INSTITUTO FEDERAL
DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA
Fluminense

MINISTÉRIO DA
EDUCAÇÃO

RELATÓRIO DO LEAMAT

A RELAÇÃO ENTRE OS ÂNGULOS FORMADOS POR RETAS PARALELAS CORTADAS POR TRANSVERSAIS

ENSINO E APRENDIZAGEM DE GEOMETRIA

DAVID DE FREITAS MOREIRA
GUILHERME SIQUEIRA DE CASTRO
ISAÍAS RIBEIRO
JOSÉ RAMON CORRÊA DE ABREU
JULIANA ALVES DO CARMO TAVARES

CAMPOS DOS GOYTACAZES – RJ
2017.2

DAVID DE FREITAS MOREIRA
GUILHERME SIQUEIRA DE CASTRO
ISAÍAS RIBEIRO
JOSÉ RAMON CORRÊA DE ABREU
JULIANA ALVES DO CARMO TAVARES

RELATÓRIO DO LEAMAT

A RELAÇÃO ENTRE OS ÂNGULOS FORMADOS POR RETAS PARALELAS CORTADAS POR TRANSVERSAIS

ENSINO E APRENDIZAGEM DE GEOMETRIA

Trabalho apresentado ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense, *campus* Campos Centro, como requisito parcial para conclusão da disciplina Laboratório de Ensino e Aprendizagem de Matemática do Curso de Licenciatura em Matemática.

Orientadora: Profª Drª. Vanice da Silva Freitas Vieira e Profª Me. Poliana Figueiredo Cardoso Rodrigues.

CAMPOS DOS GOYTACAZES - RJ
2017.2

SUMÁRIO

1) Relatório do LEAMAT I

1.1)Atividades desenvolvidas

No primeiro encontro, dia 18 de outubro de 2016, houve a apresentação da disciplina LEAMAT juntamente com todas as professoras responsáveis por cada linha da disciplina.

No encontro seguinte, ocorrido em 25 de outubro de 2016, três grupos que já concluíram o LEAMAT III relataram como foi a experiência vivenciada por eles no decorrer de todo o LEAMAT e cada grupo apresentou o seu trabalho em uma linha de pesquisa.

O primeiro grupo apresentou um trabalho sobre estimativas, no qual foi proposto aos alunos que estimassem quantidade de figuras, palavras em uma poesia, volume de um líquido, entre outras coisas. Foi importante perceber que algumas metodologias inicialmente adotadas pelo grupo foram descartadas durante a apresentação do projeto na própria turma durante o LEAMAT II.

O segundo grupo falou sobre ângulos externos nos polígonos. Na aplicação na turma do ensino fundamental foram usadas uma atividade escrita e outra com material concreto (recorte e cola dos ângulos externos) provando que, independente do número de lados, a soma dos ângulos externos possui sempre o mesmo valor (360º). O grupo revelou que os alunos não possuíam pleno conhecimento sobre os conceitos prévios da geometria, necessários para um bom desenvolvimento da atividade, logo, houve uma dificuldade na apresentação do conteúdo e uma necessidade da apresentação desses conceitos.

O terceiro grupo falou sobre a simetria para alunos com deficiência. O material didático utilizado foi desde o geoplano, passando por textos impressos em braile até figuras em alto relevo e com texturas diferentes.

Neste mesmo encontro foram propostas 5 questões a serem respondidas por todos presente na aula, sendo elas:

- O que significa Geometria para você?
- Como você vivenciou a Geometria na escola?
- Que Geometria você aprendeu?
- Qual o papel da Geometria para você?
- Que Geometria você gostaria de ensinar para seu aluno?

Ao ouvir as respostas de cada um, foi possível perceber que o ensino da Geometria na educação básica, de forma geral, é deficiente e deixa várias lacunas. Muitos alunos se formam sem que tenham visto sequer os conceitos básicos da Geometria e quando o conteúdo é trabalhado, isso acontece de forma superficial.

No dia 01 de novembro de 2016, a professora Vanice compartilhou com a classe um pouco da experiência vivenciada por ela no doutorado (concluído no dia 13 de maio de 2016) feito em São Paulo, dia também em que foi realizada a leitura e a análise do artigo "Ensino de Geometria: Rumos da Pesquisa (1991-2011)", em que foi possível verificarmos quais linhas de pesquisa estão produzindo conhecimentos sobre geometria no Brasil, e em que perspectivas atuam. A revisão teórica está apoiada na análise do processo histórico, feita por Valente (1999), Pavanello (1989/1993), Fiorentini (1994) e Fiorentini e Lorenzato (2006).

Foram analisados 101 resumos presente no banco de dados da Capes, no período de 1991-2011 e seus resultados evidenciam que a região sudeste é a que mais produz teses sobre o assunto.

O artigo relata que a tendência das produções se concentra nas linhas de formação inicial e continuada, informática educativa, cognição Matemática e estudos de novos métodos. As pesquisas ainda revelam o descaso com o tema de geometria, assim como a falta de preparo do professor no trato dessa área de conhecimento.

O dia 22 de novembro foi marcado pelas apresentações de dois grupos, o primeiro apresentou para a classe o ensino de Geometria proposto nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) no 3.º e 4.º ciclos e nos Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (PCNEM). Ambos deram uma ênfase maior sobre o que os PCN relatavam sobre os conteúdos e o ensino da Geometria. Durante a exposição, percebeu-se que muitos desses conteúdos não são trabalhados em sala de aula, sendo muitas vezes por falta de tempo ou de preparo do professor.

No encontro seguinte, 06 de dezembro de 2016, foi debatido em sala de aula o artigo Tendências atuais de Educação Matemática de Iraci Müller, que relatava as atuais tendências da Educação Matemática. Neste artigo o autor faz um breve relato de como o Ensino da Matemática em nosso país sofreu transformações ao longo do tempo, quais foram as principais influências para que essas transformações ocorressem, e quais as suas consequências. Discorre, também, sobre as linhas de investigação em educação matemática, da necessidade de adequação do professor aos tempos atuais e sobre a possibilidade da interdisciplinaridade.

Outro assunto relevante tratado no texto se refere aos recursos e/ou metodologias, visando a contribuir para as mudanças desejadas. Enquanto a Resolução de Problemas é importante para o desenvolvimento intelectual, a Modelagem propicia uma familiarização com o assunto e um reconhecimento da situação, por exemplo. A Etnomatemática e a História da Matemática são responsáveis por despertar a curiosidade e o interesse do aluno. Já os Jogos Matemáticos e a Informática Educativa são ferramentas complementares, com as quais o professor deve estar em sintonia, para propor tarefas estimulantes saindo da rotina do estudante. Ainda que distintas entre si, as propostas acabam se interligando e sendo complementares, cabendo ao professor mesclar os métodos, buscando o objetivo final de tornar a Matemática mais atraente aos olhos do aluno e buscando fazer com que seu ensino e aprendizagem não sejam sinônimo de fracasso.

Os encontros seguintes foram dedicados à pesquisa do tema escolhido por cada grupo, bem como a pesquisa de trabalhos correlatos com intuito de buscar e aprofundar os possíveis referenciais teóricos.

1.2) Elaboração da sequência didática

1.2.1) Tema

A relação entre os ângulos formados por retas paralelas cortadas por transversais.

1.2.2) Justificativa

O ensino da Matemática no Brasil tornou-se unificado, da forma que conhecemos, em 1931, com a Reforma Francisco Campos, após a criação do

Ministério da Educação e Saúde (DASSIE; SOARES; ROCHA, 2004). Até então, o que se tinha era um ensino dividido em quatro áreas: aritmética, álgebra, geometria e trigonometria. O modelo foi adotado no país, a princípio, no Colégio Pedro II, trazido pelo professor Euclides Roxo, baseado no modelo alemão de Felix Klein.

Embora a unificação seja extremamente interessante do ponto de vista matemático, já que as diferentes áreas desse conhecimento se complementam (MULLER; NEHRING, 2006), a mudança também trouxe aspectos negativos. Um dos principais diz respeito ao ensino e aprendizagem da geometria que normalmente acaba relegado ao segundo plano quando comparado a álgebra e a aritmética. Podemos perceber essa diferença na valorização do ensino das diferentes áreas da matemática nos PCNs.

> No entanto, a Geometria tem tido pouco destaque nas aulas de Matemática e, muitas vezes, confunde-se seu ensino com o das medidas. Em que pese seu abandono, ela desempenha um papel fundamental no currículo, na medida em que possibilita ao aluno desenvolver um tipo de pensamento particular para compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive (BRASIL, 1998, p. 122).

Mesmo com pouca evidência, como mencionado, "o estudo da Geometria é um campo fértil para trabalhar com situações-problema e é um tema pelo qual os alunos costumam se interessar naturalmente" (BRASIL, 1998, p. 49). Partindo desse pressuposto, a opção por trabalhar com ângulos, paralelismo e as relações de congruência se deu pelo fato do assunto ser pouco explorado pela maioria dos professores, e ser de grande importância na vida escolar do aluno, já que esses conceitos serão amplamente utilizados para a resolução de problemas envolvendo triângulos, quadriláteros e outros polígonos, além da identificação da semelhança entre figuras planas.

Outro fator preponderante na escolha do tema foi a possibilidade de utilização dos softwares e mídias digitais, proporcionando assim uma melhor visualização (e consequente compreensão) do tema por parte dos alunos, além de despertar o seu interesse, com uma aula dinâmica e atual, sendo tal prática também recomendada pelo PCN.

> Assim, o que se propõe hoje é que o ensino de Matemática possa aproveitar ao máximo os recursos tecnológicos, tanto pela sua receptividade social como para melhorar a linguagem expressiva e comunicativa dos alunos (BRASIL, 1998, p. 46).

É inegável que o uso dos recursos tecnológicos possui uma grande contribuição no processo de ensino e aprendizagem, e de acordo com Nascimento (2014) "a geometria é, sob o ponto de vista prático, a área que mais se beneficiou do uso do computador e das tecnologias".

Ainda de acordo com Nascimento:

> O educador deve estar preparado para saber intervir no processo de aprendizagem do aluno para que ele seja capaz de transformar as informações em conhecimento por meio da solução de situações problema, projetos e/ou outras atividades que envolvam ações reflexivas. Os aplicativos disponíveis são um caminho de se levar o aluno a raciocinar geometricamente, pois eles possibilitam contextos propícios para o desenvolvimento de noções e conceitos geométricos. (NASCIMENTO, 2014, p. 17).

Por possuir uma interface simples, ser um aplicativo gratuito, e estar disponível em vários idiomas (inclusive o português), o Geogebra foi o software escolhido para o desenvolvimento da atividade junto aos alunos, sendo assim descrito por Santos, Silva e Moura:

> O software Geogebra, é programa configurado a partir de propriedades matemáticas, constituído com a finalidade da universalização do conhecimento no ambiente escolar. É um aplicativo dinâmico que faz a junção de conceitos de geometria e de álgebra em uma interface gráfica, que promove a construção de vários conceitos no campo matemático. (SANTOS; SILVA; MOURA, 2015, p. 2).

Além do uso do software Geogebra, a utilização de material didático manipulável (material concreto), também será uma ferramenta importante a ser utilizada na apresentação do conteúdo. Sobre a utilização destes, Souza e Versa afirmam:

> Através do uso do material didático manipulável (material concreto) no estudo da Geometria, além de tornar as aulas de matemática mais interessantes e agradáveis, busca-se também a melhor apreensão do conteúdo por parte dos alunos, a fim de melhorar a relação de ensino e aprendizagem. (SOUZA; VERSA, 2009, p. 2).

1.2.3) Objetivo Geral

Elaborar uma sequência didática que permita ao aluno identificar as relações existentes entre os ângulos formados por retas paralelas cortadas por transversais.

1.2.4) Público Alvo

Alunos do 8º ano do Ensino Fundamental.

2) RELATÓRIO DO LEAMAT II

2.1) Atividades desenvolvidas

No primeiro encontro, dia 09 de maio de 2017, foi exposto pelas orientadoras de que forma o trabalho deveria ser conduzido nesse segundo momento, e como deveríamos elaborar a sequência didática. Foi ressaltado que a elaboração e a organização da sequência devem levar em consideração os objetivos que se pretende alcançar, e o público alvo. Além disso, conversamos sobre a importância de se considerar os recursos oferecidos, e as limitações existentes, de acordo com a escola escolhida para a aplicação da sequência didática no Leamat III.

O período de 16 de maio a 13 de junho foi dedicado ao aprofundamento do aporte teórico, as aulas do dia 20 junho a 04 de julho foram destinadas à elaboração da sequência didática e do dia 11 de julho a 29 de agosto à aplicação da sequência didática na turma do Leamat II e elaboração do relatório. A finalização dos relatórios ocorreu no dia 12 de setembro.

2.2) Elaboração da sequência didática

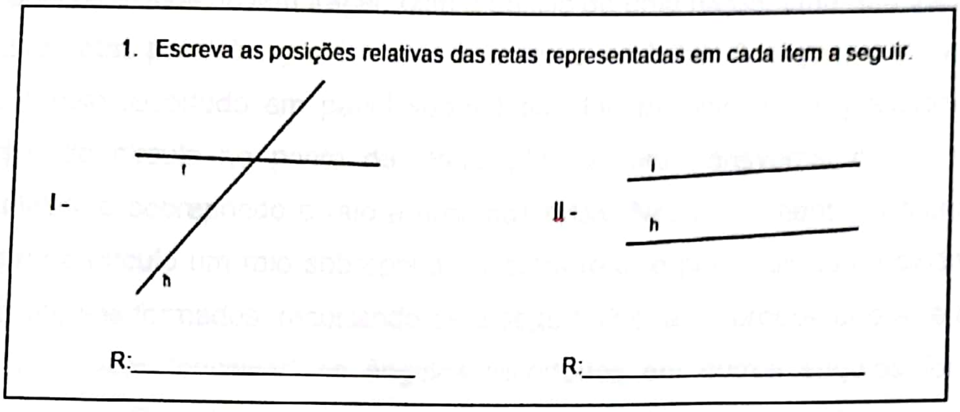
2.2.1) Planejamento da sequência didática

O trabalho escolhido para a linha de pesquisa de geometria trata sobre a relação entre os ângulos formados por retas paralelas cortadas por transversais, tema escolhido após a leitura dos textos trabalhados durante o Leamat I. Uma das principais motivações para a escolha do tema foi a importância do conteúdo durante toda a vida escolar do aluno, uma vez que vários outros assuntos posteriores exigem esse conhecimento prévio.

Durante as primeiras semanas do Leamat II foram feitos trabalhos de pesquisa em livros didáticos, e na internet, visando determinar a melhor forma de elaborar a sequência didática.

A primeira parte do material preparado para os alunos apresenta, na verdade, uma revisão de conteúdos já estudados por eles, e que são muito importantes para a aula a ser ministrada. Essa etapa tem início recordando as posições relativas das retas no plano, e logo após, apresenta a atividade 1, na qual os alunos devem escrever a posição relativa de alguns pares de retas.

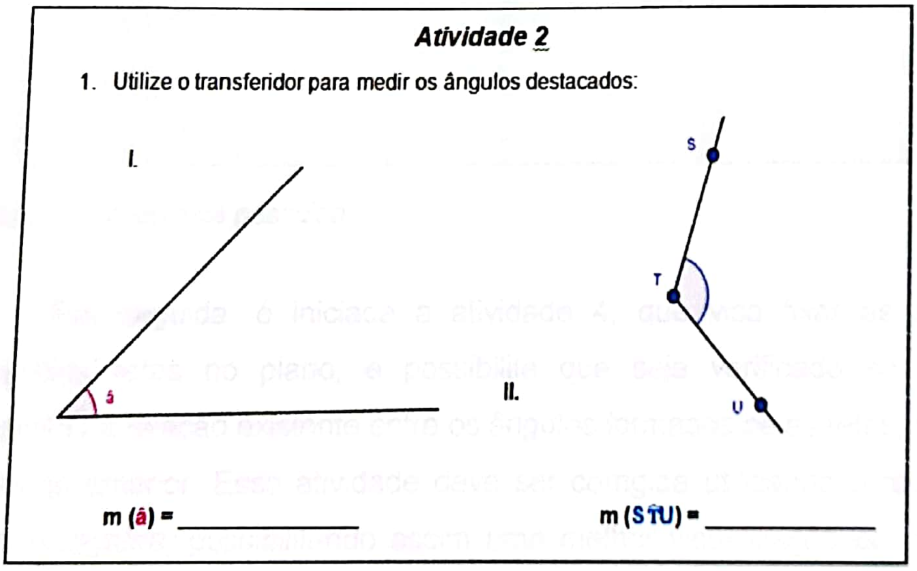
Figura 1 – Atividade 1



Fonte: Elaboração própria.

Logo após, são recordados os conceitos de ângulo, relembrando também que os ângulos são medidos por meio de um instrumento chamado de transferidor, e que sua medida é dada em graus. A atividade 2 solicita que os alunos utilizem o transferidor para medir 2 ângulos dados.

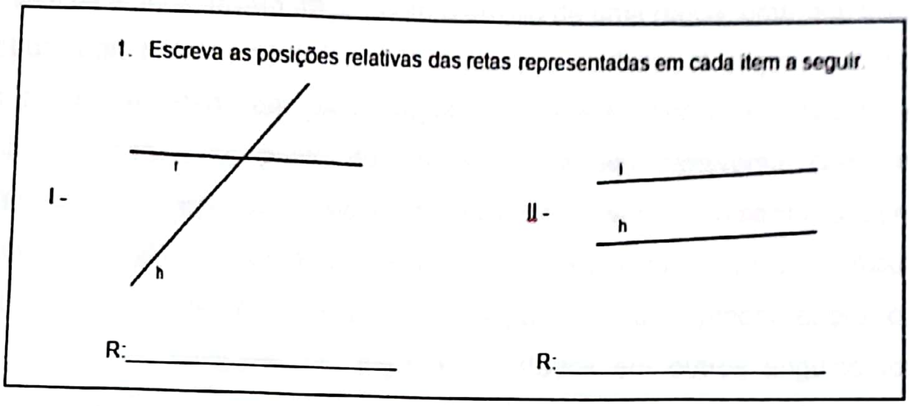
Figura 2 – Atividade 2



Fonte: Elaboração própria.

Ainda na primeira parte do material, foram recordados os conceitos de ângulos congruentes, suplementares, e opostos pelo vértice. Terminada a parte posições relativas das retas no plano, e logo após, apresenta a atividade 1, na qual os alunos devem escrever a posição relativa de alguns pares de retas.

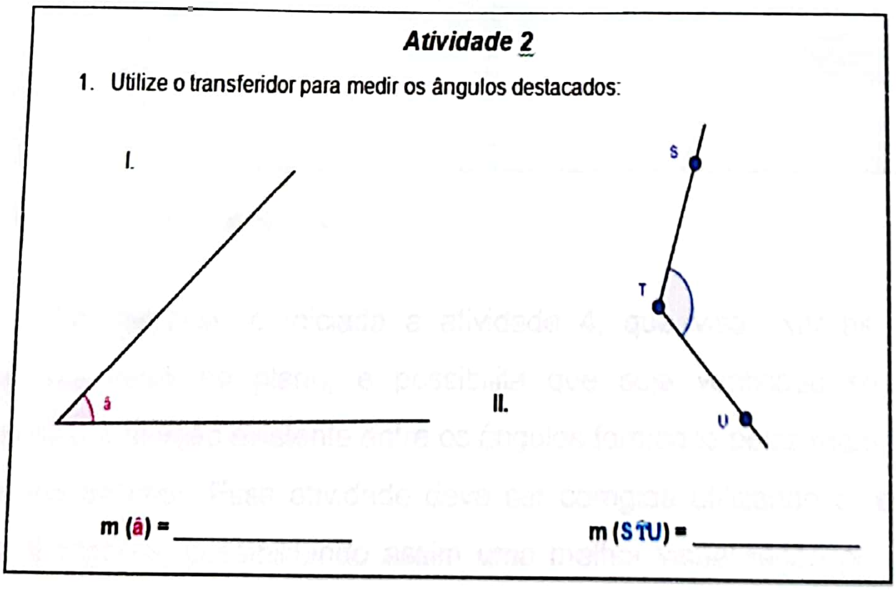
Figura 1 – Atividade 1



Fonte: Elaboração própria.

Logo após, são recordados os conceitos de ângulo, relembrando também que os ângulos são medidos por meio de um instrumento chamado de transferidor, e que sua medida é dada em graus. A atividade 2 solicita que os alunos utilizem o transferidor para medir 2 ângulos dados.

Figura 2 – Atividade 2

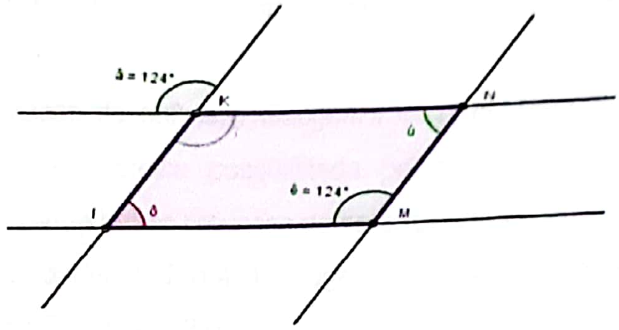


Fonte: Elaboração própria.

Ainda na primeira parte do material, foram recordados os conceitos de ângulos congruentes, suplementares, e opostos pelo vértice. Terminada a parte

Figura 4 – Atividade 4

1. No paralelogramo a seguir as retas $\overleftrightarrow{IK}$, $\overleftrightarrow{KN}$, $\overleftrightarrow{MN}$ e $\overleftrightarrow{IM}$ são os prolongamentos dos seus lados.



I. Quais retas são paralelas?

____

Fonte: Elaboração própria.

A apostila segue com a formalização das relações entre os ângulos: opostos pelo vértice, correspondentes, colaterais internos, colaterais externos, alternos internos, e alternos externos.

Por fim, está a atividade 5, composta por 4 exercícios, e que visa fixar o conhecimento adquirido durante a aula. Durante a correção dos exercícios também é utilizado o *Geogebra*, mais uma vez visando facilitar a compreensão por parte de algum aluno que tenha encontrado alguma dificuldade durante a resolução dos exercícios.

2.2.2) Aplicação da sequência didática na turma do LEAMAT II

Tendo em vista verificar o tempo necessário para a aplicação da sequência didática na turma regular, bem como submeter o material elaborado a avaliação dos professores e alunos do Leamat, a sequência foi aplicada na turma do Leamat II.

Por estarmos lidando com alunos com um conhecimento já consolidado sobre o assunto, não houve maiores dificuldades na compreensão do conteúdo, e na resolução das atividades propostas. Porém, foi possível perceber que a aplicação na turma regular exigirá três tempos de aula, ao invés dos dois previstos inicialmente.

De acordo com os alunos, o objetivo proposto com a utilização do material concreto na atividade 3 foi alcançado, pois foi possível visualizar as relações entre os ângulos de forma mais clara do que normalmente acontece em uma aula convencional.

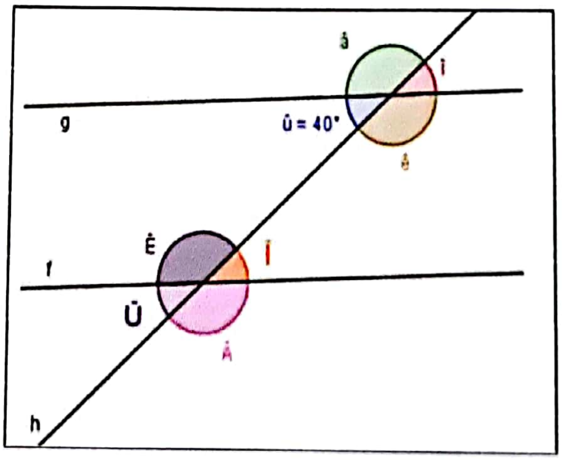
A utilização do software *Googobra* foi outro fator positivo destacado pela turma, pois a dinâmica possibilitada pelos seus recursos também foi considerada importante nesse processo de entendimento.

Nas atividades 1, 2 e 4, foi sugerido que se substituísse os números dos itens por letras (Figuras 1, 2 e 4).

Também na atividade 1 (Figura 1), a sugestão foi que se retirasse a linha colocada para as respostas, pois poderia causar uma confusão com as retas.

Outra sugestão feita pela turma foi para não utilizar cores diferentes nos ângulos das figuras da apostila, tanto na parte de exposição do conteúdo, quanto nos exercícios. Além disso, foi relatada uma dificuldade no que diz respeito a identificação dos ângulos, pelo fato de terem sido usadas as mesmas letras para representar ângulos distintos, diferenciando-se apenas pelo fato de serem maiúsculas ou minúsculas, o que causou algumas confusões na resolução dos exercícios propostos na atividade 5.

Figura 5 – Atividade 5



Fonte: Elaboração própria.

A não utilização das cores implica em uma mudança no enunciado do primeiro exercício da terceira parte da apostila.

Figura 6 – Ângulos opostos pelo vértice

- **Ângulos opostos pelo vértice:**

  As retas **m** e **l** cruzam-se formando vários ângulos. O que está assinalado em verde mede 58º, o ângulo assinalado em roxo mede Î. Qual é o valor de Î? Qual é o valor da medida dos ângulos **ê** e **ô**?

Fonte: Elaboração própria.

As alterações sugeridas serão realizadas antes da aplicação da sequência em uma turma regular, durante o Leamat III.

3) Relatório do LEAMAT III

3.1) Atividades desenvolvidas

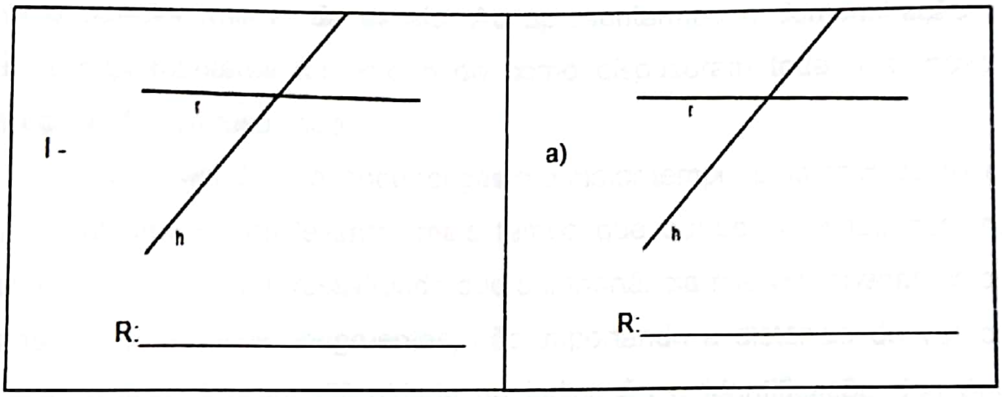
As aulas ministradas no decorrer de todo o semestre foram destinadas a finalização da sequência didática e modificações do material concreto.

3.2) Elaboração da sequência didática

3.2.1) Versão final da sequência didática

Diante das sugestões feitas na aplicação da sequência na turma do LEAMAT II, foram feitas algumas alterações na apostila e no material concreto que utilizamos. Na atividade 1, substituímos os números romanos, que utilizamos para organizar cada item, por letras do alfabeto.

Figura 1 – Alteração I



Fonte: Elaboração própria.

Seguindo sugestão alteramos a nomenclatura de alguns ângulos para letra minúscula.

Figura 2 – Alteração II

$\hat{U}$ = ________	$\hat{u}$ = ________

Fonte: Elaboração própria.

Por conta do tempo de aplicação retiramos da sequência a atividade 4 e o exercício 1 da atividade 5.

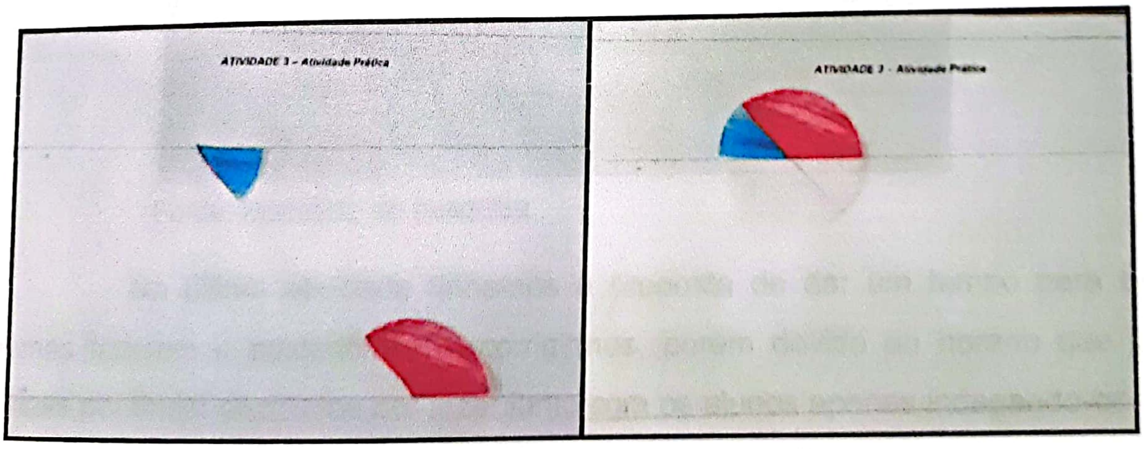
3.2.2) Experimentação da sequência didática na turma regular

Aplicamos nossa sequência no dia 09 de novembro de 2017 na ESEM – Escola Estrelinha Mágica, escola particular de médio porte situada no bairro Jockey Club em Campos dos Goytacazes, que nos disponibilizou 2 tempos de aula (de 10:50 à 12:30) em uma turma do 8º ano do ensino fundamental onde neste dia estavam presentes em sala 28 alunos.

Começamos por recordar alguns conceitos básicos que são pré-requisitos para a aplicação da sequência. Os alunos demonstraram familiaridade com o assunto, porém não lembravam das nomenclaturas e formalidades como o por exemplo o que era o vértice, os tipos de retas. Na atividade 1 vale ressaltar que conforme imaginado, no item "e" tivemos que fazer uma observação em relação ao prolongamento das retas para análise da sua posição relativa. Na atividade 2, onde foi utilizado o transferidor, os alunos tiveram certa dificuldade, tivemos que intervir e relembrar como utilizar o transferidor, mais basicamente sobre o posicionamento da escala. Ao apresentarmos a demonstração sobre ângulos suplementares foi notório de como dispuseram toda a atenção e a surpresa ao fim da resolução.

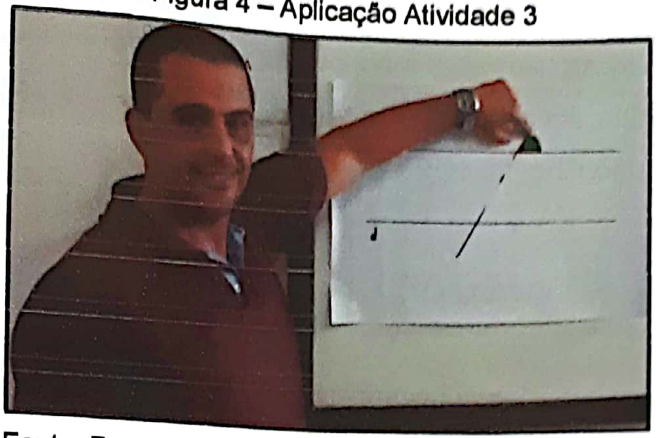
Na atividade 3 foi onde foi gasto o maior tempo, pois envolvia recorte e colorir e alguns alunos levaram mais tempo que outros. Tivemos que intervir durante toda a atividade ressaltando que a importância real era apenas colorir de mesma cor os ângulos congruentes, não importando a distância do vértice em que era pintado, tiveram dificuldade na indicação e identificação dos ângulos nessa atividade.

Figura 3 – Atividade 3



Fonte: Protocolo de pesquisa.

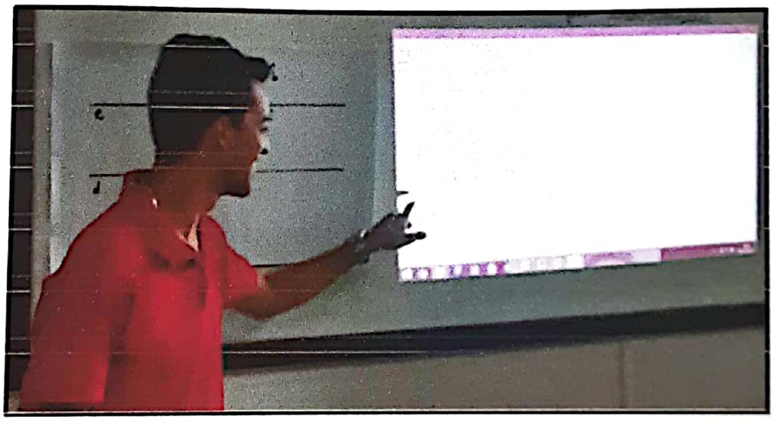
Figura 4 – Aplicação Atividade 3



Fonte: Protocolo de pesquisa.

Por fim chegamos ao objetivo do nosso trabalho onde falamos sobre a relação entre os ângulos formados por retas paralelas cortadas por transversais. Utilizamos do material confeccionado na atividade 3 onde os alunos conseguiam visualizar com clareza as relações dos ângulos congruentes e suplementares e neste momento, utilizamos o recurso virtual do applet do Geogebra onde ao movimentar as retas e sobrepondo-as concretizamos o que foi observado na atividade 3, este recurso chamou muito a atenção dos alunos gerando comentários positivos e entusiasmados.

Figura 5 – Explicação do conteúdo utilizando o Geogebra



Fonte: Protocolo de pesquisa.

Na última atividade tínhamos a proposta de dar um tempo para os alunos fazerem e posteriormente corrigirmos, porém devido ao horário que já estava por findar decidimos por fazer junto com os alunos apenas indagando-os a resposta. Alguns alunos ao observarem o tamanho do ângulo, deduziram qual seria a sua medida, sendo que esta não era a forma correta de resolução. No último exercício obtiveram certa facilidade ao fazê-lo, a única dificuldade foi a ideia de prolongar os lados do trapézio para observar as relações que foram estudadas. O que nos chamou a atenção foi que alguns alunos resolveram o exercício utilizando a soma dos ângulos internos de um polígono.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Como pretendíamos, a aplicação numa escola particular contribuiu para enriquecimento de nossa experiência em sala de aula, era notório que os alunos já possuíam conhecimento no assunto, apesar de por vezes não lembrarem de pontos específicos do conteúdo, em todo tempo percebemos que em algum momento já haviam estudado o que abordávamos, o que de certa forma facilitou a aplicação. Não houve problema de relacionamento entre nós e os alunos, os quais nos receberam e aceitaram muito bem, contribuíram com nossa proposta participando entusiasmados em cada atividade que propusemos. O ponto marcante da aula foi, sem dúvida, a utilização do material concreto na atividade 3 e o recurso tecnológico do geogebra. Ressaltando que os alunos fizeram muitas perguntas durante a aplicação, o que demonstrava o interesse e a atenção por parte deles.

No exercício 1 da atividade 4 numa posterior aplicação sugerimos modificar o tamanho dos ângulos para ficar visualmente mais parecido.

Em relação ao tempo de aplicação, sugerimos que seja aplicado em três tempos de aula (50 min. cada tempo). Como ponto positivo da nossa sequência ressaltamos o baixo custo do material concreto que produzimos e o efeito que o recurso tecnológico produziu aos alunos, este ponto em específico foi marcante, pois foi verbalizado pelos próprios alunos, sendo o diferencial do nosso trabalho.

Por fim, o sentimento que fica é o de dever cumprido, a satisfação e o entusiasmo por parte da turma em que aplicamos fala por si só o quão nosso trabalho foi proveitoso e satisfatório. Ouvir frases como: "Vocês vão dar aula semana que vem também" e sentir o entusiasmo com cada passo que dávamos durante a aplicação garantiu a certeza de saber que nosso trabalho deu certo, atingindo o nosso objetivo.

REFERÊNCIAS

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais**: terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental, Brasília: MEC, 1998.

DASSIE, Bruno Alves; SOARES, Flávia dos Santos; ROCHA, José Lourenço da. Ensino de matemática no século XX – da Reforma Francisco Campos à Matemática Moderna. **Horizontes**, Bragança Paulista, v. 22, n. 1, p. 7-15, jan./jun. 2004. Disponível em: <http://repositorio.uff.br/jspui/bitstream/1/1112/1/HORIZONTES_2004_SOARES_DASSIE_ROCHA.pdf>. Acesso em: 23 fev. 2017.

MOURA, Daniela Alves da Silveira; SANTOS, Alex da Silva dos; SILVA, Jhonatan Júnio da. Tecnologia a favor da educação matemática: geogebra e suas aplicações. **SynThesis Revista Digital FAPAM**, Pará de Minas, v.7, n.7, 333-346, dez. 2016. Disponível em: <http://periodicos.fapam.edu.br/index.php/synthesis/article/viewFile/146/144>. Acesso em: 29 mar. 2017.

MULLER, Cheila Cristina; NEHRING, Catia Maria. O Ensino da Geometria Espacial no Período da Republica: 1889 à 1930. In: IX Encontro Gaúcho de Educação Matemática(IX EGEM), 2006, Caxias do Sul. **Anais**... Caxias do Sul: Universidade de Caxias do Sul, 2006. Disponível em: <http://miltonborba.org/CD/Interdisciplinaridade/Encontro_Gaucho_Ed_Matem/cientificos/CC58.pdf>. Acesso em: 22 fev. 2017.

NASCIMENTO, Anderson de Araújo. **Contribuições do Aplicativo Geogebra nas Aulas de Matemática do Ensino Fundamental na Cidade de Areia-Paraíba.** 2014. Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande.

SOUZA, José Ricardo; VERSA, Ilseu. **Uso de material didático manipulável (materiai concreto) no estudo da geometria métrica espaciai.** 2009. Disponível em: <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/1953-8.pdf>. Acesso em: 30 mar. 2017.

Campos dos Goytacazes (RJ), 28 de março de 2017.

David de Freitas Moreira

David de Freitas Moreira

Guilherme Siqueira de Castro

Guilherme Siqueira de Castro

Isaías Ribeiro

José Ramon Corrêa de Abreu

Juliana Alves do Carmo Tavares

APÊNDICES

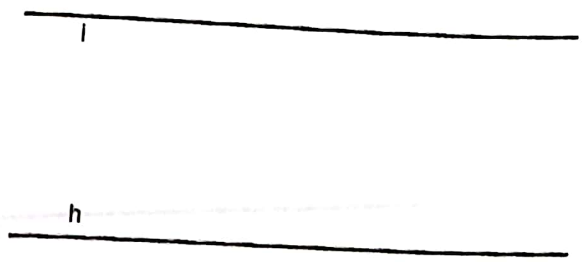
Apêndice A: Material didático aplicado na turma do LEAMAT II

Diretoria de Ensino Superior
Licenciatura em Matemática
Disciplina: Laboratório de Ensino e Aprendizagem em Matemática
Linha de Pesquisa: Ensino e Aprendizagem de Geometria
Licenciandos: David de Freitas, Guilherme de Castro, Isaías Ribeiro, José Ramon, Juliana Alves.
Orientadora: Profª. Drª. Vanice da Silva Freitas Vieira
Nome: ______________________________ Data: ___ / ___ / 2017

Posições das retas no plano

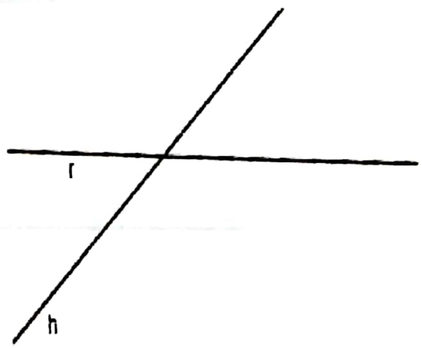
- ***Retas paralelas:***

São as retas que não possuem pontos em comum, nunca se cruzam e mantém a mesma distância entre si.



- ***Retas concorrentes ou transversais:***

São as retas que possuem um único ponto em comum.



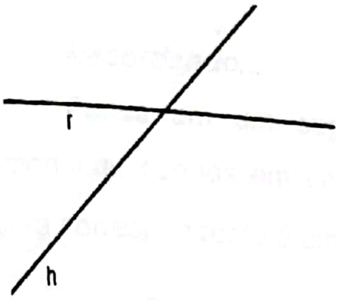
- ***Retas coincidentes:***

São as retas que possuem todos os seus pontos em comum.

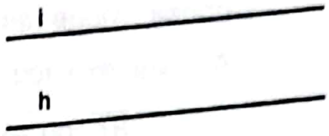
Atividade 1

1. Escreva as posições relativas das retas representadas em cada item a seguir.

I -



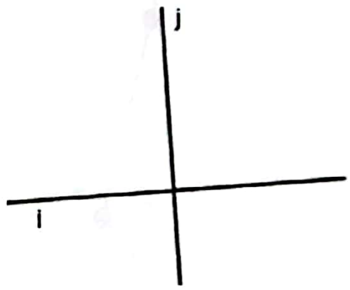
II -



R:______________________ R:______________________

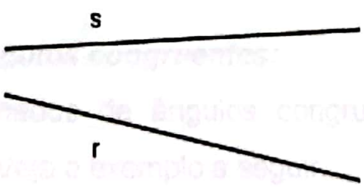
III -

IV -



R:______________________ R:______________________

V -



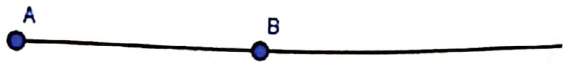
R:______________________

Ângulos:

Ângulo é a região de um plano determinada pelo encontro de duas semirretas que possuem uma origem em comum, chamada vértice do ***ângulo***.

Recordando...

Pense em um segmento de reta $\overline{AB}$, mas agora sendo prolongado apenas em um sentido (de **A** para **B,** por exemplo). A figura correspondente é uma semirreta, que indicamos por $\overrightarrow{AB}$.

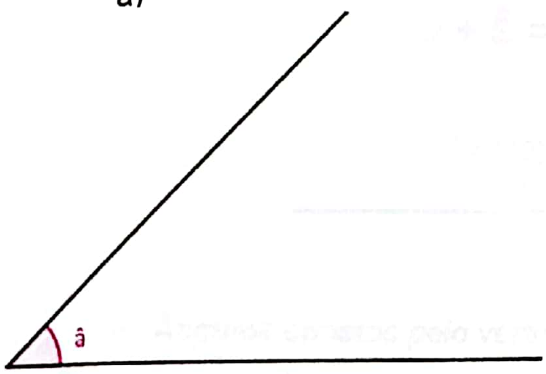


O ponto **A** é a origem dessa semirreta.

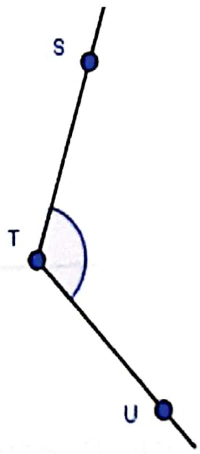
Atividade 2

1. Utilize o transferidor para medir os ângulos destacados:

a)



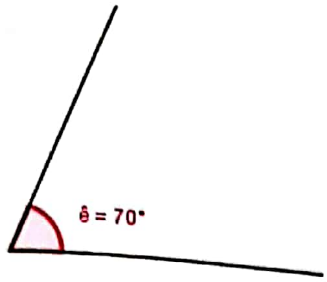
b)

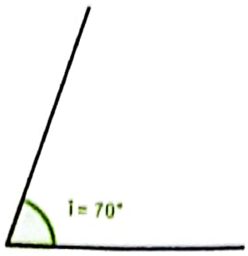


m (â) = ________________　　　**m ($S\hat{T}U$) = _______________**

➢ ***Ângulos congruentes:***

São chamados de ângulos congruentes os ângulos que possuem as medidas iguais. Veja o exemplo a seguir.

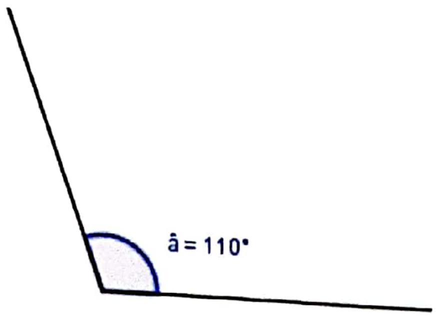


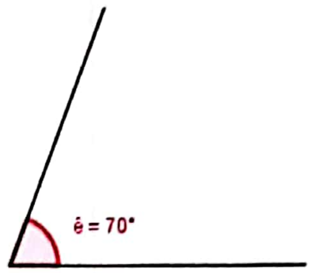


$$m(\hat{e}) = m(\hat{i})$$

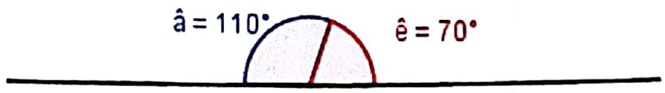
- ***Ângulos suplementares:***

Quando a soma da medida de dois ângulos é 180º, dizemos que os dois ângulos são suplementares.



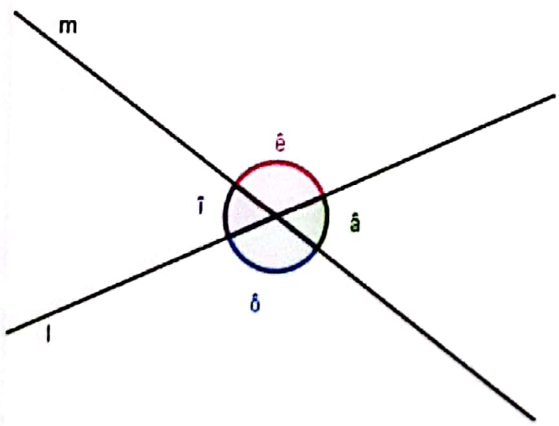


$$\hat{a} + \hat{e} = 180^{\circ}$$



- ***Ângulos opostos pelo vértice:***

Dois ângulos são opostos pelo vértice quando os lados de um são semirretas opostas aos lados do outro.



O ângulo **ê** é oposto pelo vértice ao ângulo **ô**.

O ângulo **â** é oposto pelo vértice ao ângulo **î**.

ATIVIDADE 3 – Atividade Prática

e

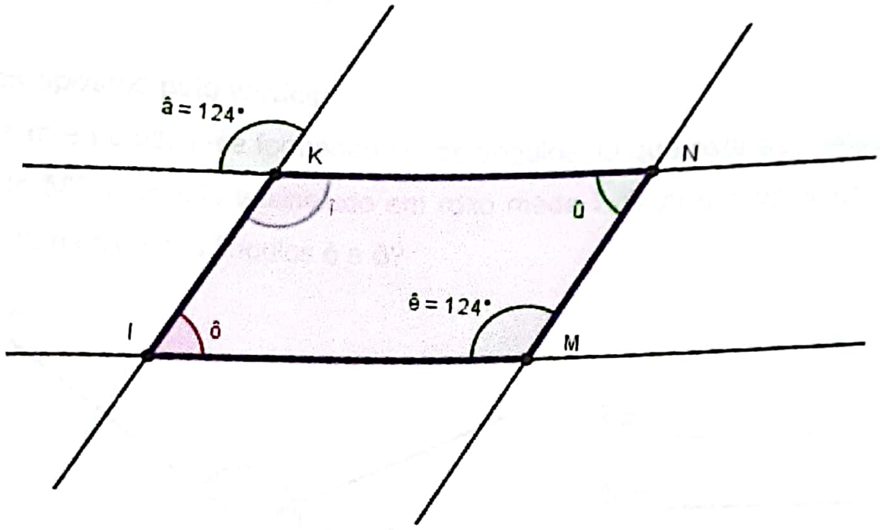
d

Diretoria de Ensino Superior
Licenciatura em Matemática
Disciplina: Laboratório de Ensino e Aprendizagem em Matemática
Linha de Pesquisa: Ensino e Aprendizagem de Geometria
Licenciandos: David de Freitas, Guilherme de Castro, Isaías Ribeiro, José Ramon, Juliana Alves.
Orientadora: Profª. Drª. Vanice da Silva Freitas Vieira

Nome: ______________________________ Data: ___/___/2017

ATIVIDADE 4

1. No paralelogramo a seguir as retas $\overleftrightarrow{IK}$, $\overleftrightarrow{KN}$, $\overleftrightarrow{MN}$ e $\overleftrightarrow{IM}$ são os prolongamentos dos seus lados.



I. Quais retas são paralelas?

____

II. Quais retas são transversais?

____

III. Quais são as medidas dos ângulos do paralelogramo?

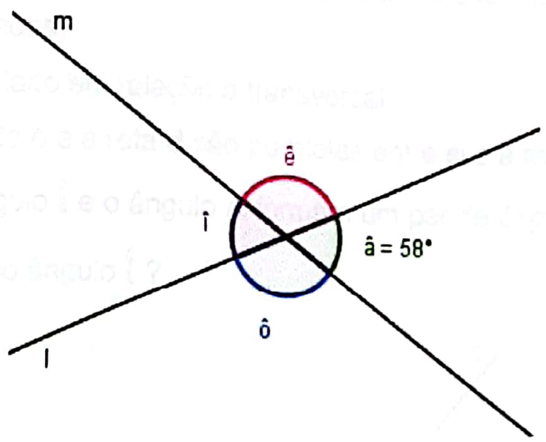
____

Diretoria do Ensino Superior
Licenciatura em Matemática
Disciplina: Laboratório de Ensino e Aprendizagem em Matemática
Linha de Pesquisa: Ensino e Aprendizagem de Geometria
Licenciandos: David de Freitas, Guilherme do Castro, Isaías Ribeiro, José Ramon, Juliana Alves.
Orientadora: Profª. Drª. Vanice da Silva Freitas Vieira
Nome: ______________________________ Data: ___ / ___ / 2017

A relação entre os ângulos formados por retas paralelas cortadas por transversais

- **Ângulos opostos pelo vértice:**

As retas **m** e **l** cruzam-se formando vários ângulos. O que está assinalado em verde mede 58º, o ângulo assinalado em roxo mede î. Qual é o valor de î? Qual é o valor da medida dos ângulos ê e ô?



î = ____________

ê = ____________

ô = ____________

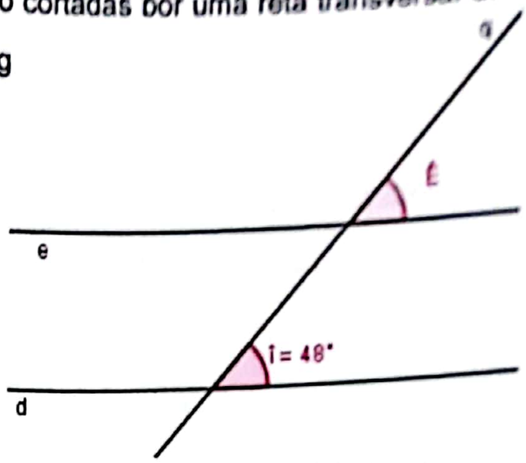
- **Ângulos correspondentes:**

Dois ângulos são correspondentes quando um é interno e o outro é externo, não têm o mesmo vértice e estão situados em um mesmo lado em relação à transversal.

As retas **e** e **d**, paralelas entre si, são cortadas por uma reta transversal q. O ângulo **Î**, mede 48º. Qual a medida do âng

Ê = ___________

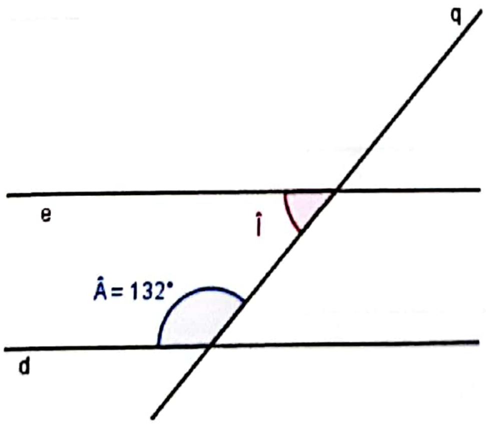
O par de ângulos correspondentes são_______________________.



- **Ângulos colaterais:**

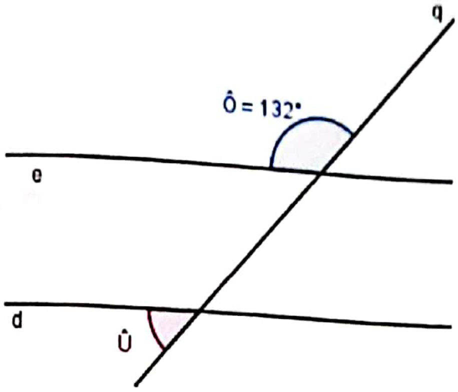
Dois ângulos são colaterais quando eles não têm o mesmo vértice e estão situados
no mesmo lado em relação à transversal.

A reta **e** e a reta **d** são paralelas entre si e a reta **q** é uma reta transversal a elas. O ângulo **Î** e o ângulo **Â** formam um par de *ângulos colaterais internos*. Qual a medida do ângulo **Î** ?



Î = ______

A reta **e** e a reta **d** são paralelas entre si e a reta **q** é uma reta transversal a elas. O ângulo **Ô** e o ângulo **Û** formam um par de *ângulos colaterais externos.* . Qual a medida do ângulo **Û** ?



Û = ________

O par de ângulos colaterais são ________________ .

- **Ângulos alternos:**

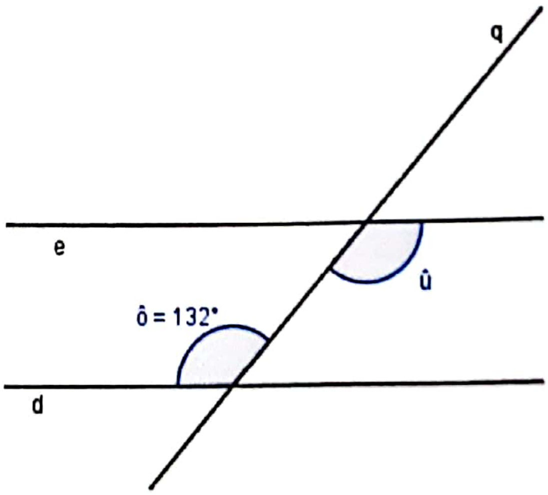
  Dois ângulos são alternos quando eles não têm o mesmo vértice e estão situados

em lados opostos em relação à transversal.

As retas **e** e **d** são paralelas entre si e são cortadas por uma reta transversal **q**. O ângulo **ô** e o ângulo **û** formam um par de *ângulos altemos internos*, e estes ângulos são ______________________.

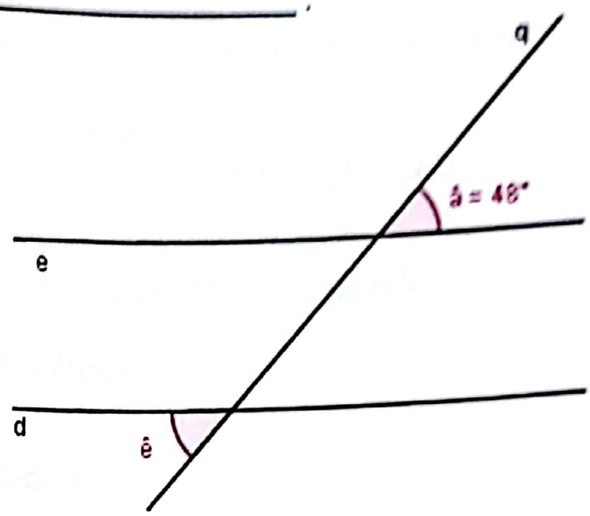
.

û = ________



As retas **e** e **d** são paralelas entre si e são cortadas por uma reta transversal **q**. O ângulo **â** e o ângulo **ê** formam um par de *ângulos alternos externos* e estes ângulos também são ______________.

ê = ________



Licenciatura em Matemática
Disciplina: Laboratório de Ensino e Aprendizagem em Matemática
Linha de Pesquisa: Ensino e Aprendizagem de Geometria
Licenciandos: David de Freitas, Guilherme de Castro, Isaías Ribeiro, José Ramon, Juliana Alves.
Orientadora: Profª. Drª. Vanice da Silva Freitas Vieira
Nome: ______________________________ Data: ___/___/ 2017

A relação entre os ângulos formados por retas paralelas cortadas por transversais

Atividade 5

1. Sabendo que a reta **g** é paralela à reta **f** e a reta **h** é transversal a ambas. Estabeleça a relação entre os ângulos.

â e Â ______________________

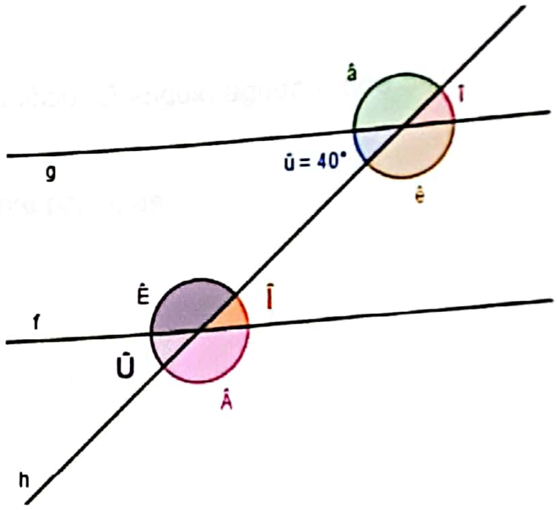
û e Û ______________________

ê e Î ______________________

Â e î ______________________

Ê e ê ______________________

Î e Û ______________________



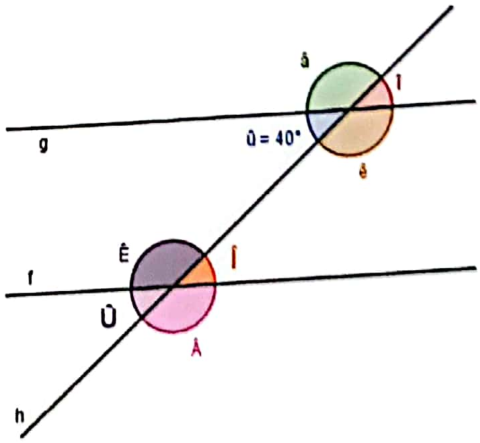
2. Sabendo que a reta **g** é paralela à reta **f** e a reta **h** é transversal a ambas, determine a medida dos ângulos destacados:

Û = ______ Ê = ______

Î = ______ Â = ______

î = ______ ê = ______

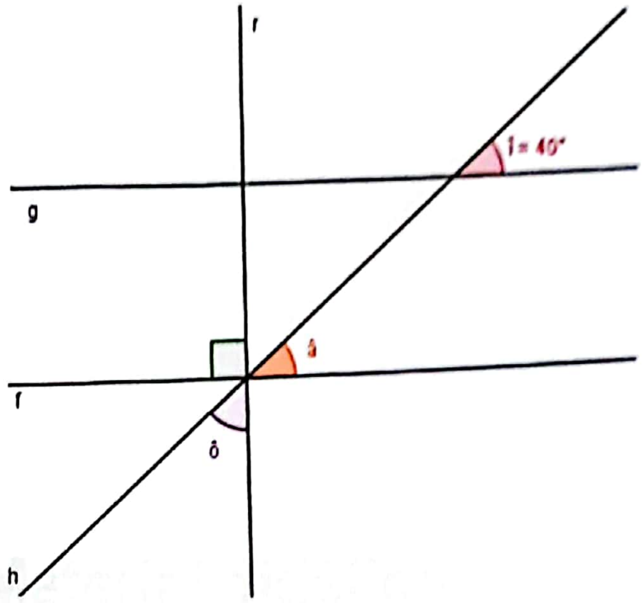
â = ______



3. A reta **g** é paralela à reta **f** e a reta **r** intersecta a reta **f** formando um ângulo de 90°. Qual é a medida dos ângulos destacados?

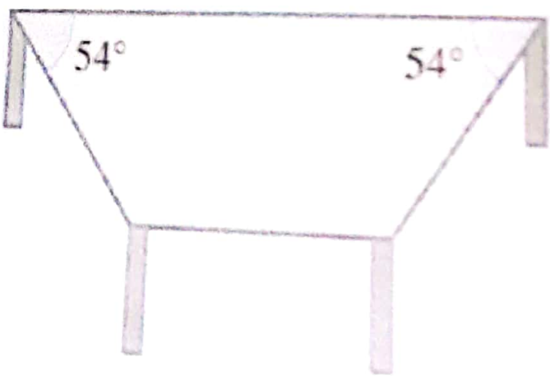
â = ________

ô = ______



4. O tampo de uma mesa tem a forma de um trapézio. O ângulo agudo mede 54°. Qual é a medida do ângulo obtuso?

OBS.: As bases de um trapézio são sempre paralelas.



Apêndice B: Material didático experimentado na turma regular

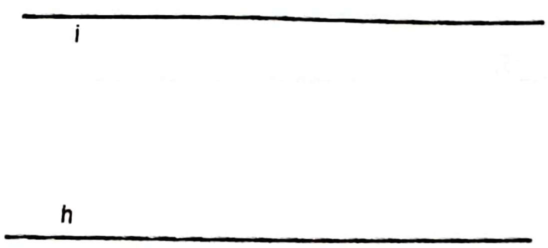
Diretoria de Ensino Superior
Licenciatura em Matemática
Disciplina: Laboratório de Ensino e Aprendizagem em Matemática
Linha de Pesquisa: Ensino e Aprendizagem de Geometria
Licenciandos: David de Freitas, Guilherme de Castro, Isaías Ribeiro, José Ramon, Juliana Alves.
Orientadora: Profª. Drª. Vanice da Silva Freitas Vieira
Nome: ______________________________ Data: ___/___/2017

A relação dos ângulos formados por retas paralelas cortadas por transversais

Posições das retas no plano

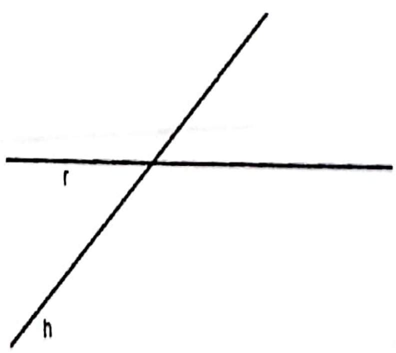
- ***Retas paralelas:***

São as retas que não possuem pontos em comum, nunca se cruzam e mantém a mesma distância entre si.



- ***Retas concorrentes ou transversais:***

São as retas que possuem um único ponto em comum.



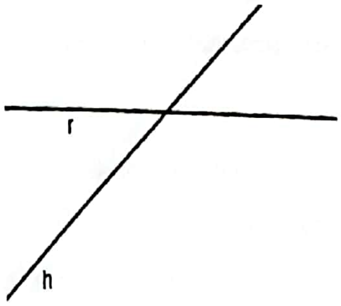
- ***Retas coincidentes:***

  São as retas que possuem todos os seus pontos em comum.

Atividade 1

1. Escreva as posições relativas das retas representadas em cada item a seguir.

a)

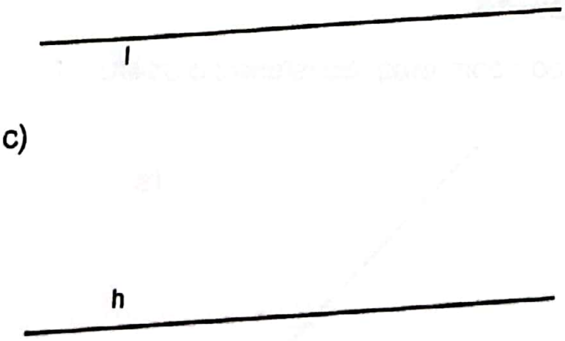


R:____________________________

b)

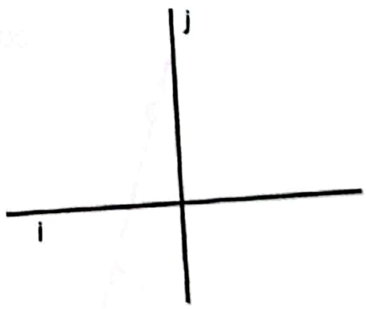
R:____________________________

c)

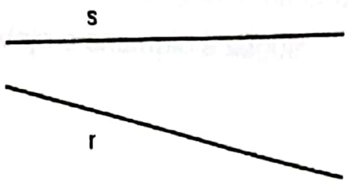


R:____________________________

d)



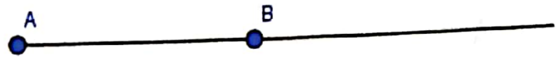
R:____________________________

e) 

R:________________

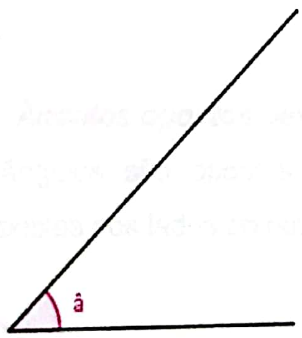
Ângulos:

Ângulo é a região de um plano determinada pelo encontro de duas semirretas que possuem uma origem em comum, chamada vértice do ***ângulo***.

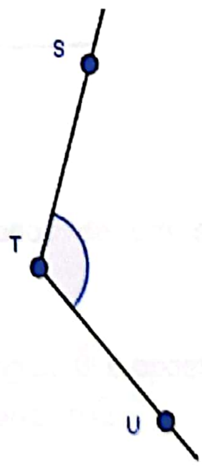
> ***Recordando...***
>
> Pense em um segmento de reta $\overline{AB}$, mas agora sendo prolongado apenas em um sentido (de **A** para **B**, por exemplo). A figura correspondente é uma semirreta, que indicamos por $\overrightarrow{AB}$.
>
> 
>
>
> O ponto **A** é a origem dessa semirreta.

Atividade 2

1. Utilize o transferidor para medir os ângulos destacados:

a) 

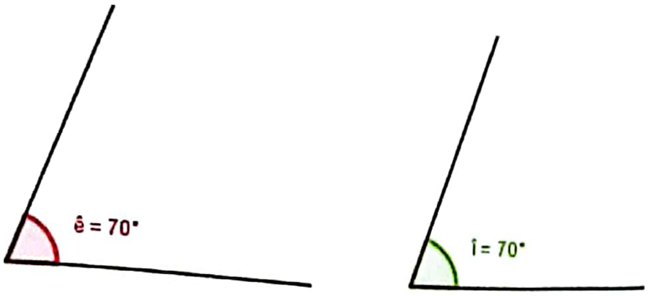
m (â) = ________________

b) 

m ($S\hat{T}U$) = ________________

- **_Ângulos congruentes:_**

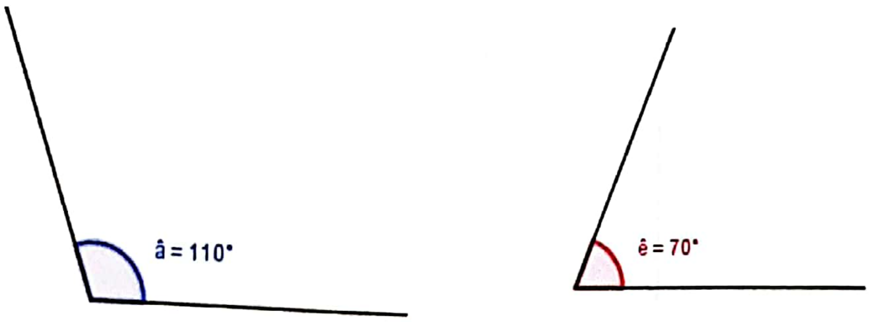
São chamados de ângulos congruentes os ângulos que possuem as medidas iguais. Veja o exemplo a seguir.



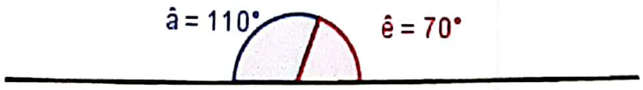
m (ê) = m (î)

- **_Ângulos suplementares:_**

Quando a soma da medida de dois ângulos é 180º, dizemos que os dois ângulos são suplementares.

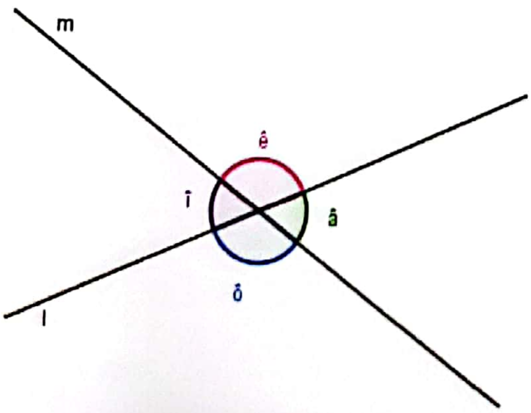


$$\hat{a} + \hat{e} = 180^\circ$$



- **_Ângulos opostos pelo vértice:_**

Dois ângulos são opostos pelo vértice quando os lados de um são semirretas opostas aos lados do outro.



O ângulo **ê** é oposto pelo vértice ao ângulo **ô**.

O ângulo **â** é oposto pelo vértice ao ângulo **î**.

ATIVIDADE 3 – Atividade Prática

e

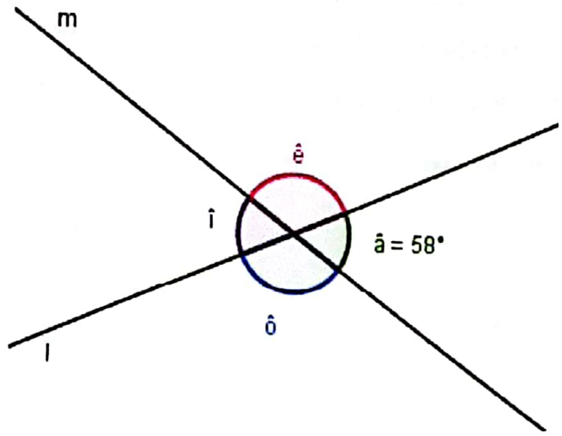
d

Diretoria de Ensino Superior
Licenciatura em Matemática
Disciplina: Laboratório de Ensino e Aprendizagem em Matemática
Linha de Pesquisa: Ensino e Aprendizagem de Geometria
Licenciandos: David de Freitas, Guilherme de Castro, Isaías Ribeiro, José Ramon, Juliana Alves.
Orientadora: Profª. Drª. Vanice da Silva Freitas Vieira
Nome: ________________________________ Data: ___ / ___ / 2017

A relação entre os ângulos formados por retas paralelas cortadas por transversais

- **Ângulos opostos pelo vértice:**

As retas **m** e **l** cruzam-se formando vários ângulos. O que está assinalado em verde mede 58º, o ângulo assinalado em roxo mede **î**. Qual é o valor de **î**? Qual é o valor da medida dos ângulos **ê** e **ô**?



î = ____________

ê = ____________

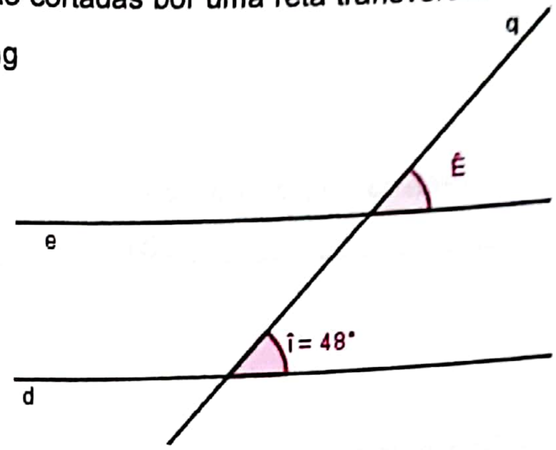
ô = ____________

- **Ângulos correspondentes:**

Dois ângulos são correspondentes quando um é interno e o outro é externo, não têm o mesmo vértice e estão situados em um mesmo lado em relação à transversal.

As retas **e** e **d**, paralelas entre si, são cortadas por uma reta transversal **q**. O ângulo **î**, mede 48º. Qual a medida do âng

ê = ___________

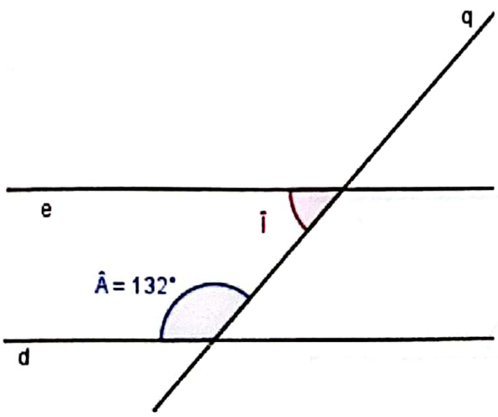


O par de ângulos correspondentes são_________________________.

- **Ângulos colaterais:**

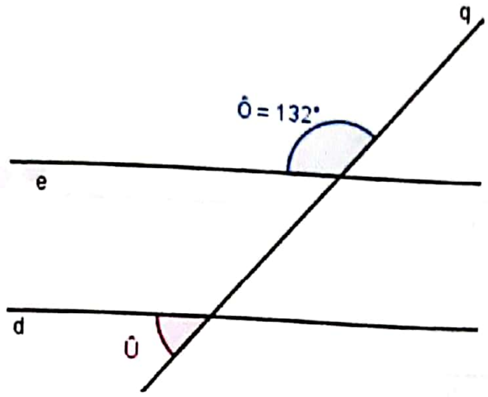
Dois ângulos são colaterais quando eles não têm o mesmo vértice e estão situados no mesmo lado em relação à transversal.

A reta **e** e a reta **d** são paralelas entre si e a reta **q** é uma reta transversal a elas. O ângulo **î** e o ângulo **â** formam um par de *ângulos colaterais internos*. Qual a medida do ângulo **î**?



î = _______

A reta **e** e a reta **d** são paralelas entre si e a reta **q** é uma reta transversal a elas. O ângulo **Ô** e o ângulo **Û** formam um par de *ângulos colaterais externos.* . Qual a medida do ângulo **Û** ?



Û = ________

O par de ângulos colaterais são ________________ .

- **Ângulos alternos:**

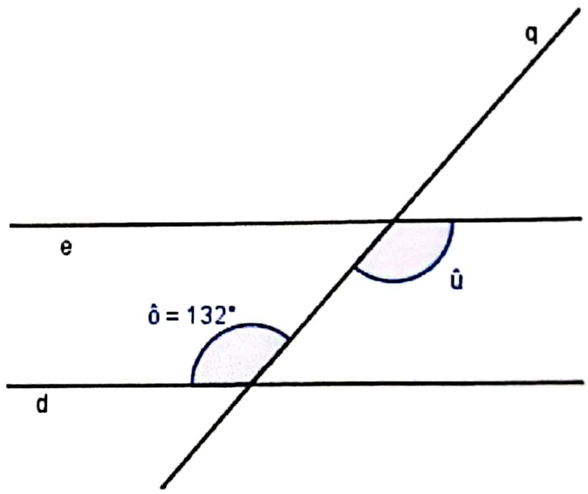
  Dois ângulos são alternos quando eles não têm o mesmo vértice e estão situados

em lados opostos em relação à transversal.

As retas **e** e **d** são paralelas entre si e são cortadas por uma reta transversal **q**. O ângulo **ô** e o ângulo **û** formam um par de *ângulos alternos internos*, e estes ângulos são ________________________.

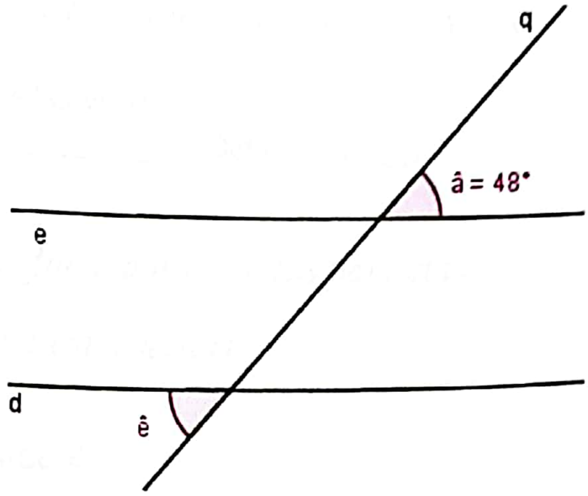
.

û = ________



As retas **e** e **d** são paralelas entre si e são cortadas por uma reta transversal **q**. O ângulo **â** e o ângulo **ê** formam um par de *ângulos alternos externos* e estes ângulos também são ________________.

ê = ________



Diretoria de Ensino Superior
Licenciatura em Matemática
Disciplina: Laboratório de Ensino e Aprendizagem em Matemática
Linha de Pesquisa: Ensino e Aprendizagem de Geometria
Licenciandos: David de Freitas, Guilherme de Castro, Isaías Ribeiro, José Ramon, Juliana Alves.
Orientadora: Profª. Drª. Vanice da Silva Freitas Vieira
Nome: ______________________________ Data: ___/___/2017

A relação entre os ângulos formados por retas paralelas cortadas por transversais

Atividade 4

1. Sabendo que a reta **g** é paralela à reta **f** e a reta **h** é transversal a ambas, determine a medida dos ângulos destacados:

Û = ______ Ê = ______
Î = ______ Â = ______
î = ______ ê = ______
â = ______