

RELATÓRIO DO LEAMAT

ESTUDO DE PARALELISMO E PERPENDICULARIDADE NO ENSINO DE FUNÇÃO AFIM

ENSINO E APRENDIZAGEM DE GEOMETRIA

ADRIANA MOTA ALVES
CARLA FERNANDA SIQUEIRA BARRETO DE FREITAS DOS SANTOS
EDMILA CORREA CORDEIRO HENRIQUES
LÍVIA LADEIRA GOMES

CAMPOS DOS GOYTACAZES - RJ
2016.2

ADRIANA MOTA ALVES
CARLA FERNANDA SIQUEIRA BARRETO DE FREITAS DOS SANTOS
EDMILA CORREA CORDEIRO HENRIQUES
LÍVIA LADEIRA GOMES

RELATÓRIO DO LEAMAT

ESTUDO DE PARALELISMO E PERPENDICULARIDADE NO ENSINO DE FUNÇÃO AFIM

ENSINO E APRENDIZAGEM DE GEOMETRIA

Trabalho apresentado ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense, *Campus* Campos-Centro, como requisito parcial para conclusão da disciplina Laboratório de Ensino e Aprendizagem em Matemática do Curso de Licenciatura em Matemática.

Orientadora: Prof^ª Dra Vanice da Silva Freitas Vieira

CAMPOS DOS GOYTACAZES - RJ
2016.2

SUMÁRIO

1) Relatório do LEAMAT I	p. 3
1.1) Atividades desenvolvidas	3
1.2) Elaboração da sequência didática.....	5
1.2.1) Tema	5
1.2.2) Justificativa	5
1.2.3) Objetivos	□
1.2.3.1) Objetivo Geral	8
1.2.3.2) Objetivos Específicos	8
1.2.4) Público Alvo	8
2) Relatório do LEAMAT II	9
2.1) Atividades desenvolvidas	9
2.2) Elaboração da sequência didática	10
2.2.1) Planejamento da sequência didática	10
2.2.2) Aplicação da sequência didática na turma do LEAMAT II ..	11
3) Relatório do LEAMAT III	13
3.1) Atividades desenvolvidas	13
3.2) Elaboração da sequência didática	13
3.2.1) Versão final da sequência didática	13
3.2.2) Experimentação da sequência didática na turma regular ..	15
Considerações Finais	21
Referências	23
Apêndices	26
Apêndice A - Material didático aplicado na turma do LEAMAT II	27
Apêndice B - Material didático experimentado na turma regular	37

1 Relatório do LEAMAT I

1.1 Atividades desenvolvidas

O primeiro encontro foi realizado em 26 de janeiro de 2016, e a orientadora Vanice propôs uma discussão sobre o que entendemos de Geometria, e o que trazemos de bagagem. Em seguida, fizemos a leitura do artigo *Ensino de Geometria: Rumos da Pesquisa (1991-2011)*, de Rebeca Moreira Sena e Beatriz Vargas Dorneles (2013). Nele tivemos uma retrospectiva da Geometria no Brasil, que foi inserida em 1648 para preparo dos militares, e vimos as diferentes passagens que ela teve no currículo. Foi constatado que a Geometria demorou a ter relevância na Educação Matemática básica, visto que não existiam profissionais capacitados que contribuíssem para uma visão mais ampla da disciplina e o foco era ensinar um conjunto de técnicas e regras, sem preocupações com justificativas ou fundamentações. O ensino atual de Geometria se deu somente a partir de 1987/1989, com o surgimento dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN).

Por fim, vimos que há poucos trabalhos voltados para a Geometria, em relação às outras áreas da Matemática. O número de pesquisas dedicadas ao ensino e aprendizagem de Geometria no Brasil, reflete a necessidade de mudança no ensino deste campo da Matemática.

No segundo encontro, realizado em 16 de fevereiro de 2016, nosso grupo fez a apresentação do PCN do Ensino Fundamental II e assistimos à apresentação do outro grupo sobre os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio (PCNEM), ambos sobre Geometria. Falamos dos seus objetivos e as propostas feitas para o terceiro ciclo (6º e 7º anos) e quarto ciclo (8º e 9º anos). Os PCN trazem que a Geometria é essencial para visão do mundo e do espaço onde o aluno está inserido, de forma organizada e compreensível. Ela permite a percepção, o questionamento e a criatividade, além de estimular a capacidade cognitiva, que é apontada como um dos problemas relacionado à queda gradativa do desempenho em exames ao longo do ensino básico. Sobre os PCNEM (Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio) vimos

que, basicamente, os conteúdos propostos são um aprofundamento do terceiro e quarto ciclo.

O terceiro encontro ocorreu no dia 08 de março de 2016, em que foi apresentado para nossa turma o projeto realizado para o Laboratório de Ensino Aprendizagem de Matemática III (LEAMAT) pelo grupo do 6º período do nosso curso, que trabalhou o ensino de ângulos na circunferência através do *software* Geogebra. O intuito da apresentação foi relatar a experiência do grupo, nos orientar na elaboração do trabalho e da futura sequência didática, dando dicas de organização, abordagem e apresentação, com objetivo de mostrar a concepção da disciplina.

No quarto encontro, realizado em 22 de março de 2016, assistimos a apresentação do LEAMAT III de outro grupo do 6º período, sobre a dedução da fórmula da área do círculo, utilizando material concreto. O grupo aplicou a sequência didática, e nós participamos fazendo as atividades propostas para a dedução. Ainda o grupo relatou os problemas que encontraram no decorrer da aplicação na turma regular.

O quinto encontro foi realizado no dia 29 de março de 2016. Neste dia a professora deu oportunidade para a discussão e escolha dos temas, que nosso grupo já havia escolhido anteriormente. Com a orientação da Vanice fizemos algumas modificações e finalizamos escolhendo as atividades a serem aplicadas na turma regular

O sexto encontro aconteceu em 12 de abril de 2016, e os horários da disciplina foram destinados para a realização do relatório das aulas e elaboração da justificativa do trabalho. Os próximos encontros foram reservados para finalização do trabalho escrito e desenvolvimento da apresentação.

1.2. Elaboração da sequência didática

1.2.1 Tema

Estudo de paralelismo e perpendicularidade no ensino de função afim.

1.2.2 Justificativa

A Geometria explica muitos conteúdos de diversas áreas da Matemática, por exemplo: a reta (um ente geométrico) pode ser representada por uma função afim. Dessa forma, verifica-se a importância da intradisciplinaridade se fazer presente no ensino de Matemática, pois como afirma Lorenzato (2006):

[...] é falacioso pensar que, conhecendo partes do todo, já se conhece o todo. Por isso, todos os campos da matemática previstos no currículo oficial devem ser ensinados, e mais, de modo integrado. Se concordamos com as vantagens do ensino interdisciplinar, com mais forte razão devemos professar o ensino intradisciplinar, o qual pode ser reduzido, sinteticamente, ao ensino integrado da aritmética, geometria e álgebra. Assim fazendo, os alunos irão perceber a harmonia, coerência e beleza que a matemática encerra, apesar de suas várias partes possuírem diferentes características, tal qual uma orquestra (LORENZATO, 2006, p. 157).

Os PCN (Brasil, 1998) indicam que o ensino de paralelismo e perpendicularidade, com sua construção utilizando régua e compasso, ocorra no quarto ciclo do Ensino Fundamental, enquanto o ensino de função afim aconteça nos últimos anos desse mesmo nível de ensino. No 1º ano do Ensino Médio, o estudo de função afim é revisto de maneira mais aprofundada, porém não é apresentado uma interligação entre esses conteúdos, ou seja, que as posições das retas no plano podem ser representadas também de forma algébrica. Selingardi (2015) considera importante no tratamento das funções o trânsito de uma representação para outra. Para a autora, as três principais representações de uma função, pelo menos em um nível elementar, são: tabela, fórmula e gráfico.

Para Duval (1993), a compreensão integral de um conteúdo matemático depende diretamente da capacidade do aluno em manipular este conteúdo em pelo menos duas representações. Notamos a relevância de propiciar um estudo de paralelismo e perpendicularidade no ensino de função afim, pois estes conteúdos complementam-se, quando comutam propriedades e permitem a percepção de que uma equação da reta também pode ser representada como uma função.

Assim, o aluno é capaz de perceber as relações entre os coeficientes de uma função e a posição da reta que ela define no plano. E que a reta e a função afim são representações equivalentes de um mesmo ente geométrico, conforme comentado anteriormente. A importância de se trabalhar os diversos tipos de registros de representações semióticas para o processo de aprendizagem dos conteúdos é defendido por Duval (2003):

[...] a conversão não tem papel intrínseco nos processos matemáticos de justificação ou de prova, pois eles se fazem baseados num tratamento efetuado em um registro determinado, necessariamente discursiva. É por isso que a conversão não chama atenção, como se tratasse somente de uma atividade lateral, evidente e prévia a “verdadeira” atividade matemática. Mas, do ponto de vista cognitivo, é a atividade de conversão que, ao contrário, aparece como a atividade de transformação representacional fundamental, aquela que conduz aos mecanismos subjacentes à compreensão (DUVAL, 2003, p. 16).

Como licenciandas em Matemática, durante as aulas de Construção Geométrica e Geometria Descritiva, percebemos a importância do uso de instrumentos de desenho geométrico para o ensino e aprendizagem de Geometria. A partir dessa vivência, constatamos que esses instrumentos permitem que os alunos desenvolvam o conhecimento por si mesmo, possibilitando uma visão mais ampla e palpável da Geometria por meio dos desenhos.

De acordo com Turrioni e Perez (2006), o uso de material concreto, como os instrumentos de construção, pode facilitar a observação, análise, desenvolvimento do raciocínio lógico e crítico, sendo excelente para auxiliar o aluno na construção dos seus conhecimentos. Porém, as construções

geométricas estão cada vez mais ausentes nos currículos escolares (WAGNER, 1993).

Dessa forma, acreditamos que o uso de instrumentos, como régua, compasso e esquadro, pode auxiliar na visão espacial do aluno e são indispensáveis no ambiente escolar. De acordo com Borba e Penteado (2001) e Borba e Vilarreal (2005), esses instrumentos, combinado com o uso de computadores com softwares específicos, auxiliam ao aluno na construção do conhecimento matemático, mais especificamente no conhecimento geométrico.

Pretendemos utilizar também nas atividades programadas os *softwares* GeoGebra e Desmos, pois acreditamos que o uso deles, assim como de outros, amplia a visão espaço-forma do aluno, e permite que ele seja capaz de deduzir teoremas, axiomas e propriedades. Segundo Costa (2012), com esses programas de geometria dinâmica o desenho passa a ser mais do que a representação da figura geométrica, ou seja, as figuras mantêm suas propriedades e por meio do software é possível observar que ao movimentarmos os pontos, garantimos a manutenção das propriedades.

A partir do exposto, verificamos a importância dos professores trabalharem com materiais diversos, sejam eles de construção geométrica ou *softwares* de Geometria ou Matemática dinâmica. Estas abordagens podem proporcionar ao aluno a construção de um conhecimento sobre os objetos geométricos e algébricos de maneira mais atrativa, fortalecendo a construção de uma aprendizagem intradisciplinar.

1.2.3 Objetivos

1.2.3.1 Objetivo Geral

O objetivo desse trabalho consiste em integrar o ensino de paralelismo e perpendicularidade com a função afim. Para tal, será utilizado *softwares* de geometria dinâmica e instrumentos de construção geométrica, como régua, esquadros, compasso e transferidor.

1.2.3.2 Objetivos Específicos

Fazer com que o aluno perceba que a reta é a representação gráfica da função afim e que o coeficiente angular e o coeficiente linear das retas determinam se estas serão paralelas, perpendiculares, concorrentes ou coincidentes.

Utilizar o plotador de gráfico Desmos, onde os alunos terão a oportunidade de deduzir a relação entre o coeficiente angular e a posição das retas. E usar o *software* de Geometria dinâmica Geogebra, onde eles poderão observar as propriedades das retas paralelas e perpendiculares.

Desenvolver a habilidade de manipulação de instrumentos de desenho geométrico por meio de atividade prática, em que os alunos construirão retas paralelas e perpendiculares.

Para tal, serão preestabelecidas algumas condições em que, o aluno utilizará os conceitos de geometria e álgebra, bem como as propriedades e deduções vistas anteriormente.

1.2.4 Público - Alvo

A sequência didática será aplicada em uma turma de 1º ano do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense *campus* Campos-Centro.

2 RELATÓRIO DO LEAMAT II

2.1 Atividades desenvolvidas

A primeira aula ocorreu no dia 14 de junho de 2016, quando as quatro professoras orientadoras se reuniram com os três grupos do LEAMAT II para esclarecer as próximas atividades a serem desenvolvidas e trouxeram o novo cronograma da disciplina.

A segunda aula foi em 21 de junho de 2016 e fizemos a leitura da proposta estrutural para a sequência didática e apresentamos à orientadora. Feitas as críticas pela mesma, fizemos as alterações e começamos a esboçar a sequência didática em si.

No dia 28 de junho de 2016 o grupo discutiu a sequência didática.

No dia 05 de julho de 2016, a orientadora Vanice mandou por *e-mail* o relatório com algumas considerações a serem analisadas pelo grupo. Sendo assim, lemos e revisamos o relatório e fizemos as devidas alterações. Em seguida, todos os grupos do LEAMAT II foram assistir às apresentações dos grupos do LEAMAT III.

O quinto encontro foi em 12 de julho de 2016 e a orientadora modificou conosco parte da justificativa do relatório e sugeriu outras pesquisas a serem feitas para enriquecer o aporte teórico.

O sexto encontro ocorreu em 19 de julho de 2016. O grupo finalizou a sequência didática e escolheu, no site do GeoGebra, o *applet* com as propriedades das retas paralelas e perpendiculares. Em seguida, fizemos alterações na justificativa do trabalho com orientação da professora Vanice.

O sétimo encontro ocorreu no dia 26 de julho de 2016. Fizemos alterações no relatório sugeridas pela professora e conversamos sobre a aplicação das atividades.

O oitavo encontro ocorreu no dia 02 de agosto de 2016. Neste dia terminamos de fazer os ajustes necessários no relatório e nas atividades. Revisamos a formatação do arquivo e fizemos as alterações nas referências.

O nono encontro ocorreu no dia 09 de agosto de 2016. Este dia foi destinado a visitar escolas e conhecer turmas e professores para aplicar a sequência didática.

As aulas seguintes foram destinadas às apresentações das sequências didáticas de todos os grupos do LEAMAT II.

2.2 Elaboração da sequência didática

2.2.1 Planejamento da sequência didática

Inicialmente, mostraremos aos alunos a relação entre uma equação da reta ($ax + by + c = 0$) e a lei de uma função afim ($y = ax + b$), utilizando o *software* GeoGebra, de modo que eles percebam que a equação pode ser representada como lei de uma função afim e, que ambas têm a mesma representação gráfica.

Logo após, iniciaremos a primeira etapa onde vamos apresentar o aplicativo Desmos em *tablets* e mostraremos como manipular as operações básicas do programa. Pediremos aos alunos que formem duplas para enriquecer a construção do processo dedutivo e entregaremos a atividade, que consiste em plotar as retas em pares no plano cartesiano. Eles deverão anotar as suas observações sobre a posição das retas em cada item. Já na questão seguinte, deverão observar o coeficiente angular de cada reta e anotar o que há em comum entre as retas que possuem mesmo coeficientes.

O objetivo desta etapa é fazer o aluno notar que se duas retas possuem o mesmo coeficiente angular, são paralelas; se os coeficientes angulares e lineares de duas retas são iguais, estas são coincidentes e; se duas retas possuem coeficientes angulares quaisquer distintos, serão concorrentes e, como caso particular, se possuir coeficiente angular igual ao oposto do inverso de uma segunda reta, estas são perpendiculares.

Na segunda etapa, entregaremos aos alunos uma apostila com as definições e propriedades relativas ao conteúdo para que acompanhem as demonstrações que serão feitas com o auxílio do *software* Geogebra.

Na terceira etapa, passaremos para as atividades com instrumentos de construção geométrica (régua, par de esquadros, transferidor e compasso). Os alunos receberão uma folha com o desenho do plano cartesiano com uma reta e irão determinar a lei da função que a define. Feito isso, eles deverão construir com o par de esquadros a reta paralela, que dista duas unidades de medida da primeira reta, determinar também a sua lei de formação e comparar seus coeficientes. Os alunos irão utilizar o transferidor para comparar o ângulo formado pelas retas com o eixo das abscissas, observando assim que os ângulos serão os mesmos.

Em seguida, os alunos receberão outra folha com o desenho do plano cartesiano com outra reta. Eles deverão determinar a lei que define a função, encontrar o ponto médio de um segmento dado, e construir uma reta perpendicular que passe por este ponto usando régua e compasso, em seguida determinar também a lei da função dessa segunda reta.

O objetivo da etapa de construção é desenvolver no aluno a habilidade de manipulação dos instrumentos de construção geométrica e a capacidade de resolução de problemas propostos permitindo que ele perceba a integração da geometria com a álgebra.

2.2.2 Aplicação da sequência didática na turma do LEAMAT II

A apresentação da sequência didática da linha de pesquisa de Geometria foi marcada para o dia 16 de agosto de 2016. De forma geral, os alunos que estavam presentes foram bastante participativos nas sugestões e críticas ao trabalho. Apesar das correções sugeridas, todos os presentes compreenderam o objetivo da aula a partir das atividades feitas. Sendo assim, relatamos abaixo as sugestões.

Na demonstração feita no GeoGebra, sugeriram tirar a linha tracejada que representava a equação da reta correspondente à função afim, e colocar as duas como linha contínua.

Na atividade 1, disseram que as questões 2, 3, 4, 5 e 6 ficaram muito repetitivas. Com isso, sugeriram que as questões 2, 3, 4 e 5 fossem reduzidas à apenas uma questão com itens a, b, c, e d. Além disso, nestes enunciados sugeriram acrescentar à frase “compare os coeficientes das funções” o trecho “que determina as retas”. Na questão 6, sugeriram que o enunciado fosse “Estabeleça a relação entre os coeficientes angulares e os coeficientes lineares das funções quando estas são representadas por retas”.

Sugeriram alterar o título da apostila para “Posição relativa de retas no plano”. Colocar o nome dos eixos nos gráficos, aumentar a fonte da graduação dos eixos. No tópico de retas concorrentes, alterar no enunciado a definição de coeficientes angulares de “declividade” para “ângulo medido no sentido anti-horário entre o eixo das abscissas e a reta”. Colocar um exemplo de coeficiente linear igual, e outro de coeficiente linear diferente. No tópico de retas perpendiculares, alterar o final do enunciado para “Para tanto, o coeficiente angular de uma das retas deve ser o oposto do inverso do outro coeficiente angular”. No tópico de retas coincidentes, aconselharam perguntar também quais são os coeficientes lineares.

Na atividade 2, recomendaram que os gráficos estivessem prontos em cartolinas, e que o grupo usasse material de construção geométrica no quadro branco. E também pediram que relembrássemos como se determina a lei de formação de uma reta.

A conclusão do trabalho foi feita no tempo estimado com bom aproveitamento tanto do grupo quanto dos alunos, e concluímos que o uso de *tablets* propiciou uma compreensão mais dinâmica do conteúdo, sendo o grande diferencial no processo de ensino e aprendizagem, assim como o trabalho em dupla.

3 Relatório do LEAMAT III

3.1 Atividades Desenvolvidas

As primeiras aulas do LEAMAT III foram destinadas para confecção de material didático e alterações da sequência didática elaborada no LEAMAT II. Logo após destinamos algumas aulas para ensaios antes da aplicação, que ocorreu no dia 12 de dezembro de 2016.

As aulas seguintes foram utilizadas para conclusão do relatório e elaboração da apresentação para o seminário final, que foi realizado no dia 28 de março de 2017.

3.2 Elaboração da Sequência Didática

3.2.1 Versão final da sequência didática

Conforme sugerido na turma do LEAMAT II, fizemos a alteração no *applet* do Geogebra, tiramos a linha tracejada que representava a equação da reta correspondente à função afim, e colocamos as duas como linhas contínuas (Figura 1).

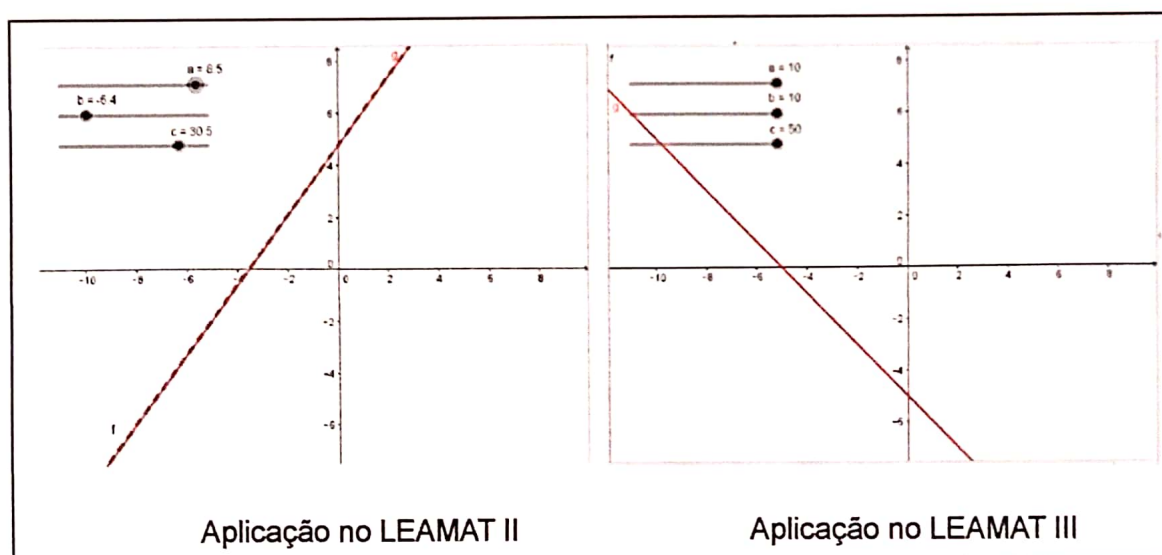


Figura 1 – Alteração no *applet*
Fonte: Confecção Própria

Na atividade 1, questão 1, pedimos que identificassem os coeficientes a e b , para que não fosse necessário fazer as questões 2, 3, 4 e 5, como sugerido na turma do LEAMAT II, que as considerou repetitivas.

Aplicação no LEAMAT II

1) Plote as seguintes funções aos pares no software Desmos. Manipule o zoom, de maneira que consiga observar o comportamento de cada representação gráfica e, para cada item, anote o que você observa com relação às posições das retas.

a) $y=2x+3$ $y=2x-15$	d) $y=4x+\frac{3}{5}$ $y=-3x+2$	f) $y=-3x+1$ $y=x-2$
b) $y=\frac{1}{2}x+7$ $y=-2x+7$	e) $y=\frac{-3}{4}x-10$	g) $y=2x-4$ $y=\frac{4x-8}{2}$
c) $y=-3x-4$ $y=-3x-1$	$y=\frac{4}{3}x$	

- 2) A partir da atividade 1, compare os coeficientes das funções nos itens **a** e **c** com o que você observou quanto às posições das retas. Você observa alguma relação entre eles? Descreva.
- 3) A partir da atividade 1, compare os coeficientes das funções nos itens **b** e **e** com o que você observou quanto às posições das retas. Você observa alguma relação entre eles? Descreva.
- 4) A partir da atividade 1, compare os coeficientes das funções nos itens **d** e **f** com o que você observou quanto às posições das retas. Você observa alguma relação entre eles? Descreva.
- 5) A partir da atividade 1, compare os coeficientes das funções no item **g** com o que você observou quanto às posições das retas. Você observa alguma relação entre eles? Descreva.

Aplicação no LEAMAT III

1) Plote as seguintes funções aos pares no software Desmos. Manipule o zoom, de maneira que consiga observar o comportamento de cada representação gráfica e, para cada item, identifique os coeficientes e anote o que você observa com relação às posições das retas

a) $y=2x+3$ $y=2x-15$	a= _____ a= _____	b= _____ b= _____	e) $y=\frac{-3}{4}x-10$ $y=\frac{4}{3}x$	a= _____ a= _____	b= _____ b= _____
b) $y=\frac{1}{2}x+7$ $y=-2x+7$	a= _____ a= _____	b= _____ b= _____	f) $y=-3x+1$ $y=x-2$	a= _____ a= _____	b= _____ b= _____
c) $y=-3x-4$ $y=-3x-1$	a= _____ a= _____	b= _____ b= _____	g) $y=2x-4$ $y=\frac{4x-8}{2}$	a= _____ a= _____	b= _____ b= _____
d) $y=4x+\frac{3}{5}$ $y=-3x+2$	a= _____ a= _____	b= _____ b= _____			

Figura 2 – Alteração na atividade 1
Fonte: Protocolo de Pesquisa

A questão 6, que se tornou questão 2, desta mesma atividade teve seu enunciado alterado para “Estabeleça a relação entre os coeficientes angulares e os coeficientes lineares das funções quando estas são representadas por retas”.

Na apostila entregue aos alunos, alteramos o título de “Apostila – posição das retas” para “Posição Relativa de retas no plano retas concorrentes, para “ângulo medido no sentido anti-horário entre o eixo das abscissas e a reta” e pedimos em todos os tópicos que os alunos também identificassem os coeficientes lineares. Além disso, colocamos um exemplo com coeficiente linear igual e outro diferente.

Na atividade 2, conforme foi sugerido, confeccionamos um quadro de cartolina encapado com papel *contact* contendo um plano cartesiano (Figura 3) e utilizamos material de construção geométrica para ilustrar melhor os gráficos usados nas questões 1 e 2.

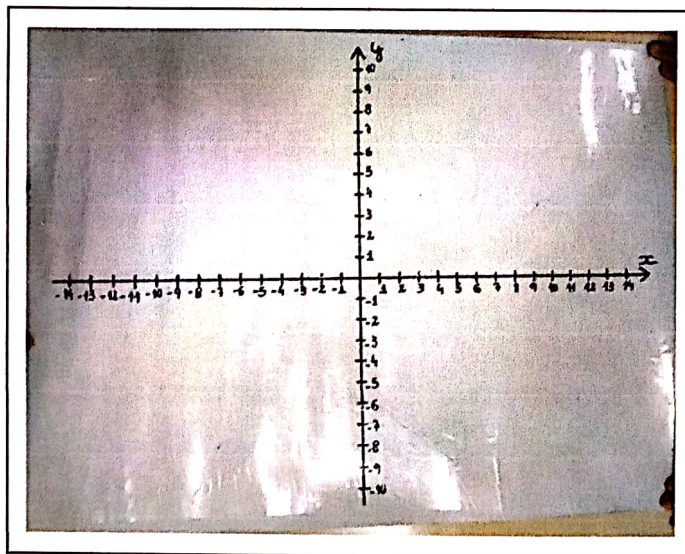


Figura 3 – Plano Cartesiano
Fonte: Protocolo de Pesquisa

3.2.2 Experimentação da sequência didática na turma regular

A sequência didática foi aplicada numa turma regular do 1º ano do Ensino Médio no Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense *campus* Campos-Centro, em Campos dos Goytacazes/RJ. A turma

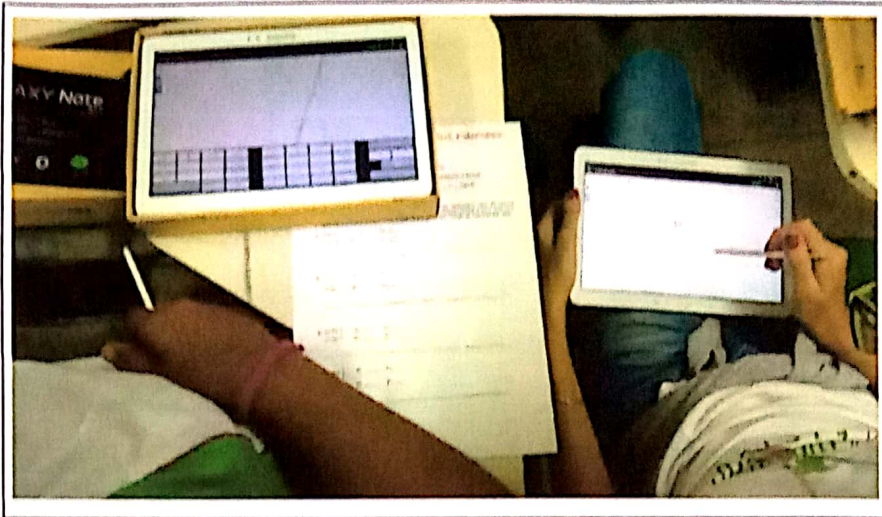


Figura 5 – Alunos manuseando *tablets*
Fonte: Protocolo de Pesquisa

Na atividade 1, os alunos plotaram as funções aos pares conforme pedido, e não tiveram dificuldade em identificar os coeficientes angulares e lineares, porém divergiram muito quanto a observação sobre as posições das retas (Figura 6).

a) $y=2x+3$ $a= \underline{2}$ $b= \underline{3}$
 $y=2x-15$ $a= \underline{2}$ $b= \underline{-15}$
 são paralelas e perpendiculares

a) $y=2x+3$ $a= \underline{2}$ $b= \underline{3}$
 $y=2x-15$ $a= \underline{2}$ $b= \underline{-15}$
 As retas são paralelas e concorrentes

d) $y=4x+\frac{3}{5}$ $a= \underline{4}$ $b= \underline{\frac{3}{5}}$
 $y=-3x+2$ $a= \underline{-3}$ $b= \underline{2}$
 As retas se cruzam no ponto $(1,4, 0,2)$

d) $y=4x+\frac{3}{5}$ $a= \underline{4}$ $b= \underline{\frac{3}{5}}$
 $y=-3x+2$ $a= \underline{-3}$ $b= \underline{2}$
 são concorrentes e se cruzam em um ponto

Figura 6 – Resolução da Questão 1, Atividade 1
Fonte: Protocolo de Pesquisa

Percebemos por meio das respostas ditas pelos alunos que eles já tinham uma noção sobre as posições relativas das retas, porém sem um conceito formal do conteúdo. Além disso, 75% deles escreveram informações a mais do que as pedidas no enunciado. Na segunda questão (Figura 7), formalizamos os conceitos das posições relativas das retas, fazendo a letra a junto com eles, deixando as demais para que fizessem sozinhos. Os alunos não apresentaram dificuldades em estabelecer a relação entre os coeficientes e as posições das retas.

2) Estabeleça a relação entre os coeficientes angulares e os coeficientes lineares das funções quando estas são representadas por retas:

a) Paralelas: Os coeficientes Angulares são iguais, já os coeficientes lineares são diferentes, por isso as retas são paralelas. Letras a e c.

b) Perpendiculares: O coeficiente linear tem que ser igual a o angular a oposto ao inverso. Letras b e e.

c) Coincidentes: Os coeficientes linear e angular precisam ser equivalentes. Letras g.

d) Concorrentes: Os coeficientes tem que ser diferentes. Letras d e f.

Figura 7 – Resposta dos alunos na questão 2
Fonte: Protocolo de Pesquisa

Ao término da atividade 1, recolhemos os *tablets* e entregamos a apostila “Posição relativa de retas no plano”, e explicamos as condições para que as retas sejam concorrentes, perpendiculares, paralelas e coincidentes, exemplificando com gráfico. Pedimos que os alunos identificassem os coeficientes angulares e lineares das funções apresentadas. A turma em geral foi bastante participativa durante a leitura. Não usamos os *applets* preparados para acompanhar as explicações, pois sentimos que os alunos já tinham compreendido o conteúdo e o uso do *software* poderia se tornar redundante e cansativo.

Passamos assim para a parte de construção geométrica, na atividade 2. Entregamos pares de esquadros, compasso e transferidor e,

utilizando o quadro confeccionado pelo grupo e material de construção geométrica própria para quadro branco, representamos os gráficos das questões 1 e 2 na lousa (Figura 8).



Figura 8 – Explicação sobre uso do transferidor
Fonte: Protocolo de Pesquisa

Na questão 1, recordamos como se determina a lei de formação de uma função a partir do seu gráfico, como sugerido no LEAMAT II, o que foi útil pois alguns alunos demonstraram dúvida.

Em seguida, mostramos aos alunos como construir uma reta paralela usando par de esquadros, fato que não gerou dificuldade para os alunos, mas sim entusiasmo. Ao final da questão os alunos utilizaram o transferidor (Figura 9) para conferir se o ângulo formado pelas duas retas com o eixo das abscissas era iguais, comprovando assim a condição de paralelismo. Alguns alunos não sabiam usar o transferidor, por isso foi necessário que o grupo explicasse individualmente nas carteiras, além da explicação que foi feita no quadro.



Figura 9 – Aluno manuseando o transferidor
Fonte: Protocolo de Pesquisa

utilizando o quadro confeccionado pelo grupo e material de construção geométrica própria para quadro branco, representamos os gráficos das questões 1 e 2 na lousa (Figura 8).



Figura 8 – Explicação sobre uso do transferidor
Fonte: Protocolo de Pesquisa

Na questão 1, recordamos como se determina a lei de formação de uma função a partir do seu gráfico, como sugerido no LEAMAT II, o que foi útil pois alguns alunos demonstraram dúvida.

Em seguida, mostramos aos alunos como construir uma reta paralela usando par de esquadros, fato que não gerou dificuldade para os alunos, mas sim entusiasmo. Ao final da questão os alunos utilizaram o transferidor (Figura 9) para conferir se o ângulo formado pelas duas retas com o eixo das abscissas era iguais, comprovando assim a condição de paralelismo. Alguns alunos não sabiam usar o transferidor, por isso foi necessário que o grupo explicasse individualmente nas carteiras, além da explicação que foi feita no quadro.



Figura 9 – Aluno manuseando o transferidor
Fonte: Protocolo de Pesquisa

Na questão 2 mostramos aos alunos como encontrarem o ponto médio do segmento determinado, utilizando o compasso. Em seguida, com o ponto médio encontrado, explicamos como traçar a reta perpendicular à reta dada na questão, utilizando o par de esquadros (Figura 10).

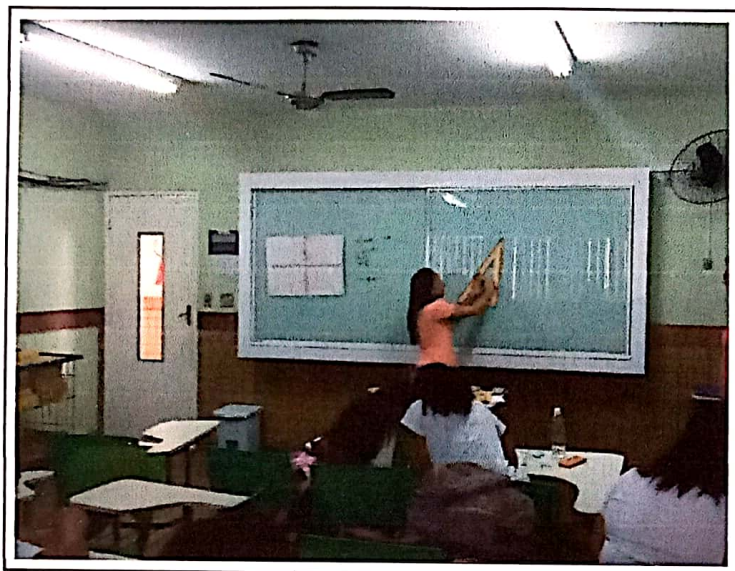


Figura 10 – Explicação sobre retas perpendiculares
Fonte: Protocolo de Pesquisa

Ao final da atividade, pedimos que utilizassem novamente o transferidor para verificar se a reta construída estava formando um ângulo de 90° com a reta dada, garantindo assim a perpendicularidade. Alguns alunos tiveram dificuldade em usar o compasso, apesar da explicação feita no quadro, necessitando de auxílio individual (Figura 11).

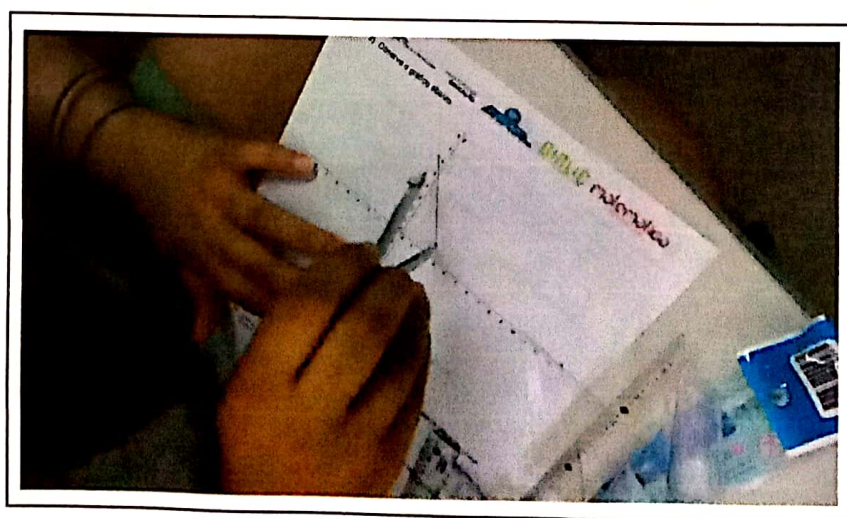


Figura 11 – Aluno fazendo construção com compasso
Fonte: Protocolo de Pesquisa

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Os alunos foram muito participativos durante a aplicação da sequência apesar da quantidade de alunos, e da agitação natural da idade. Alguns alunos preferiram sentar em trio, e outros quiseram fazer sozinhos, o que não impediu a realização da atividade.

O uso do *tablet* dispersou um pouco a turma no início, mas logo conseguimos conduzir bem a sequência, já que algumas integrantes do grupo se posicionaram próximas aos grupos para inibir a distração. Apesar de tudo isso, o uso do *tablet* foi de suma importância para a compreensão do conteúdo e para despertar interesse da turma para a nossa sequência.

O material de construção geométrica também enriqueceu muito o trabalho, sendo muito elogiado pelos alunos. Apesar de terem surgido várias dúvidas a cerca de sua utilização, como esperado, consideramos que eles conseguiram alcançar o objetivo.

Ao final da sequência perguntamos se os alunos ficaram com alguma dúvida do conteúdo e o que eles acharam da nossa aplicação, a resposta que tivemos é que o conteúdo foi muito bem explicado, de forma diferente pelo uso do *tablet* e material de construção geométrico (Figura 12).

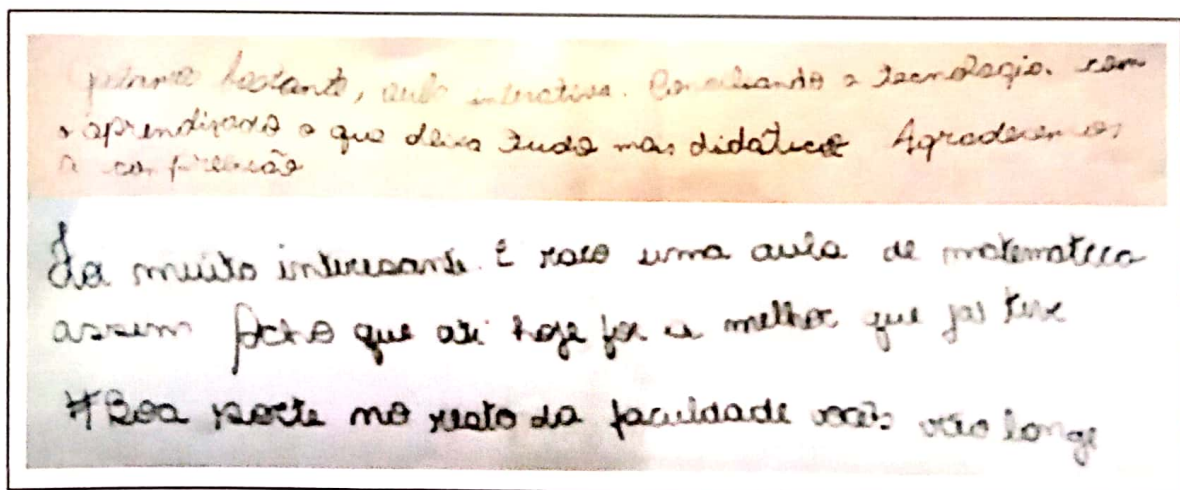


Figura 12 – Avaliação da aula pelos alunos
 Fonte: Protocolo de Pesquisa

Um ponto que pode ser melhorado é que esta sequência seja dividida em dois dias de aula, pois devido ao grande número de atividades, esta se tornou um pouco cansativa. O auxílio individual feito aos alunos pelas licenciandas foi muito importante para o processo de ensino-aprendizagem. Sugerimos para continuação do nosso trabalho uma sequência que aborde resolução de sistema de equação de 1º grau com o uso do software *Desmos* e materiais de construção geométrica.

Concluimos que o nosso objetivo foi alcançado e o trabalho foi engrandecedor para as integrantes do grupo, pois proporcionamos uma aula interativa para os alunos, onde tivemos contato com suas reais dúvidas e pudemos saná-las de forma prática e dinâmica.

REFERÊNCIAS

BORBA, M. C.; PENTEADO, M. G. **Informática e Educação Matemática**, 4ª edição. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2001. Disponível em <<http://pt.slideshare.net/tayanagregoinformatica-e-educao-matematica>>. Acesso em: 08 mar. 2016.

BORBA, M.C.; VILLARREAL, M. E. Humans-with-Media and the Reorganization of Mathematical Thinking. Series: **Mathematics Education Library**, v. 39. New York: Springer, 2005. Disponível em: <<http://www.springer.com/us/book/9780387242637>>. Acesso em: 08 mar. 2016.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: matemática - 3º e 4º ciclos**. Brasília: MEC/SEF, 1998. Disponível em: <<http://www.dominiopublico.gov.br/download/texto/me000033.pdf>>. Acesso em: 20 abr. 2016.

_____. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **PCN+ Ensino Médio: orientações educacionais complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais. Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias**. Brasília: MEC/SEF, 2000. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/CienciasNatureza.pdf>>. Acesso em: 15 jul. 2016.

COSTA, J. L.. **Prática de Ensino III – Construções Geométricas**. 1ª edição. Ouro Preto, MG, 2012.

DUVAL R. Registres de représentation sémiotique e fonctionnement cognitif da la pensée. **Annales de didactique et de sciences cognitives**, v. 5. 1993. Disponível em <https://mathinfo.unistra.fr/fileadmin/upload/IREM/Publications/Annales_didactique/vol_05/adsc5_1993-003.pdf>. Acesso em: 15 jun. 2016.

LORENZATO, S. Para aprender Matemática. Campinas, SP: **Autores Associados**, 2ª edição, p. 157, 2006. Disponível em <https://books.google.com.br/books?hl=pt-BR&lr=&id=7C7smXlgJdMC&oi=fnd&pg=PA1&dq=Para+aprender+Matem%C3%A1tica&ots=DTC_chYiJS&sig=3qovuk5Ghtdl3979y1VEJR_PgFk#v=onepage&q=Para%20aprender%20Matem%C3%A1tica&f=false>. Acesso em: 16 jun. 2016.

SELINGARDI, A. M. **O estudo de função afim no ensino médio com apoio de uma atividade experimental**. Dissertação (Mestrado). Universidade Federal de São Carlos, 2015. Disponível em: <http://www.dm.ufscar.br/~ptlini/TCC_final_Aina_Montessanti.pdf>. Acesso em: 22 jul. 2016.

SENA, R. M.; DORNELLES, B. V. Ensino de Geometria: Rumos da Pesquisa (1991-2011). **REVEMAT**. Florianópolis (SC), v. 08, n. 1, p. 138-155, 2013.

TURRIONI, A. M. S.; PEREZ, G. Implementando um laboratório de educação matemática para apoio na formação de professores. In: LORENZATO, S. Laboratório de Ensino de Matemática na formação de professores. Campinas: **Autores Associados**, 2006. p. 57- 76.

WAGNER, E. **Construções geométricas**. Coleção do Professor de Matemática. Rio de Janeiro: SBM, 1993.

Campos dos Goytacazes (RJ), 28 de março de 2016.

Lidiana Maria Alves
Paula Karoline S. de Freitas dos Santos
Carla Rosário Gomes
Edmila Carreira Cardoso Henrique.

APÊNDICES

Apêndice A: Material didático aplicado na turma do LEAMAT II

Nome: _____ Data: ___ / ___ / ___

Grupo: Adriana Mota, Carla Fernanda Siqueira, Edmila Corrêa e Livia Ladeira

ATIVIDADE 1

1) Plote as seguintes funções aos pares no *software* Desmos. Manipule o zoom, de maneira que consiga observar o comportamento de cada representação gráfica e, para cada item, anote o que você observa com relação às posições das retas.

a) $y=2x+3$
 $y=2x-15$

b) $y=\frac{1}{2}x+7$
 $y=-2x+7$

c) $y=-3x-4$
 $y=-3x-1$

d) $y=4x+\frac{3}{5}$
 $y=-3x+2$

e) $y=\frac{-3}{4}x-10$
 $y=\frac{4}{3}x$

f) $y = -3x + 1$

$y = x - 2$

g) $y = 2x - 4$

$y = \frac{4x - 8}{2}$

2) A partir da atividade 1, compare os coeficientes das funções nos itens a e c com o que você observou quanto às posições das retas. Você observa alguma relação entre eles? Descreva.

3) A partir da atividade 1, compare os coeficientes das funções nos itens b e e com o que você observou quanto às posições das retas. Você observa alguma relação entre eles? Descreva.

4) A partir da atividade 1, compare os coeficientes das funções nos itens d e f com o que você observou quanto às posições das retas. Você observa alguma relação entre eles? Descreva.

5) A partir da atividade 1, compare os coeficientes das funções no item g com o que você observou quanto às posições das retas. Você observa alguma relação entre eles? Descreva.

6) Estabeleça a relação entre os coeficientes das funções quando estas são:

a) Paralelas:

b) Perpendiculares:

c) Coincidentes:

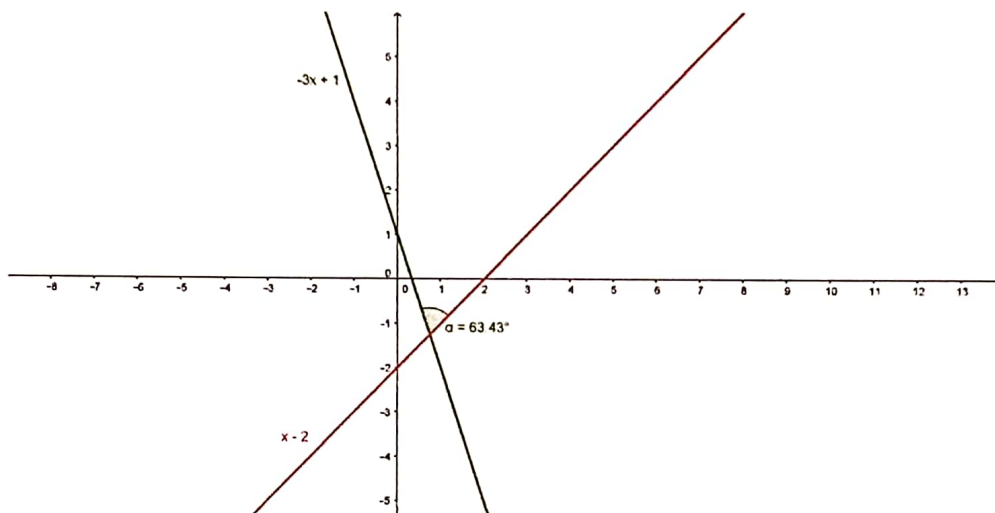
d) Concorrentes:

APOSTILA - POSIÇÃO DAS RETAS

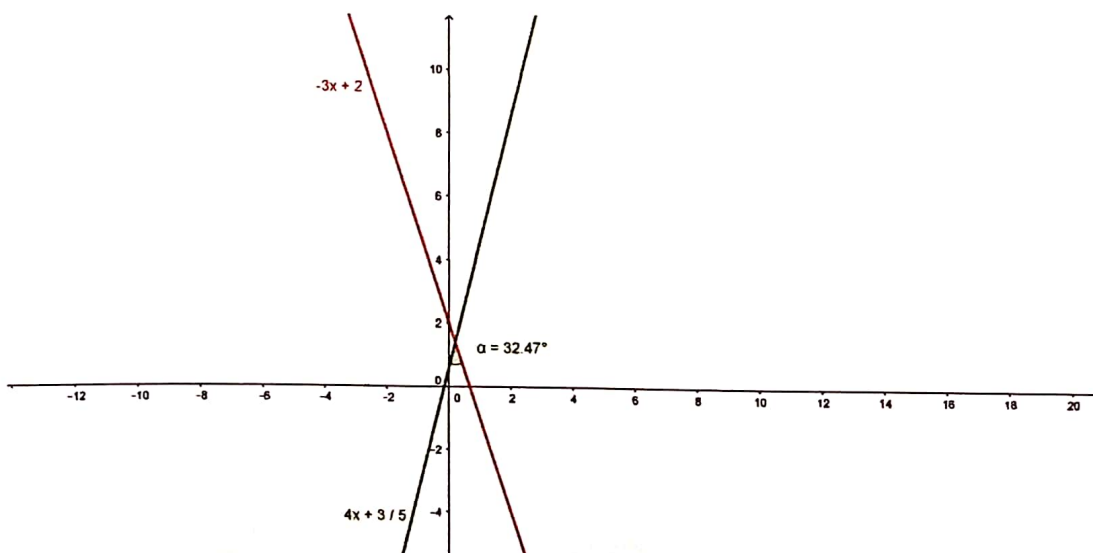
Retas Concorrentes:

Quando duas retas se intersectam (cortam), dizemos que são concorrentes. Para tanto, seus coeficientes angulares (declividade) devem ser diferentes.

Exemplo 1: $y = -3x + 1$; coeficiente angular: _____
 $y = x - 2$; coeficiente angular: _____



Exemplo 2: $y = 4x + \frac{3}{5}$; coeficiente angular: _____
 $y = -3x + 2$; coeficiente angular: _____

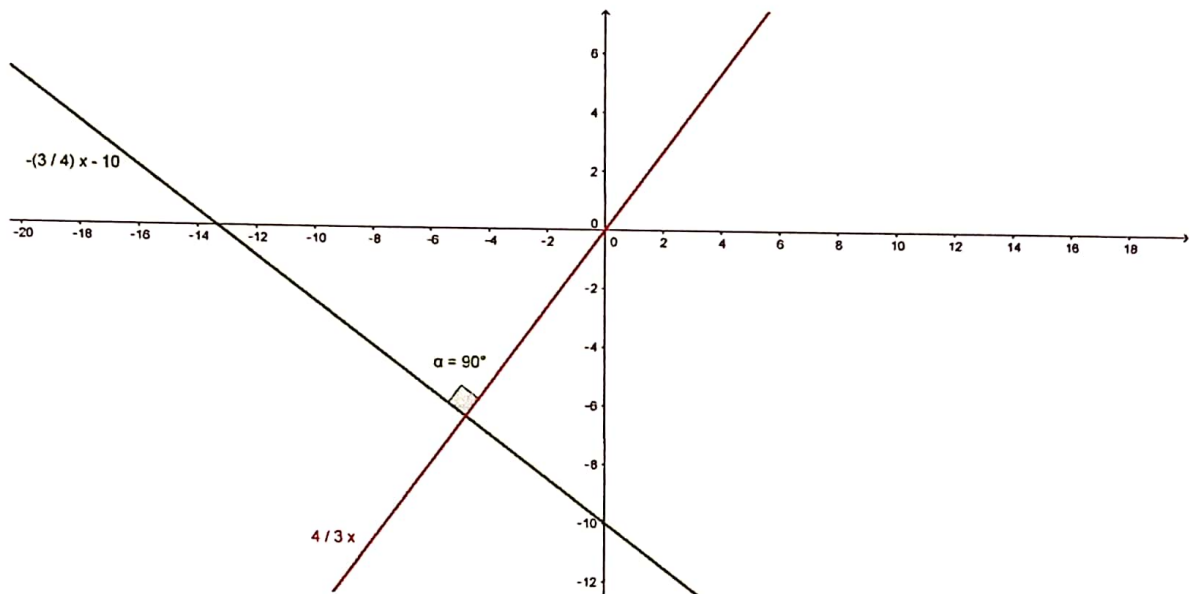


Retas Perpendiculares:

Quando duas retas são concorrentes e formam entre si um ângulo reto, estas são chamadas de perpendiculares. Para tanto, o coeficiente angular de uma das retas, além de ser diferente da segunda, deve ser o oposto do inverso da mesma.

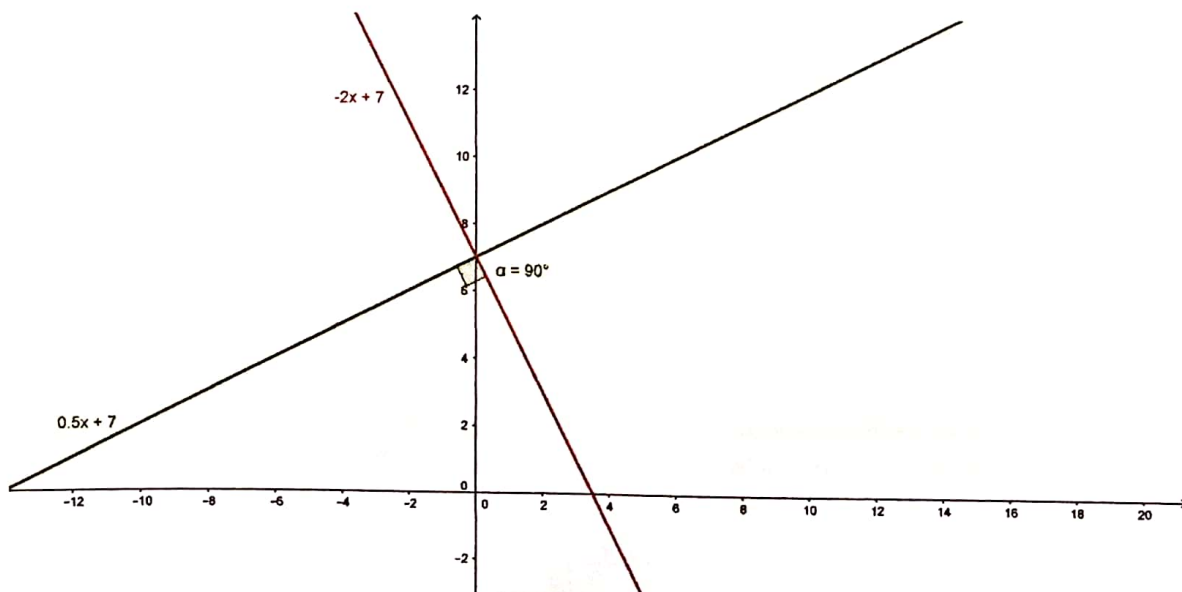
Exemplo 1: $y = \frac{-3}{4}x - 10$; coeficiente angular: _____

$y = \frac{4}{3}x$; coeficiente angular: _____



Exemplo 2: $y = -2x + 7$; coeficiente angular: _____

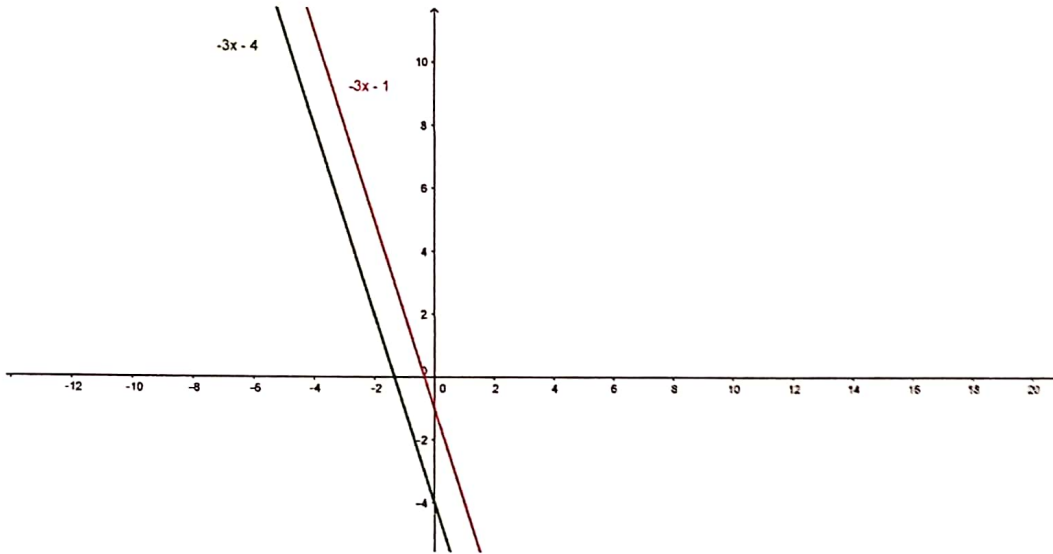
$y = \frac{1}{2}x + 7$; coeficiente angular: _____



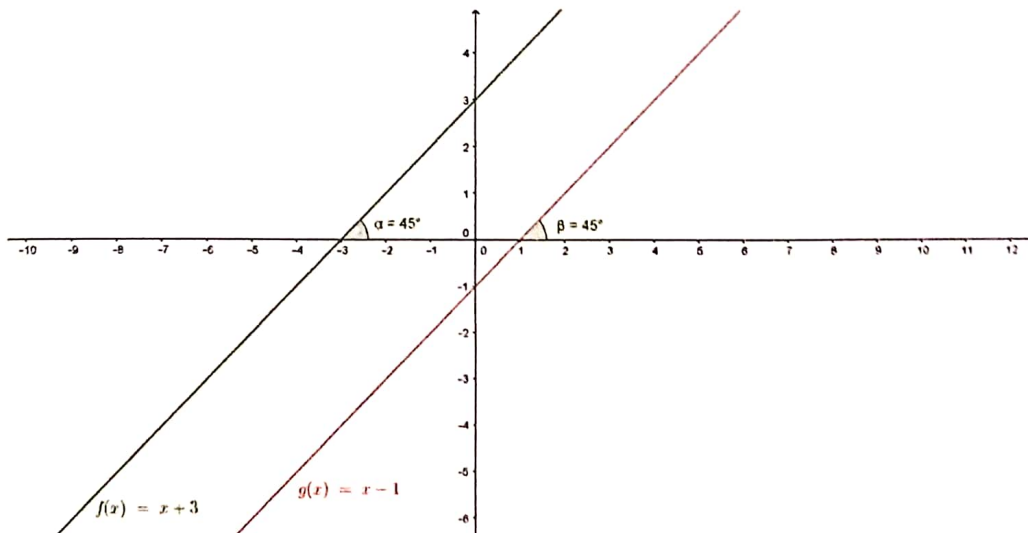
Retas Paralelas:

Quando duas retas, no mesmo plano, não se intersectam em nenhum ponto, diz-se serem paralelas. Para isto, seus coeficientes angulares devem ser iguais.

Exemplo 1: $y = -3x - 4$; coeficiente angular: _____
 $y = -3x - 1$; coeficiente angular: _____



Exemplo 2: $y = x + 3$; coeficiente angular: _____
 $y = x - 1$; coeficiente angular: _____



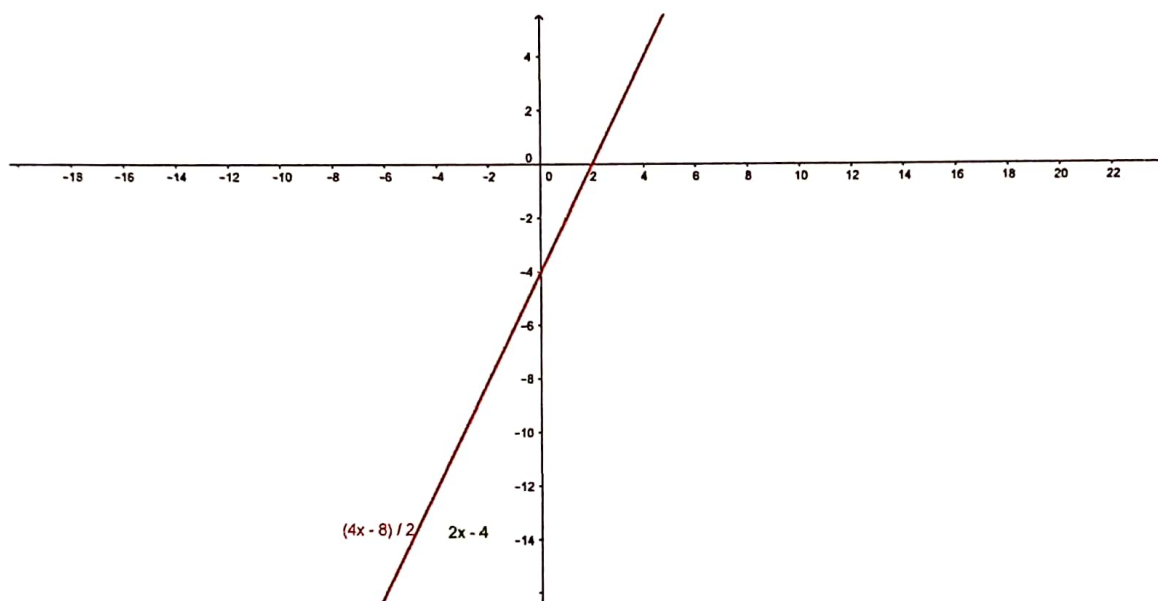
→ Sendo os coeficientes angulares de duas retas paralelas iguais, o ângulo formado entre cada reta e o eixo das abscissas (eixo x) também é igual.

Retas Coincidentes:

Quando duas retas são paralelas e, além de mesmo coeficiente angular, tiverem mesmo coeficiente linear (b), estas são chamadas coincidentes.

Exemplo 1: $y = 2x - 4$; coeficiente angular: _____

$$y = \frac{4x - 8}{2}; \text{coeficiente angular: } \underline{\hspace{2cm}}$$

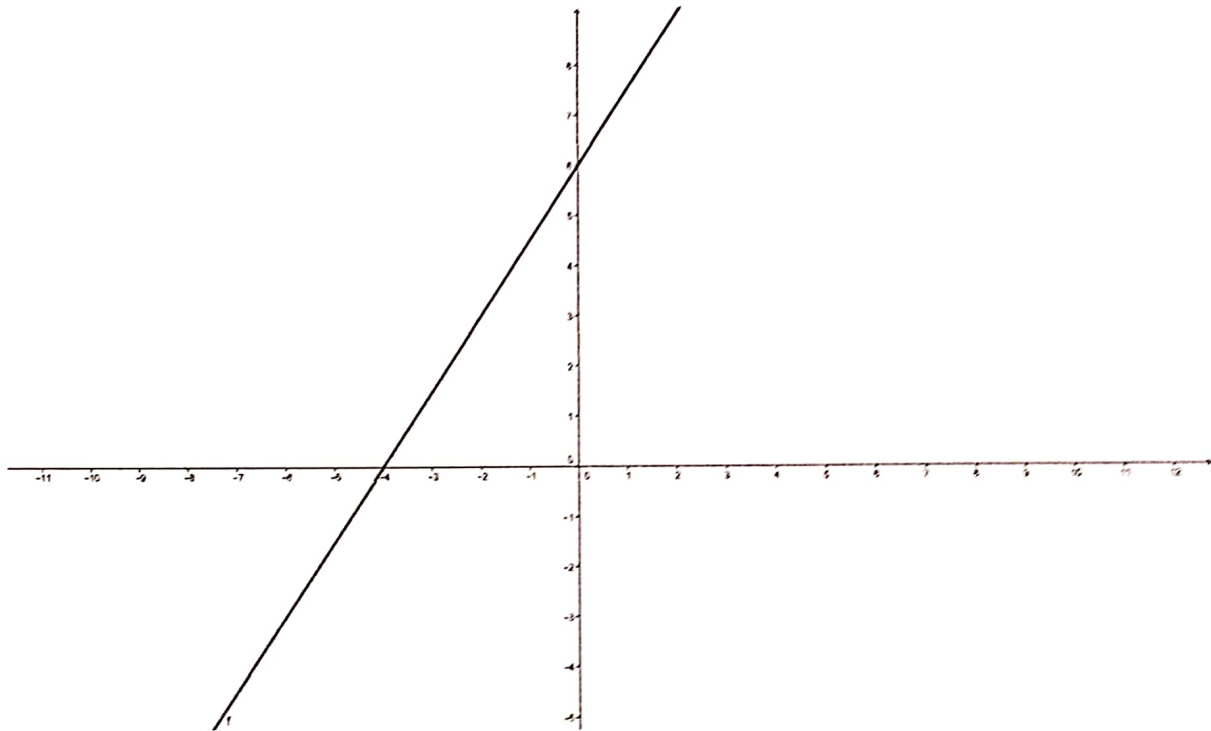


Nome: _____ Data: ___/___/___

Grupo: Adriana Mota, Carla Fernanda Siqueira, Edmila Corrêa e Livia Ladeira

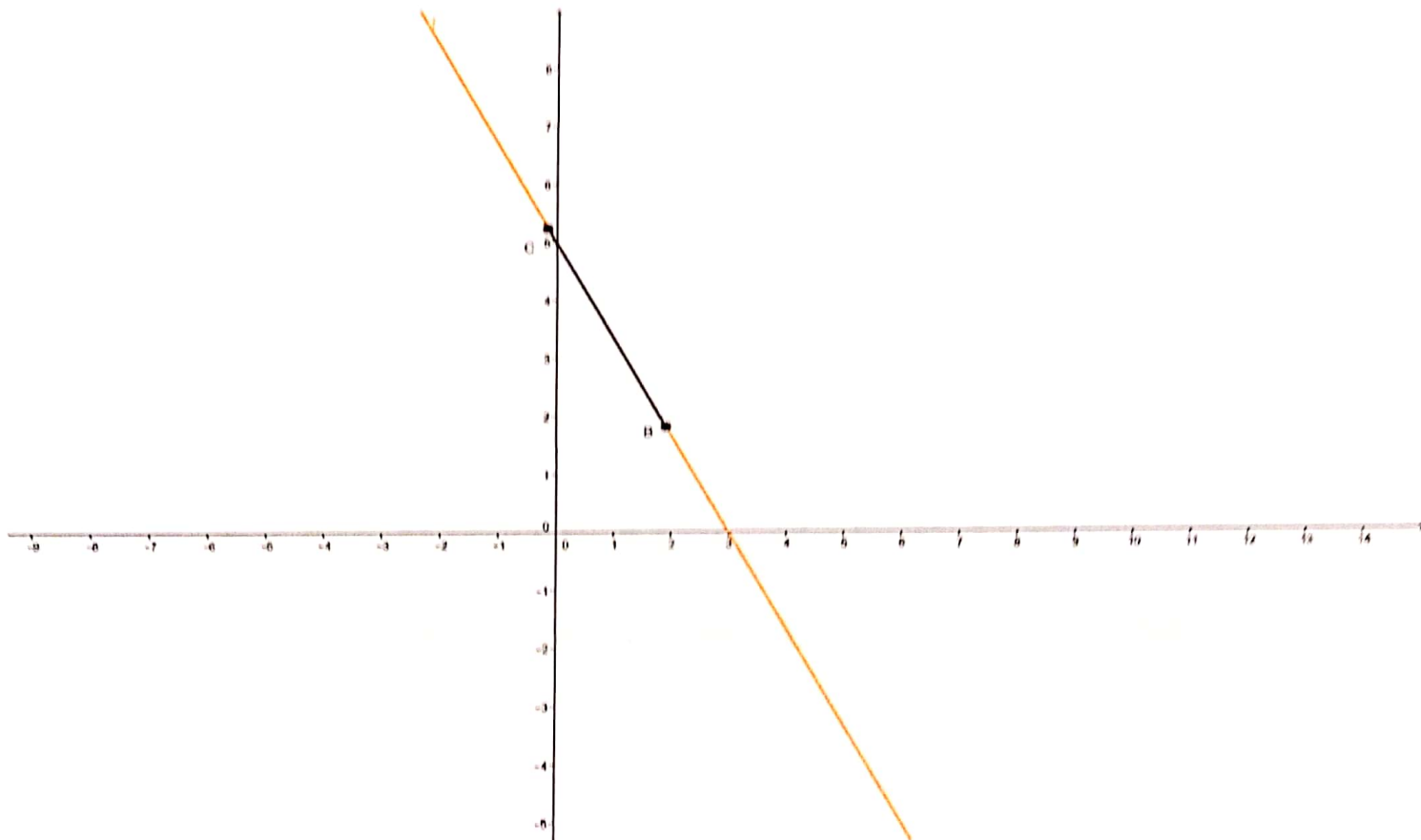
ATIVIDADE 2

1) Observe o gráfico abaixo.



- Determine a lei de formação da reta acima.
- Usando o par de esquadros, construa a reta paralela à reta acima passando pelo ponto $(0,8)$.
- Determine a lei de formação da reta paralela que você construiu no item b.
- Use o transferidor e meça o ângulo formado pela primeira reta e pelo eixo x. Faça o mesmo com a segunda reta. O que você observa com relação entre as medidas destes ângulos?

2) Observe o gráfico abaixo.



- Determine a lei de formação da reta acima.
- Usando o compasso, encontre o ponto médio do segmento BC.
- Usando o compasso e a régua, construa a reta perpendicular à reta acima que passa pelo ponto médio do segmento BC.
- Determine a lei de formação da reta perpendicular que você construiu.
- Com o transferidor, meça o ângulo formado entre a reta dada e a reta que você construiu. Qual é o seu valor?

Apêndice B: Material didático experimentado na turma regular

Diretoria de Ensino Superior

Licenciatura em Matemática

Disciplina: Laboratório de Ensino e Aprendizagem em Matemática

Linha de Pesquisa: Geometria

Licenciandas: Adriana Mota, Carla Fernanda Barreto, Edmila Corrêa e Livia Gomes

Orientadoras: Dra. Vanice Freitas

Nome: _____ Data: ___ / ___ / 2016

ATIVIDADE 1

- 1) Plote as seguintes funções aos pares no *software* Desmos. Manipule o zoom, de maneira que consiga observar o comportamento de cada representação gráfica e, para cada item, identifique os coeficientes e anote o que você observa com relação às posições das retas.

a) $y=2x+3$ $a=$ _____ $b=$ _____
 $y=2x-15$ $a=$ _____ $b=$ _____

b) $y=\frac{1}{2}x+7$ $a=$ _____ $b=$ _____
 $y=-2x+7$ $a=$ _____ $b=$ _____

c) $y=-3x-4$ $a=$ _____ $b=$ _____
 $y=-3x-1$ $a=$ _____ $b=$ _____

d) $y=4x+\frac{3}{5}$ $a=$ _____ $b=$ _____
 $y=-3x+2$ $a=$ _____ $b=$ _____

e) $y=\frac{-3}{4}x-10$ $a=$ _____ $b=$ _____
 $y=\frac{4}{3}x$ $a=$ _____ $b=$ _____

f) $y = -3x + 1$ $a = \underline{\quad}$ $b = \underline{\quad}$

$y = x - 2$ $a = \underline{\quad}$ $b = \underline{\quad}$

g) $y = 2x - 4$ $a = \underline{\quad}$ $b = \underline{\quad}$

$y = \frac{4x - 8}{2}$ $a = \underline{\quad}$ $b = \underline{\quad}$

2) Estabeleça a relação entre os coeficientes angulares e os coeficientes lineares das funções quando estas são representadas por retas:

a) Paralelas:

b) Perpendiculares:

c) Coincidentes:

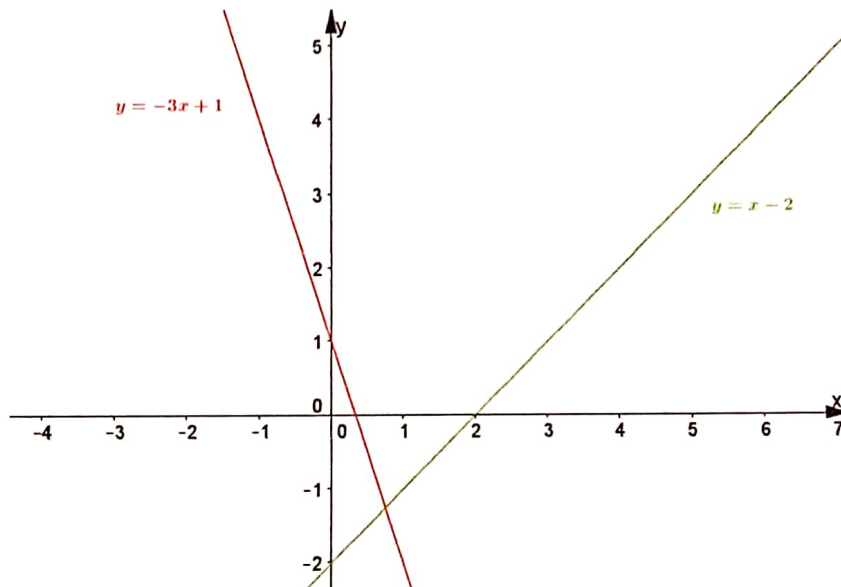
d) Concorrentes:

APOSTILA - POSIÇÃO RELATIVA DE RETAS NO PLANO

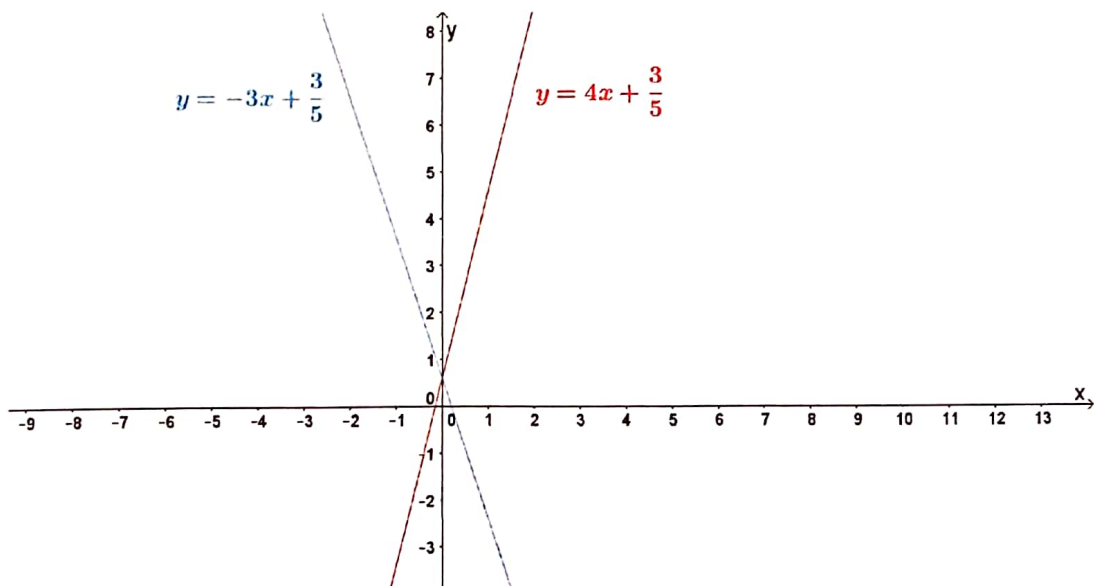
Retas Concorrentes:

Quando duas retas se intersectam (cortam), dizemos que são concorrentes. Para tanto, seus coeficientes angulares (ângulo medido no sentido anti-horário entre o eixo das abscissas e a reta) devem ser diferentes.

Exemplo 1: $y = -3x + 1$; coeficiente angular: _____ coeficiente linear: _____
 $y = x - 2$; coeficiente angular: _____ coeficiente linear: _____



Exemplo 2: $y = 4x + \frac{3}{5}$; coeficiente angular: _____ coeficiente linear: _____
 $y = -3x + \frac{3}{5}$; coeficiente angular: _____ coeficiente linear: _____

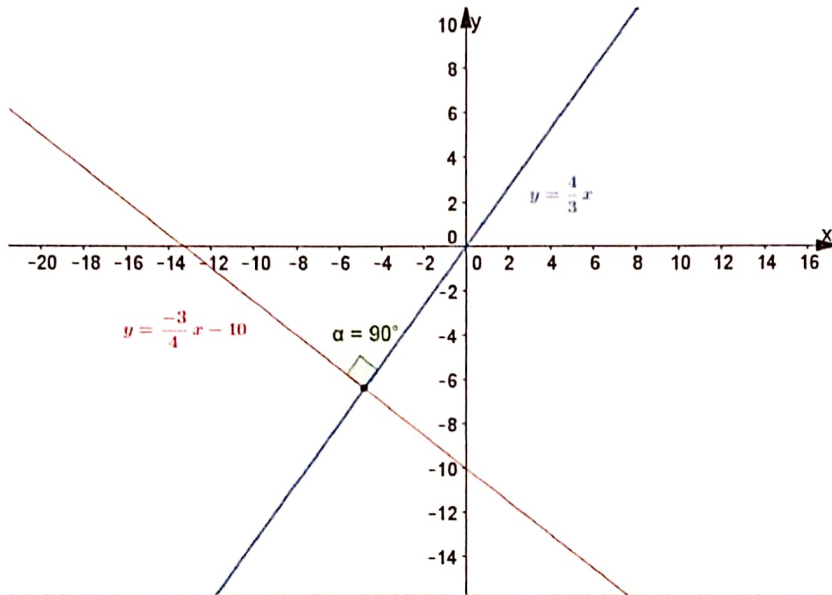


Retas Perpendiculares:

Quando duas retas são concorrentes e formam entre si um ângulo reto, estas são chamadas de perpendiculares. Para tanto, o coeficiente angular de uma das retas, além de ser diferente da segunda, deve ser o oposto do inverso da mesma.

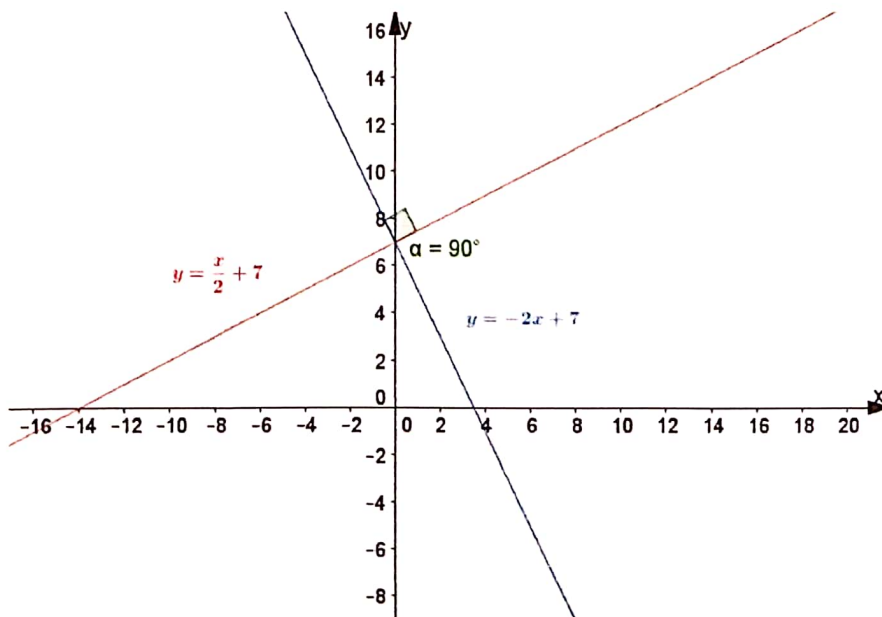
Exemplo 1: $y = \frac{-3}{4}x - 10$; coeficiente angular: _____ coeficiente linear: _____

$y = \frac{4}{3}x$; coeficiente angular: _____ coeficiente linear: _____



Exemplo 2: $y = -2x + 7$; coeficiente angular: _____ coeficiente linear: _____

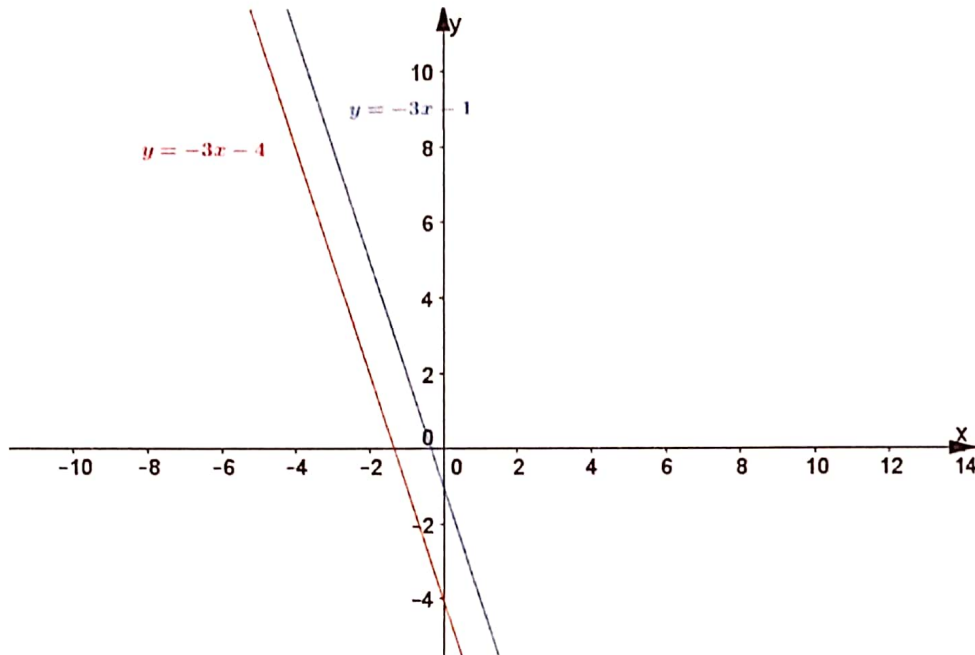
$y = \frac{1}{2}x + 7$; coeficiente angular: _____ coeficiente linear: _____



Retas Paralelas:

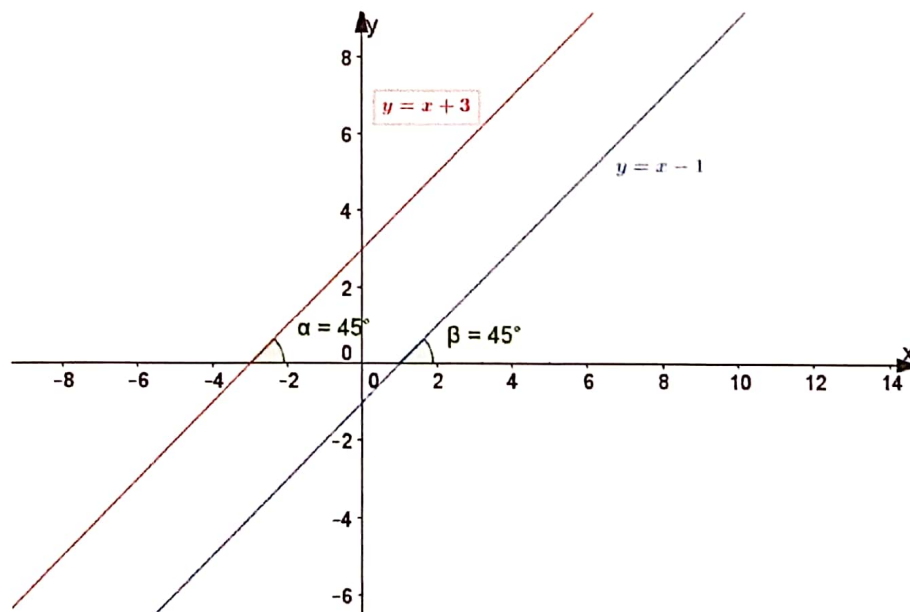
Quando duas retas, no mesmo plano, não se intersectam em nenhum ponto, diz-se serem paralelas. Para isto, seus coeficientes angulares devem ser iguais.

Exemplo 1: $y = -3x - 4$; coeficiente angular: _____ coeficiente linear: _____
 $y = -3x - 1$; coeficiente angular: _____ coeficiente linear: _____



Exemplo 2: $y = x + 3$; coeficiente angular: _____ coeficiente linear: _____
 $y = x - 1$; coeficiente angular: _____ coeficiente linear: _____

→ Sendo os coeficientes angulares de duas retas paralelas iguais, o ângulo formado entre cada reta e o eixo das abscissas (eixo x) também é igual.

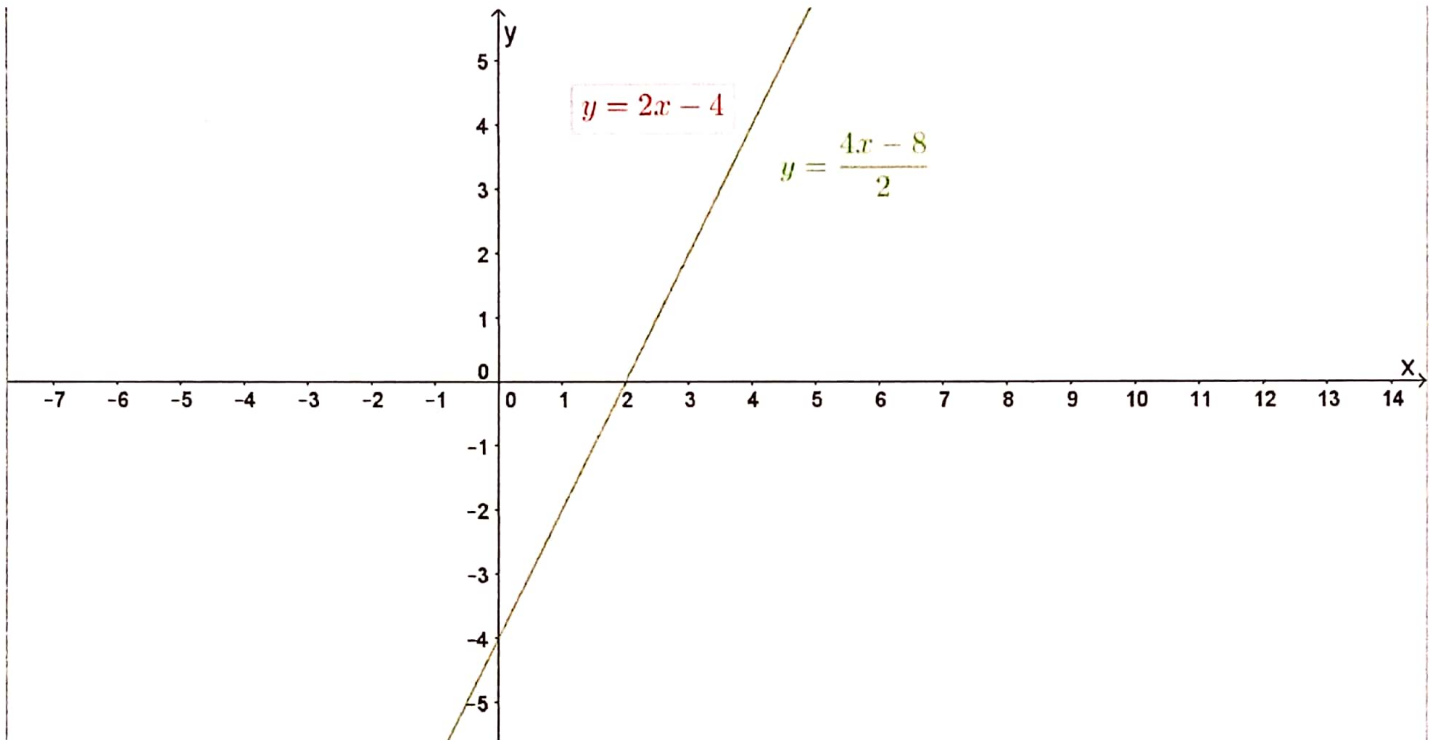


Retas Coincidentes:

Quando duas retas são paralelas e, além de mesmo coeficiente angular, tiverem o mesmo coeficiente linear, estas são chamadas coincidentes.

Exemplo 1: $y = 2x - 4$; coeficiente angular: ____ coeficiente linear: ____

$y = \frac{4x - 8}{2}$; coeficiente angular: ____ coeficiente linear: ____



Diretoria de Ensino Superior

Licenciatura em Matemática

Disciplina: Laboratório de Ensino e Aprendizagem em Matemática

Linha de Pesquisa: Aritmética

Licenciandas: Adriana Mota, Carla Fernanda Barreto, Edmila Corrêa e Lívia Gomes

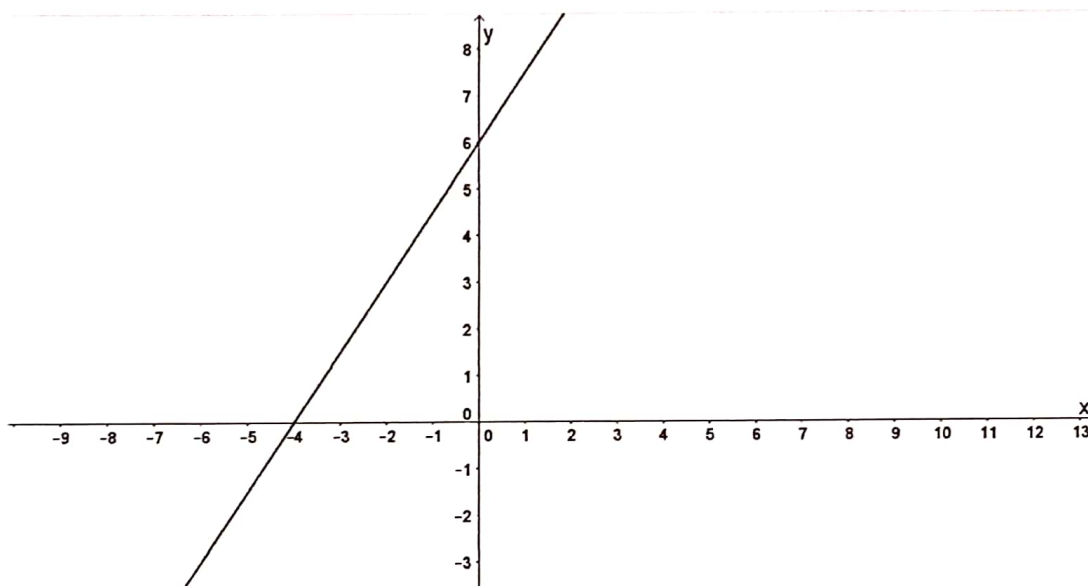
Orientadora: Dra. Vanice Freitas

Nome: _____

Data: ___ / ___ / 2016

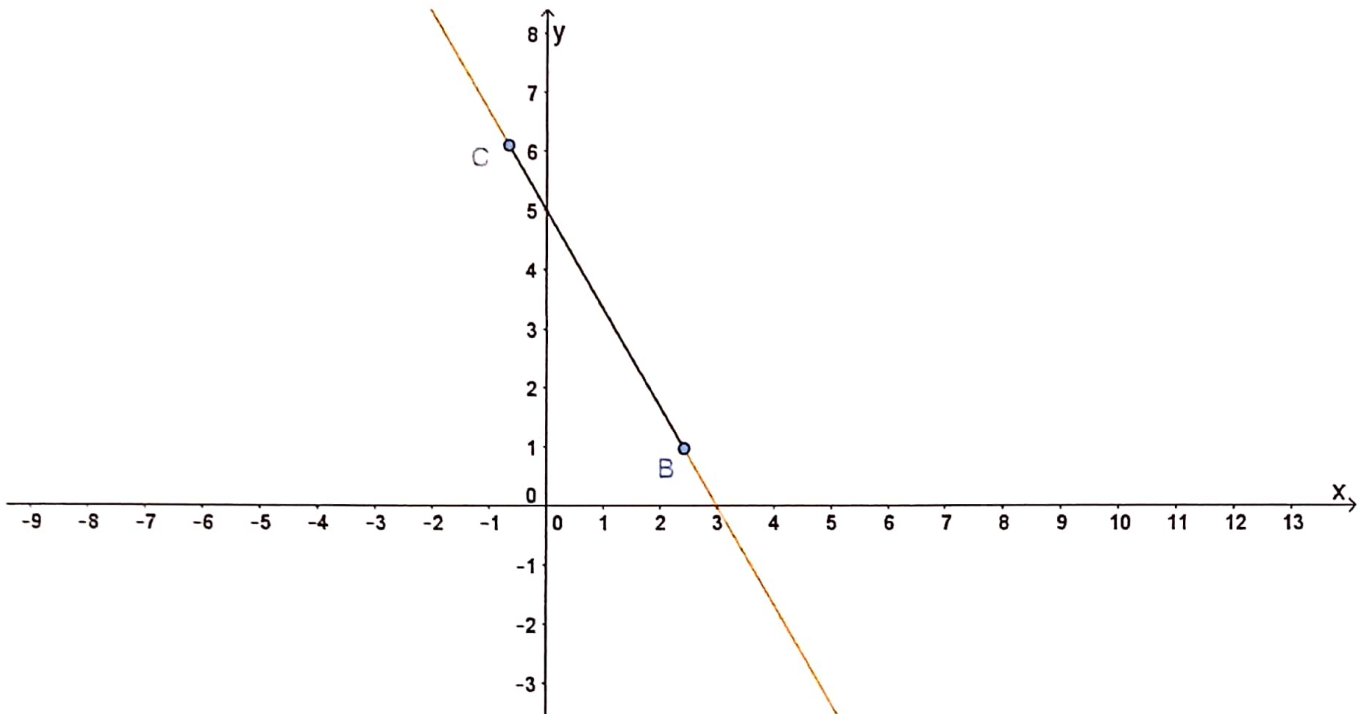
ATIVIDADE 2

1) Observe o gráfico abaixo.



- Determine a lei de formação da reta acima.
- Usando o par de esquadros, construa a reta paralela à reta acima passando pelo ponto (0,8).
- Determine a lei de formação da reta paralela que você construiu no item b.
- Use o transferidor e meça o ângulo formado pela primeira reta e pelo eixo x. Faça o mesmo com a segunda reta. O que você observa com relação entre as medidas destes ângulos?

2) Observe o gráfico abaixo.



- Determine a lei de formação da reta acima.
- Usando o compasso, encontre o ponto médio do segmento BC.
- Usando o compasso e a régua, construa a reta perpendicular à reta acima utilizando como parâmetro os pontos C e B
- Determine a lei de formação da reta perpendicular que você construiu.
- Com o transferidor, meça o ângulo formado entre a reta dada e a reta que você construiu. Qual é o seu valor?