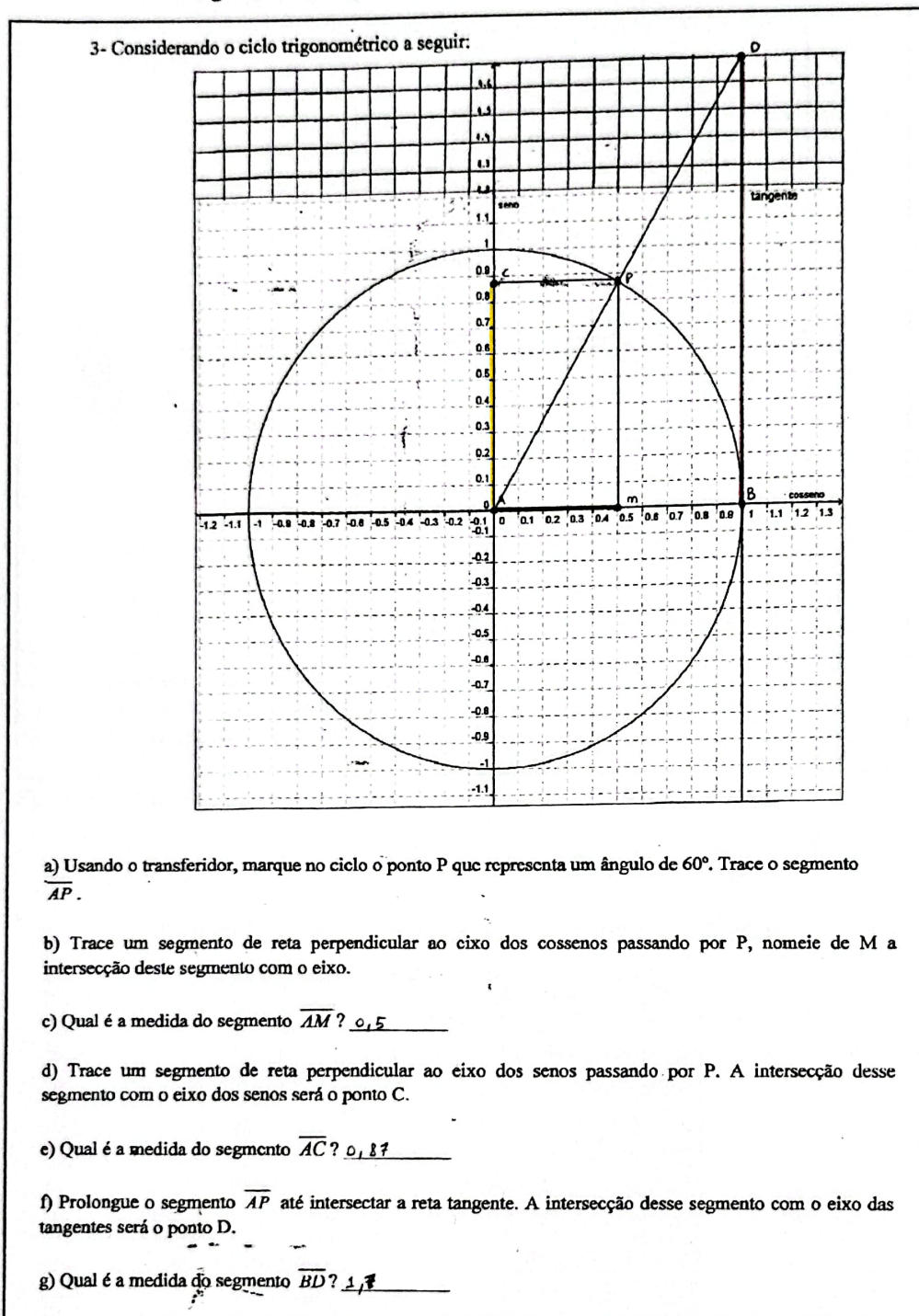
Figura 2: Resposta de um aluno na questão 2.



Fonte: Protocolo de pesquisa.

A terceira questão também foi resolvida sem dificuldades pelos alunos. Neste momento, eles fizeram uma comparação entre os resultados que encontraram e perceberam que a diferença existente entre eles ocorreu devido a um erro de precisão no traçado dos ângulos.

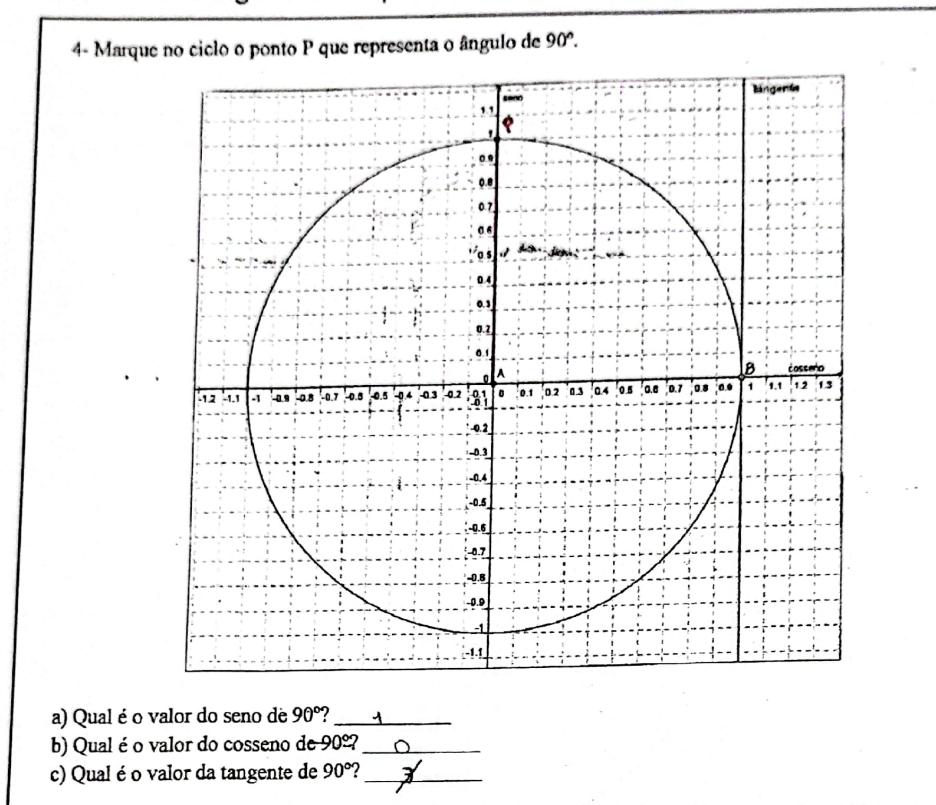
Figura 3: Resposta de um aluno na questão 3.



Fonte: Protocolo de pesquisa.

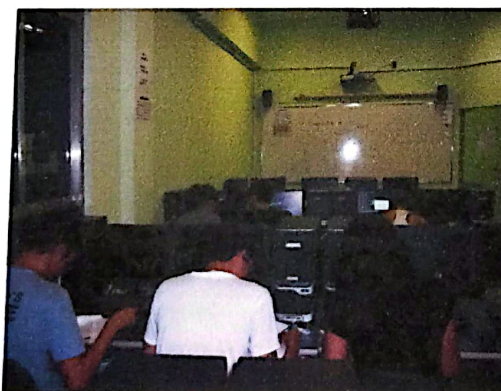
Ao concluírem a resolução das três primeiras questões foi solicitado que os alunos continuassem resolvendo as demais e, ao final da realização da atividade seria reservado um momento para a discussão dos resultados.

Figura 4: Resposta de um aluno na questão 4.



Fonte: Protocolo de pesquisa.

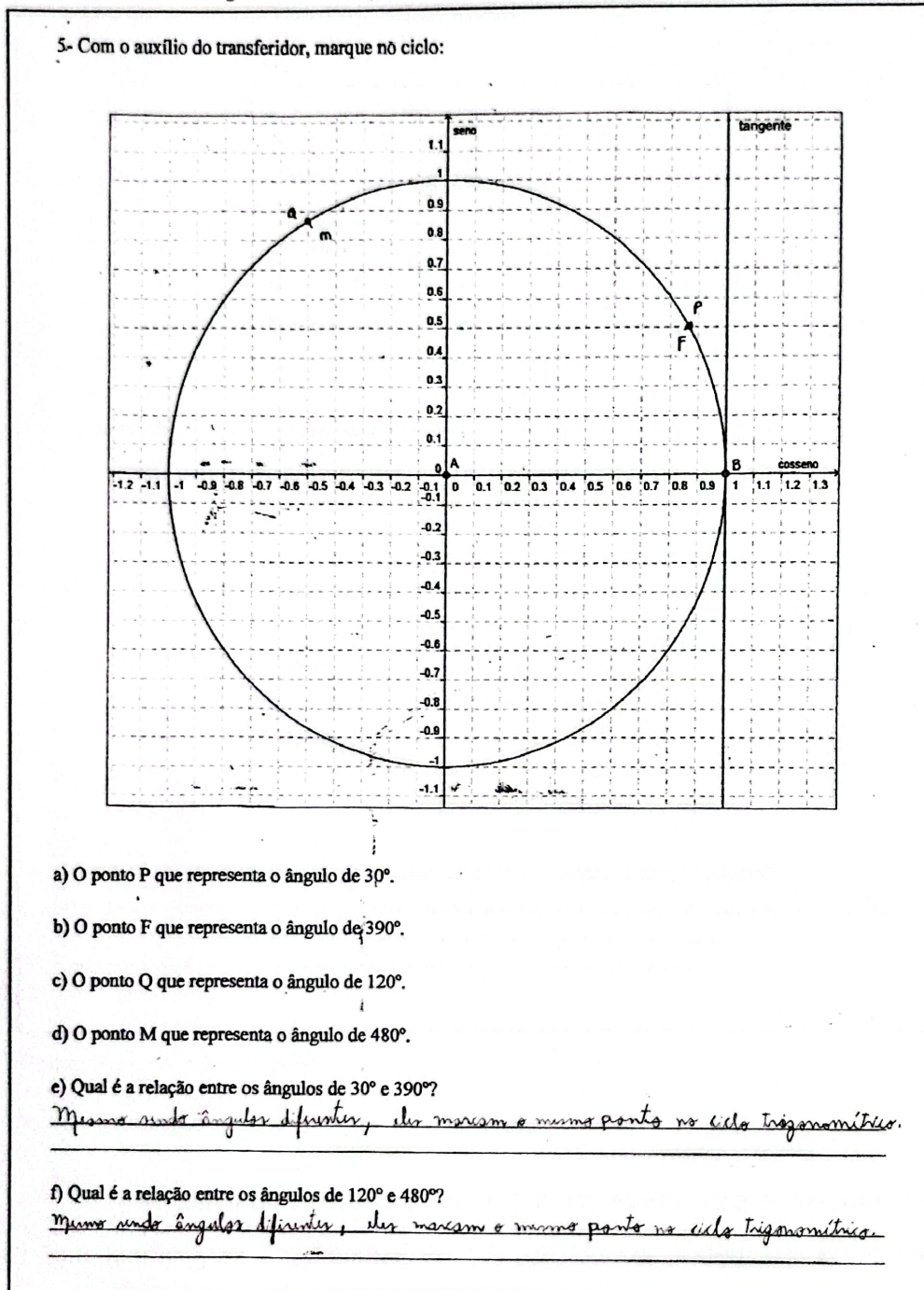
Figura 5: Alunos resolvendo a sequência didática.



Fonte: Protocolo de pesquisa.

Na quinta questão, os alunos perceberam que ao traçar os ângulos pedidos, o ponto de intersecção com o ciclo era o mesmo para ambos. A turma percebeu a relação, contudo, não se lembrava como classificá-la. Mesmo não fazendo uma definição formal, eles buscaram colocar no papel uma resposta que representasse o que foi percebido.

Figura 6: Resposta de um aluno na questão 5.



Fonte: Protocolo de pesquisa.

Na sexta questão, os alunos fizeram a comparação entre as tabelas e perceberam rapidamente que os valores aproximados da primeira tabela, correspondiam aos valores apresentados na segunda, sendo que estes últimos representam valores exatos para cosseno, seno e tangente.

Figura 7: Resposta de um aluno na questão 6.

6- Com base nos exercícios anteriores, complete a tabela:

	30°	45°	60°
Seno	0,48	0,7	0,87
Cosseno	0,87	0,7	0,5
Tangente	0,56	1	1,7

Agora, vamos construir e comparar com a tabela que conhecemos no triângulo retângulo:

	30°	45°	60°
Seno	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
Cosseno	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
Tangente	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$

Comparando os valores preenchidos nas tabelas, foi possível chegar a alguma conclusão?

*Sim, a conclusão de que é possível definir os senos, cossenos e tangentes através de um triângulo retângulo.*

Fonte: Protocolo de pesquisa.

A seguir, outra resposta dada por um aluno para a mesma questão, esta tem a intenção de demonstrar que os alunos podem ter entendimentos diferentes em uma mesma situação.

Figura 8: Resposta de um aluno na questão 6.

6- Com base nos exercícios anteriores, complete a tabela:

	30°	45°	60°
Seno	0,5	0,71	0,88
Cosseno	0,87	0,7	0,5
Tangente	0,57	1	1,7

Agora, vamos construir e comparar com a tabela que conhecemos no triângulo retângulo:

	30°	45°	60°
Seno	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
Cosseno	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
Tangente	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$

Comparando os valores preenchidos nas tabelas, foi possível chegar a alguma conclusão?

Os valores das tabelas são os mesmos sendo que na primeira tabela os valores são mais aproximados

Fonte: Protocolo de pesquisa.

### 3. Conclusão

A aplicação da atividade proporcionou a professora em formação uma vivência da realidade de sala de aula, por meio da qual foi possível perceber que os alunos desta turma se mostraram muito receptivos em relação ao estudo da Trigonometria no ciclo, apesar de já terem estudado este conteúdo em séries anteriores.

Fica como sugestão que a atividade seja aplicada em uma turma que ainda não tenha estudado tal conteúdo, uma vez que a mesma foi elaborada com o objetivo de instigar os alunos a perceberem a relação existente entre o ciclo trigonométrico e a trigonometria no triângulo retângulo, estudada até então.

Neste sentido, como os alunos já conheciam a relação entre ambas, a atividade acabou assumindo um caráter de revisão e não de investigação como era o esperado, dando a sequência didática uma característica pouco atraente por não se tratar de algo inédito.

Assim, percebeu-se que a execução deste trabalho atingiu de forma parcial seus objetivos, uma vez que o mesmo esperava analisar a didática da atividade e o quanto ela poderia contribuir para a aprendizagem de alunos das séries iniciais do Ensino Médio.

Então, foi possível observar por meio das resoluções dos alunos que as questões desenvolvidas poderiam ser resolvidas sem a necessidade de muitas explicações, contudo, a sua eficácia no processo de ensino e aprendizagem não pode ser garantida apenas devido ao conhecimento da Trigonometria no ciclo.



## Referências

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática** (ensino de 5ª a 8ª série). Brasília: MEC/SEF, 1998. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro01.pdf>> acesso em: 18 mar. 2013.

CASTRO, T. F. C.; BARRETO, T. M.; MARQUES, C. M.; SILVA, G. R. **Funções trigonométricas no ciclo utilizando o software geogebra**. In: III Semana de Matemática do IF Fluminense, 2010, Campos dos Goytacazes. III Semana de Matemática. Campos dos Goytacazes: Essencia, 2010.

IEZZI, Gelson; DOLCE, Osvaldo; DEGENSZAJN, David Mauro; PÈRIGO, Roberto. **Matemática**: volume único. São Paulo: Atual, 1997, p.250.

MIRANDA, Sandra. Aulas práticas de trigonometria no ensino da matemática. In: ESCOLA DE INVERNO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. 3. 2012, Santa Maria. **Anais...** Santa Maria (RS): UFSM, 2012.

# APÊNDICE

## LABORATÓRIO DE ENSINO E APRENDIZAGEM EM MATEMÁTICA II LEAMAT II/ 2013.1

Linha de pesquisa: Ensino e Aprendizagem de Geometria

Professora orientadora: Prof<sup>a</sup>. MSc. Mylane dos Santos Barreto

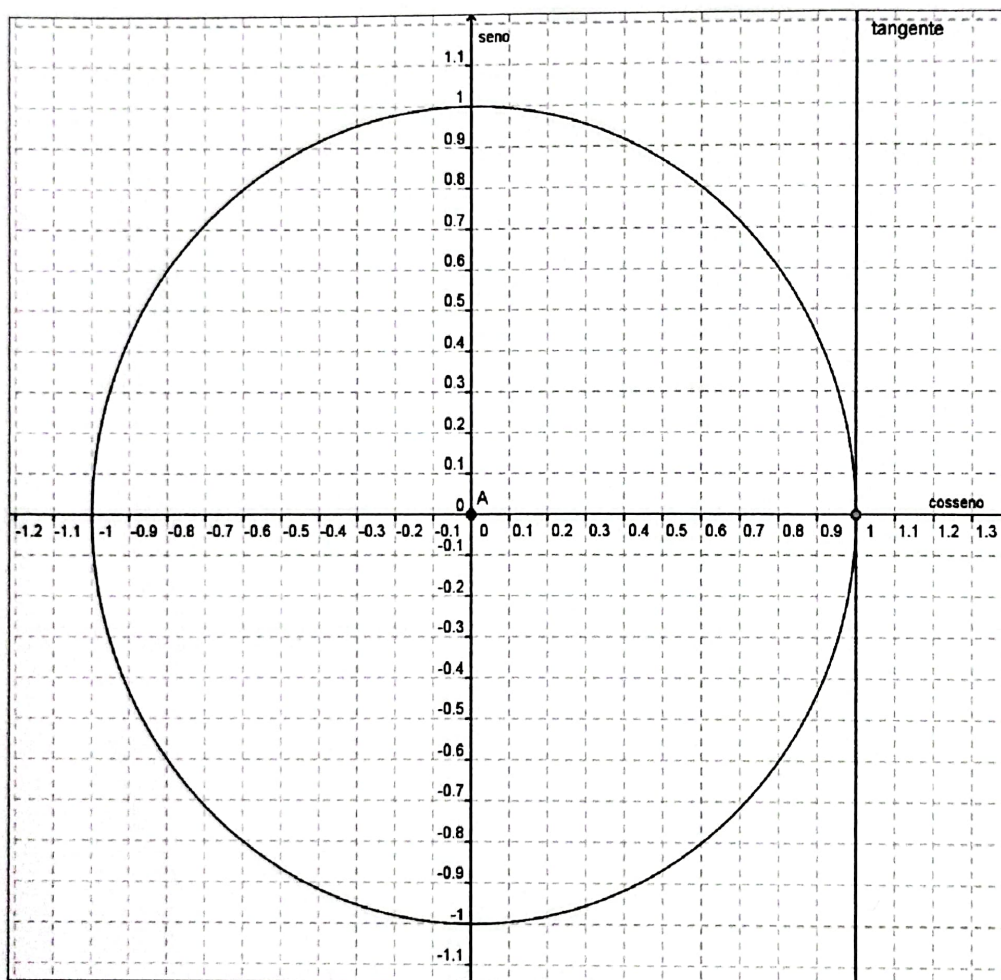
Professora em formação: Lucivânia Coutinho Soares e Sandra Maria de Souza Silva<sup>1</sup>

Aluno (a): \_\_\_\_\_

Data: \_\_\_/\_\_\_/\_\_\_

### TRIGONOMETRIA NO CICLO

1- Considere o ciclo trigonométrico a seguir:



<sup>1</sup> A professora em formação contribuiu com parte da elaboração dessa atividade.

a) Usando o transferidor, marque no ciclo o ponto P que representa um ângulo de  $30^\circ$ . Trace o segmento  $\overline{AP}$ .

b) Trace um segmento de reta perpendicular ao eixo dos cossenos passando por P, nomeie de M a intersecção deste segmento com o eixo.

c) Qual é a medida do segmento  $\overline{AM}$ ? \_\_\_\_\_

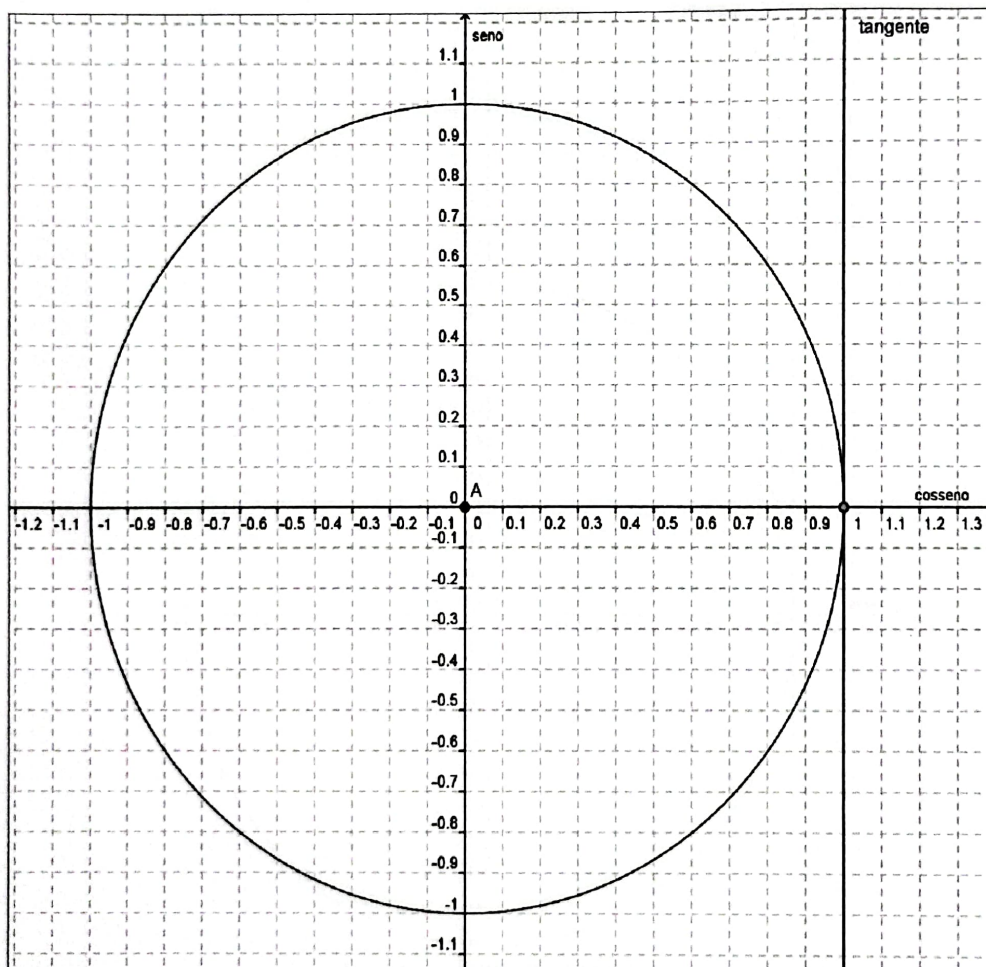
d) Trace um segmento de reta perpendicular ao eixo dos senos passando por P. A intersecção desse segmento com o eixo dos senos será o ponto C.

e) Qual é a medida do segmento  $\overline{AC}$ ? \_\_\_\_\_

f) Prolongue o segmento  $\overline{AP}$  até intersectar a reta tangente em um ponto D.

g) Qual é a medida do segmento  $\overline{BD}$ ? \_\_\_\_\_

2- Considerando o ciclo trigonométrico a seguir:



a) Usando o transferidor, marque no ciclo o ponto P que representa um ângulo de  $45^\circ$ . Trace o segmento  $\overline{AP}$ .

b) Trace um segmento de reta perpendicular ao eixo dos cossenos passando por P, nomeie de M a intersecção deste segmento com o eixo.

c) Qual é a medida do segmento  $\overline{AM}$ ? \_\_\_\_\_

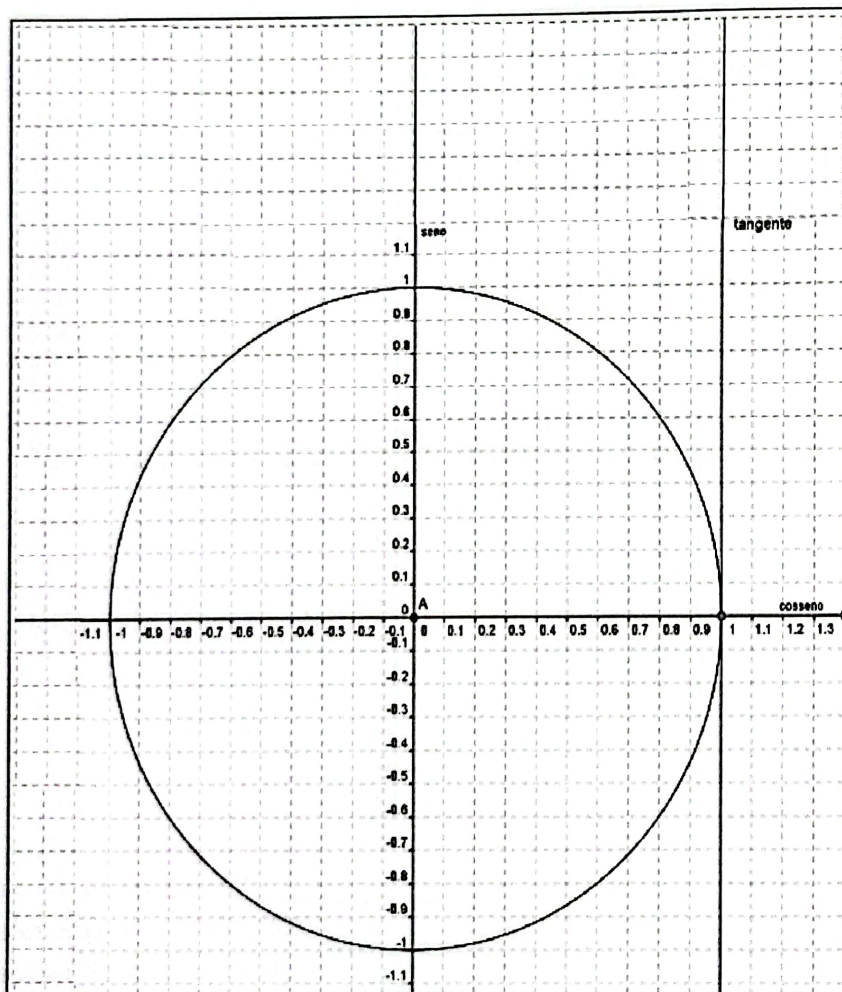
d) Trace um segmento de reta perpendicular ao eixo dos senos passando por P. A intersecção desse segmento com o eixo dos senos será o ponto C.

e) Qual é a medida do segmento  $\overline{AC}$ ? \_\_\_\_\_

f) Prolongue o segmento  $\overline{AP}$  até intersectar a reta tangente em um ponto D.

g) Qual é a medida do segmento  $\overline{BD}$ ? \_\_\_\_\_

3- Considerando o ciclo trigonométrico a seguir:



a) Usando o transferidor, marque no ciclo o ponto P que representa um ângulo de  $60^\circ$ . Trace o segmento  $\overline{AP}$ .

b) Trace um segmento de reta perpendicular ao eixo dos cossenos passando por P, nomeie de M a intersecção deste segmento com o eixo.

c) Qual é a medida do segmento  $\overline{AM}$ ? \_\_\_\_\_

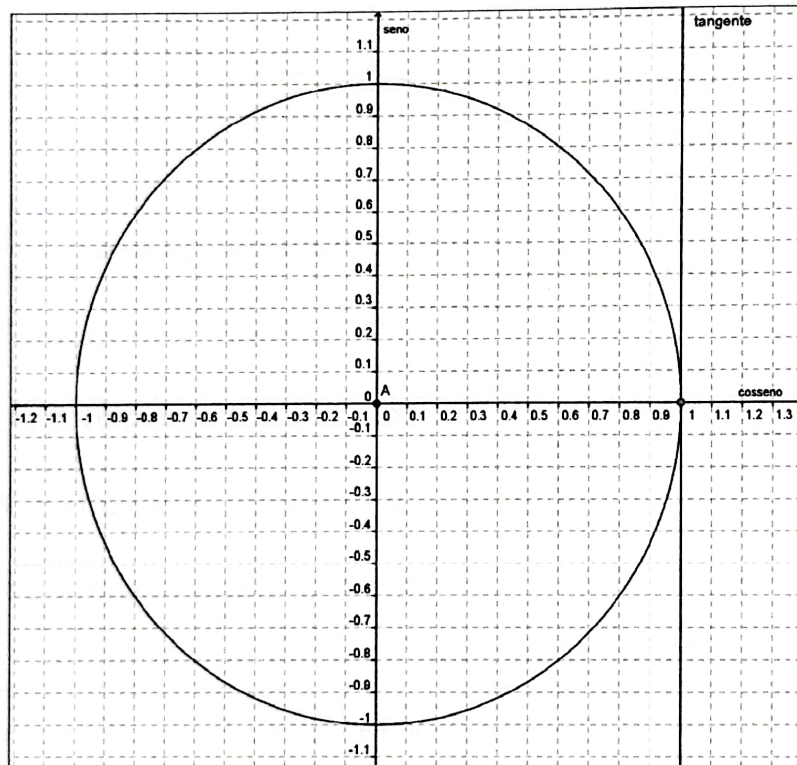
d) Trace um segmento de reta perpendicular ao eixo dos senos passando por P. A intersecção desse segmento com o eixo dos senos será o ponto C.

e) Qual é a medida do segmento  $\overline{AC}$ ? \_\_\_\_\_

f) Prolongue o segmento  $\overline{AP}$  até intersectar a reta tangente. A intersecção desse segmento com o eixo das tangentes será o ponto D.

g) Qual é a medida do segmento  $\overline{BD}$ ? \_\_\_\_\_

4- Marque no ciclo o ponto P que representa o ângulo de  $90^\circ$ .

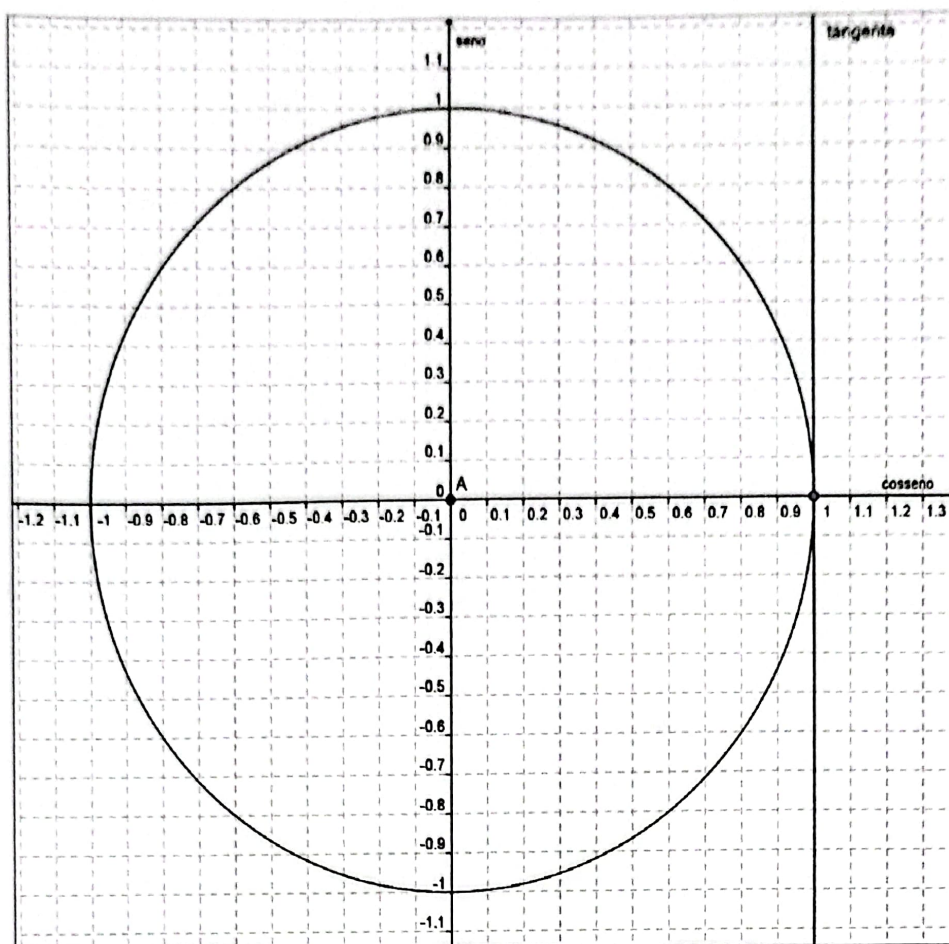


a) Qual é o valor do seno de  $90^\circ$ ? \_\_\_\_\_

b) Qual é o valor do cosseno de  $90^\circ$ ? \_\_\_\_\_

c) Qual é o valor da tangente de  $90^\circ$ ? \_\_\_\_\_

5- Com o auxílio do transferidor, marque no ciclo:



- a) O ponto P que representa o ângulo de  $30^\circ$ .
- b) O ponto F que representa o ângulo de  $390^\circ$ .
- c) O ponto Q que representa o ângulo de  $120^\circ$ .
- d) O ponto M que representa o ângulo de  $480^\circ$ .
- e) Qual é a relação entre os ângulos de  $30^\circ$  e  $390^\circ$ ?

---

---

---

- f) Qual é a relação entre os ângulos de  $120^\circ$  e  $480^\circ$ ?

---

---

---

6- Com base nos exercícios anteriores, complete a tabela:

	30°	45°	60°
Seno			
Cosseno			
Tangente			

Agora, vamos construir e comparar com a tabela que conhecemos no triângulo retângulo:

	30°	45°	60°
Seno			
Cosseno			
Tangente			

Comparando os valores preenchidos nas tabelas, foi possível chegar a alguma conclusão?

---

---

---

---

---

### Referências

IEZZI, Gelson; DOLCE, Osvaldo; DEGENSZAJN, David Mauro; PÉRIGO, Roberto. **Matemática**: volume único. São Paulo: Atual, 1997, p.250.



Campos dos Goytacazes, 31 de julho de 2014.

Rosicléia Cristina Santos