



INSTITUTO FEDERAL DE
EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA
FLUMINENSE

Ministério da
Educação



matemática
LICENCIATURA

RELATÓRIO LEAMAT

DEDUÇÃO DA RELAÇÃO DE EULER POR MEIO DA UTILIZAÇÃO
DE MATERIAL CONCRETO

ENSINO E APRENDIZAGEM DE GEOMETRIA

CLARISSE PAES JOSÉ DEGEL
DANIELLA SOARES NOGUEIRA
DEBORAH ALVES HORTA
JÉSSICA BONIFÁCIO DA SILVA
NATHÁLIA DA SILVA MACHADO VIEIRA

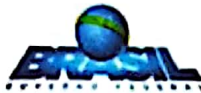
CAMPOS DOS GOYTACAZES / RJ

2016.2



INSTITUTO FEDERAL DE
EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA
FLUMINENSE

Ministério da
Educação



matemática
LICENCIATURA

CLARISSE PAES JOSÉ DEGEL
DANIELLA SOARES NOGUEIRA
DEBORAH ALVES HORTA
JÉSSICA BONIFÁCIO DA SILVA
NATHÁLIA DA SILVA MACHADO VIEIRA

RELATÓRIO LEAMAT

DEDUÇÃO DA RELAÇÃO DE EULER POR MEIO DA UTILIZAÇÃO
DE MATERIAL CONCRETO

ENSINO E APRENDIZAGEM DE GEOMETRIA

Trabalho apresentado ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia *campus* Campos Centro, como requisito parcial para conclusão da disciplina Laboratório de Ensino e Aprendizagem em Matemática I do Curso de Licenciatura em Matemática.

Orientadora Prof. Dra.: Vanice da Silva Freitas Vieira

CAMPOS DOS GOYTACAZES / RJ

2016.2

SUMÁRIO

1 – Relatório do LEAMAT I.....	4
1.1 – Atividades desenvolvidas	4
1.2 – Elaboração da sequência didática	5
1.2.1 – Tema	5
1.2.2 – Justificativa	6
1.2.3 – Objetivo Geral	7
1.2.4 – Público-Alvo	8
2 – Relatório do LEAMAT II.....	8
2.1 – Atividades desenvolvidas	8
2.2 – Elaboração da sequência didática	8
2.2.1 – Planejamento da sequência didática	8
2.2.2 – Aplicação da sequência didática na turma do LEAMAT II	9
3 – Relatório do LEAMAT III	11
3.1 – Atividades desenvolvidas	11
3.2 – Elaboração da sequência didática	11
3.2.1 – Versão final da sequência didática	11
3.2.2 – Experimentação da sequência didática na turma regular	15
Considerações Finais	26
Referências.....	27
Apêndices.....	28
Apêndice A: Material didático aplicado na turma do LEAMAT II	29
Apêndice B: Material didático aplicado na turma regular	30
Apêndice C: Material concreto desenvolvido para a aula (conjunto de sólidos)	31

1 – Relatório do LEAMAT I

1.1 – Atividades desenvolvidas

O primeiro encontro, realizado no dia 19 de janeiro de 2016, se deu com a apresentação dos objetivos e metodologia de ensino da disciplina de Laboratório de Ensino e Aprendizagem de Matemática I (LEAMAT I) pela professora Mônica Souto, bem como a apresentação das professoras de cada um dos quatro eixos que compõem a disciplina: Aritmética, Geometria, Álgebra e Educação Matemática Inclusiva.

Foi definido que a turma seria dividida em grupos para a realização dos trabalhos, que ocorreriam quinzenalmente para cada um dos quatro eixos.

O segundo encontro ocorreu no dia 26 de janeiro de 2016 e teve início com a apresentação dos objetivos a serem alcançados ao longo das aulas de Geometria, um dos quatro eixos que compõem a disciplina de LEAMAT I. A professora expôs a importância do estudo da Geometria para o desenvolvimento da visão espacial do educando.

Em seguida a professora levantou alguns questionamentos sobre o significado da Geometria para cada um dos alunos ali presentes, sobre a forma de como cada um vivenciou a Geometria na escola, que tipo de Geometria aprenderam, qual seria o papel da Geometria no cotidiano acadêmico e pessoal de cada indivíduo e que tipo de Geometria nós, enquanto professores, gostaríamos de ensinar aos nossos alunos.

Na sequência, iniciamos a leitura do texto intitulado “Estudo de Geometria: Rumos da Pesquisa (1991-2011)”, de autoria de Rebeca Moreira Sena e Beatriz Vargas Dorneles.

O texto tem como foco realizar o estado da arte nas teses brasileiras cuja temática se refere à Geometria. “A questão norteadora foi: Quais os rumos sobre ensino da Geometria se apresenta nas pesquisas, das duas últimas décadas, em nosso país?” (Sena e Dorneles, 2013). Nesse contexto, as autoras buscam conhecer um pouco da história da Geometria no Brasil, resgatando pesquisas em Educação Matemática que se relacionem ao tema central. Ao final, a professora propôs a leitura dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) para apresentação em forma de seminário no encontro subsequente.

O terceiro encontro, ocorrido no dia 16 de fevereiro de 2016, se deu com base na discussão das referências ao ensino de Geometria nos PCN em forma de seminários. Assim, foram analisados os parâmetros relativos ao Ensino Fundamental e Ensino Médio.

Verificou-se que a Geometria é pouco abordada no cotidiano escolar, apesar de estar nos PCN como conteúdo a ser trabalhado ao longo dos Ensinos Fundamental e Médio.

O quarto e quinto encontros aconteceram com base na apresentação dos trabalhos desenvolvidos anteriormente na disciplina do LEAMAT. Ao longo do quarto e quinto encontros, foi possível visualizar e entender de forma mais clara as etapas de desenvolvimento do trabalho na disciplina do LEAMAT, bem como verificar as dificuldades inerentes ao processo.

O quarto encontro ocorreu no dia 08 de março de 2016. Na ocasião foi apresentado o trabalho “Ângulos na Circunferência: um olhar sobre o vestibular”, desenvolvido pelos alunos do 6º período: Larissa, Thiago e Igor.

O quinto encontro, ocorrido no dia 22 de março de 2016, foi marcado pela apresentação do trabalho intitulado “Deduzindo a fórmula da área do círculo”, desenvolvido pelos alunos do 6º período: Igor, Genaldo, Kelly e Mariana.

A partir de então, deu-se início ao processo de prospecção do tema a ser tratado na disciplina. Realizou-se uma verificação dos trabalhos existentes de forma a evitar a duplicidade de tema. Dessa forma, foram sugeridos, inicialmente dois temas, e, após breve pesquisa literária, decidiu-se que o tema a ser abordado envolveria a Relação de Euler. Assim, foi iniciada a descrição dos objetivos a serem alcançados e das próximas atividades a serem desenvolvidos ao longo da disciplina.

Nos encontros subsequentes, que ocorreram nos dias 29 de março de 2016 e nos dias 12 e 26 de abril de 2016, deu-se início ao processo de prospecção do tema a ser tratado na disciplina.

As discussões feitas, em sala com a professora, possibilitaram o entendimento das particularidades envolvidas no processo de ensino e aprendizagem da Geometria, bem como uma visão mais abrangente sobre as dificuldades vivenciadas pelo professor.

1.2 – Elaboração da sequência didática

1.2.1 – Tema

Dedução da Relação de Euler por meio da utilização de material concreto.

1.2.2 – Justificativa

A escolha do tema adotado está pautada na possibilidade de trabalhar a Geometria e a dedução da Relação de Euler de forma dinâmica, com o uso de material concreto e desenvolvimento do raciocínio lógico.

Os conceitos geométricos constituem parte importante do currículo de Matemática, porque, por meio deles, o aluno desenvolve um tipo especial de pensamento, que lhe permite compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive (KAMPFF, et. al., 2005 *apud* SANTOS, 2014).

De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio (PCNEM/1999), ao se indicar orientações para o ensino de Matemática no Ensino Médio, “pretende-se contemplar a necessidade da sua adequação para o desenvolvimento e promoção de alunos, com diferentes motivações, interesses e capacidades [...]”.

Vale destacar que a utilização de recursos didáticos inovadores pode ser um recurso bastante útil no ensino de conteúdos matemáticos, principalmente nos conteúdos relacionados à Geometria.

A recomendação do uso de recursos didáticos, incluindo alguns materiais específicos, é feita em quase todas as propostas curriculares. No entanto, na prática, nem sempre há clareza do papel dos recursos didáticos no processo ensino-aprendizagem, bem como da adequação do uso desses materiais, sobre os quais se projetam algumas expectativas indevidas (BRASIL, 1998, p. 23).

Diante do exposto, deve-se avaliar o papel do professor enquanto organizador de propostas de ensino diferenciadas. Santos (2014) questiona sobre as possíveis contribuições de uma proposta de ensino envolvendo o uso de materiais concretos e tecnologias para a aprendizagem de conceitos geométricos, mais especificamente quais são as possibilidades para o ensino e aprendizagem de Poliedros e do Teorema de Euler.

Segundo Kaleff (2008), o desenvolvimento da habilidade de visualização ocorre na medida em que se apresenta para o aluno um apoio didático baseado em materiais concretos que representam o objeto geométrico em estudo. A autora relata algumas características que os materiais manipuláveis devem possuir como:

- i) modelar e representar o conceito matemático ou as relações a serem exploradas da forma mais fiel possível;

- ii) ser atraentes e motivadores, com vista a cumprir o seu papel de mediador lúdico no desenvolvimento de habilidades e de conceitos geométricos;
- iii) ser apropriados para serem utilizados em diferentes séries ou ciclos de escolaridade e em diferentes níveis cognitivos da formação de um conceito matemático;
- iv) proporcionar uma base e facilitar um caminho para a abstração;
- v) proporcionar, na medida do possível, manipulação individual.

Entende-se que a abordagem da Geometria e seus conteúdos por meio do processo de descoberta e do uso de materiais concretos facilitam a abstração, propiciando a autonomia na construção do conhecimento e compreensão efetiva dos conceitos geométricos, além de possibilitar a associação do conhecimento adquirido por meio da contextualização. Para Oliveira (2008) por meio da manipulação dos materiais concretos, o aluno é motivado à ação e tem estimulada a sua criatividade.

Assim sendo, propõe-se nesse trabalho a dedução da Relação de Euler por meio da utilização de material concreto em turma regular do 2º ano do Ensino Médio.

1.2.3 – Objetivo Geral

1.2.3.1 – Geral

Deduzir a Relação de Euler por meio da análise de alguns poliedros convexos e não-convexos com o uso de materiais concretos.

1.2.3.2 – Específicos

- i) Identificar os componentes dos poliedros;
- ii) Realizar a contagem do número de vértices, arestas e faces dos poliedros estudados;
- iii) Reconhecer e diferenciar poliedros convexos e não-convexos;
- iv) Reconhecer e diferenciar poliedros regulares e não-regulares;
- v) Verificar a validade da Relação de Euler para os poliedros convexos e não-convexos;

vi) Desenvolver o pensamento investigativo e o raciocínio matemático do aluno.

1.2.4 – Público-Alvo

Alunos do 2º ano do Ensino Médio.

2 – Relatório do LEAMAT II

2.1 – Atividades desenvolvidas

O primeiro encontro, realizado no dia 14 de junho de 2016, se deu com a apresentação dos objetivos e metodologia de ensino da disciplina de Laboratório de Ensino e aprendizagem de Matemática II (LEAMAT II) pela professora Mylane Barreto, com o intuito de nos mostrar a grande importância do nosso trabalho nessa nova etapa dentre os eixos que compõem a disciplina: Aritmética, Geometria, Álgebra e Educação Matemática Inclusiva.

Nos encontros seguintes foram de extrema importância para o aprofundamento do aporte teórico e para a elaboração da sequência didática. Com isso, foram elaboradas apostilas e exercícios, nos quais passaram por várias observações e orientações para alcançar o objetivo do trabalho.

No dia 23 de agosto de 2016, ocorreu a aplicação na turma do LEAMAT II, e foram levadas em consideração as observações para o prosseguimento da finalização da sequência didática.

2.2 – Elaboração da sequência didática

2.2.1 – Planejamento da sequência didática

A sequência didática é composta por nove questões. Na primeira questão são representados três sólidos geométricos com o objetivo de fazer o aluno identificar seus elementos.

Para a questão 2, sólidos concretos serão entregues a grupos de 6 a 8 pessoas de forma que os alunos possam identificar semelhanças entre eles e separá-los em dois grupos. Considerando que há duas possibilidades de separação: regulares e não regulares ou convexos e não convexos, a questão possui perguntas para que seja possível saber qual critério foi utilizado pelo grupo para realizar a separação e para que possam dizer quais sólidos pertencem ao mesmo grupo.

Na questão 3, o aluno deverá preencher a tabela proposta de acordo com o número de vértices, arestas, faces e tipos de faces de cada sólido recebido. Dessa forma, na questão 4 ele poderá realizar uma nova a separação desses sólidos baseada na observação e dos dados da tabela preenchida na questão 3, permitindo ao aluno perceber que há duas possibilidades de agrupá-los, dependendo de que características ele analisou.

A questão 5 tem como objetivo fixar os conceitos de: Sólidos geométricos; Poliedros e não Poliedros; Poliedros regulares e não regulares e Poliedros convexos e não convexos, para isso o aluno deverá completar as sentenças adequadamente.

As questões 6 e 7 tem como objetivo fazer o aluno perceber a relação existente entre o número de faces, arestas e vértices de cada poliedro regular, de forma a induzir a dedução da fórmula de Euler.

Na questão 8, objetiva-se mostrar ao aluno que a relação de Euler não é válida para qualquer Poliedro, fazendo-o perceber que apenas os Poliedros Regulares obedecem sempre à relação e que apenas alguns não regulares se enquadram na mesma.

A questão 9 visa verificar os conhecimentos adquiridos. São propostas três atividades em que a relação deve ser aplicada, considerando as particularidades de cada problema.

Por fim, uma questão para a avaliação da aula foi proposta para permitir ao aluno opinar sobre a metodologia desenvolvida.

2.2.2 – Aplicação da sequência didática na turma do LEAMAT II

No dia 23 de agosto de 2016 ocorreu a aplicação na turma do LEAMAT II. A turma foi separada em grupos, como proposto no planejamento.

A aula teve início com a licencianda Nathália solicitando aos alunos que utilizassem seus conhecimentos prévios para responder à questão 1. Em seguida um

conjunto de sólidos foi entregue a cada grupo, de forma que por meio da observação os alunos pudessem preencher a tabela da questão 2.

Após a verificação das respostas da questão 2, os alunos tiveram alguns minutos para responder à questão 3, que foi corrigida em seguida. Na sequência, os alunos foram solicitados a responder à questão 4. Ambas as questões foram corrigidas pela licencianda Clarisse.

A aula seguiu com a licencianda Daniella auxiliando os alunos na resolução das questões 5 e 6. Para isso, os alunos deveriam utilizar seus conhecimentos e o que foi observado na análise das características de cada um dos sólidos utilizados no preenchimento da tabela da questão 2.

Em seguida a licencianda Deborah conduziu a aula de forma a fazer os alunos deduzirem a expressão matemática para a relação entre os números de vértices, de faces e de arestas de cada poliedro regular. No momento seguinte, os alunos tiveram alguns minutos para responder à questão 8, que foi corrigida pela Licenciada.

Por fim, a licencianda Jéssica pediu aos alunos que tentassem responder a questão 9, corrigindo-a posteriormente. Após o fim das questões propostas, uma questão desafio deveria ser respondida pelos alunos e um aluno foi ao quadro mostrar de que forma respondeu. Como sua resolução estava correta, o aluno ganhou um brinde.

Após o término da aplicação os alunos e as professoras presentes fizeram suas considerações e suas observações. Em um primeiro momento, observou-se que ao verificar a validade de Relação de Euler nos sólidos propostos, nenhum deles feria a relação e que um equívoco ocorreu ao preparar a questão de número 2, que foi pensada de forma a ter pelo menos um sólido que não obedecesse à relação.

Para a questão 1, foi sugerido que se indicasse, no enunciado, o nome dos elementos (vértices, faces e arestas) a serem utilizados para a resolução da questão, de forma a evitar uma possível confusão com a nomenclatura das faces, que poderiam ser nomeadas como bases.

Na questão 2 a alteração sugerida foi a inclusão de uma coluna para a soma do número de vértices e de faces, visando facilitar a dedução da fórmula ao final das atividades, além da inclusão das siglas que indicam cada elemento do sólido, ou seja, Vértices (V), Faces (F) e Arestas (A).

Uma professora recomendou que colocássemos no quadro da questão 5 os termos que se repetiam, de forma que o número de expressões do quadro correspondesse ao

número de lacunas para preenchimento. Outra sugestão proposta para a referida questão foi quanto ao formato da questão, assim sugeriu-se que o formato de completar sentenças fosse alterado para o formato de cruzadinha. Tal sugestão não foi acatada, pois o grupo entendeu que tal alteração impediria a assimilação dos conceitos apresentados de forma conexa.

As demais questões não tiveram sugestões significativas de alteração, apenas com relação à forma de escrita dos enunciados. Por fim, uma alteração na ordem das questões foi sugerida, de forma que a questão 5 ficasse como primeira questão e as demais fossem renumeradas seguindo a sequência.

3 – Relatório do LEAMAT III

3.1 – Atividades desenvolvidas

As aulas ocorreram com a continuidade no processo de elaboração da sequência didática, que foi alterada considerando as sugestões dadas na aplicação na turma do LEAMAT II.

3.2 – Elaboração da sequência didática

3.2.1 – Versão final da sequência didática

Considerando as sugestões propostas após a aplicação na turma do LEAMAT II, as questões 1, 2 e 5 foram modificadas.

A sequência didática original, aplicada na turma do LEAMAT II, apresentava a questão 1 (Figura 1). Conforme já mencionado, para a questão 1, foi sugerida modificação do enunciado e a alteração no posicionamento das setas indicativas.

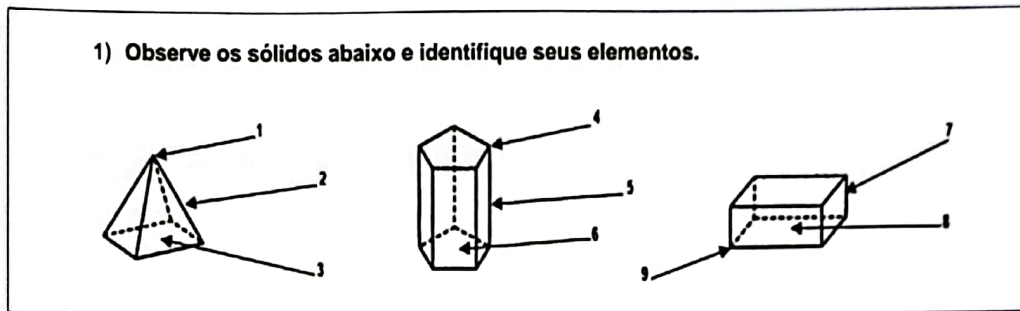


Figura 1 – Questão 1 da sequência didática original (aplicada na turma do LEAMAT II)

Fonte: Elaboração própria

Dessa forma, na questão 1 as alterações realizadas foram: i) a introdução dos nomes dos elementos a serem identificados e ii) a alteração da ordem de apresentação das setas indicativas, de forma a eliminar possíveis confusões entre a identificação de face e base.

Outra sugestão durante a apresentação foi a alteração da questão 5 em relação a ordem em que aparece na atividade proposta, impactando na numeração de todas as demais questões, assim, a questão 1 da sequência original (aplicada na turma do LEAMAT II) virou questão 2 (Figura 2) na sequência final (aplicada na turma regular).

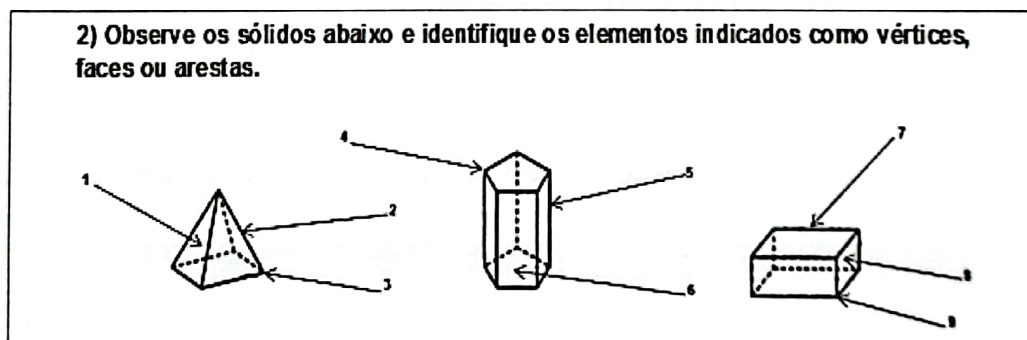


Figura 2 – Questão 1 após alterações e renumeração da sequência, virando questão 2

Fonte: Elaboração própria

Conforme mencionado, na questão 2 (Figura 3) as alterações sugeridas foram: i) a inclusão de uma coluna para a soma do número de vértices e de faces e ii) de siglas que indicam cada elemento do sólido.

2) De acordo com os sólidos recebidos, preencha a tabela a seguir.

Sólido	Nº de vértices	Nº de faces	Nº de arestas	Características das faces
A				
B				
C				
D				
E				
F				
G				
H				
I				
J				
K				
L				

Figura 3 – Questão 2 da sequência didática original (aplicada na turma do LEAMAT II)

Fonte: Elaboração própria

Assim, na questão 2, as alterações realizadas foram: i) a inclusão de uma coluna para a soma do número de vértices e de faces e ii) a inclusão das siglas que indicam cada elemento do sólido (Figura 4).

3) De acordo com os sólidos recebidos, preencha a tabela a seguir.

Sólido	Nº de vértices (V)	Nº de faces (F)	Nº de arestas (A)	V + F	Características das faces
A					
B					
C					
D					
E					
F					
G					
H					
I					
J					
K					
L					

Figura 4 – Questão 2 após a alteração sugerida e renumeração da sequência, virando questão 3

Fonte: Elaboração própria

Vale lembrar, que em função da sugestão de alteração da ordem das questões, todas as demais questões foram renumeradas, assim, a questão 2 da sequência didática original virou questão 3 na sequência didática final (figura 4).

A sequência didática original, aplicada na turma do LEAMAT II, apresentava a questão 5 (Figura 5).

Como alteração para a questão 5 foi recomendado que se fizesse a substituição e o acréscimo de algumas palavras apresentadas no quadro. Outra alteração foi quanto ao formato da questão.

5) Considerando as questões anteriores, complete adequadamente as sentenças a seguir, utilizando as palavras abaixo:

Convexos; Poliedros; Côncavos; Sólido geométrico; Regulares; Ângulos; Lados; Regular; Faces; Não Convexo; Face; Convexo; Não Regular

Um _____ é uma região do espaço limitada por uma superfície fechada. Os objetos à nossa volta são exemplos de formas geométricas chamadas sólidos. Os sólidos ocupam algum espaço. Os Sólidos Geométricos dividem-se em dois grandes grupos: _____ e Não Poliedros. _____ são sólidos limitados exclusivamente por superfícies planas. Já os Não Poliedros são sólidos que têm pelo menos uma face que não é plana. Os Poliedros podem ser classificados de duas formas: em função das características de suas faces ou em função da região espacial em que estão contidos. Dessa forma, temos no primeiro caso, os Poliedros _____ e não regulares e, no segundo caso, os Poliedros _____ e não convexos ou _____.

Um Poliedro _____ é aquele em que todos os _____ são congruentes (iguais) e todos os _____ são também congruentes. Então, um poliedro é regular se suas _____ são polígonos _____, todos com o mesmo número de lados e, em cada vértice do poliedro, encontram-se (convergem) sempre o mesmo número de arestas. Dessa forma, um poliedro _____ deve possuir pelo menos uma _____ formada por um polígono não regular. Um Poliedro é chamado _____ se, em relação a uma de suas faces, traçamos um semi-plano em que todo o Poliedro está todo contido no mesmo semi-espaço determinado por esta mesma face. Ou seja, se ao traçarmos um semi-plano uma parte do Poliedro está no semi-plano oposto, esse Poliedro é chamado _____ ou côncavo.

Figura 5 – Questão 5 da sequência didática original (aplicada na turma do LEAMAT II)
Fonte: Elaboração própria

Para a questão 5 a sugestão acatada foi a colocação dos termos que se repetiam no quadro de respostas. Verificou-se, ainda, a necessidade de revisão de alguns conceitos presentes no texto (Figura 6).

1) Complete adequadamente as sentenças a seguir utilizando as expressões abaixo:

Convexos; Poliedros; Côncavos; Sólido geométrico; Regulares; Não Convexo; Ângulos; Arestas; Regulares; Faces; Poliedros; Face; Regulares; Convexo; Não Regular.

Um _____ é uma região do espaço limitada por uma superfície fechada. Os objetos espaciais à nossa volta são exemplos de formas geométricas chamadas sólidos e, para fins de estudo, são divididos em dois grandes grupos: _____ e Não Poliedros.

_____ são sólidos limitados exclusivamente por superfícies planas. Já os Não Poliedros são sólidos que têm pelo menos uma face que não é plana. Os Poliedros podem ser classificados de duas formas: em função das características de suas faces ou em função da região espacial em que estão contidos. Dessa forma, temos no primeiro caso, os Poliedros _____ e não regulares e, no segundo caso, os Poliedros _____ e não convexos ou _____.

Poliedros _____ são aqueles em que todos os _____ das faces são congruentes (iguais) e todas as _____ são também congruentes. Então, um poliedro é regular se suas _____ são polígonos _____ congruentes, todos com o mesmo número de lados e, em cada vértice do poliedro, encontram-se (convergem) sempre o mesmo número de arestas. Dessa forma, um poliedro _____ deve possuir pelo menos uma _____ diferente das demais.

Um Poliedro é chamado _____ se, em relação a uma de suas faces, traçamos um semi-plano em que todo o Poliedro está todo contido no mesmo semi-espaço determinado por esta mesma face. Ou seja, se ao traçarmos um semi-plano uma parte do Poliedro está no semi-plano oposto, esse Poliedro é chamado _____ ou côncavo.

Figura 6 – Questão 5 após a alteração sugerida e renumeração da sequência, virando questão 1
Fonte: Elaboração própria

3.2.2 – Experimentação da sequência didática na turma regular

A aula teve início com 19 alunos em uma turma de 2º ano do Ensino Médio Integrado ao Curso Técnico de Mecânica de uma escola federal da cidade de Campos dos

Goytacazes, no dia 05 de dezembro de 2016, no horário de 07h 50min às 09h 40min, perfazendo duas horas-aula e tendo, ao final, a presença de 28 alunos.

A licencianda Nathália solicitou aos alunos que se agrupassem (Figura 7), formando 4 grupos para o desenvolvimento das atividades. Posteriormente fez a entregas das apostilas aos alunos.



Figura 7 – Divisão da turma em grupos
Fonte: Protocolos de pesquisa

Em seguida, fez uma breve explanação sobre as definições de sólido geométrico, poliedros e não poliedros e suas classificações (Figura 8), de forma a dar subsídios para que os alunos pudessem responder à questão 1 das atividades. Os alunos tiveram alguns minutos para responder à referida questão, que foi corrigida pela licencianda logo em seguida.



Figura 8 – Explanação sobre sólidos geométricos e poliedros
Fonte: Protocolos de pesquisa

Durante a correção das atividades, verificou-se que dos 28 alunos que participaram da aula, dois deixaram de responder a quase totalidade da questão 1 (Figura 9). Imagina-

se que esse fato pode estar relacionado ao atraso de alguns alunos para o início da aula ou ao desinteresse do aluno em preencher todas as lacunas.

1) Complete adequadamente as sentenças a seguir utilizando as expressões abaixo:

Convexos; Poliedros; Côncavos; Sólido geométrico; Regulares; Não Convexo; Ângulos; Arestas; Regulares; Faces; Poliedros; Face; Regulares; Convexo; Não Regular.

Um sólido geométrico é uma região do espaço limitada por uma superfície fechada. Os objetos espaciais à nossa volta são exemplos de formas geométricas chamadas sólidos e, para fins de estudo, são divididos em dois grandes grupos: Poliedros e Não Poliedros.

Poliedros são sólidos limitados exclusivamente por superfícies planas. Já os Não Poliedros são sólidos que têm pelo menos uma face que não é plana. Os Poliedros podem ser classificados de duas formas: em função das características de suas faces ou em função da região espacial em que estão contidos. Dessa forma, temos no primeiro caso, os Poliedros regulares e não regulares e, no segundo caso, os Poliedros convexos e não convexos ou regulares.

Poliedros regulares são aqueles em que todos os ângulos das faces são congruentes (iguais) e todas as arestas são também congruentes. Então, um poliedro é regular se suas arestas são polígonos regulares congruentes, todos com o mesmo número de lados e, em cada vértice do poliedro, encontram-se (convergem) sempre o mesmo número de arestas. Dessa forma, um poliedro convexo deve possuir pelo menos uma face diferente das demais.

Um Poliedro é chamado convexo se, em relação a uma de suas faces, traçamos um semi-plano em que todo o Poliedro está todo contido no mesmo semi-espaço determinado por esta mesma face. Ou seja, se ao traçarmos um semi-plano uma

Figura 9 – Questão 1 – resposta do aluno A

Fonte: Protocolos de Pesquisa

Na sequência, a licencianda Jéssica explicou aos alunos como deveriam responder à questão 2, dando-lhes alguns minutos para isso, corrigindo-a em seguida.

Foi possível notar que um aluno não respondeu à questão 2 (Figura 10), fato que provavelmente também pode ser atribuído ao atraso no horário de chegada em sala de aula.

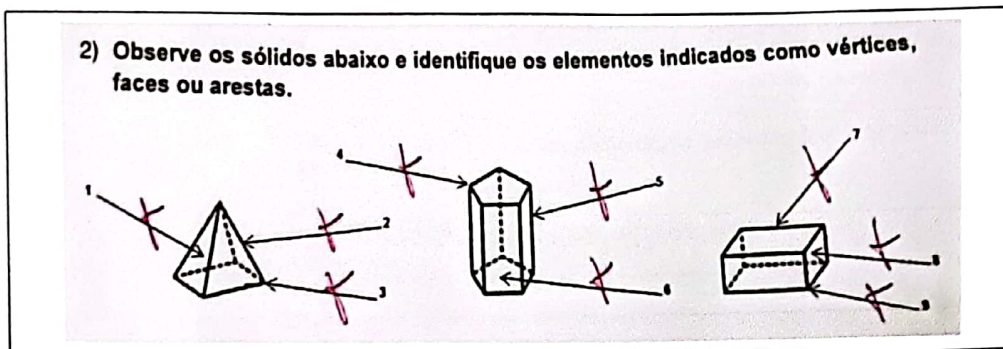


Figura 10 – Questão 2 – resposta do aluno A
Fonte: Protocolos de Pesquisa

Outra observação foi a resposta de um aluno que ao responder à referida questão, desenhou um cubo para destacar os elementos solicitados (vértices, faces e arestas), o que pode ser atribuído ao fato de ser um sólido ao qual ele tem mais conhecimento e maior possibilidade de contato em seu cotidiano, o que o permitiria fazer um comparativo entre os elementos das figuras analisadas (Figura 11).

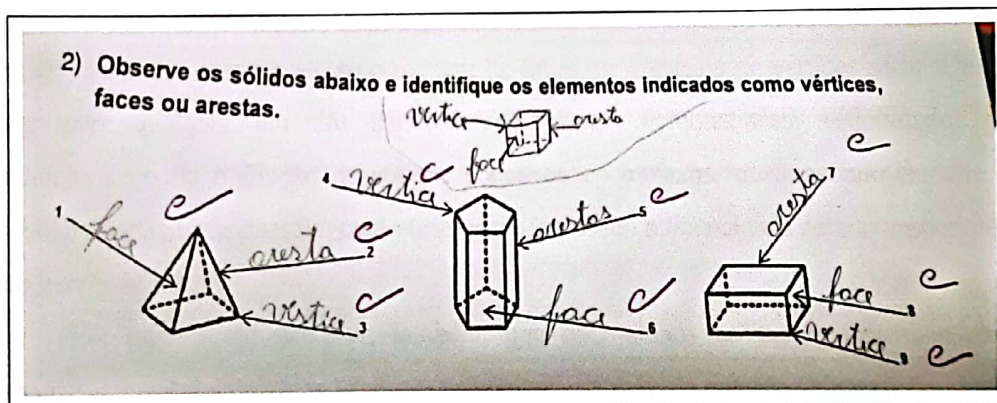


Figura 11 – Questão 2 – resposta do aluno B
Fonte: Protocolos de Pesquisa

Posteriormente, os grupos receberam vários tipos de sólidos geométricos que deveriam ser utilizados no desenvolvimento das demais questões, assim, a licencianda Jéssica explicou como deveriam utilizar o material para preencher a tabela da questão 3, corrigindo-a posteriormente (Figura 12).



Figura 12 – Correção da questão 3 pela Licencianda Jéssica
Fonte: Protocolos de pesquisa

Identificou-se que 8 alunos, dos 28 presentes, apresentaram um pouco de dificuldade na contagem dos elementos dos primeiros sólidos apresentados (sólidos A, B, C e D) na questão 3. Dessa forma, a licencianda percebeu a necessidade de ajuda-los na contagem dos elementos, o que resultou na apresentação de respostas com menor número de erros nos demais itens (Figura 13).

Notou-se, ainda, que os alunos tentaram estabelecer padrões ao longo do processo, tendo um aluno questionado se o número de faces, de arestas e de vértices seria sempre par para qualquer um dos sólidos. Três alunos demonstraram dificuldades no entendimento da definição de sólidos côncavos e convexos, questionando durante o desenvolvimento da questão, como diferenciá-los, tendo a licencianda Jéssica respondido ao questionamento.

Foi interessante perceber, também, que dois alunos utilizaram desenhos para representar as características das faces ao responder à referida questão (Figura 13).

3) De acordo com os sólidos recebidos, preencha a tabela a seguir.

Sólido	Nº de vértices (V)	Nº de faces (F)	Nº de arestas (A)	V + F	Características das faces
A	4	4	6	8	
B	8	6	12	14	
C	6	8	12	14	
D	12	20	30	32	
E	6	5	9	11	
F	12	7	19	19	
G	8	5	13	13	
H	12	7	19	19	
I	10	8	18	18	
J	8	6	12	14	
K	8	12	19	20	
L	10	10	20	20	

Figura 13 – Questão 3 – resposta do aluno C
Fonte: Protocolos de Pesquisa

Ao final da correção da questão 3, os alunos foram liberados para o lanche, tendo retornado à sala gradativamente e aparentemente mais dispersos, o que pode ter influenciado no aproveitamento final.

No momento seguinte, a licencianda Daniella (Figura 14) fez a leitura do enunciado da questão 4 e explicou como os alunos deveriam proceder para respondê-la, corrigindo-a em seguida.



Figura 14 – Licencianda Daniella auxiliando na resolução da questão 4
Fonte: Protocolos de pesquisa

Notou-se que os alunos apresentaram dificuldade no entendimento do enunciado da questão 4, sendo necessário que a licencianda esclarecesse as dúvidas e que, mesmo após os esclarecimentos, 11 alunos, dos 28 presentes, não conseguiram elaborar uma resposta (Figura 15).

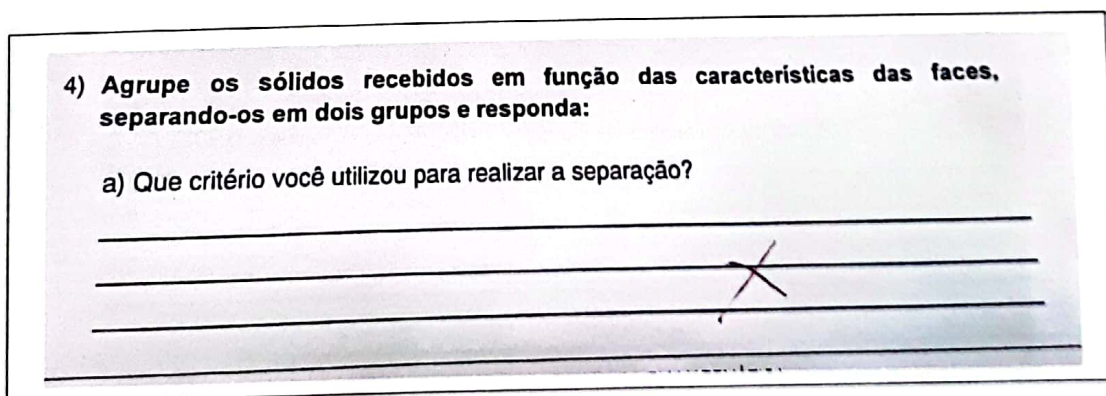


Figura 15 – Questão 4 – resposta do aluno E
Fonte: Protocolos de Pesquisa

Em seguida a licenciada solicitou aos alunos que respondessem à questão 5, explicitando que critérios deveriam utilizar para isso e corrigindo-a posteriormente.

Nesse momento os alunos demonstraram dificuldades no entendimento das definições de côncavo ou convexo e regular ou não regular, pois não compreendiam que a classificação dos poliedros em côncavo ou convexo e regular ou não regular ocorre de maneira independente e tentavam estabelecer uma relação obrigatória entre os poliedros não regulares e os poliedros côncavos, como se os poliedros não regulares tivessem que ser obrigatoriamente côncavos.

Tal dificuldade foi comprovada durante a correção da questão 5, onde 2 alunos responderam de forma equivocada (Figura 16).

5) Observando os sólidos recebidos e analisando a tabela preenchida na questão 3, responda:

a) De que outra forma você poderia realizar a separação dos sólidos?
 De uma relação a uma de duas facetas. Tracaram um semi-plano em que todos os poliedros estão todos cortados no mesmo plano e separados de acordo com a mesma face.

b) Que sólidos pertencem ao mesmo grupo?
 A, B, C, D, E, F, G, H, I, J e K são côncavos.
 L e M são convexos.

Figura 16 – Questão 5 – resposta do aluno A
 Fonte: Protocolos de Pesquisa

Observou-se, também, durante a correção, que 7 alunos deixaram de respondê-la (Figura 17).

5) Observando os sólidos recebidos e analisando a tabela preenchida na questão 3, responda:

a) De que outra forma você poderia realizar a separação dos sólidos?

b) Que sólidos pertencem ao mesmo grupo?

Figura 17 – Questão 5 – resposta do aluno F
 Fonte: Protocolos de pesquisa

As questões 6 e 7 foram desenvolvidas pela licencianda Clarisse (Figura 18). Verificou-se que os alunos conseguiam estabelecer adequadamente a relação solicitada na questão, tendo um aluno respondido que notou que a soma do número de vértices com o número de faces, subtraído de 2 unidades, corresponderia ao número de arestas do poliedro. Nesse momento um aluno declarou que a relação não seria válida para o sólido “L”, tendo a licencianda Deborah ressaltado, na ocasião, que a relação não seria válida para todos os poliedros não regulares e que a validade ou não deveria ser verificada para cada caso isolado.



Figura 18 – Licencianda Clarisse auxiliando na resolução das questões 6 e 7
Fonte: Protocolos de pesquisa

Durante a correção da questão 6, verificou-se que 13 alunos tiveram dificuldade ao redigir a resposta, uma vez que ao invés de colocar por extenso qual a relação existente entre os elementos do sólido, o fizeram por meio de uma fórmula (Figura 19), que viria a ser a própria relação de Euler. Supõe-se que tal fato esteja relacionado a um estigma no que se refere a responder questões da matemática por extenso, uma vez que os alunos entendem que as respostas devem ser elaboradas exclusivamente por meio de números ou fórmulas matemáticas.

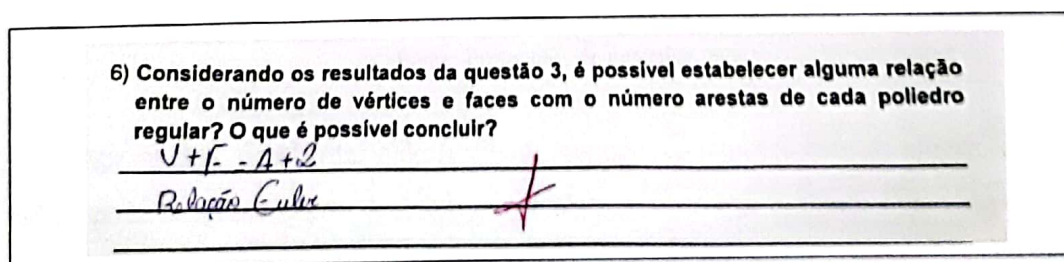


Figura 19 – Questão 6 – resposta do aluno B
Fonte: Protocolos de Pesquisa

Na sequência, a licencianda Nathália fez a leitura da questão 8, auxiliando os alunos no desenvolvimento desta. Observou-se que 4 alunos responderam erroneamente e que 3 alunos não responderam à questão (Figura 20). Acredita-se que o fato de estarem cansados e próximos ao término do horário da aula possa ter ocasionado certa dispersão da atenção.

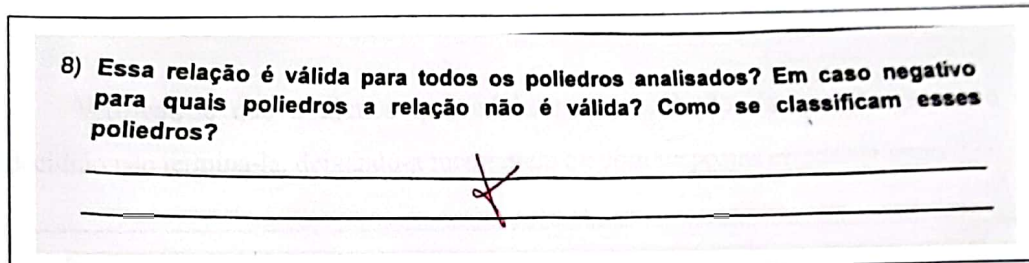


Figura 20 – Questão 8 – resposta do aluno D
Fonte: Protocolos de Pesquisa

Por fim, a licencianda Deborah resolveu a questão 9 junto aos alunos, reservando, ao final, 10 minutos para que pudessem resolver o desafio proposto, dando-lhes, inicialmente, dicas de como poderiam desenvolver os cálculos necessários, corrigindo posteriormente (Figura 21).

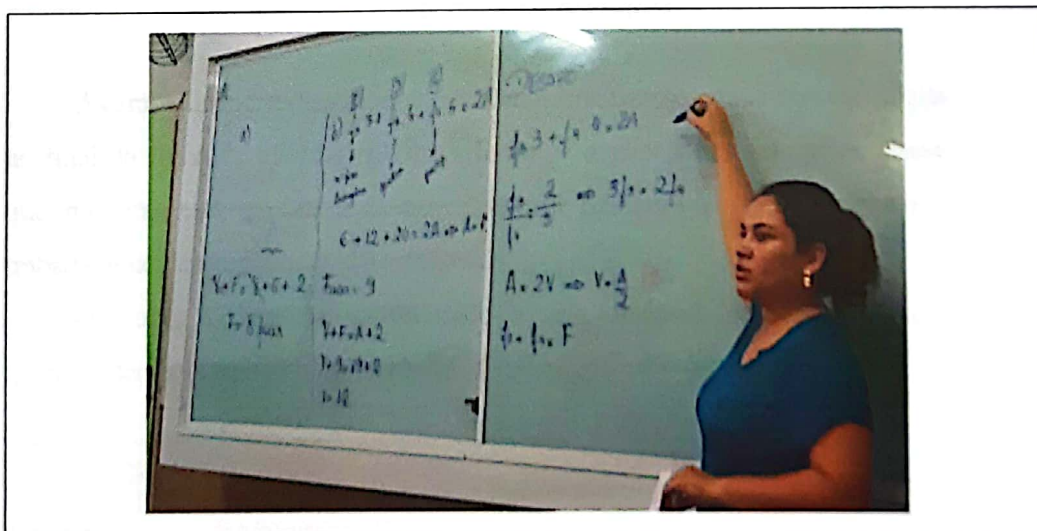


Figura 21 – Licencianda Deborah corrigindo a questão Desafio
Fonte: Protocolos de pesquisa

Apesar de o desafio ter sido resolvido concomitantemente com os alunos, o fator fadiga pode ter gerado certo desinteresse de alguns, visto que 5 alunos optaram por não copiar a resposta (Figura 22).

DESAFIO: Um poliedro convexo possui apenas faces triangulares e quadrangulares. Sabendo que o número de faces triangulares e quadrangulares são diretamente proporcionais aos números 2 e 3 e que o número de arestas é o dobro do número de vértices, calcule o número total de faces desse poliedro.

Figura 22 – Questão Desafio – resposta do aluno A
Fonte: Protocolos de Pesquisa

Verificou-se que 5 alunos que iniciaram a resolução da questão parecem ter decidido não terminá-la, deixando-a incompleta ou com respostas erradas (Figura 23).

DESAFIO: Um poliedro convexo possui apenas faces triangulares e quadrangulares. Sabendo que o número de faces triangulares e quadrangulares são diretamente proporcionais aos números 2 e 3 e que o número de arestas é o dobro do número de vértices, calcule o número total de faces desse poliedro.

CH

① $3t = 4q \Rightarrow t = \frac{4}{3}q$

② $3t + 4q = 2A$

③ $t + q = \frac{A}{3}$

④ $3t + 4q = 2A$

⑤ $t + q = \frac{A}{3}$

⑥ $3t + 4q = 2A$

⑦ $t + q = \frac{A}{3}$

⑧ $3t + 4q = 2A$

⑨ $t + q = \frac{A}{3}$

⑩ $3t + 4q = 2A$

⑪ $t + q = \frac{A}{3}$

⑫ $3t + 4q = 2A$

⑬ $t + q = \frac{A}{3}$

⑭ $3t + 4q = 2A$

⑮ $t + q = \frac{A}{3}$

⑯ $3t + 4q = 2A$

⑰ $t + q = \frac{A}{3}$

⑱ $3t + 4q = 2A$

⑲ $t + q = \frac{A}{3}$

⑳ $3t + 4q = 2A$

㉑ $t + q = \frac{A}{3}$

㉒ $3t + 4q = 2A$

㉓ $t + q = \frac{A}{3}$

㉔ $3t + 4q = 2A$

㉕ $t + q = \frac{A}{3}$

㉖ $3t + 4q = 2A$

㉗ $t + q = \frac{A}{3}$

㉘ $3t + 4q = 2A$

㉙ $t + q = \frac{A}{3}$

㉚ $3t + 4q = 2A$

㉛ $t + q = \frac{A}{3}$

㉜ $3t + 4q = 2A$

㉝ $t + q = \frac{A}{3}$

㉞ $3t + 4q = 2A$

㉟ $t + q = \frac{A}{3}$

㊱ $3t + 4q = 2A$

㊲ $t + q = \frac{A}{3}$

㊳ $3t + 4q = 2A$

㊴ $t + q = \frac{A}{3}$

㊵ $3t + 4q = 2A$

㊶ $t + q = \frac{A}{3}$

㊷ $3t + 4q = 2A$

㊸ $t + q = \frac{A}{3}$

㊹ $3t + 4q = 2A$

㊺ $t + q = \frac{A}{3}$

Como você avalia a aula dada?

II em II

$3t = \frac{2A}{3} \Rightarrow t = \frac{2A}{9}$

$F = \frac{A}{3} + \frac{2A}{9} = \frac{5A}{9}$

$V + F = A + 2$

$\frac{A}{3} + \frac{5A}{9} = A + 2$

$3A - 5A = 18$

$-2A = 18 \Rightarrow A = -9$

$F = \frac{5 \cdot (-9)}{9} = -5$

Figura 23 – Questão Desafio – resposta do aluno E
Fonte: Protocolos de Pesquisa

Assim, a licencianda solicitou aos alunos que fizessem uma breve avaliação da aula ao final da folha de atividades. Dessa forma, a avaliação da aula pelos alunos indicou que, no geral, estes gostaram da aula, visto que fizeram inúmeros elogios ao método de trabalho e ao desempenho das licenciandas.

O aluno A disse ter considerado a aula dinâmica e agradeceu ao grupo de licenciandas pelo trabalho desenvolvido (Figura 24).

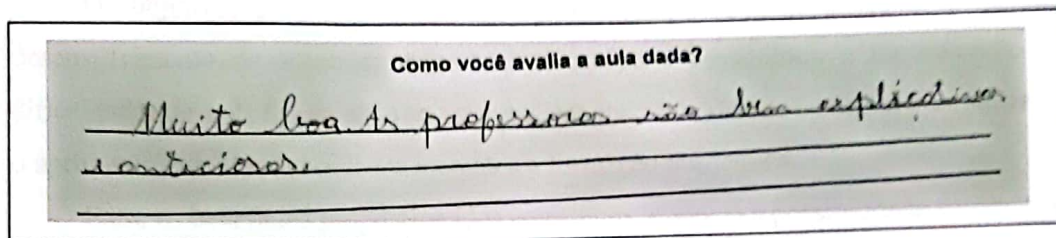
Como você avalia a aula dada?

Considero esta aula extremamente dinâmica e que integra a turma por ser uma matéria "esquecida" que há muito não a estudamos. E não por isso não a torna mais fácil.

Agradeço ao grupo de licenciatura participante desta aula.

Figura 24 – Avaliação feita pelo aluno A
Fonte: Protocolos de Pesquisa

O aluno B elogiou as professoras, dizendo que foram atenciosas e bem explicativas (Figura 25).

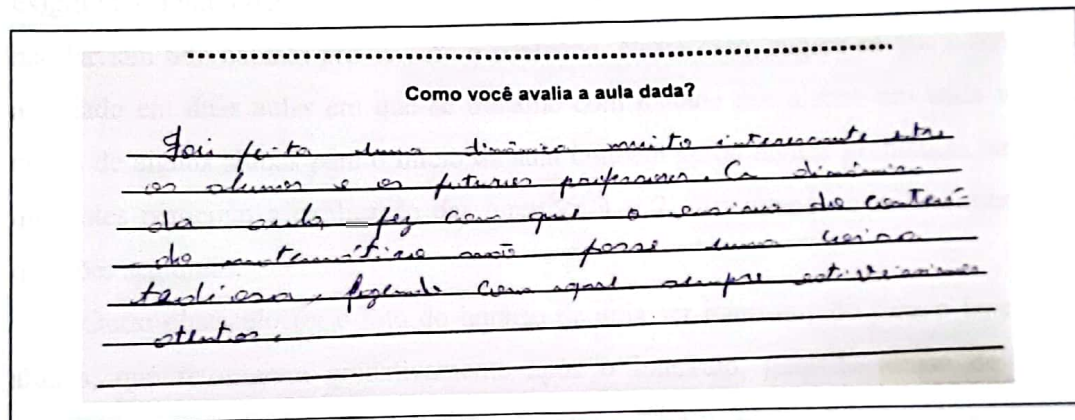


Como você avalia a aula dada?

Muito boa as professoras são bem explicativas e atenciosas.

Figura 25 – Avaliação feita pelo aluno B
Fonte: Protocolos de Pesquisa

Já o aluno C teceu elogios quanto à dinâmica utilizada e disse que isso os deixou mais atentos à aula (Figura 26).

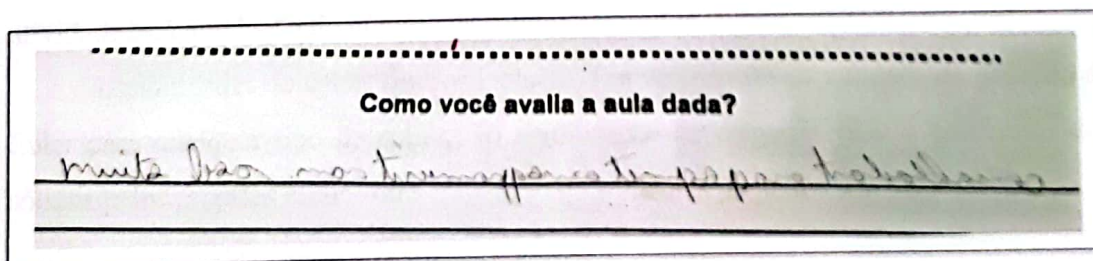


Como você avalia a aula dada?

Foi feita uma dinâmica muito interessante entre os alunos e as futuras professoras. Com a dinâmica da aula fez com que o ensino do conteúdo de matemática não fosse uma lição tediosa, ficando com uma sempre estimulando os alunos.

Figura 26 – Avaliação feita pelo aluno F
Fonte: Protocolos de Pesquisa

Apenas um aluno fez uma observação quanto ao tempo curto para trabalhar o conteúdo (Figura 27).



Como você avalia a aula dada?

muito boa mas tem pouco tempo para trabalhar o conteúdo.

Figura 27 – Avaliação feita pelo aluno D
Fonte: Protocolos de Pesquisa

Por fim, as folhas e os sólidos foram recolhidos e a aula dada por encerrada.

Considerações Finais

Os objetivos propostos foram alcançados. A aplicação da atividade permitiu o desenvolvimento do senso de trabalho em equipe e possibilitou a identificação das dificuldades de cada licencianda ao estar em um ambiente real de trabalho, oportunizando o aprimoramento das habilidades inerentes à formação acadêmica.

Entre os benefícios proporcionados aos alunos, estão: i) a possibilidade da interação com os colegas, visto que o trabalho foi desenvolvido em grupo; ii) a melhor compreensão dos conceitos trabalhados devido à utilização do material concreto e iii) uma aula dinâmica que despertou a participação de todos.

Uma dificuldade durante a aplicação foi trabalhar com uma turma numerosa, o que exigiu mais tempo para a explicação de determinados tópicos abordados já que os alunos não haviam tido contato prévio com o conteúdo. Nesse caso, sugere-se que o tema seja abordado em duas aulas em que se trabalhe com metade dos alunos em cada uma. O atraso de alguns alunos para o início da aula também gerou alguns problemas, uma vez que estes perderam a explicação das questões 1 e 2, dificultando o entendimento das questões seguintes.

Outro obstáculo foi o fato do horário de aula ser interrompido para o lanche dos alunos, que retornaram gradativamente após o intervalo, gerando atraso de alguns minutos para a retomada da aplicação. Sugere-se, assim que aulas que dependam da exploração de material concreto sejam realizadas em horários adjacentes entre si.

A abordagem mais atrativa do tema mediante o uso do material concreto foi o ponto positivo do trabalho, visto que facilitou o processo de ensino-aprendizagem.

Como sugestão para a redução do tempo necessário ao desenvolvimento da atividade está a redução do número de sólidos utilizados.

Possibilidades de temas futuros incluem: i) a verificação da validade da Relação de Euler para qualquer tipo de sólido; ii) a utilização de origamis para a confecção dos sólidos pelos próprios alunos ou a utilização de *softwares* de geometria 3D.

Referências

BRASIL, Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e Tecnológica (Semtec). **Parâmetros Curriculares Nacionais Para o Ensino Médio**. Brasília, DF: 1999. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/ciencian.pdf>>. Acesso em: 30 mar. 2016.

BRASIL, Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental: Matemática/Secretaria de Educação Fundamental**. Brasília, DF: 1998. 148 p. Disponível em: <portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro03.pdf>. Acesso em: 13 abr. 2016.

KALEFF, A. M. M. R. **Tópicos em Ensino de Geometria: a sala de aula frente ao laboratório de ensino e à história da geometria**. Rio de Janeiro, RJ: 2008. 223 p. Disponível em: <goo.gl/s0mqzN>. Acesso em 20 abr. 2016.

OLIVEIRA NETO, Jayme Alves de. **Varetas, canudos, arestas e... sólidos regulares**. 2008. Disponível em: <<http://www.jaymeprof.com.br/tg/Platao/varetas.htm>>. Acesso em: 26 jan. 2016.

SANTOS, Paula Eveline da Silva dos. **Teorema de Euler: um estudo com auxílio de materiais concretos e tecnologia**. 2014. 91 f. Dissertação (Mestrado) – Curso de Mestrado Profissional em Matemática. Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro (UENF). Campos dos Goytacazes. 2014. Disponível em: <<http://www.profmatsbm.org.br/dissertacoes>>. Acesso em: 15 abr. 2016.

SENA, Rebeca Moreira; DORNELES, Beatriz Vargas. Ensino de Geometria: Rumos da Pesquisa (1991-2011). **Revista Eletrônica de Educação Matemática**. Santa Catarina, v. 8, n. 1, p. 138 – 155, 2013. Semestral. Disponível em: <<https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/1981-1322.2013v8n1p138/25095>>. Acesso em: 26 jan. 2016.

Campos dos Goytacazes (RJ), ____ de _____ de 2017.

Clarisse Paes Foxi Vogel
Daniella Soares Noqueira Ribeiro
Deborah Alves Horta
Jenifer Peruffato da Silva
Valdiana da Silva Machado Vieira

Apêndices

Apêndice A: Material didático aplicado na turma do LEAMAT II

Atividade	Objetivos	Conteúdo	Recursos	Tempo
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				
11				
12				
13				
14				
15				
16				
17				
18				
19				
20				
21				
22				
23				
24				
25				
26				
27				
28				
29				
30				
31				
32				
33				
34				
35				
36				
37				
38				
39				
40				
41				
42				
43				
44				
45				
46				
47				
48				
49				
50				
51				
52				
53				
54				
55				
56				
57				
58				
59				
60				
61				
62				
63				
64				
65				
66				
67				
68				
69				
70				
71				
72				
73				
74				
75				
76				
77				
78				
79				
80				
81				
82				
83				
84				
85				
86				
87				
88				
89				
90				
91				
92				
93				
94				
95				
96				
97				
98				
99				
100				

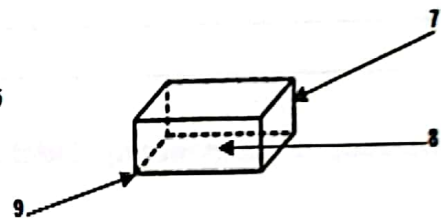
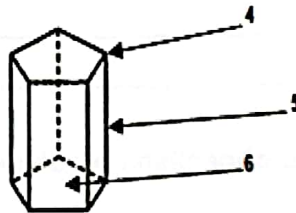
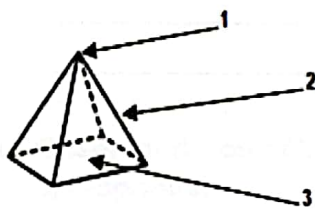
Curso _____ Turma: _____

Aluno: _____

Data: ____/____/____

DEDUÇÃO DA RELAÇÃO DE EULER – ATIVIDADES

1) Observe os sólidos abaixo e identifique seus elementos.



2) De acordo com os sólidos recebidos, preencha a tabela a seguir.

Sólido	Nº de vértices	Nº de faces	Nº de arestas	Características das faces
A				
B				
C				
D				
E				
F				
G				
H				
I				
J				
K				
L				

CURSO SUPERIOR DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

Laboratório de Ensino e Aprendizagem em Matemática – Ensino e Aprendizagem de Geometria

DEDUÇÃO DA RELAÇÃO DE EULER POR MEIO DA UTILIZAÇÃO DE MATERIAL CONCRETO

Grupo: Clarisse Paes J. Degel, Daniella Soares Nogueira, Deborah Alves Horta, Jéssica Bonifácio Da Silva, Nathália Da Silva M. Vieira

3) Agrupe os sólidos recebidos em função de suas características, separando-os em dois grupos e responda:

a) Que critério você utilizou para realizar a separação?

b) Que sólidos pertencem ao mesmo grupo?

4) Observando os sólidos recebidos e analisando a tabela preenchida na questão 2, responda:

a) De que outra forma você poderia realizar a separação dos sólidos?

b) Que sólidos pertencem ao mesmo grupo?

5) Considerando as questões anteriores, complete adequadamente as sentenças a seguir, utilizando as palavras abaixo:

Convexos; Poliedros; Côncavos; Sólido geométrico; Regulares; Ângulos; Lados; Regular; Faces; Não Convexo; Face; Convexo; Não Regular

Um _____ é uma região do espaço limitada por uma superfície fechada. Os objetos à nossa volta são exemplos de formas geométricas chamadas sólidos. Os sólidos ocupam algum espaço. Os Sólidos Geométricos dividem-se em dois grandes grupos: _____ e Não Poliedros. _____ são sólidos limitados exclusivamente por superfícies planas. Já os

CURSO SUPERIOR DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

Laboratório de Ensino e Aprendizagem em Matemática – Ensino e Aprendizagem de Geometria

DEDUÇÃO DA RELAÇÃO DE EULER POR MEIO DA UTILIZAÇÃO DE MATERIAL CONCRETO

Grupo: Clarisse Paes J. Degel, Daniella Soares Nogueira, Deborah Alves Horta, Jéssica Bonifácio Da Silva, Nathália Da Silva M. Vieira

Não Poliedros são sólidos que têm pelo menos uma face que não é plana. Os Poliedros podem ser classificados de duas formas: em função das características de suas faces ou em função da região espacial em que estão contidos. Dessa forma, temos no primeiro caso, os Poliedros _____ e não regulares e, no segundo caso, os Poliedros _____ e não convexos ou _____.

Um Poliedro _____ é aquele em que todos os _____ são congruentes (iguais) e todos os _____ são também congruentes. Então, um poliedro é regular se suas _____ são polígonos _____, todos com o mesmo número de lados e, em cada vértice do poliedro, encontram-se (convergem) sempre o mesmo número de arestas. Dessa forma, um poliedro _____ deve possuir pelo menos uma _____ formada por um polígono não regular. Um Poliedro é chamado _____ se, em relação a uma de suas faces, traçamos um semi-plano em que todo o Poliedro está todo contido no mesmo semi-espaço determinado por esta mesma face. Ou seja, se ao traçarmos um semi-plano uma parte do Poliedro está no semi-plano oposto, esse Poliedro é chamado _____ ou côncavo.

6) **Verifique a relação existente entre o número de vértices, faces e aresta de cada poliedro regular. O que é possível concluir?**

7) **Matematicamente como podemos expressar a relação encontrada na questão anterior?**

8) **Essa relação é válida para todos os poliedros analisados? Em caso negativo para quais poliedros a relação não é válida? Como se classificam esses poliedros?**

CURSO SUPERIOR DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

Laboratório de Ensino e Aprendizagem em Matemática – Ensino e Aprendizagem de Geometria

DEDUÇÃO DA RELAÇÃO DE EULER POR MEIO DA UTILIZAÇÃO DE MATERIAL CONCRETO

Grupo: Clarisse Paes J. Degel, Daniella Soares Nogueira, Deborah Alves Horta, Jéssica Bonifácio Da Silva, Nathália Da Silva M. Vieira

9) Com base nos conhecimentos adquiridos, responda as questões a seguir:

a) (FAAP/SP - adaptada) Em um poliedro convexo, o número de arestas excede o número de vértices em 6 unidades. Qual o número de faces desse poliedro?

b) (FATEC/SP) Um poliedro convexo tem 3 faces com 4 lados, 2 faces com 3 lados e 4 faces com 5 lados. Qual o número de vértices desse poliedro?

DESAFIO: Um poliedro convexo possui apenas faces triangulares e quadrangulares. Sabendo que o número de faces triangulares e quadrangulares são diretamente proporcionais aos números 2 e 3 e que o número de arestas é o dobro do número de vértices, calcule o número total de faces desse poliedro.

.....

Como você avalia a aula dada?

CURSO SUPERIOR DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

Laboratório de Ensino e Aprendizagem em Matemática – Ensino e Aprendizagem de Geometria

DEDUÇÃO DA RELAÇÃO DE EULER POR MEIO DA UTILIZAÇÃO DE MATERIAL CONCRETO

Grupo: Clarisse Paes J. Degel, Daniella Soares Nogueira, Deborah Alves Horta, Jéssica Bonifácio Da Silva, Nathália Da Silva M. Vieira

Apêndice B: Material didático aplicado na turma regular



Curso _____ Turma: _____

Aluno: _____

Data: ____/____/____

DEDUÇÃO DA RELAÇÃO DE EULER – ATIVIDADES

- 1) Complete adequadamente as sentenças a seguir utilizando as expressões abaixo:

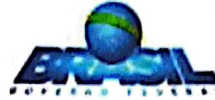
Convexos; Poliedros; Côncavos; Sólido geométrico; Regulares; Não Convexo; Ângulos; Arestas; Regulares; Faces; Poliedros; Face; Regulares; Convexo; Não Regular.

Um _____ é uma região do espaço limitada por uma superfície fechada. Os objetos espaciais à nossa volta são exemplos de formas geométricas chamadas sólidos e, para fins de estudo, são divididos em dois grandes grupos: _____ e Não Poliedros.

_____ são sólidos limitados exclusivamente por superfícies planas. Já os Não Poliedros são sólidos que têm pelo menos uma face que não é plana. Os Poliedros podem ser classificados de duas formas: em função das características de suas faces ou em função da região espacial em que estão contidos. Dessa forma, temos no primeiro caso, os Poliedros _____ e não regulares e, no segundo caso, os Poliedros _____ e não convexos ou _____.

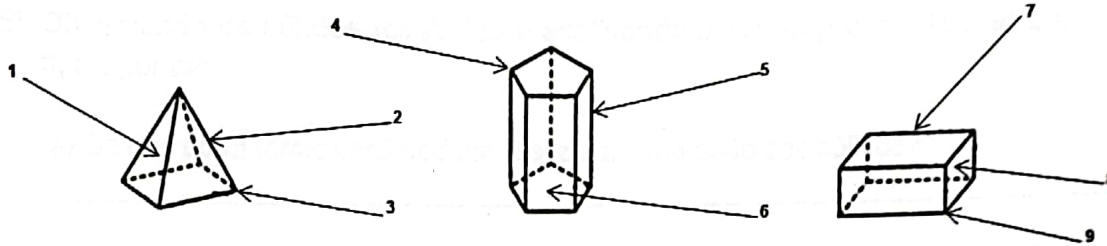
Poliedros _____ são aqueles em que todos os _____ das faces são congruentes (iguais) e todas as _____ são também congruentes. Então, um poliedro é regular se suas _____ são polígonos _____ congruentes, todos com o mesmo número de lados e, em cada vértice do poliedro, encontram-se (convergem) sempre o mesmo número de arestas. Dessa forma, um poliedro _____ deve possuir pelo menos uma _____ diferente das demais.

Um Poliedro é chamado _____ se, em relação a uma de suas faces, traçamos um semi-plano em que todo o Poliedro está todo contido no mesmo semi-espaço determinado por esta mesma face. Ou seja, se ao traçarmos um semi-plano uma



parte do Poliedro está no semi-plano oposto, esse Poliedro é chamado _____ ou côncavo.

2) Observe os sólidos abaixo e identifique os elementos indicados como vértices, faces ou arestas.



3) De acordo com os sólidos recebidos, preencha a tabela a seguir.

Sólido	Nº de vértices (V)	Nº de faces (F)	Nº de arestas (A)	V + F	Características das faces
					<
A					
B					
C					
D					
E					
F					
G					
H					
I					
J					
K					
L					

4) Agrupe os sólidos recebidos em função das características das faces, separando-os em dois grupos e responda:

a) Que critério você utilizou para realizar a separação?



b) Que sólidos pertencem ao mesmo grupo?

5) Observando os sólidos recebidos e analisando a tabela preenchida na questão 3, responda:

a) De que outra forma você poderia realizar a separação dos sólidos?

b) Que sólidos pertencem ao mesmo grupo?

6) Considerando os resultados da questão 3, é possível estabelecer alguma relação entre o número de vértices e faces com o número arestas de cada poliedro regular? O que é possível concluir?

7) Matematicamente como podemos expressar a relação encontrada na questão anterior? Considere V o número de vértices, F o número de faces e A o número de arestas.

8) Essa relação é válida para todos os poliedros analisados? Em caso negativo para quais poliedros a relação não é válida? Como se classificam esses poliedros?



9) Com base nos conhecimentos adquiridos, responda as questões a seguir:

a) (FAAP/SP - adaptada) Em um poliedro convexo, o número de arestas excede o número de vértices em 6 unidades. Qual o número de faces desse poliedro?

b) (FATEC/SP - adaptada) Um poliedro convexo tem 9 faces no total, destas 3 faces tem 4 lados, 2 faces tem 3 lados e 4 faces tem 5 lados. Qual o número de vértices desse poliedro?

DESAFIO: Um poliedro convexo possui apenas faces triangulares e quadrangulares. Sabendo que o número de faces triangulares e quadrangulares são diretamente proporcionais aos números 2 e 3 e que o número de arestas é o dobro do número de vértices, calcule o número total de faces desse poliedro.

.....

Como você avalia a aula dada?

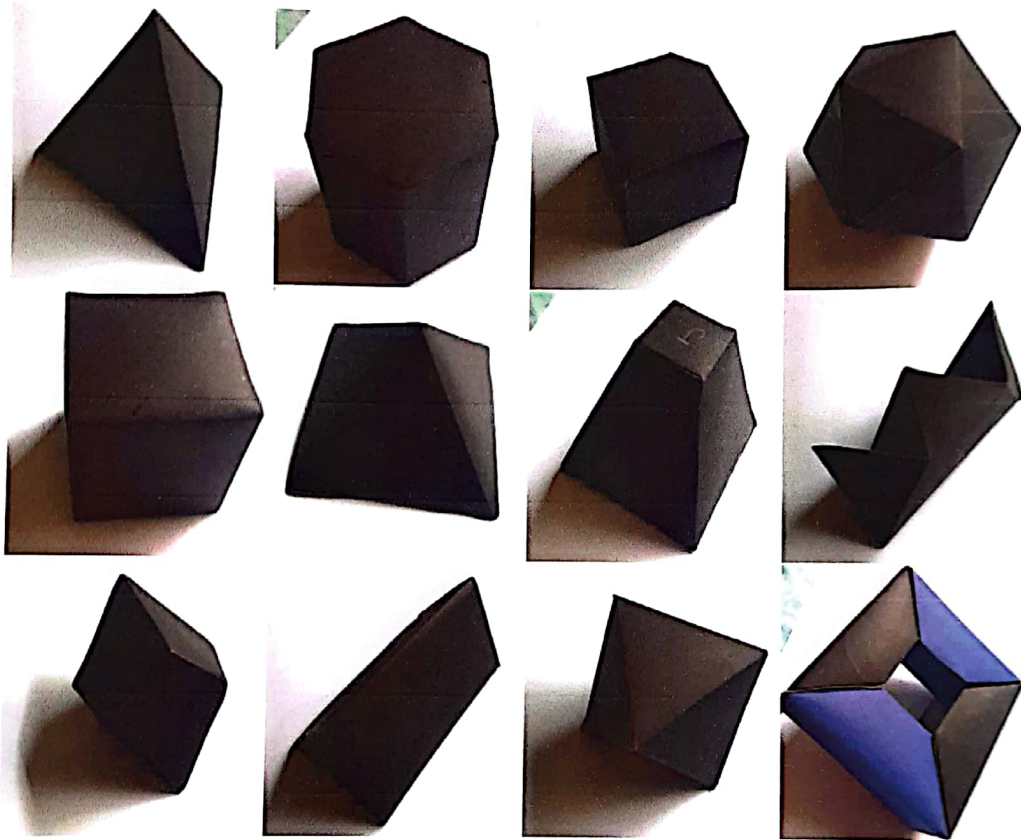
CURSO SUPERIOR DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

Laboratório de Ensino e Aprendizagem em Matemática – Ensino e Aprendizagem de Geometria

DEDUÇÃO DA RELAÇÃO DE EULER POR MEIO DA UTILIZAÇÃO DE MATERIAL CONCRETO

Grupo: Clarisse Paes J. Degel, Daniella Soares Nogueira, Deborah Alves Horta, Jéssica Bonifácio Da Silva, Nathália Da Silva M. Vieira

**Apêndice C: Material concreto
desenvolvido para a aula (conjunto de
sólidos)**



Material concreto desenvolvido para a aula (conjunto de sólidos)

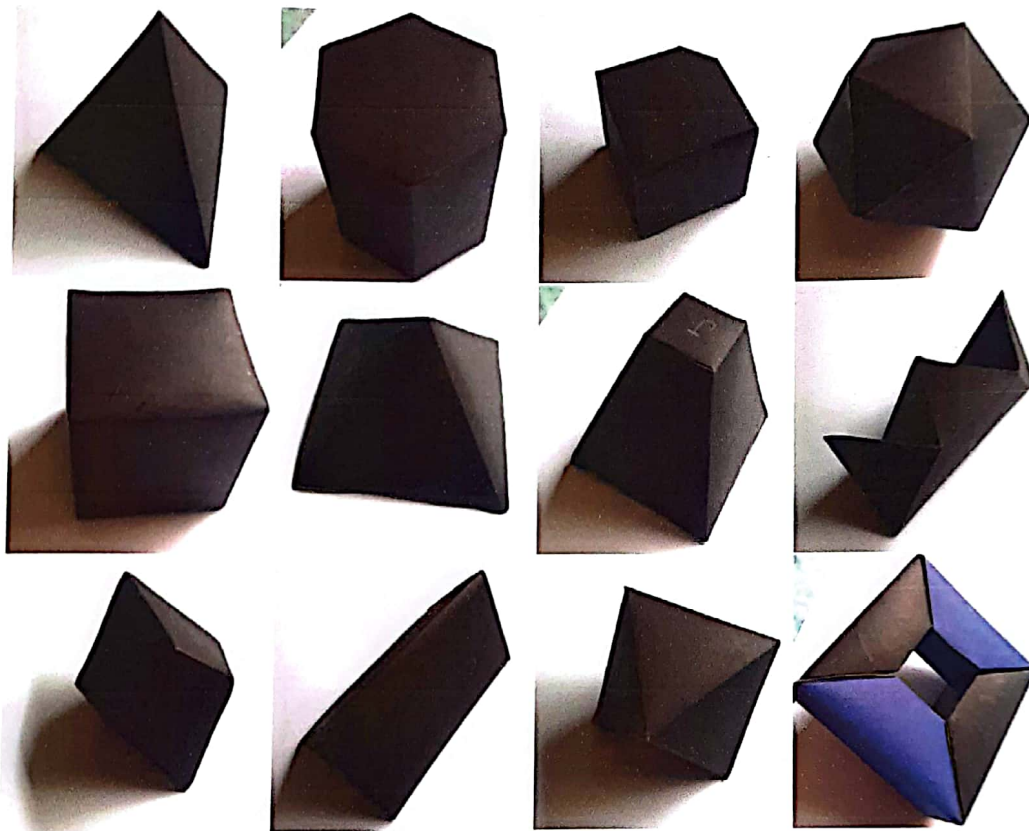


Figura 28 – Material concreto desenvolvido para a aula (conjunto de sólidos)