

# **RELATÓRIO LEAMAT**

## **GEOMETRIA ESPACIAL: UM OLHAR CRÍTICO PARA AS EMBALAGENS**

ENSINO E APRENDIZAGEM DE GEOMETRIA

LETÍCIA CARVALHO MACIEL  
LETÍCIA VIVEIROS DE SOUZA  
LUCAS FRANCO BELÉM DE FREITAS  
RANNA DE JESUS AMBROSIO

CAMPOS DOS GOYTACAZES  
2016.2

LETÍCIA CARVALHO MACIEL  
LETÍCIA VIVEIROS DE SOUZA  
LUCAS FRANCO BELÉM DE FREITAS  
RANNA DE JESUS AMBROSIO

## **RELATÓRIO LEAMAT**

# **GEOMETRIA ESPACIAL: UM OLHAR CRÍTICO PARA AS EMBALAGENS**

**ENSINO E APRENDIZAGEM DE GEOMETRIA**

Trabalho apresentado ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia, Campus Campos-Centro, como requisito parcial para conclusão da disciplina Laboratório de Ensino e Aprendizagem em Matemática do Curso de Licenciatura em Matemática.

Orientadora: Prof<sup>a</sup>. Dra. Vanice da Silva Freitas Vieira

**CAMPOS DOS GOYTACAZES  
2016.2**

## SUMÁRIO

	p.
1) Relatório do LEAMAT I .....	3
1.1) Atividades desenvolvidas .....	3
1.2) Elaboração da sequência didática.....	4
1.2.1) Tema .....	4
1.2.2) Justificativa .....	4
1.2.3) Objetivo Geral .....	6
1.2.4) Público Alvo .....	6
2) Relatório do LEAMAT II .....	7
2.1) Atividades desenvolvidas .....	7
2.2) Elaboração da sequência didática .....	7
2.2.1) Planejamento da sequência didática .....	7
2.2.2) Aplicação da sequência didática na turma do LEAMAT II .	8
3) Relatório do LEAMAT III .....	8
3.1) Atividades desenvolvidas .....	8
3.2) Elaboração da sequência didática .....	9
3.2.1) Versão final da sequência didática .....	9
3.2.2) Experimentação da sequência didática na turma regular ..	12
Considerações Finais .....	22
Referências .....	23
Apêndices .....	24
Apêndice A - Material didático aplicado na turma do LEAMAT II .....	25
Apêndice B - Material didático experimentado na turma regular .....	33

## 1 Relatório do LEAMAT I

### 1.1 Atividades desenvolvidas

Primeiro encontro, 02 de fevereiro: iniciou-se com uma conversa sobre a Geometria, em que a orientadora buscou a reflexão e o relato de cada um sobre os questionamentos: O que significa Geometria para você? Como você vivenciou a Geometria na escola? Que Geometria você aprendeu? Qual o papel da Geometria para você? Que Geometria você gostaria de ensinar para seu aluno?

A orientadora propôs também a leitura do artigo “Ensino de Geometria: Rumos da Pesquisa (1991-2011)”, produzido por Rebeca Moreira Sena e Beatriz Vargas Domeles. Nesse encontro, lemos e discutimos sobre o texto dado observando as perspectivas em relação aos rumos do ensino da Geometria no Brasil. O texto traz a importância de conhecer um pouco da história do ensino da Geometria ao longo do tempo e como ela está inserida nas pesquisas atualmente, além de retomar estudos sobre a Educação Matemática.

Quanto ao ensino de Geometria, o texto levanta alguns dados importantes, como as linhas de pesquisas, que correspondem a Formação de professores (maior destaque), Informática no ensino da Matemática, Estudos de novos métodos de ensino, Cognição Matemática, Estudos do cotidiano escolar, Estudos históricos analíticos, Materiais didáticos e Meios de ensino, Filosofia/História/Epistemologia, Currículo escolar e por último a Etnomatemática. O artigo relata que a Geometria não é prioridade no Ensino da Matemática. Ainda neste dia, a professora nos deixou a proposta de leitura dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) para serem discutidos no encontro posterior.

Segundo encontro, 23 de fevereiro: houve uma apresentação dos licenciandos sobre as orientações dos PCN (Brasil, 1998), no que se refere ao ensino de Geometria do ensino médio e do terceiro e quarto ciclo do ensino fundamental. O objetivo da orientadora foi salientar essas orientações para que refletíssemos sobre a postura dos professores de Matemática, em relação às propostas apresentadas nesses documentos.

Terceiro encontro, 08 de março: foi realizada uma exposição das três etapas da disciplina Laboratório de Ensino e Aprendizagem de Matemática (LEAMAT), por um grupo de alunos que já concluiu esta disciplina. O grupo apresentou detalhadamente instruções para facilitar o processo de desenvolvimento das atividades como organização e pontualidade. O tema abordado foi Ângulos na circunferência: um olhar sobre as questões de vestibular, tal grupo se motivou em abordar o tema, pois nunca haviam estudado sobre o assunto e perceberam que a maioria dos estudantes também não tem acesso a tal conteúdo.

Quarto encontro, 22 de março: a professora convidou outro grupo que também havia concluído a disciplina LEAMAT para aplicar a sequência didática da linha de Geometria. O mesmo realizou um trabalho sobre círculos, com material concreto, visando desenvolver nos alunos a compreensão da dedução da fórmula da área.

Quinto encontro, 05 de abril: a reunião teve finalidade de discutir o tema de cada grupo, onde a orientadora ouviu e complementou as ideias dando novas perspectivas sobre o assunto.

Os encontros subsequentes reservaram-se ao aprofundamento do tema, as devidas alterações no presente relatório e a discussão da proposta metodológica a ser adotada.

## **1.2 Elaboração da sequência didática**

### **1.2.1 Tema**

Compreensão da área total e do volume de primas, por meio de embalagens do cotidiano, proporcionando a reflexão do aluno em relação ao consumo de produtos de forma consciente e crítica.

### **1.2.2 Justificativa**

O ensino de Geometria geralmente ocorre de forma mecânica, em que os alunos decoram as fórmulas e as aplicam sem entender o real significado dos procedimentos realizados. Um dos fatores que podem influenciar nessa prática, consiste na dificuldade de alguns professores de buscar métodos que tornam mais

fácil, para o aluno, a visualização e generalização de determinadas situações. LORENZATO (1995) considera que:

Essas dificuldades se dão em virtude da forte resistência no ensino da Geometria e deve-se também, em grande parte, ao pouco acesso pelo professor aos estudos dos conceitos geométricos na sua formação ou até mesmo pelo fato de não gostarem de Geometria (LORENZATO, 1995, p.7).

Bassanezi (2004, p. 179) concorda com Lorenzato (1995) ao afirmar que essas dificuldades são atribuídas ao próprio processo de formação do professor que não leva o aluno a estabelecer uma conexão relevante entre o que se ensina e o mundo real. É importante ressaltar que, para uma melhor compreensão do conteúdo, os professores devem partir de situações da realidade. Assim, possibilita ao aluno a visão de uma aplicabilidade da Matemática que tenha sentido. Para Skovsmose (2008):

Referências à vida real parecem ser necessárias para estabelecer uma reflexão detalhada sobre a maneira como a Matemática pode operar em nossa sociedade. Um sujeito crítico é também um sujeito reflexivo (SKOVSMOSE, 2008, p. 38).

Para D'Ambrósio (2001), os currículos escolares deveriam contemplar temas como Economia, Estatística, Programação, Modelagem e outros, diminuindo a distância entre os currículos escolares e os avanços tecnológicos das escolas. O autor afirma que se pode desenvolver o raciocínio qualitativo do aluno levando-se em conta questões contemporâneas, que julga necessárias para obter uma nova sociedade.

Também os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio (PCNEM) incentivam a conexão entre a teoria e a prática, assim como a relação entre conhecimento e vivência cotidiana do aluno:

Aprender a aprender e a pensar, a relacionar o conhecimento com dados da experiência cotidiana, a dar significado ao aprendido e a captar o significado do mundo, a fazer a ponte entre a teoria e a prática, a fundamentar a crítica, a argumentar com bases em fatos, a lidar com o sentimento que a aprendizagem desperta (BRASIL, 2000, p. 75).

De acordo com os PCNEM (Brasil, 2000) é necessário que o aluno perceba a importância da Matemática para compreensão do mundo em sua volta, e também consigam notar que esta disciplina pode estimular a criatividade, a curiosidade, o espírito de investigação e o desenvolvimento da capacidade de resolver problemas.

Nesse sentido, é preciso que o aluno perceba a Matemática como um sistema de códigos e regras que a tornam uma linguagem de comunicação de ideias e permite modelar a realidade e interpretá-la. Assim, os números e a álgebra como sistemas e códigos, a geometria na leitura e interpretação do espaço, a estatística e a probabilidade na compreensão de fenômenos em universos finitos são subáreas da Matemática especialmente ligadas às aplicações (BRASIL, 2000, p.40).

Dessa forma, o ensino de Matemática a partir de situações da realidade do aluno pode possibilitar uma aprendizagem significativa por meio da construção de conhecimentos que vai além de calcular, já que a Matemática é uma componente curricular capaz de gerar aspectos sociais, políticos e econômicos, propiciando ao aluno uma formação para a vida e para o mundo do trabalho (VIEIRA, 2016).

Assim sendo, com esse trabalho, buscamos desenvolver nos alunos uma Educação Matemática Crítica que, além de instrumentá-los matematicamente, possa também proporcionar uma participação/atuação crítica na sociedade, por meio desse conhecimento matemático, colaborando com sua emancipação como cidadãos (ARAÚJO, 2009).

### **1.2.3 Objetivo Geral**

O projeto tem como objetivo deduzir a área total e o volume dos prismas, sob uma perspectiva da Educação Matemática Crítica, buscando motivar no aluno uma participação crítica nas situações do cotidiano social.

### **1.2.4 Público - Alvo**

Alunos do segundo ano do ensino médio

## **2) RELATÓRIO DO LEAMAT II**

### **2.1) Atividades desenvolvidas**

Primeiro encontro: As orientadoras apresentaram o roteiro do LEAMAT II, evidenciando as mudanças feitas na matriz.

Os encontros seguintes foram destinados à elaboração da sequência didática com o auxílio da orientadora, exceto o encontro do dia 05/07, pois, o mesmo foi designado à apresentação dos trabalhos dos grupos do LEAMAT III.

### **2.2) Elaboração da sequência didática**

#### **2.2.1) Planejamento da sequência didática**

Primeiramente nos apresentaremos à turma e faremos um breve relato sobre o que será abordado na aula. Após a apresentação, serão propostos exercícios sobre áreas de figuras planas (pré-requisito para o conteúdo) com o intuito de lembrar alguns conceitos.

Posteriormente, serão expostos vários tipos de embalagens do cotidiano para que os alunos identifiquem quais são poliedros. Entregaremos apostilas-base contendo conceitos de prismas, arestas, vértices e faces. Com as embalagens, organizadas pelos alunos como poliedros e não poliedro será pedido uma nova organização, de forma que, separem dentre os poliedros, os prismas.

Em seguida, o grupo distribuirá materiais como, tesouras e régua para que o aluno abra cada embalagem, de modo a planificá-las deduzindo as áreas da base, lateral e total. A fim de fixar a dedução das áreas, utilizaremos um applet do geogebra.

Em relação ao volume dos prismas, deduziremos por meio da aplicação de outro applet do geogebra. Também faremos o uso de prismas de acrílico, para que os alunos tenham uma visão com material concreto dos volumes dos mesmos. Após, o grupo entregará uma última apostila contendo exercícios, envolvendo área total e volume dos prismas, sendo alguns contextualizados na concepção da Educação Matemática Crítica, com objetivo de estimular no aluno uma reflexão para um consumo de produtos de forma consciente.

Como conclusão, realizaremos uma atividade lúdica com a intenção de integrar com o cotidiano, os conceitos matemáticos apresentados e deduzidos, aguçando a criticidade no aluno.



### **2.2.2) Aplicação da sequência didática na turma do LEAMAT II**

No dia 30 de agosto de 2016, ocorreu a aplicação da sequência didática da linha de pesquisa Geometria para a turma do LEAMAT II e para as orientadoras de tal disciplina.

O grupo iniciou apresentando o tema que seria abordado e logo após entregamos a Atividade 1, na qual contém exercícios de pré-requisito.

Em seguida recolhemos o material e distribuimos a apostila de “Conceitos básicos e definições”, cada integrante do grupo ficou responsável por desenvolver e explicar uma parte do conteúdo. No item 2.2 da apostila, foram dispostas embalagens em forma de prismas e tesouras, para que os alunos pudessem as manipular de modo a deduzir as áreas e características de um prisma. No tópico 3, utilizamos tecnologia (software de geometria dinâmica) e material concreto (prisma de base triangular de acrílico e líquido de cor), com a finalidade de deduzir o volume dos prismas.

Na intenção de fixar e, simultaneamente, avaliar o que foi apresentado, entregamos a “Atividade 2” propondo exercícios em diversos contextos, buscando instigar no aluno o senso crítico voltado para o consumismo e meio ambiente. Para auxiliar na resolução do exercício 3, foram apresentadas caixas de BAND-AID e no exercício 4 foram distribuídas caixas de Toddynho.

Por fim, iríamos realizar uma feira como método lúdico, entretanto, devido à falta de tempo a atividade final foi apenas apresentada para críticas e sugestões.

## **3) Relatório do LEAMAT III**

### **3.1) Atividades desenvolvidas**

No dia 18 de outubro de 2016 ocorreu o primeiro encontro, em que as orientadoras entregaram um cronograma como forma de planejamento das atividades do LEAMAT III. As aulas dos dias seguintes foram destinadas à reelaboração e produção do material da sequência didática e apresentação da mesma numa turma do segundo ano do Ensino Médio. Seguindo o cronograma, as últimas aulas foram reservadas para a apresentação final dos trabalhos de todas as linhas de pesquisa, bem como a redação com os ajustes finais do relatório. Após a

apresentação de todas as linhas de pesquisas, as aulas foram designadas a confecção do relatório final.

### 3.2) Elaboração da sequência didática

#### 3.2.1) Versão final da sequência didática

Ao fim da aplicação da sequência didática no LEAMAT II, a turma e as orientadoras fizeram algumas propostas de caráter técnico, correções quanto à formatação, por exemplo, bem como sugestões teóricas, como alterações de algumas palavras dos conceitos apresentados na apostila. Tais recomendações foram consideradas pelo grupo e ficam explícitas quando comparamos os apêndices A e B. O primeiro, referente ao material aplicado, traz trechos que foram corrigidos posteriormente à experimentação, por exemplo: na apostila de conceito, a definição de poliedro traz seguinte trecho (figura 1):

Figura 1

#### 1) Poliedros:

Poliedro é uma reunião de um número finito de polígonos<sup>1</sup> planos, de tal forma que a interseção de dois de polígonos distintos seja uma aresta comum, um vértice comum, ou vazia (LIMA, 1991).

Fonte: protocolo de pesquisa.

Na parte “[...] de tal forma que a interseção de dois de polígonos distintos [...]”, a preposição “de” sublinhada foi retirada no momento de correções. Um erro de formatação foi corrigido na parte de “classificação”, onde havia um pequeno parágrafo não justificado.

Ainda nessa apostila, foram trocados os itens 2.2 e 3.1, de modo a alinhar um pouco mais o que seria desenvolvido pelo aluno com nossos objetivos. Na primeira versão os itens se apresentavam da seguinte forma (figura 2):

Figura 2

<p><b>2.2 Após a planificação das embalagens, o que você entendeu por:</b></p> <p>a) Área da base:</p> <p>b) Área lateral:</p> <p>c) Área total:</p>
<p><b>3.1 Após as apresentações, o que você entende sobre o volume de um prisma?</b></p> <hr/> <hr/> <hr/>

Fonte: protocolo de pesquisa.

Após as devidas considerações, os licenciandos reformularam a questão a fim de alcançar um melhor entendimento (figura 3).

Figura 3

<p><b>2.2 Após a exploração da planificação das embalagens, o que você entendeu por:</b></p> <p>a) Área da base:</p> <p>b) Área lateral:</p> <p>c) Área total:</p>
<p><b>3.1 Após as discussões, como você definiria o volume de um prisma?</b></p> <hr/> <hr/> <hr/>

Fonte: protocolo de pesquisa.

Na apostila de atividades 2, foi sugerido uma melhor formulação da questão 2 que antes era “Encontre o volume do prisma de base triangular abaixo” e foi aplicada na turma regular como “Indique o valor correspondente ao volume do prisma de base triangular abaixo”.

Foi sugerido também que o item d da terceira questão fosse discutido oralmente, sem a necessidade de uma formalização escrita. Entretanto os licenciandos optaram por não retirar esse item (figura 4).

Figura 4

d) Em sua opinião, o que leva a fábrica a não mudar as medidas das embalagens? Qual seria o impacto para o meio ambiente se essa mudança ocorresse?

Fonte: protocolo de pesquisa.

As orientadoras e as alunas do LEAMAT II observaram também que o item b da 4ª questão permitia um duplo sentido. Então o grupo retirou essa ambiguidade substituindo “o mesmo” por “igual” (figura 5).

Figura 5

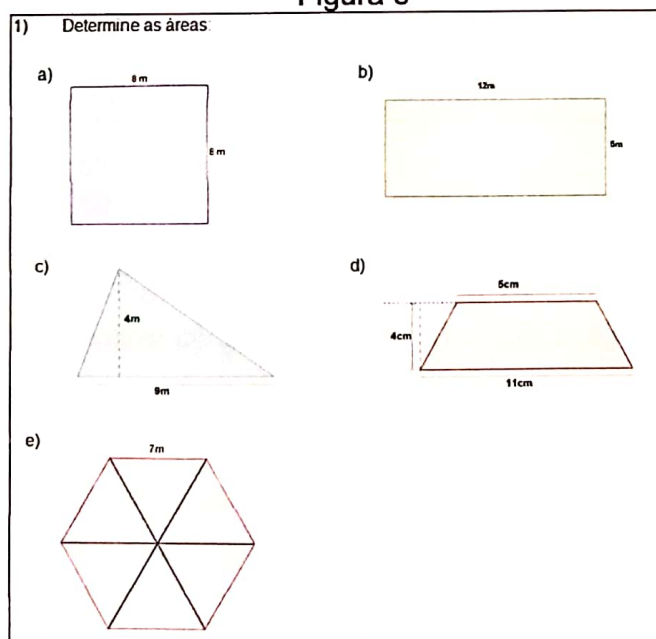
b) O volume encontrado é o mesmo do que está exposto na embalagem? Por quê?

b) O volume encontrado é igual ao que está exposto na embalagem? Por quê?

Fonte: protocolo de pesquisa.

Por fim, nas atividades de pré-requisito (Atividade 1), foi sugerida uma revisão do enunciado, bem como em uma das figuras a ser calculada, para tornar explícito que nessa figura, os lados em um mesmo valor, o que não era facilmente perceptível antes (figura 6).

Figura 6

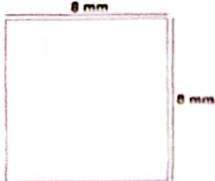


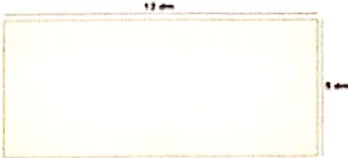
Fonte: protocolo de pesquisa.

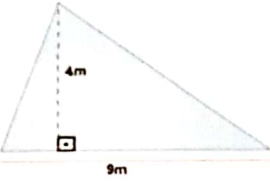
Feitas as devidas alterações, os licenciandos também acrescentaram a fórmula da área do triângulo equilátero, para que os alunos relembassem e alteraram as unidades de medidas, a fim de não manter um padrão (figura 7).

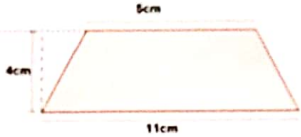
Figura 7

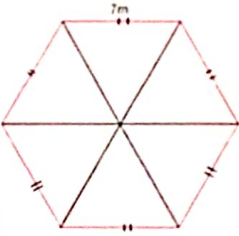
1) Determine as áreas das figuras planas a seguir.

a)  8 mm

b)  12 cm  
5 cm

c)  4 m  
9 m

d)  5 cm  
4 cm  
11 cm

e)  7 m

Recordando...  
A área do triângulo equilátero é calculada a partir da seguinte fórmula:

$$A = \frac{l^2\sqrt{3}}{4}$$

Fonte: protocolo de pesquisa.

### 3.2.2) Experimentação da sequência didática na turma regular

No dia 10 de novembro de 2016 realizou-se a aplicação desta sequência didática para alunos do segundo ano regular do ensino médio do Colégio Estadual Rotary II, sob supervisão da professora orientadora Vanice Vieira.

No referido dia a quantidade de alunos era escassa, logo o professor responsável optou por reunir duas turmas, ficando assim com um quantitativo de 36 alunos.

Primeiramente os licenciandos se apresentaram, bem como justificaram a sua presença e a aplicação da aula. Para iniciar a ministração da aula foi entregue

uma atividade de revisão de conteúdo (Apêndice B). Foi dado um tempo para os alunos resolverem tal atividade, porém nem todos recordaram de todas as fórmulas necessárias para a resolução do exercício e então um dos licenciandos foi ao quadro para fazer a correção do que havia sido feito e esclarecer o que estava pendente.

A primeira atividade foi recolhida e foi dada a apostila de conceitos e definições. Um dos licenciandos apresentou o conceito de poliedros e seus elementos, para tal fez uso de poliedro de acrílico e madeira para demonstração (figura 8).

Figura 8

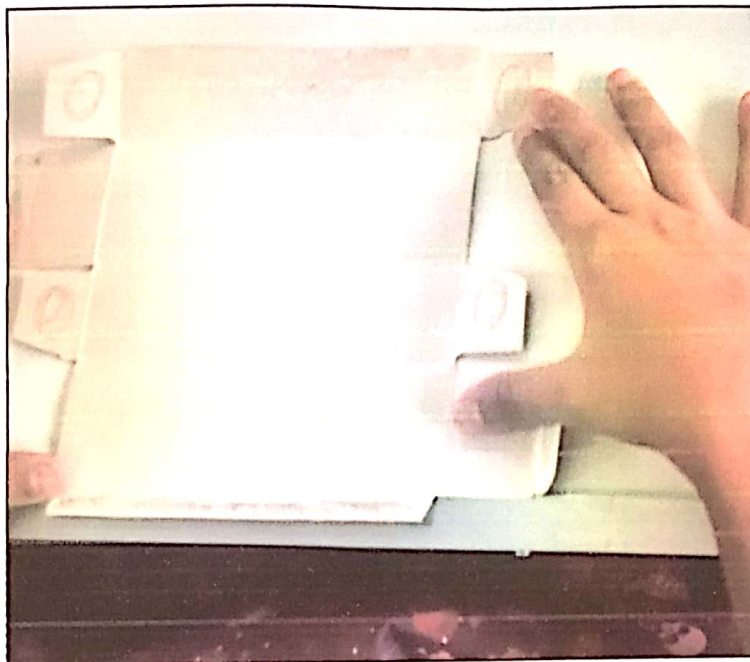


Fonte: protocolo de pesquisa.

Um segundo licenciando explicou o conceito, classificação e natureza quanto ao número de arestas da base de prismas. Além do uso de prismas de acrílico e madeira, também foi utilizado um applet do Geogebra que demonstrava o formato dos prismas segundo sua natureza.

Em seguida, foram distribuídas embalagens e outro licenciando pediu para que as mesmas fossem planificadas (figura 9).

Figura 9



Fonte: protocolo de pesquisa.

Após um tempo, discutiu-se sobre o que os alunos entendiam por áreas da base, lateral e total e formalizassem de forma escrita seu raciocínio (figura 10).

Figura 10

**2.2 Após a exploração da planificação das embalagens, o que você entendeu por:**

a) Área da base:  
 É a base da embalagem que recebemos

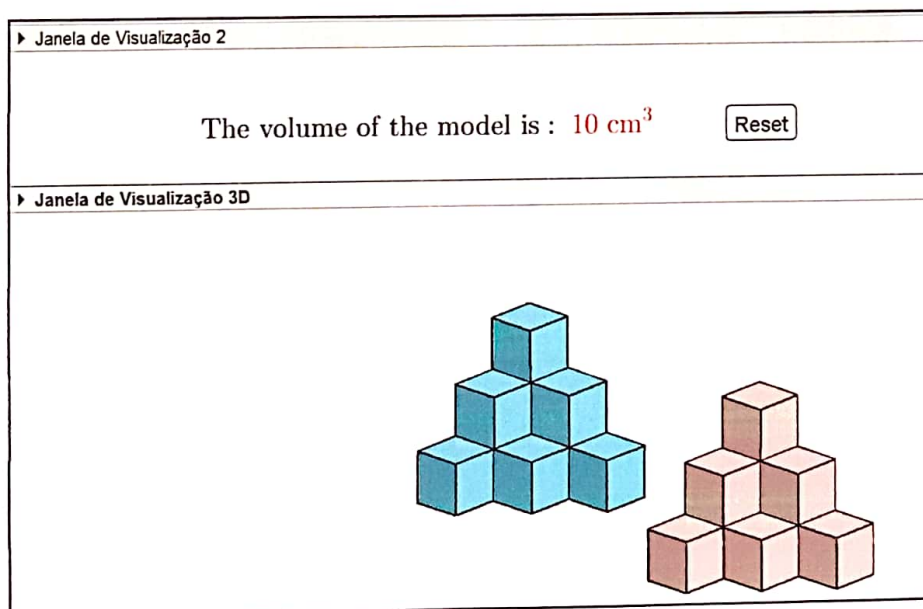
b) Área lateral:  
 São as faces laterais da embalagem

c) Área total:  
 É a soma de vez a área da base e a área lateral

Fonte: protocolo de pesquisa.

Uma terceira licencianda inicia a noção primitiva de volume, mostrando de maneira geral como podemos conceituá-lo, ou seja, evidenciou que o volume de um determinado recipiente nada mais é que o espaço por ele ocupado. Em seguida, utiliza um cubo unitário (material dourado) para introduzir a noção intuitiva de quantificar o volume de um sólido. Para auxiliar na compreensão, a licencianda utiliza um software do geogebra (figura 11) que apresenta figuras formadas por cubos unitários (em azul) e pede aos alunos para que instintivamente falem qual o volume total. Em seguida foi construída uma figura ao lado da original aumentando  $1\text{cm}^3$  a cada cubo que era inserido, com a finalidade de comparar e analisar o resultado dos alunos.

Figura 11



Fonte: protocolo de pesquisa.

A última parte do software apresenta um paralelepípedo e a licencianda começa a deduzir a forma de calcular o volume de um prisma qualquer. Com a intenção de deixar claro que para calcular o volume de um prisma basta multiplicar a área da base pela altura do sólido, a professora em formação fez uso de um prisma de acrílico e líquido color (figura 12).



Figura 12



Fonte: protocolo de pesquisa.

A ideia era mostrar que o líquido assume a forma da área da base e para completar totalmente o sólido teria que subir o líquido no tamanho correspondente à altura. Posteriormente a mesma licencianda pede para os estudantes escrever no item 3.1 o que entenderam e respostas quanto ao cálculo do volume foram satisfatórias (figura 13).

Figura 13

**3.1 Após as discussões, como você definiria o volume de um prisma?**  
 É toda a parte que ocupa o prisma sendo a área da base e a altura.

**3.1 Após as discussões, como você definiria o volume de um prisma?**  
 A área da base do prisma multiplicada pela altura.

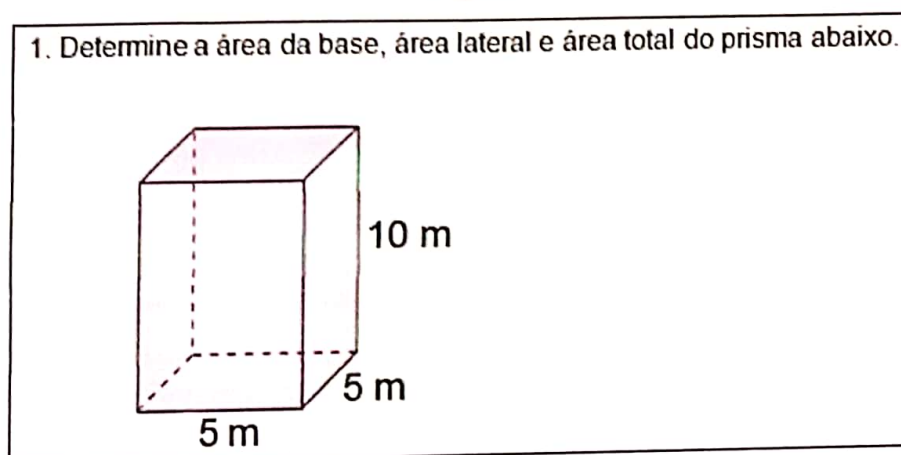
Fonte: protocolo de pesquisa.

Feitas as devidas explicações foi entregue aos alunos outra apostila considerada como atividade 2, na qual continha exercícios com objetivos de fixar o

conteúdo, dessa forma foram propostas questões no cenário da própria matemática e no contexto da realidade.

A primeira questão pedia para determinar a área da base, total e lateral do paralelepípedo (figura 14). A licencianda responsável pela resolução desta questão esperou alguns minutos para que os alunos resolvessem e depois corrigiu o exercício no quadro.

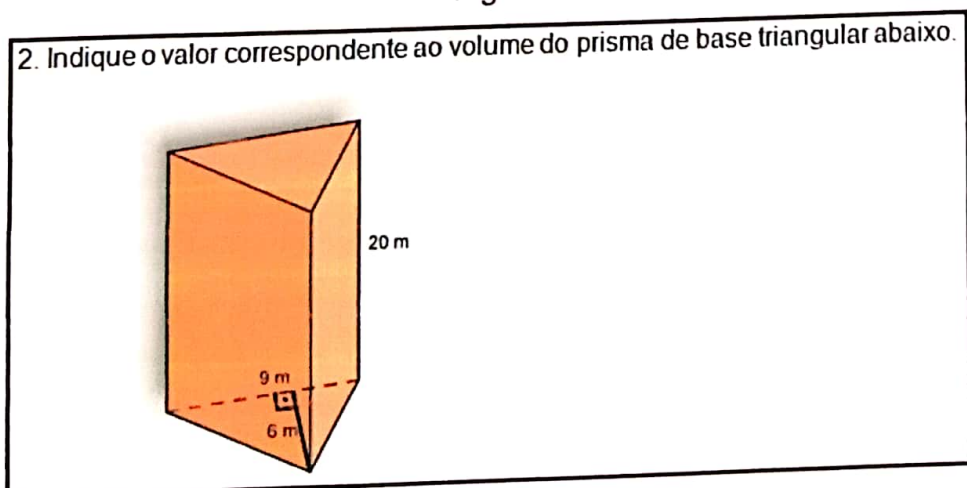
Figura 14



Fonte: protocolo de pesquisa.

A segunda questão era pra determinar o volume do prisma de base triangular (figura 15). Por ser um exercício também de fixação, o licenciando responsável teve o mesmo procedimento feito na questão anterior. Os alunos não tiveram dificuldade na resolução.

Figura 15




Fonte: protocolo de pesquisa

É interessante ressaltar que foi preciso uma pausa para explicar as unidades de medidas que teriam que ser colocadas nas respostas. Os alunos frequentemente estavam colocando unidade de medida linear em exercícios de área e volume, mas com o auxílio do licenciando conseguiram compreender que teria que ser colocado unidade de medida ao quadrado ao se tratar de área e os se tratar de volume, ao cubo.

Na questão três foi preciso utilizar embalagens e envelopes de BAND-AID de 10 e 40 unidades para obter uma melhor visão espacial. Foi o exercício mais complicado e que demandou mais tempo, pois o ponto fundamental era como o BAND-AID era colocado na caixa (figura 16).

Figura 16

3. As caixas mais vendidas de band-aids são as de 10 e 40 unidades como mostra as figuras abaixo:



Dadas as medidas das embalagens, complete a tabela a seguir:

Embalagens	Comprimento (cm)	Largura (cm)	Altura (cm)	Área Da Base (cm <sup>2</sup> )	Área Lateral (cm <sup>2</sup> )	Área Total (cm <sup>2</sup> )
10 unidades	4	2	10			
40 unidades	7	3,1	10,2			

Sabendo que cada envelope de BAND-AID possui comprimento = 2,8cm; largura = 0,1cm e altura = 8,8cm, responda as seguintes perguntas:

- Quais seriam as dimensões mínimas de uma caixa para comportar 10 unidades de BAND-AID? E para 40 unidades?
- Calcule a área total de cada uma das caixas considerando que estas adotem as dimensões mínimas determinadas no item anterior.
- Comparando as áreas reais e mínimas, qual seria a economia de papel?
- Em sua opinião, o que leva a fábrica a não mudar as medidas das embalagens? Qual seria o impacto para o meio ambiente se essa mudança ocorresse?

Fonte: protocolo de pesquisa

Como eram valores reais, trabalhamos com números “quebrados” e isso também dificultou algumas operações para os alunos, mesmo fazendo uso da calculadora. Diante da dificuldade dos alunos, o grupo resolveu esse exercício conjuntamente com a turma. Então, a licencianda responsável esclarecia as dúvidas e esperava a resposta da turma. No item d não era necessário calcular mais nada,

apenas uma visão crítica, então foi perguntado diretamente o que eles achavam e as respostas foram bem reflexivas (figura 17).

Figura 17

d) Em sua opinião, o que leva a fábrica a não mudar as medidas das embalagens? Qual seria o impacto para o meio ambiente se essa mudança ocorresse?

Acho que mudassem o embalagem não dando todos os informações que preciso ter.

d) Em sua opinião, o que leva a fábrica a não mudar as medidas das embalagens? Qual seria o impacto para o meio ambiente se essa mudança ocorresse?

- A indústria é sustentada sempre o que vale que não muda e não vai.
- Apoiadas, sem castor + árvores e - poluição.

Fonte: protocolo de pesquisa

A última questão também era contextualizada (figura 18) no âmbito da realidade, e para resolução da mesma foram necessárias embalagens de Toddyinho e régua. Os alunos mediram todas as dimensões da embalagem e calcularam o seu volume (figura 19).

Figura 18

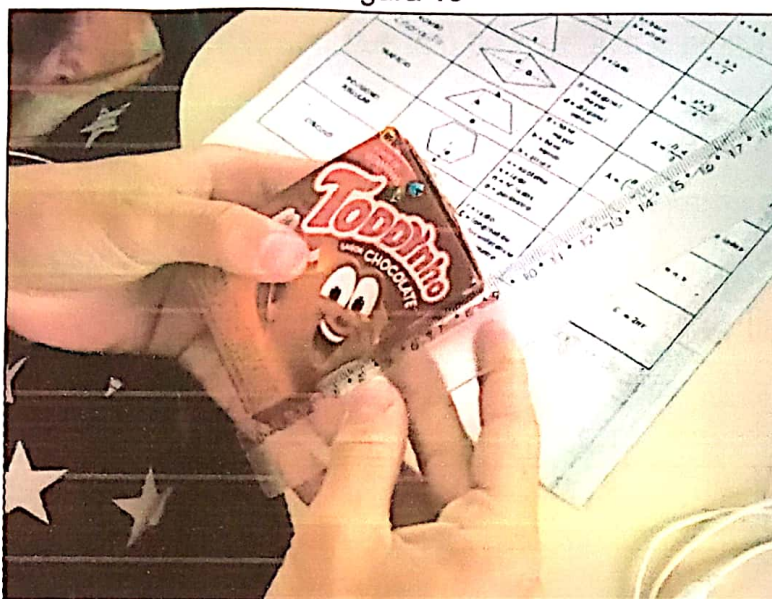
4. Uma caixa de Toddyinho possui 200 ml de achocolatado. Ao analisar a embalagem responda as questões a seguir, considerando  $1 \text{ ml} = 1 \text{ cm}^3$ .

a) Meça as dimensões da embalagem utilizando régua e calcule seu volume.

b) O volume encontrado é igual ao que está exposto na embalagem? Por quê?

Fonte: protocolo de pesquisa

Figura 19



Fonte: protocolo de pesquisa

O volume encontrado no item a foi maior do que exposto no produto e logo responderam o item b, pensando criticamente sobre o porquê de a caixa apresentar uma determinada quantidade e na prática não apresentar a mesma. A resposta mais encontrada e discutida foi da necessidade de um espaço para agitar o líquido, sendo assim o excedente do volume encontrado era na verdade o ar da agitação (figura 20).

Figura 20

a) Meça as dimensões da embalagem utilizando régua e calcule seu volume.

~~h.~~

Comprimento: 5,3       $16,33 \cdot 9,3$

Largura: 3,5             $\frac{16,33 \cdot 9,3}{2}$

Altura: 5,2              $46,98,2$

b) O volume encontrado é igual ao que está exposto na embalagem? Por quê?

Não! porque a caixa em si mede 26,34 ml e o líquido somente 200  
 e fica o espaço para que possa ser agitado o líquido.

Fonte: protocolo de pesquisa

A maioria dos resultados foi diferente e os alunos questionavam o motivo. Foi respondido que o primeiro motivo foi o uso manual na medição das dimensões e o segundo era porque algumas embalagens de Toddyinho têm tamanho diferente.

Diante da última resposta os alunos ficaram curiosos, então mostramos as duas caixas desiguais. Alguns alunos disseram que iam ficar atentos e procurar a maior caixa no mercado.

Para finalizar, foi feita uma feira com o objetivo de unir todos os conceitos trabalhados com a perspectiva voltada ao consumo crítico. A feira foi organizada com todos os produtos expostos sobre a mesa (figura 21).

Figura 21



Fonte: protocolo de pesquisa

A turma foi dividida em seis grupos, e cada grupo recebeu uma quantidade de dinheiro falso, e devia comprar uma determinada quantidade de cada produto, tendo sempre duas opções, em que podiam comprar uma embalagem grande ou várias menores – deviam sempre buscar o mais vantajoso. Dessa forma, buscou-se provocar o senso crítico dos alunos, uma vez que foram instigados a transitar entre a parte conceitual e a realidade, um dos objetivos deste trabalho.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

A aplicação da sequência didática que tinha como objetivo levar o aluno a compreender a área total e o volume de primas, com intuito de proporcionar uma visão crítica sobre as embalagens prismáticas do cotidiano, superou as expectativas dos licenciandos.

Os alunos se mostraram interessados do começo ao fim da aplicação, por ser uma aula diferente, com um assunto instigante e com variados recursos didáticos. A aplicação com duração de 2 horas/aula se estendeu por conta da feira feita no final da aula e mesmo passando do horário os alunos permaneceram animados.

Ao observar a aplicação das atividades contextualizadas e debatê-las, foi possível notar que a educação matemática pode favorecer no processo de emancipação e formação dos estudantes, por meio do desenvolvimento da capacidade de analisar, distinguir e realizar uma leitura crítica.

A aplicação desta sequência foi importante para o grupo, pois comprovou a relevância da contextualização dos conteúdos trabalhados na sala de aula e que se o ensino for feito dessa maneira, atingirá efetivamente o público-alvo. Para os alunos com os quais foi trabalhada esta sequência, o maior benefício se deu na visualização da aplicabilidade da matemática no cotidiano e a necessidade do questionamento dos fatos e situações rotineiras.

O trabalho teve como pontos positivos a dedução da fórmula do volume de forma intuitiva, utilização da vivência dos alunos nas atividades da sequência didática e uso de material concreto. Por outro lado, diminuir a quantidade de atividades trabalhadas e/ou utilizar mais tempo de aula pode contribuir para um melhor aproveitamento.

Sugestão para trabalhos futuros: exploração de embalagens em outras formas

## REFERÊNCIAS

- ARAÚJO, Jussara de Lóiola. Uma abordagem sócio-crítica da Modelagem Matemática: a perspectiva da educação Matemática crítica. **Alexandria: Revista de Educação em Ciência e Tecnologia**, Florianópolis, v. 2, n. 2, p. 55-68, jul. 2009. ISSN 1982-5153. Disponível em: <<https://periodicos.ufsc.br/index.php/alexandria/article/view/37948>>. Acesso em: 27 abr. 2016.
- BASSANEZI, Rodney C. **Ensino-Aprendizagem com Modelagem Matemática: uma nova estratégia**. 2. ed. São Paulo: Contexto, 2004.
- BRASIL, Ministério da Educação – **Parâmetros Curriculares Nacionais**, 1998. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/ciencian.pdf>>. Acesso em: 27 abr. 2016.
- \_\_\_\_\_. Ministério da Educação. Secretaria de Educação básica. **Parâmetros curriculares nacionais (Ensino Médio): Parte I – Bases legais**. Brasília: MEC/SEF, 2000. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/blegais.pdf>>. Acesso em: 27 abr. 2016.
- D'AMBRÓSIO, Ubiratan. **Educação Matemática: da teoria à prática**. Campinas, Papyrus, 2001.
- LORENZATO, Sérgio. Porque não ensinar Geometria? **A Educação Matemática em Revista**, Ano III, nº 4, 1º semestre, p. 3-13, 1995. Blumenau: SBEM. Disponível em: Acesso em: 27 abr. 2016.
- SENA, Rebeca Moreira; DORNELES, Beatriz Vargas. Ensino de Geometria: Rumos da Pesquisa (1991-2011). **Revemat: Revista Eletrônica de Educação Matemática**, Florianópolis, v.8, n.1, p. 138-155, jul. 2013. Disponível em: <<https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/viewFile/1981-1322.2013v8n1p138/25095>>. Acesso em: 28 abr. 2016.
- SKOVSMOSE, Ole. **Desafios da reflexão em educação matemática Crítica**. Tradução por Orlando de Andrade Figueiredo, Jonei Cerqueira Barbosa. Campinas, São Paulo: Papyrus, 2008. (Coleção Perspectivas em Educação Matemática).
- VENTURA, Aldenir; VICENTE, Amarildo. **O Ensino da Geometria com o uso das embalagens**. Disponível em: <<http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/899-4.pdf>>. Acesso em: 26 abr. 2016.
- VIEIRA, Vanice da Silva Freitas. Análise de uma coleção de livros didáticos de Matemática na perspectiva do enfoque ontosemiótico. In: XII Encontro Nacional de Educação Matemática (ENEM), 2016, São Paulo. **Anais...** São Paulo: Universidade Cruzeiro do Sul, 2016. Disponível em: <[www.sbembrasil.org.br/enem2016/anais/pdf/5263\\_2610-ID.pdf](http://www.sbembrasil.org.br/enem2016/anais/pdf/5263_2610-ID.pdf)>. Acesso em: 14 maio 2017.



# APÊNDICES

## **Apêndice A: Material didático aplicado na turma do LEAMAT II**

## LABORATÓRIO DE ENSINO E APRENDIZAGEM EM MATEMÁTICA II LEAMAT II/ 2016.1

Linha de pesquisa: Ensino e Aprendizagem de Geometria.

Professora orientadora: Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Vanice da Silva Freitas Vieira.

Professores em formação: Letícia Carvalho Maciel, Letícia Viveiros de Souza, Lucas Franco Belém de Freitas e Ranna de Jesus Ambrosio.

Aluno(a): \_\_\_\_\_ Data: \_\_\_\_/\_\_\_\_/\_\_\_\_

### Conceitos Básicos e Definições

#### 1) Poliedros:

Poliedro é uma reunião de um número finito de polígonos<sup>1</sup> planos, de tal forma que a interseção de dois de polígonos distintos seja uma aresta comum, um vértice comum, ou vazia (LIMA, 1991).

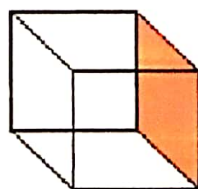
#### Elementos de um poliedro:

**1.1 Faces:** são as superfícies planas que constituem um sólido.

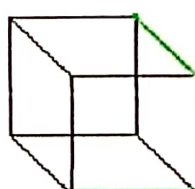
**1.2 Arestas:** são os segmentos de reta que interceptam duas faces contínuas.

**1.3 Vértices:** são os pontos de encontro das arestas.

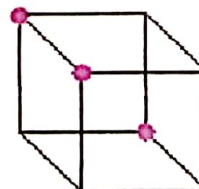
Exemplo:



**Face**



**Aresta**



**Vértice**

<sup>1</sup> Seja uma sequência de pontos de um plano ( $A_1, A_2, \dots, A_n$ ) com  $n \geq 3$ , todos distintos, na qual três pontos consecutivos não são colineares. A reunião dos segmentos  $A_1A_2, A_2A_3, \dots, A_{n-1}A_n, A_nA_1$  com os pontos internos da região limitada por estes segmentos, chama-se polígono.

## 2) Prisma:

Um prisma é um poliedro convexo que possui duas faces congruentes e paralelas, chamadas de bases, e cujas faces restantes, chamadas laterais, são compostas por paralelogramos.

### 2.1 Classificação:

- ✓ Prisma reto é aquele cujas arestas laterais são perpendiculares aos planos das bases. Num prisma reto as faces laterais são retângulos.
- ✓ Prisma oblíquo é aquele cujas arestas são oblíquas aos planos das bases.
- ✓ Prisma regular é um prisma reto cujas bases são polígonos regulares.

Sua natureza se dá quanto ao número de arestas das bases, por exemplo:

*Triangular – bases constituídas de triângulos.*

*Quadrangular – bases constituídas de quadriláteros.*

*Pentagonal – bases constituídas de pentágonos.*

*Hexagonal – bases constituídas de hexágonos.*

### 2.2 Após a planificação das embalagens, o que você entendeu por:

a) Área da base:

---

---

---

b) Área lateral:

---

---

---

c) Área total:

---

---

---

### 3) Volume:

O volume de um sólido é a quantidade de espaço por ele ocupada (isto não é uma definição matemática, mas apenas uma ideia intuitiva). Estamos interessados em medir a grandeza "volume" e para isto devemos compará-la com uma unidade. O resultado desta comparação será um número: a medida do volume.

Toma-se como unidade de volume um cubo cuja aresta mede uma unidade de comprimento que será denominado cubo unitário. Seu volume, por definição, é igual a  $1\text{cm}^3$ .

cubo unitário



aresta 1  
volume 1

Assim sendo, o volume de um sólido S deverá ser um número que exprima quantas vezes o sólido S contém o volume de um cubo unitário. Novamente, temos aqui uma ideia intuitiva, que devemos usar como guia e à qual devemos atribuir um significado preciso.

**3.1 Após as apresentações, o que você entende sobre o volume de um prisma?**

---

---

---

## LABORATÓRIO DE ENSINO E APRENDIZAGEM EM MATEMÁTICA II LEAMAT II/ 2016.1

Linha de Pesquisa: Ensino e Aprendizagem de Geometria

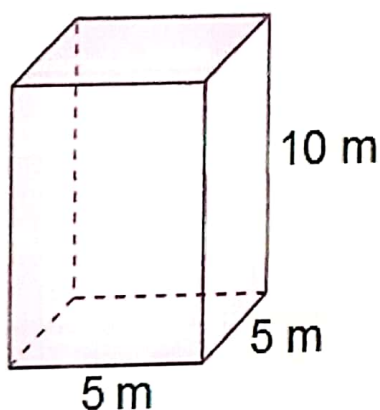
Professora Orientadora: Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Vanice da Silva Freitas Vieira.

Professores em formação: Letícia Carvalho Maciel, Letícia Viveiros de Souza, Lucas Franco Belém de Freitas e Ranna de Jesus Ambrosio.

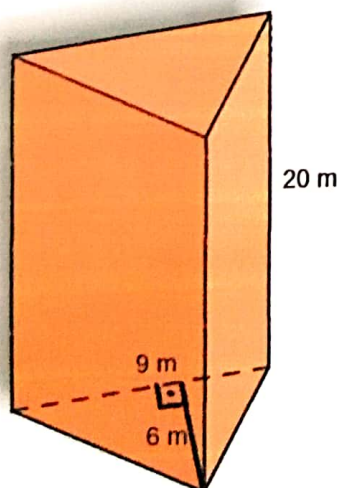
Aluno(a): \_\_\_\_\_ Data: \_\_\_/\_\_\_/\_\_\_

### Atividade 2

1. Determine a área da base, área lateral e área total do prisma abaixo.



2. Encontre o volume do prisma de base triangular abaixo.



3. As caixas mais vendidas de band-aid são as de 10 e 40 unidades como mostra as figuras abaixo:



Dadas as medidas das embalagens, complete a tabela a seguir:

Embalagens	Comprimento (cm)	Largura (cm)	Altura (cm)	Área Da Base (cm <sup>2</sup> )	Área Lateral (cm <sup>2</sup> )	Área Total (cm <sup>2</sup> )
10 unidades	4	2	10			
40 unidades	7	3,1	10,2			

Sabendo que cada envelope de BAND-AID possui comprimento= 2,8cm; largura= 8,8cm e altura= 0,1cm, responda as seguintes perguntas:

- Quais seriam as dimensões mínimas de uma caixa para comportar 10 unidades de BAND-AID? E para 40 unidades?
- Calcule a área total de cada uma das caixas considerando que estas adotem as dimensões mínimas.
- Comparando as áreas reais e mínimas, qual seria a economia de papel?
- Em sua opinião, o que leva a fábrica a não mudar as medidas das embalagens? Qual seria o impacto para o meio ambiente se essa mudança ocorresse?

4. Uma caixa de Toddyinho possui 200 ml de achocolatado. Ao analisar a embalagem responda as questões a seguir, considerando  $1 \text{ ml} = 1 \text{ cm}^3$ :

a) Meça as dimensões da embalagem utilizando régua e calcule seu volume.

b) O volume encontrado é o mesmo do que está exposto na embalagem? Por quê?



## LABORATÓRIO DE ENSINO E APRENDIZAGEM EM MATEMÁTICA II LEAMAT II/ 2016.1

Linha de pesquisa: Ensino e Aprendizagem de Geometria

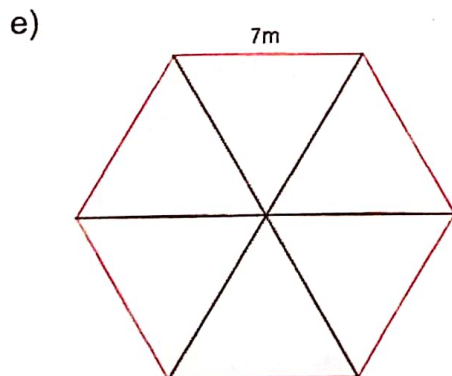
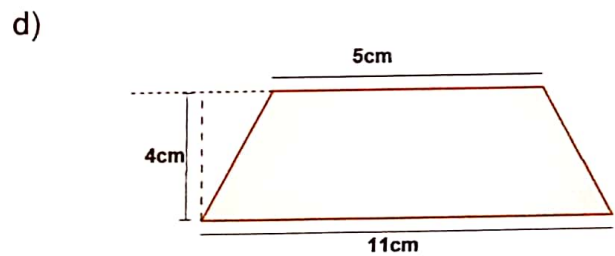
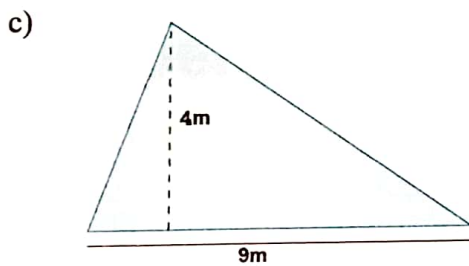
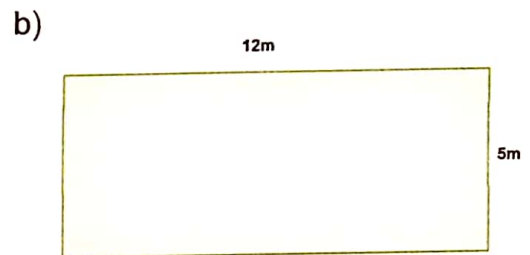
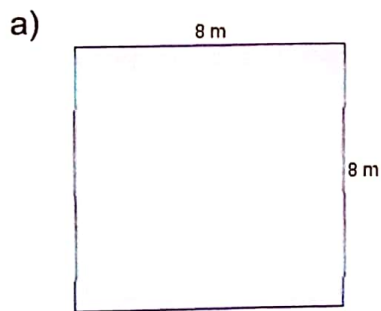
Professora orientadora: Prof<sup>a</sup>. Dr<sup>a</sup>. Vanice da Silva Freitas Vieira

Professores em formação: Letícia Carvalho Maciel, Letícia Viveiros de Souza, Lucas Franco Belém de Freitas e Ranna de Jesus Ambrosio.

Aluno(a): \_\_\_\_\_ Data: \_\_\_\_/\_\_\_\_/\_\_\_\_

### Atividade 1

1) Determine as áreas:



## **Apêndice B: Material didático experimentado na turma regular**

## LABORATÓRIO DE ENSINO E APRENDIZAGEM EM MATEMÁTICA LEAMAT/ 2016.2

Professora orientadora: Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Vanice da Silva Freitas Vieira.

Professores em formação: Letícia Carvalho Maciel, Letícia Viveiros de Souza, Lucas Franco Belém de Freitas e Ranna de Jesus Ambrosio.

Aluno(a): \_\_\_\_\_ Data: \_\_\_\_/\_\_\_\_/\_\_\_\_

### Conceitos Básicos e Definições

#### 1) Poliedros:

Poliedro é uma reunião de um número finito de polígonos<sup>2</sup> planos, de tal forma que a interseção de dois polígonos distintos seja uma aresta comum, um vértice comum, ou vazia (LIMA, 1991).

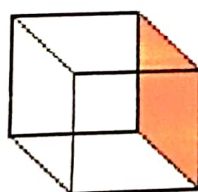
#### Elementos de um poliedro:

1.4 **Faces:** são as superfícies planas que constituem um sólido.

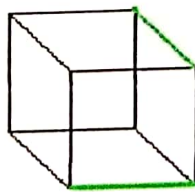
1.5 **Arestas:** são os segmentos de reta que intersectam duas faces consecutivas.

1.6 **Vértices:** são os pontos de encontro das arestas.

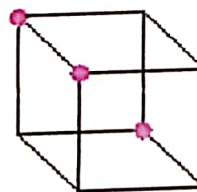
Exemplo:



Face



Aresta



Vértice

<sup>2</sup> Seja uma sequência de pontos de um plano  $(A_1, A_2, \dots, A_n)$  com  $n \geq 3$ , todos distintos, na qual três pontos consecutivos não são colineares. A reunião dos segmentos  $A_1A_2, A_2A_3, \dots, A_{n-1}A_n, A_nA_1$  com os pontos internos da região limitada por estes segmentos, chama-se polígono.

## 2) Prisma:

Um prisma é um poliedro convexo que possui duas faces congruentes e paralelas, chamadas de bases, e cujas faces restantes, chamadas laterais, são compostas por paralelogramos.

### 2.1 Classificação:

- ✓ Prisma reto é aquele cujas arestas laterais são perpendiculares aos planos das bases. Num prisma reto as faces laterais são retângulos.
- ✓ Prisma oblíquo é aquele cujas arestas são oblíquas aos planos das bases.
- ✓ Prisma regular é um prisma reto cujas bases são polígonos regulares.

Sua natureza se dá quanto ao número de arestas das bases, tais como:

*Prisma triangular – bases constituídas de triângulos.*

*Prisma quadrangular – bases constituídas de quadriláteros.*

*Prisma pentagonal – bases constituídas de pentágonos.*

*Prisma hexagonal – bases constituídas de hexágonos.*

### 2.2 Após a exploração da planificação das embalagens, o que você entendeu por:

a) Área da base:

---

---

---

b) Área lateral:

---

---

---

c) Área total:

---

---

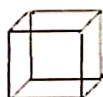
---

### 3) Volume:

O volume de um sólido é a quantidade de espaço por ele ocupada (isto não é uma definição matemática, mas apenas uma ideia intuitiva). Estamos interessados em medir a grandeza “volume” e para isto devemos compará-la com uma unidade. O resultado desta comparação será um número: a medida do volume.

Toma-se como unidade de volume um cubo cuja aresta mede uma unidade de comprimento que será denominado cubo unitário. Seu volume, por definição, é igual a  $1\text{cm}^3$ .

**cubo unitário**



**aresta 1  
volume 1**

Assim sendo, o volume de um sólido S deverá ser um número que exprima quantas vezes o sólido S contém o volume de um cubo unitário. Novamente, temos aqui uma ideia intuitiva, que devemos usar como guia e à qual devemos atribuir um significado preciso.

#### **3.1 Após as discussões, como você definiria o volume de um prisma?**

---

---

---

LABORATÓRIO DE ENSINO E APRENDIZAGEM EM MATEMÁTICA  
LEAMAT/ 2016.2

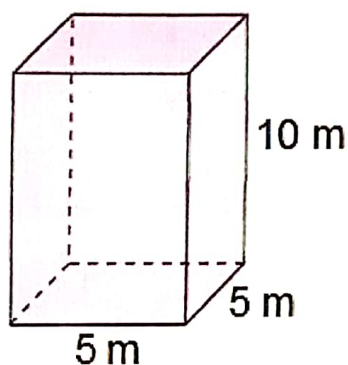
Professora Orientadora: Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Vanice da Silva Freitas Vieira.

Professores em formação: Letícia Carvalho Maciel, Letícia Viveiros de Souza, Lucas Franco Belém de Freitas e Ranna de Jesus Ambrosio.

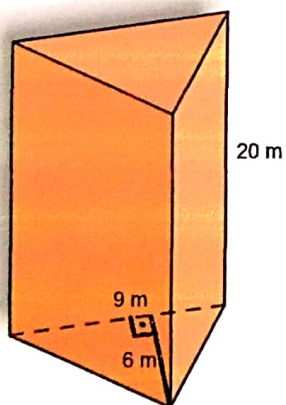
Aluno(a): \_\_\_\_\_ Data: \_\_\_/\_\_\_/\_\_\_

### Atividade 2

1. Determine a área da base, área lateral e área total do prisma abaixo.



2. Indique o valor correspondente ao volume do prisma de base triangular abaixo.



3. As caixas mais vendidas de band-aid são as de 10 e 40 unidades como mostra as figuras abaixo:



Dadas as medidas das embalagens, complete a tabela a seguir:

Embalagens	Comprimento (cm)	Largura (cm)	Altura (cm)	Área Da Base (cm <sup>2</sup> )	Área Lateral (cm <sup>2</sup> )	Área Total (cm <sup>2</sup> )
10 unidades	4	2	10			
40 unidades	7	3,1	10,2			

Sabendo que cada envelope de BAND-AID possui comprimento= 2,8cm; largura= 0,1cm e altura= 8,8cm, responda as seguintes perguntas:

- Quais seriam as dimensões mínimas de uma caixa para comportar 10 unidades de BAND-AID? E para 40 unidades?
- Calcule a área total de cada uma das caixas considerando que estas adotem as dimensões mínimas determinadas no item anterior.
- Comparando as áreas reais e mínimas, qual seria a economia de papel?
- Em sua opinião, o que leva a fábrica a não mudar as medidas das embalagens? Qual seria o impacto para o meio ambiente se essa mudança ocorresse?

4. Uma caixa de Toddyinho possui 200 ml de achocolatado. Ao analisar a embalagem responda as questões a seguir, considerando  $1 \text{ ml} = 1 \text{ cm}^3$ :

- a) Meça as dimensões da embalagem utilizando régua e calcule seu volume.
- b) O volume encontrado é igual ao que está exposto na embalagem? Por quê?



LABORATÓRIO DE ENSINO E APRENDIZAGEM EM MATEMÁTICA II  
LEAMAT II/ 2016.2

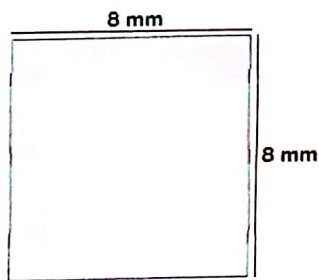
Linha de pesquisa: Ensino e Aprendizagem de Geometria  
Professora orientadora: Prof<sup>a</sup>. Dr<sup>a</sup>. Vanice da Silva Freitas Vieira  
Professores em formação: Letícia Carvalho Maciel, Letícia Viveiros de Souza, Lucas Franco Belém de Freitas e Ranna de Jesus Ambrosio.

Aluno(a): \_\_\_\_\_ Data: \_\_\_\_/\_\_\_\_/\_\_\_\_

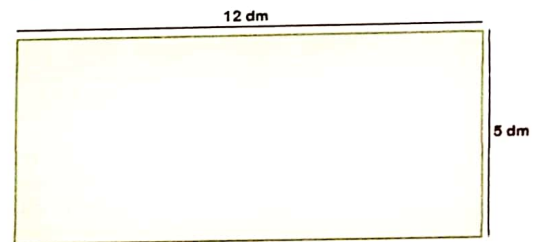
Atividade 1

1) Determine as áreas das figuras planas a seguir.

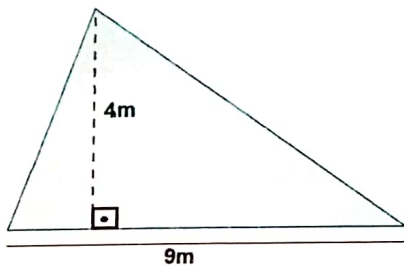
a)



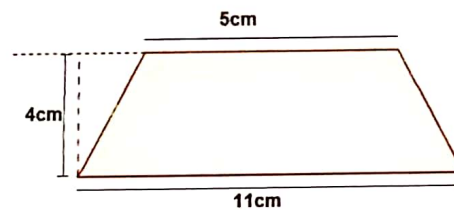
b)



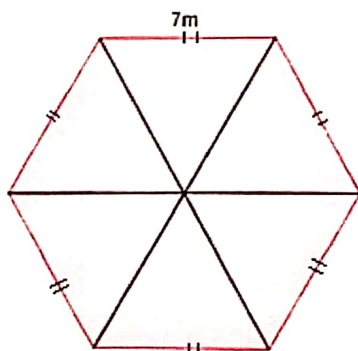
c)



d)



e)



Recordando...

A área do triângulo equilátero é calculada a partir da seguinte fórmula:

$$A = \frac{l^2\sqrt{3}}{4}$$

Campos dos Goytacazes (RJ), 28 de março de 2017.

Leticia Carvalho Maciel

Letícia Carvalho Maciel

Letícia Viveiros de Souza

Letícia Viveiros de Souza

Lucas Franco Belém de Freitas

Lucas Franco Belém de Freitas

Ranna de Jesus Ambrosio

Ranna de Jesus Ambrosio