RELATÓRIO LEAMAT

ENSINO E APRENDIZAGEM DE GEOMETRIA

ARTHUR FEITOSA GONÇALVES
JOÃO FERNANDO HENRIQUE DA MATA
JONES ROSA CAMPOS
LUCAS VIANA DUARTE

CAMPOS DOS GOYTACAZES
2017.2

ARTHUR FEITOSA GONÇALVES
JOÃO FERNANDO HENRIQUE DA MATA
JONES ROSA CAMPOS
LUCAS VIANA DUARTE

RELATÓRIO LEAMAT

RESOLUÇÃO DA EQUAÇÃO QUADRÁTICA PELA ÁREA DE RETÂNGULOS

ENSINO E APRENDIZAGEM DE GEOMETRIA

Trabalho apresentado ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense, *Campus* Campos Centro, como requisito parcial para conclusão da disciplina Laboratório de Ensino e Aprendizagem de Matemática do Curso de Licenciatura em Matemática.

Orientadora: Profª. Me. Poliana Cardoso

CAMPOS DOS GOYTACAZES
2017.2

SUMÁRIO

p.

1) Relatório do LEAMAT I

1.1) Atividades desenvolvidas

Nosso primeiro encontro ocorreu em 18/10/2016. Os professores apresentaram slides sobre o regimento interno do LEAMAT, sua finalidade, abordando as suas quatro linhas de pesquisa, buscando esclarecer: qual seu objetivo, como será o seu desenvolvimento no decorrer de todo o processo, quais os pontos devemos atender para obter sucesso na sua conclusão e quais não devemos para que, ocasionalmente, não ocorra o insucesso.

No segundo encontro, que se deu em 25/10/2016, foram propostas questões com objetivo de refletir acerca do ensino da Geometria no Brasil no contexto atual. Sendo assim, cada licenciando respondeu os seguintes questionamentos: "O que significa Geometria para você?", "Como você vivenciou Geometria na escola?", "Qual o papel da Geometria para você?", "Que Geometria você gostaria de ensinar na escola?" e, "Que Geometria você aprendeu?".

Além disso, foram relatados os trabalhos de três grupos de licenciandos que concluíram o LEAMAT, onde os mesmos apresentaram suas experiências no processo de elaboração e execução de seus respectivos trabalhos, assim como seus depoimentos e comentários.

No terceiro encontro, realizado no dia 08/11/2016, discutiu-se a respeito do que foi abordado no segundo encontro, tomando-se como base o artigo "Ensino de Geometria: Rumos da Pesquisa (1991-2001)" de Rebeca Moreira Sena e Beatriz Vargas Dorneles. Neste trabalho são apresentadas diversas fases da Geometria no Brasil, no período de 1730 até 1989 com o surgimento dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN). No artigo, Fiorentini e Lorenzato (2006) relatam o aumento do número de trabalhos produzidos com o tema "Pesquisas em Educação Matemática no Brasil", apoiado na análise de teses/dissertações produzidas no período de 1991 a 2001. Porém, na área de Geometria especificamente, não há certa constância em relação aos trabalhos produzidos, oscilando bastante, em determinados anos a produção em relação ao anterior é menor que a metade. Outro fato é a distribuição de trabalhos produzidos nas regiões do país, em que o Sudeste aparece na frente com 68% desses trabalhos, enquanto a região norte nem aparece no índice.

No quarto encontro, ocorrido no dia 29/11/2016, foi dada sequência a uma atividade proposta pela professora, na qual deveríamos apresentar os PCN. Assim, foi abordado de que forma se mostrava e como era recomendado que se desenvolvesse o ensino de Geometria no ensino fundamental (3° ciclo-6° ao 7° ano e 4° ciclo-8° ao 9° ano), e ensino médio. O nosso grupo ficou responsável pelas orientações do ensino fundamental e o outro pelo ensino médio. Os dois grupos apresentaram de forma similar, ou seja, por meio de slides foram expostos e explicados os pontos e aspectos em torno do assunto, bem como, algumas experiências pessoais que reforçam as ideias abordadas.

No quinto encontro, 13/12/2016, realizou-se a leitura e análise do artigo "Tendências atuais de Educação Matemática", de Iraci Müller. Trata-se de uma pesquisa acerca da Educação Matemática nos campos da investigação e construção do conhecimento, elaborando as principais diferenças entre "Ensino da Matemática" e "Educação Matemática". Basicamente, o texto apresenta a importância da Educação Matemática na formação do cidadão, tendo como um dos objetivos o desenvolvimento da autonomia criativa e valorização do raciocínio, visando aguçar um pensar mais crítico do educando.

No sexto encontro, que se deu no dia 31/01/2017, buscou-se definir os possíveis temas a serem trabalhados na linha de pesquisa Geometria e com o apoio da professora Vanice foi decidido o mesmo. Foram discutidas ideias sobre o que seria necessário para a justificativa do determinado tema e, em seguida foram feitas pesquisas sobre a temática determinada pelo grupo.

O encontro do dia 14/02/2017 foi direcionado a leitura de artigos e a elaboração de ideias que sejam condizentes com as aplicações futuras da sequência didática.

1.2) Elaboração da sequência didática

1.2.1) Tema

O uso da área de retângulos na resolução de equações do segundo grau.

1.2.2) Justificativa

Este trabalho abordará o tema "O uso da área de retângulos na resolução de equações do segundo grau", tendo em vista que, na maioria das vezes, a resolução dessas equações se dá pela aplicação direta da fórmula de Bhaskara, sem considerar a compreensão e a elaboração do raciocínio envolvido, bem como sua construção histórica ao longo dos tempos. Dessa forma, busca-se apresentar um método alternativo de resolução, a fim proporcionar uma aprendizagem significativa do conteúdo e o desenvolvimento do raciocínio do aluno como relata Silva e Oliveira (2016)

> Geralmente o professor de matemática ao desenvolver o conteúdo sobre equação do 2º grau, limita-se em apresentar a fórmula de Bhaskara sem proporcionar aos discentes condições de compreensão do raciocínio envolvido na resolução. Sem considerar que o resgate histórico (geométrico) pode facilitar a elaboração do raciocínio e da resolução (SILVA; OLIVEIRA, 2016, p. 3)

De acordo com Raymond Duval (2003), nas atividades matemáticas podemos representar um objeto utilizando, ao menos dois registros de representação e a transição entre esses registros é que possibilita a construção do conhecimento. Considerando as atividades de resolução das equações, Vale (2013) afirma que:

> O ensino de vários métodos de resolução de equação além de tornar as aulas de matemáticas mais ricas de informações, tornando uma aula mais motivadora, facilita a aplicabilidade desse conteúdo em várias tarefas realizadas na vida escolar desse aluno, bem como ajuda o desenvolvimento do raciocínio lógico (VALE, 2013, p. 72)

Para que haja uma aprendizagem mais original e efetiva pretende-se relacionar mais de uma área do conhecimento. A ideia de se fazer conexões entre os ramos da Matemática permite uma visão mais integrada, conforme ressaltam os PCNs (1998):

> As intraconexões favorecem uma visão mais integrada, menos compartimentalizada da Matemática. Algumas orientações de

> cunho didático são colocadas ao(à) professor(a), através de exemplos práticos, mostrando que é possível interligar Aritmética com Álgebra ou Aritmética com Geometria e Álgebra, numa mesma atividade. (BRASIL, 1998, p. 146)

Torna-se evidente, a importância do porque a aplicação da sequência didática se dará de forma que integre as áreas da matemática e que a resolução de equações polinomiais do segundo grau ocorra por um método alternativo.

1.2.3) Objetivo Geral

Apresentar um método alternativo para a resolução de equações do segundo grau, que utiliza áreas de retângulos, relacionando a Geometria com a Álgebra.

1.2.4) Público Alvo

Primeira série do ensino médio.

2) RELATÓRIO DO LEAMAT II

2.1) Atividades desenvolvidas

No primeiro encontro, ocorrido no dia 09/05/2017, foi feita para os quatro grupos do LEAMAT II, uma apresentação da disciplina. A apresentação foi feita pela professora orientadora Mylane, onde ela explicou a todos como irá funcionar esta parte do LEAMAT, esclareceu dúvidas, entregou um calendário onde os alunos podem saber exatamente quando as apresentações começam, para que possam se organizar e elaborar suas sequências didáticas.

Após isso, a professora orientadora Juliana, fez uma breve apresentação para a turma do que é uma sequência didática, dos elementos que a compõe e o que é necessário para que ela seja completa. Falou também das quatro dimensões do ensino-aprendizagem da matemática, da importância do domínio do professor sobre o tema que está sendo trabalhado e do controle do tema para cada atividade proposta aos alunos. E por fim, falou dos qualificantes, que são: motivação, abrangência, adequação dimensional e tratamento de obstáculos.

Do segundo ao nono encontro, ocorridos nos dias 16/05/2017 e 04/07/2017, os grupos se ocuparam apenas com o aprofundamento do seu aporte teórico, elaboração e construção de recursos didáticos, e elaboração das suas sequências didáticas.

2.2) Elaboração da sequência didática

2.2.1) Planejamento da sequência didática

A aula será iniciada com uma breve apresentação do tema e arguição com a turma a respeito do mesmo, questionando aos alunos se eles recordam de ter estudado, se sim, o que eles lembram a respeito. Em seguida será distribuído para a turma uma apostila que será o recurso didático base para o desenvolvimento da aula.

Depois de entregue, seguiremos para o primeiro tópico da apostila, onde relembraremos junto com os alunos o conceito de equação quadrática e o que são as raízes dessa equação. Fecharemos esse tópico da apostila com um exemplo, onde serão dados dois valores para a incógnita "x" e os alunos terão que verificar se esses valores são raízes da equação.

Após isso, apresentaremos aos alunos a forma fatorada da equação quadrática, apresentando todos os elementos que a compõe e deixando claro que nesta forma, as raízes da equação ficam explicitadas. Logo depois dessa explicação, os alunos realizarão a primeira atividade da apostila, onde eles deverão escrever as equações dadas em suas formas fatoradas, com o objetivo dos alunos conhecerem mais essa maneira de se escrever a equação quadrática.

Feito tudo isso, daremos início a parte principal desse trabalho, que é utilizar a área de retângulos para escrever as equações quadráticas na sua forma fatorada, e a partir disso encontrar suas raízes. Nesse ponto, vamos explicar aos alunos do que se trata o método que nós iremos utilizar, faremos isso através de dois exemplos. No primeiro (Exemplo 2), iremos entregar os kits com o material concreto que eles irão precisar para realizar esse método, e então explicaremos como será representado cada termo da equação quadrática na forma de área de retângulo. Finalizaremos este exemplo resolvendo juntamente com eles no quadro. No segundo (Exemplo 3), trabalharemos outra equação com os alunos, essa agora possui termos negativos, o que não existia no primeiro exemplo, para que os alunos vejam na prática como é o tratamento deste termo na representação geométrica.

Logo após essa explicação, daremos mais um tempo para que os alunos resolvam agora a segunda atividade da apostila, onde estarão representadas as mesmas equações da primeira atividade feita pelos alunos, porém agora na representação geométrica da equação quadrática, representação essa do método adotado por nós, que tem como objetivo fazer os alunos identificarem alí a forma fatorada da equação e encontrar as suas raízes.

Por fim, depois de corrigirmos com eles a segunda atividade, deixamos agora eles realizarem sozinhos a terceira atividade, onde eles terão que efetuar todos os processos do método trabalhado nessa aula.

2.2.2) Aplicação da sequência didática na turma do LEAMAT II

A aplicação da sequência didática na turma do LEAMAT II ocorreu no dia 01/08/2017, com toda a turma presente, exceto a professora orientadora Vanice. Após as explicações iniciais quanto a definição de equação quadrática e o que são as raízes dessa equação, foi sugerido que mudássemos o texto da definição de raízes, onde deveríamos substituir o trecho:

> Um número é raiz de uma equação quando substituímos por esse número e efetuando os cálculos obtemos zero como resultado, ou seja, os valores de que irão tornar essa equação igual a zero.

pela seguinte fala "Um número é raiz de uma equação quando substituímos a incógnita por esse número e obtemos uma identidade ($0 = 0$).". Ainda foi sugerido nessa parte que deixássemos explicitado que neste trabalho utilizaremos apenas $a = 1$, para que posteriormente não haja dúvidas decorrentes deste fato.

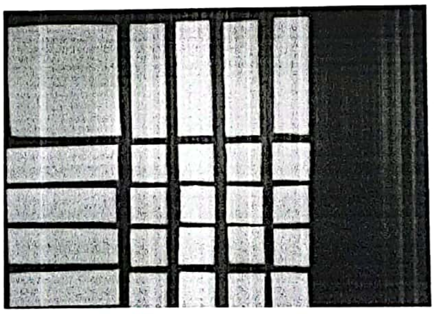
Seguindo para o Exemplo 1 da apostila houve sugestões quanto a organização de quadro e da fala no momento da resolução dessa atividade.

Também foi dito para deixar claro o fato de aquele número ser ou não raiz daquela determinada equação pelo fato de existir ou não a identidade $0 = 0$.

Em seguida, o real propósito do trabalho começou a ser desenhado, visto que tudo o que foi falado até agora era pré-requisito. Foi introduzida então a forma fatorada da equação quadrática e foi sugerido que falássemos mais sobre o porquê de aparecer as raízes na forma fatorada e o porquê do oposto dessas raízes aparecerem quando a equação é escrita dessa forma. Logo após isso, é dado um tempo para que os alunos resolvam a Atividade 1, e foi sugerido que durante a resolução dessas atividades com os alunos não fosse falado "joguinho de sinal" ao realizar multiplicação com números que possuem sinais opostos.

Após ser tratado tudo isso, é dada a introdução do nosso método de resolução quadrática, mais precisamente no Exemplo 2, onde foi passado uma equação para que eles tivessem o primeiro contato com o método já em um exercício prático.

Figura 1 - Representação do Exemplo 2



Fonte: Protocolo de Pesquisa

Representamos com o material concreto que produzimos a equação que escolhemos trabalhar no Exemplo 2, como mostrado na Figura 1. Nessa parte do trabalho, explicamos como funciona o método, o que cada elemento da equação representa na forma de área, e nessa parte da apostila, foram feitas sugestões no texto. O texto original é o seguinte:

- x^2 é a área de um quadrado, cuja a medida dos lados são iguais a x , pois: $x \cdot x = x^2$;
- $8x$ é a soma das áreas de retângulos, cuja a medida dos lados são iguais a 1 e a x, pois: $1 \cdot x = x$;

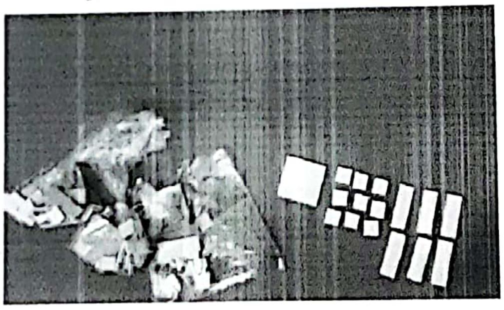
- 16 é a soma das áreas de quadrados unitários, cuja a medida dos lados são iguais a 1, pois: $1 \cdot 1 = 1$.

Foi sugerido que o texto ficasse assim:

- x^2 é a área de um quadrado, cujo lado tem a medida x , pois: $x \cdot x = x^2$;
- $8x$ é a soma das áreas de 8 retângulos, com lados de medidas 1 e x, pois: $1 \cdot x = x$;
- 16 é a soma das áreas 16 de quadrados unitários, com lados de medida 1, pois: $1 \cdot 1 = 1$.

Feitas essas alterações, pediram para acrescentarmos na apostila a explicação o que é esse kit que entregamos aos alunos, o que contém nele e quando devem utilizar.

Figura 2 - Kits entregues aos alunos



Fonte: Protocolo de Pesquisa

Foi também sugerido que os kits, representados na Figura 2, fossem amarrados com um laço ao invés de presos com grampos. Quanto ao material contido neste kit, pediram para melhoramos a precisão do material, visto que muitas peças do material estavam muito irregulares. Fizeram a sugestão de entregar o kit apenas quando os alunos forem utilizar, pois o entregamos no início da aula junto com a apostila, para evitar que eles percam o material, se distraiam ou coisas do tipo. Ainda sobre os kits, na parte da apostila em que fala sobre a diferenciação da cor do material (branco ou cinza), foi sugerida uma melhor explicação do fato da cor cinza representar os termos negativos da equação quadrática.

Seguindo a apostila, chegamos ao Exemplo 3, este que os alunos veem não só a representação da equação com as áreas de retângulos, mas também a sua forma fatorada. Sugeriram que fossem feitas pequenas melhorias no enunciado do exemplo, como mudanças de algumas palavras. Em seguida vem a Atividade 2, onde foram feitas as mesmas observações do Exemplo 3, porém como os alunos irão resolvê-la sozinhos, ocorreu a sugestão de melhorar o enunciado da atividade no sentido de orientar os alunos se eles devem ou não utilizar o material concreto.

E por fim a Atividade 3, onde os alunos deverão utilizar todos os conceitos e informações passadas durante a aula. Foi recomendada a reformulação do enunciado, de forma a esclarecer melhor o que está se pedindo e também informar no enunciado que os alunos devem desenhar como montaram as peças para chegar a aquela resposta, visto que eles têm que movimentar as peças para montar as outras equações.

De modo geral, o retorno em relação a sequência didática foi bem positivo, todos elogiaram o trabalho e gostaram da ideia.

3) Relatório do LEAMAT III

3.1) Atividades desenvolvidas

As aulas iniciais ocorridas do dia 02/10/2017 até 11/10/2017 tiveram como objetivo principal finalizar a sequência didática. As aulas seguintes, do dia 16/10/2017 até 20/12/2017, tiveram como foco a aplicação da sequência didática na turma regular, porém, caso necessário, os grupos poderiam usar o tempo para a finalização da sequência didática.

As aulas dos dias 06/11/2017, 13/11/2017 e 18/12/2017 foram utilizadas pelo nosso grupo para aplicação das sequências didáticas.

Os encontros dos dias 29/01/2018 até 07/02/2018 foram utilizados pelos grupos para elaborar e finalizar as apresentações do LEAMAT III. Os próximos quatro encontros, 19/02/2018 á 28/02/2018, foram reservados para as apresentações, porém também foi necessário utilizar o encontro do dia 05/03/2018 para as apresentações.

Os encontros seguintes, 07/03/2018 até 19/03/2018, se deram para as correções do relatório. E o dia 21/03/2017 ficou reservado para a avaliação final.

3.2) Elaboração da sequência didática

3.2.1) Versão final da sequência didática

A aula será iniciada com uma breve apresentação do tema e interação com a turma a respeito do mesmo, questionando aos alunos se eles recordam de ter estudado, se sim, o que eles lembram a respeito. Em seguida será distribuído para a turma uma apostila que será o recurso didático base para o desenvolvimento da aula.

Depois de entregue, seguiremos para o primeiro tópico da apostila, onde relembraremos junto com os alunos o conceito de equação quadrática e o que são as raízes dessa equação. Fecharemos esse tópico da apostila com um exemplo, onde serão dados dois valores para a incógnita "x" e os alunos terão que verificar se esses valores são raízes da equação.

Após isso, apresentaremos aos alunos a forma fatorada da equação quadrática, apresentando todos os elementos que a compõe e deixando claro que nesta forma, as raízes da equação ficam explicitadas e que a forma como se apresentam na forma fatorada é o oposto das raízes da equação a qual representam. Logo depois dessa explicação, os alunos realizarão a primeira atividade da apostila, onde eles deverão escrever as equações dadas em suas formas fatoradas, com o objetivo de se familiarizar mais com essa maneira de escrever a equação quadrática.

Feito isso, daremos início a parte principal desse trabalho, que é utilizar a área de retângulos para escrever as equações quadráticas na sua forma fatorada, e a partir disso encontrar suas raízes. Nesse ponto, vamos explicar aos alunos do que se trata o método que nós iremos utilizar, faremos isso através de dois exemplos. No primeiro, exemplo 2, (ver apêndice B) iremos entregar os kits com o material concreto que eles irão precisar para realizar esse método, e então explicaremos como será representado cada termo da equação quadrática na forma de área de retângulo. Finalizaremos esta introdução resolvendo juntamente com eles no quadro. No segundo, exemplo 3, (ver apêndice B), trabalharemos outra equação com os alunos, essa agora possui termos negativos, o que não existia no primeiro exemplo, para que os alunos vejam na prática como é o tratamento deste termo na representação geométrica.

Logo após essa explicação, daremos mais um tempo para que os alunos resolvam agora a segunda atividade da apostila, onde estarão representadas as mesmas equações da primeira atividade feita pelos alunos, porém agora na representação geométrica da equação quadrática, representação essa do método adotado por nossa sequência didática, que tem como objetivo fazer os alunos identificarem ali a forma fatorada da equação e encontrar as suas raízes.

Por fim, depois de corrigirmos com eles a segunda atividade, deixaremos agora eles realizarem sozinhos a terceira atividade, onde eles terão que efetuar todos os processos do método trabalhado nessa aula.

A aula será finalizada com a correção da atividade 3 e tirando eventuais dúvidas ainda existentes quanto ao método ou ao conteúdo em si.

3.2.2) Experimentação da sequência didática na turma regular

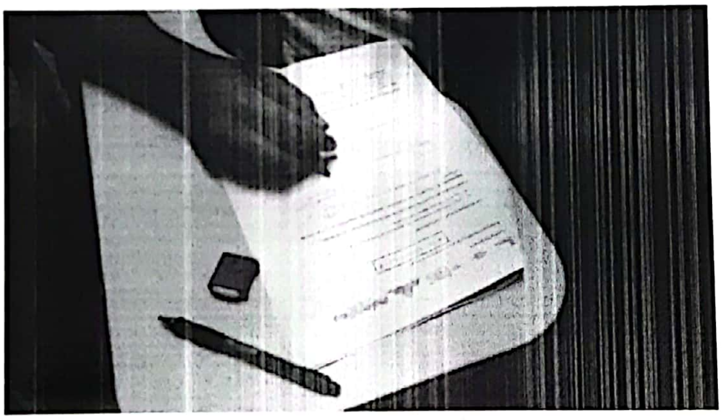
A experimentação da sequência didática na turma regular foi aplicada no dia 06/11/2017, em uma turma de 1ª série do ensino médio no Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense *Campus* Campos Centro em Campos dos Goytacazes, no bairro Parque Dom Bosco. A turma era composta por 38 alunos, a duração da aplicação foi de 3 tempos de aula.

Iniciamos a aula nos apresentando e entregando a apostila que seria utilizada como base durante toda a aula. Pedimos também que a turma se organizasse em duplas. O primeiro assunto trabalhado foi a definição de equação quadrática, onde pedimos aos alunos que dessem exemplos dessas equações. Em seguida, perguntamos aos alunos se eles sabiam o que eram as raízes de uma equação quadrática, e respondemos junto com os alunos o Exemplo 1 (Figura 3) da apostila. Feito isso, apresentamos aos alunos a forma fatorada de uma equação quadrática, chamando a atenção dos mesmos quanto as semelhanças e diferenças da forma fatorada e a forma geral, ou seja, no fato de que na forma fatorada o oposto das raízes ficam explicitadas. Tendo feito as explicações e resolução dos exemplos juntamente aos alunos demos um tempo para que eles resolvessem a Atividade 1. (Figura 4)

Figura 3: Licenciando resolvendo o Exemplo 1

Fonte: Protocolo de Pesquisa

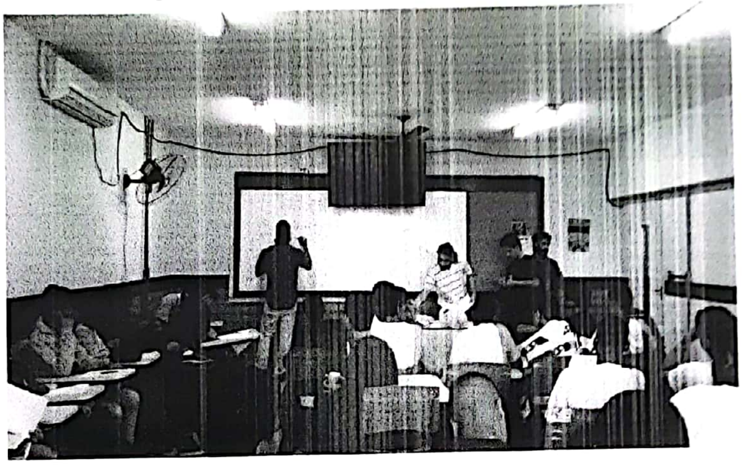
Figura 4: Aluno resolvendo a Atividade 1



Fonte: Protocolo de Pesquisa

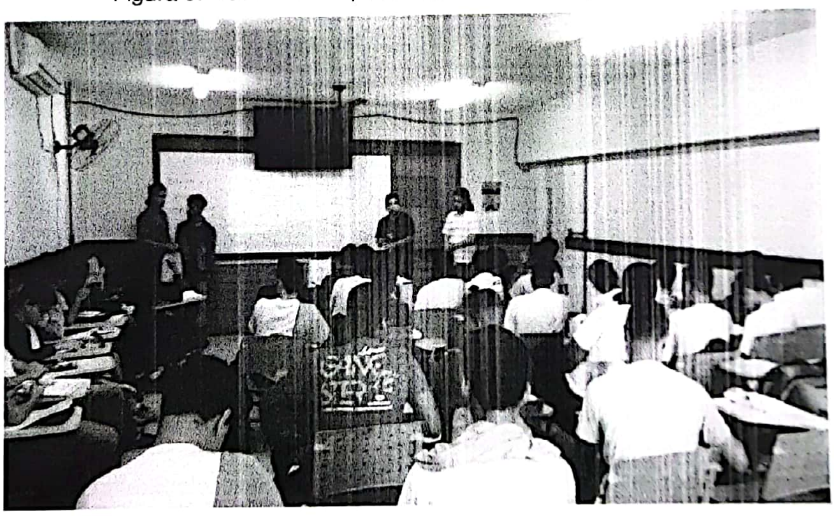
E após a correção da Atividade 1 (Figura 5) e entrega dos kits com o material concreto aos alunos é feita a apresentação do método geométrico de resolução de uma equação quadrática. Primeiramente lembramos aos alunos como calcular a área de retângulos e quadrados, e após isso explicamos que cada elemento da equação representa a área de um quadrado ou retângulo e como funciona o método nos Exemplos 2 e 3 (Figuras 6 e 7). O Exemplo 2 tinha como objetivo mostrar no material concreto os termos da equação quadrática e como funciona a organização desses termos no método geométrico, bem como a relação da forma fatorada com o método e através dessa relação, encontrar as raízes da equação quadrática. Já o Exemplo 3, era um exercício prático, onde o aluno deveria reunir os conceitos trabalhados durante o Exemplo 2 para determinar a forma fatorada da equação que lhes foi dada, e em seguida encontrar as raízes.

Figura 5: Licenciando corrigindo a Atividade 1



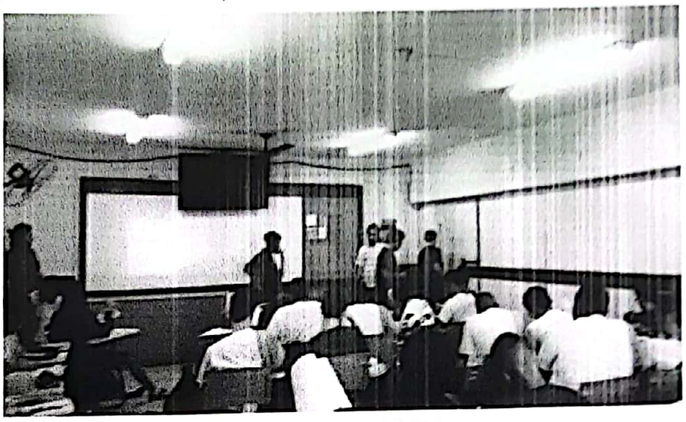
Fonte: Protocolo de Pesquisa

Figura 6: Licenciando apresentando o método geométrico



Fonte: Protocolo de Pesquisa

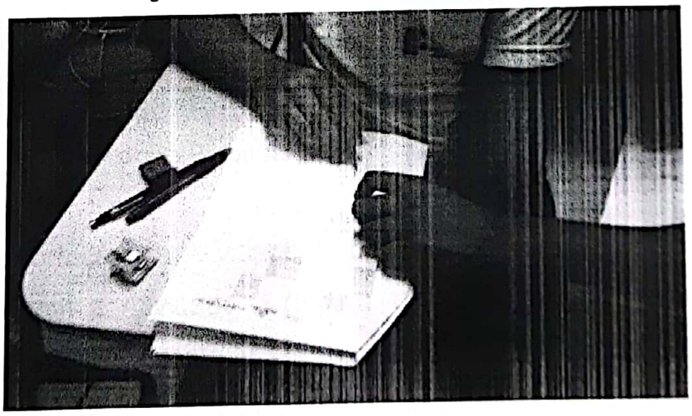
Figura 7: Licenciando explicando como funciona o método no Exemplo 3



Fonte: Protocolo de Pesquisa

Após a observação do exemplo prático e esclarecimento de dúvidas em relação ao funcionamento do método, demos sequência a aula pedindo que eles resolvessem agora a Atividade 2, onde lhes foi dada a equação quadrática na forma geral e na sua representação geométrica, e lhes foi pedido que encontrassem a forma fatorada e as raízes das equações dadas. (Figuras 9, 10 e 11)

Figura 9: Alunos resolvendo a Atividade 2

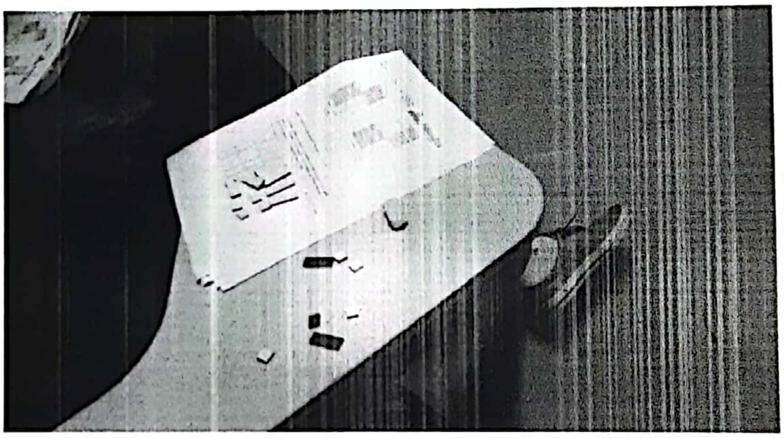


Fonte: Protocolo de Pesquisa

Figura 10: Alunos resolvendo a Atividade 2 utilizando material concreto.

Fonte: Protocolo de Pesquisa.

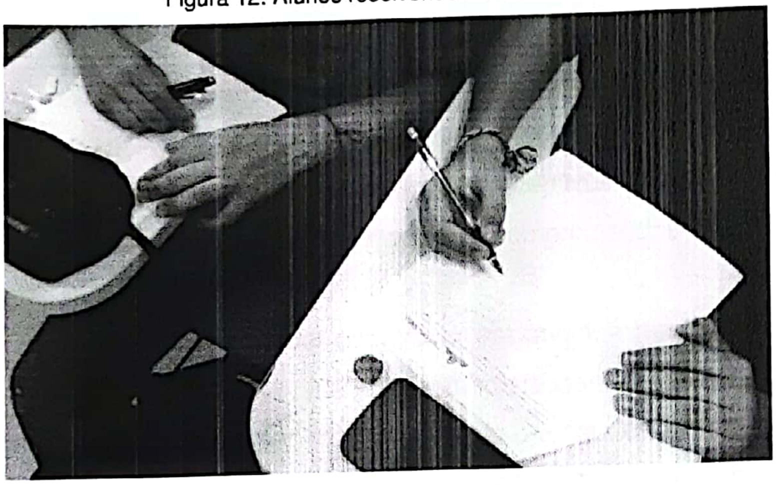
Figura 11: Alunos resolvendo a Atividade 2 utilizando material concreto.



Fonte: Protocolo de Pesquisa

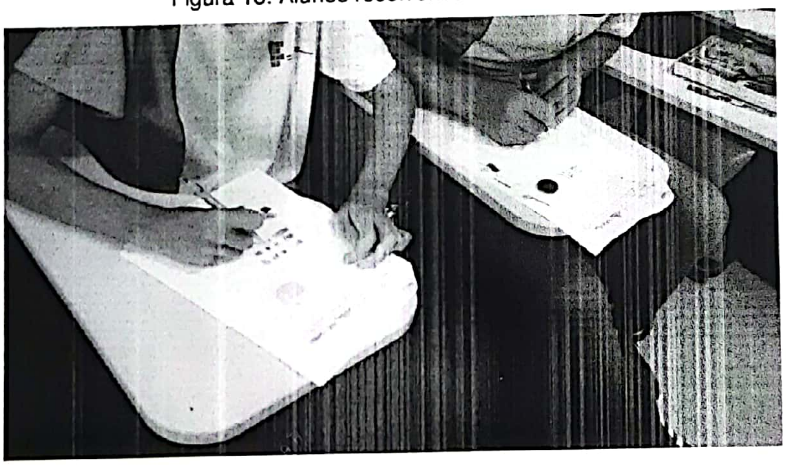
Após a correção da Atividade 2, demos mais algum tempo para que os alunos realizassem a Atividade 3 (Figura 12). Essa atividade reúne todos os conceitos trabalhados durante a aula, nela, os alunos tinham que utilizar o material concreto para representar a equação na sua forma geométrica, determinar a forma fatorada e encontrar as raízes dessa equação. Foi pedido que eles deixassem na apostila, o desenho de suas representações geométricas.

Figura 12: Alunos resolvendo a Atividade 3.



Fonte: Protocolo de Pesquisa

Figura 13: Alunos resolvendo a Atividade 3



Fonte: Protocolo de Pesquisa

E finalizamos a aula efetuando a correção da Atividade 3 e tirando as dúvidas remanescentes a respeito do método e do conteúdo abordado. De modo geral, o retorno em relação a sequência didática foi bem positivo, todos elogiaram o trabalho e gostaram da ideia.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

De modo geral o trabalho foi uma grande experiência tanto para nós licenciandos quanto para os alunos, cumprindo assim o seu objetivo e mais, superou nossas expectativas devido ao quão receptivos foram os alunos da turma. Em sua maioria, foram interessados e comprometidos durante toda a sequência didática.

Foi muito interessante poder comprovar em primeira mão que sim, o uso de materiais didáticos possibilita uma aula bem interessante e diferenciada. Além disso, pudemos observar que por estar abordando o tema desta forma, os alunos absorveram o conceito trabalhado sem se ater a memorização de fórmulas, que é o que normalmente acontece. Ou seja, houve um aprendizado significativo ao invés de pura e simples memorização e reprodução do conhecimento.

Concluindo, o trabalho foi muito bem recebido e elogiado pelos estudantes, não ocorreu qualquer imprevisto ou algo que contasse como ponto negativo durante a aula. Também não houveram quaisquer críticas mesmo que construtivas a respeito da sequência didática e materiais utilizados.

REFERÊNCIAS

DO VALE, A. F. A. **AS DIFERENTES ESTRATÉGIAS DE RESOLUÇÃO DA EQUAÇÃO DO SEGUNDO GRAU**. Pós-Graduação. 2013. Universidade Federal Rural do Semi-Árido. Mossoró. 2013. Disponível em: < http://bit.profmat-sbm.org.br/xmlui/bitstream/handle/123456789/703/2011_00473_ALBERTON_FAGNO_ALBINO_DO_VALE.pdf?sequence=1 >. Acesso em: 1 set. 2017.

DUVAL, Raymond. Registros de Representações Semióticas e Funcionamento Cognitivo da Compreensão em Matemática. In: MACHADO, S. D. A. (Org). **Aprendizagem em matemática:** registros de representação semiótica. Campinas, SP:Papirus, 2003.

Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais. matemática**. Brasília: MEC/SEF. 1998. Disponível em < http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/matematica.pdf>. Acesso em: 1 set. 2017.

CONGRESSO DE EXTENSÃO. 2016. Ponta Grossa. **REVISITANDO A RESOLUÇÃO DA EQUAÇÃO DO SEGUNDO GRAU NAS SÉRIES FINAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL**. Ponta Grossa: UEPG. 2016. Disponível em: < http://docplayer.com.br/28823622-Revisitando-a-resolucao-da-equacao-do-segundo-grau-nas-series-finais-do-ensino-fundamental.html>. Acesso em: 1 set. 2017.

Campos dos Goytacazes (RJ), 23 de Março de 2018.

Arthur Feitosa Gonçalves

João Fernando H. da Mota

Jenne Rosa Campos

Lucas Viana Duarte

APÊNDICES

Apêndice A: Material didático aplicado na turma do LEAMAT II

Diretoria de Ensino Superior
Licenciatura em Matemática
Disciplina: Laboratório de Ensino e Aprendizagem em Matemática
Linha de Pesquisa: Geometria
Licenciandos: Arthur Feitosa, João da Mata, Jones Campos e Lucas Duarte.
Orientadora: Profª. Dra. Vanice da Silva Freitas Vieira
Aluno(a): ______________________________________ Data: ___ / ___ / 2017

Equação Quadrática

Uma equação quadrática é toda equação do tipo $ax^2 + bx + c = 0$ em que a, b e c são constantes reais, com $a \neq 0$. A proposta do nosso trabalho é apresentar um método diferente para encontrar as raízes dessa equação.

Mas o que são essas "raízes"?

Um número é raiz de uma equação quando substituímos por esse número e efetuando os cálculos obtemos zero como resultado, ou seja, os valores de que irão tornar essa equação igual a zero.

Exemplo 1:
Dada a equação $x^2 + 6x + 9 = 0$, em que $a = 1$, $b = 6$ e $c = 9$, verifique se $x_1 = -3$ e $x_2 = 2$ são raízes dessa equação.

A forma $ax^2 + bx + c = 0$ é a mais comum de se escrever uma equação quadrática, porém existem outros modos de escrevê-la, uma delas se chama **Forma Fatorada.**

Forma Fatorada

A forma fatorada possui o seguinte formato:

$$\boxed{\boldsymbol{a \cdot (x - x_1) \cdot (x - x_2) = 0}}$$

Os elementos que a compõe são:

- a é o mesmo coeficiente da equação na forma $ax^2 + bx + c = 0$;
- x_1 e x_2 são as raízes da equação.

Observe que as raízes da equação na forma fatorada ficam explicitadas.

Atividade 1: Escreva as equações quadráticas seguintes em sua forma fatorada.

a) $x^2 + 4x + 4 = 0$, dados: $x_1 = -2$ e $x_2 = -2$

b) $x^2 + x - 2 = 0$, dados: $x_1 = -2$ e $x_2 = 1$

c) $x^2 + 2x - 8 = 0$, dados: $x_1 = -4$ e $x_2 = 2$

Utilizando a área de retângulos para resolução de equações quadráticas

Até agora, vimos que para resolver uma equação quadrática precisamos encontrar suas raízes e uma maneira de encontrá-las é analisando a forma fatorada dessa equação. Vamos agora ver um método que faz exatamente isso, transforma a equação quadrática na sua forma fatorada sem a necessidade de fazer contas.

Exemplo 2:
Utilizando a equação $x^2 + 8x + 16 = 0$ vamos encontrar a forma fatorada e como consequência, as raízes da equação, porém agora utilizando as áreas de retângulos.

$$\boxed{\textbf{Área do retângulo} = \textbf{base} \times \textbf{altura}}$$

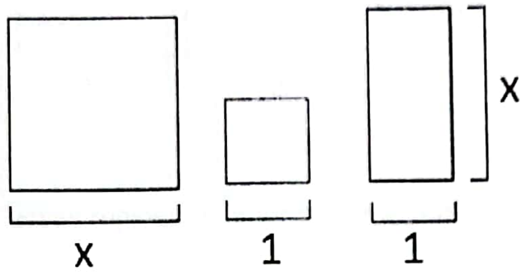
$$x^2 + 8x + 16 = 0$$

Vamos separar os termos dessa equação como se eles representassem áreas de retângulos, ou seja:

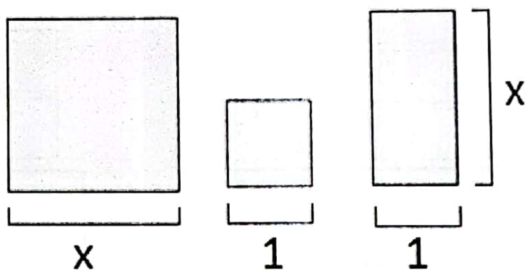
- x^2 é a área de um quadrado, cuja a medida dos lados são iguais a x, pois: $x \cdot x = x^2$;
- $8x$ é a soma das áreas de retângulos, cuja a medida dos lados são iguais a 1 e a x, pois: $1 \cdot x = x$;
- 16 é a soma das áreas de quadrados unitários, cuja a medida dos lados são iguais a 1, pois: $1 \cdot 1 = 1$.

Vamos ver agora a representação dessas áreas com material concreto:

- Os quadrados grandes têm área x^2 e serão chamados quadrados;
- Os quadrados pequenos têm área 1 e serão chamados de unidades;
- Os retângulos têm área e serão chamados de barras.

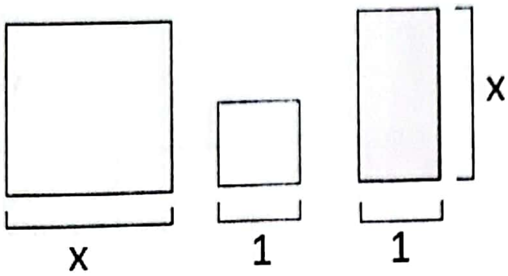


- Será utilizada a cor cinza para simbolizar os termos negativos.

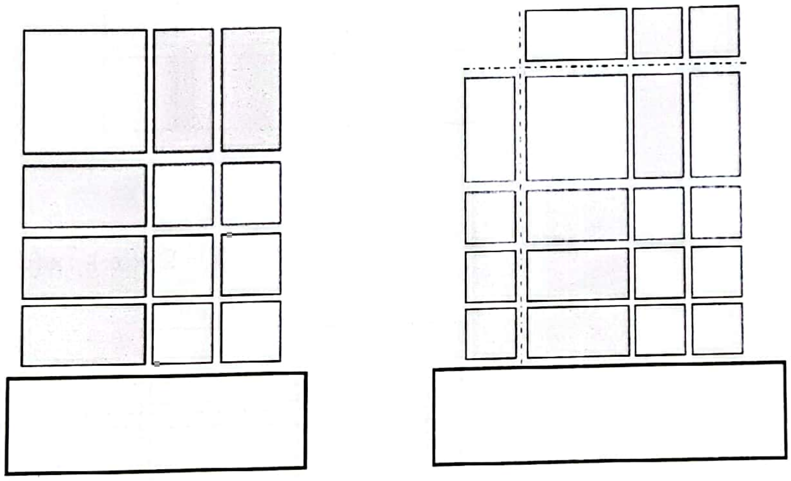


Exemplo 3:

Dada a equação $x^2 - 5x + 6 = 0$, usamos um quadrado com lado x, ou seja, de área x^2, mais cinco retângulos de área x, com lados medindo x e 1 (que por representar um valor negativo terá a cor cinza), e por último seis quadrados unitários, que é um quadrado cujo todos os lados medem 1, as áreas serão assim:



Então justamos essas regiões para formar uma região retangular de mesma área, assim:

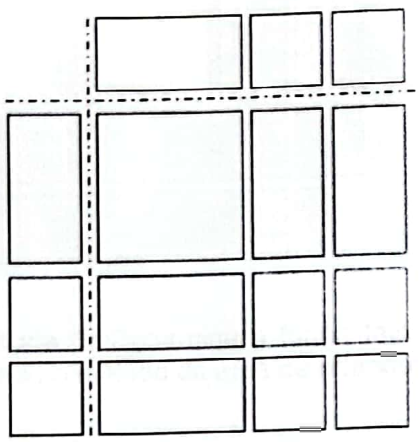


$$x^2 - 5x + 6 = 0$$
$$(x-2)(x-3) = 0$$
$$x - 2 = 0 \rightarrow x = 2$$
$$x - 3 = 0 \rightarrow x = 3$$

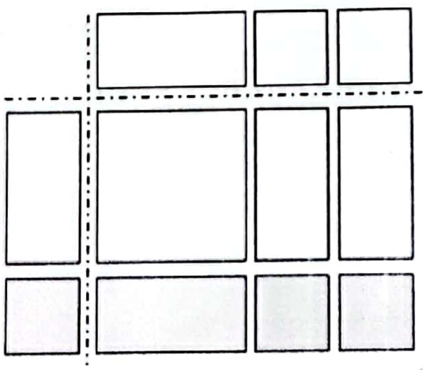
Logo, a equação tem duas raízes, que são $x_1 = 2$ e $x_2 = 3$.

Atividade 2: Resolva as equações da atividade 1, por meio da representação das áreas dos retângulos e em seguida, represente-as na forma fatorada e determine suas raízes.

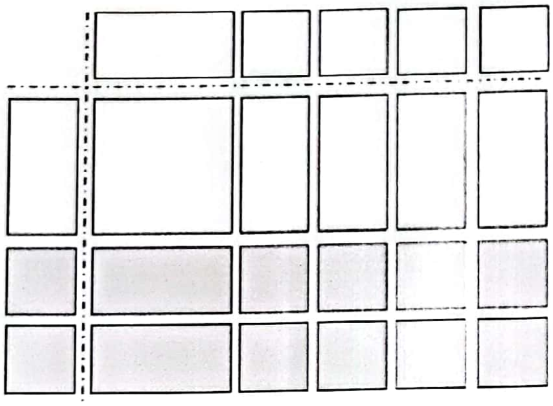
a) $x^2 + 4x + 4 = 0$



b) $x^2 + x - 2 = 0$



c) $x^2 + 2x - 8 = 0$



Atividade 3: Determine a forma fatorada e as raízes das seguintes equações utilizando o método da área de retângulos.

a) $x^2 - 9 = 0$

b) $x^2 - 3x = 0$

c) $x^2 + 2x + 1 = 0$

d) $x^2 - 3x - 4 = 0$

Apêndice B: Material didático experimentado na turma regular

Diretoria de Ensino Superior
Licenciatura em Matemática
Disciplina: Laboratório de Ensino e Aprendizagem de Matemática
Linha de Pesquisa: Geometria
Licenciandos: Arthur Feitosa, João da Mata, Jones Campos e Lucas Duarte.
Orientadora: Profª. Me. Poliana Cardoso
Aluno(a): ______________________________ Data: ___/___/ 2017

Equação Quadrática

Uma equação quadrática é toda equação do tipo $ax^2 + bx + c = 0$ em que a, b e c são constantes reais, com $a \neq 0$. A proposta do nosso trabalho é apresentar um método diferente para encontrar as raízes dessa equação.

Mas o que são essas "raízes"?

Um número é raiz de uma equação quando substituímos por esse número e efetuando os cálculos obtemos zero como resultado, ou seja, os valores de que irão tornar essa equação igual a zero.

Exemplo 1:
Dada a equação $x^2 + 6x + 9 = 0$, em que $a = 1$, $b = 6$ e $c = 9$, verifique se $x_1 = -3$ e $x_2 = 2$ são raízes dessa equação.

A forma $ax^2 + bx + c = 0$ é a mais comum de se escrever uma equação quadrática, porém existem outros modos de escrevê-la, uma delas se chama **Forma Fatorada**.

Forma Fatorada

A forma fatorada possui o seguinte formato:

$$\boxed{\boldsymbol{a \cdot (x - x_1) \cdot (x - x_2) = 0}}$$

Os elementos que a compõe são:
- a é o mesmo coeficiente da equação na forma $ax^2 + bx + c = 0$;
- x_1 e x_2 são as raízes da equação.

Observe que as raízes da equação na forma fatorada ficam explicitadas.

Atividade 1: Escreva as equações quadráticas seguintes em sua forma fatorada.

d) $x^2 + 4x + 4 = 0$, dados: $x_1 = -2$ e $x_2 = -2$

e) $x^2 + x - 2 = 0$, dados: $x_1 = -2$ e $x_2 = 1$

f) $x^2 + 2x - 8 = 0$, dados: $x_1 = -4$ e $x_2 = 2$

Utilizando a área de retângulos para resolução de equações quadráticas

Até agora, vimos que para resolver uma equação quadrática precisamos encontrar suas raízes e uma maneira de encontrá-las é analisando a forma fatorada dessa equação. Vamos agora ver um método que faz exatamente isso, transforma a equação quadrática na sua forma fatorada sem a necessidade de fazer contas.

Exemplo 2:
Utilizando a equação $x^2 + 8x + 16 = 0$ vamos encontrar a forma fatorada e como consequência, as raízes da equação, porém agora utilizando as áreas de retângulos.

$$\boxed{\textbf{Área do retângulo} = \textbf{base} \times \textbf{altura}}$$

$$x^2 + 8x + 16 = 0$$

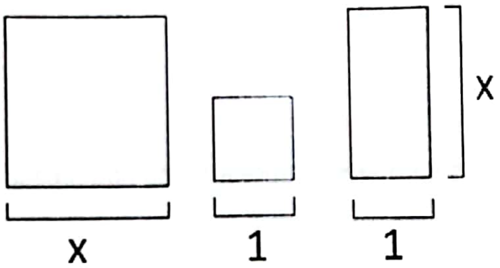
Vamos separar os termos dessa equação como se eles representassem áreas de retângulos, ou seja:

- x^2 é a área de um quadrado, cujo lado tem a medida x , pois: $x \cdot x = x^2$;
- $8x$ é a soma das áreas de 8 retângulos, com lados de medidas 1 e x, pois: $1 \cdot x = x$;
- 16 é a soma das áreas 16 de quadrados unitários, com lados de medida 1, pois: $1 \cdot 1 = 1$.

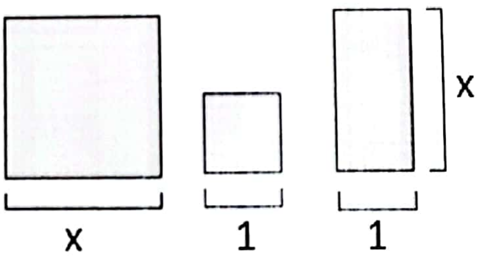
Você recebeu um kit com 1 quadrados de área x^2, 6 retângulos de área x e 9 quadrados unitários.

Vamos ver agora a representação dessas áreas com material concreto:

- Os quadrados grandes têm área ^{2} e serão chamados quadrados;
- Os quadrados pequenos têm área 1 e serão chamados de unidades;
- Os retângulos têm área e serão chamados de barras.



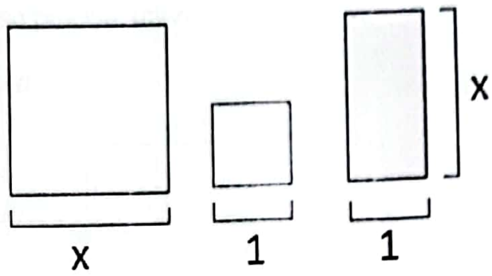
- Será utilizada a cor cinza para simbolizar os termos negativos.



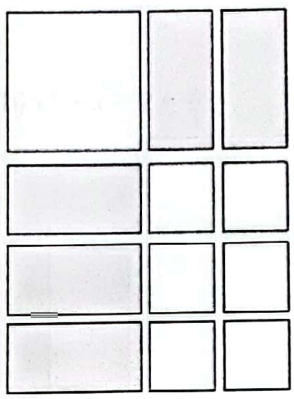
Dada a equação $x^2 - 3x - 7 = 0$, podemos identificar como termos negativos: -3x e -7.

Exemplo 3:

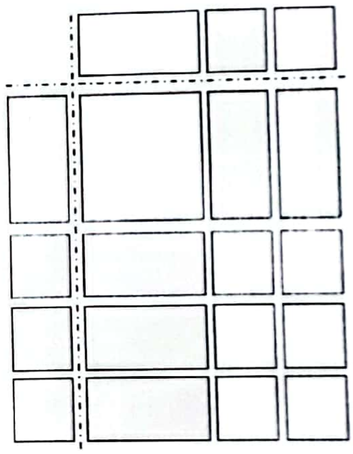
Dada a equação $x^2 - 5x + 6 = 0$, usamos um quadrado com lado x, ou seja, de área x^2, mais cinco retângulos de área x, com lados medindo x e 1 (que por representar um valor negativo terá a cor cinza), e por último seis quadrados unitários, que é um quadrado com lados de medida 1, serão utilizadas as seguintes peças contidas no kit:



Então justamos essas regiões para formar uma região retangular de mesma área, assim:



Representação da Equação



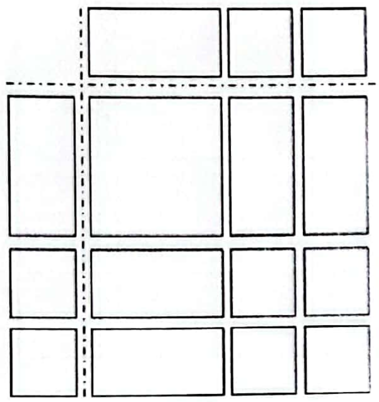
Representação da Equação com a sua Forma Fatorada

$$x^2 - 5x + 6 = 0$$
$$(x-2)(x-3) = 0$$
$$x - 2 = 0 \rightarrow x = 2$$
$$x - 3 = 0 \rightarrow x = 3$$

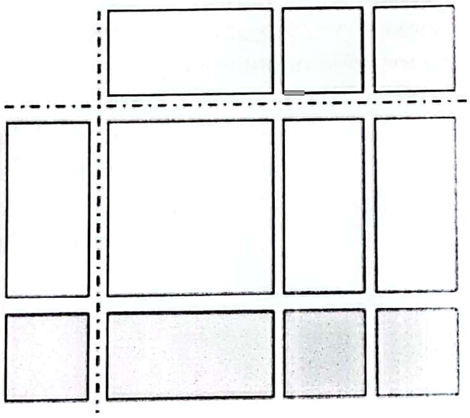
Logo, a equação tem duas raízes, que são $x_1 = 2$ e $x_2 = 3$.

Atividade 2: Resolva as seguintes equações por meio da representação das áreas dos retângulos e, em seguida, represente-as na forma fatorada e determine suas raízes. (Caso precise, utilize o kit)

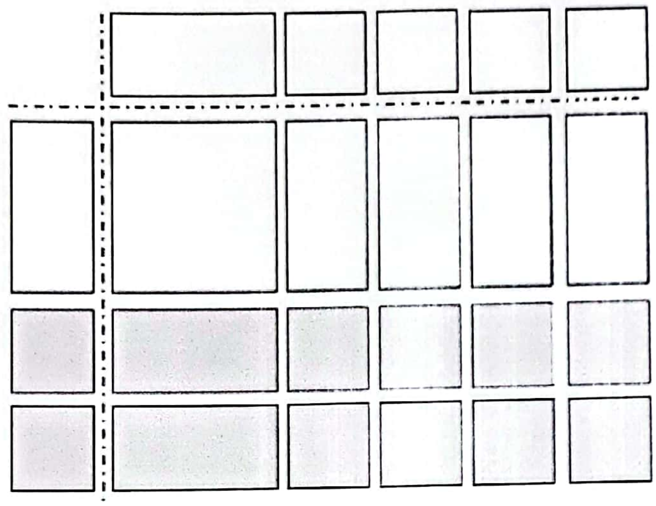
a) $x^2 + 4x + 4 = 0$



b) $x^2 + x - 2 = 0$



c) $x^2 + 2x - 8 = 0$



Atividade 3: Utilizando o kit, determine a forma fatorada e as raízes das seguintes equações utilizando o método da área de retângulos. Se possível, deixe o desenho da representação feita por você.

a) $x^2 - 9 = 0$
b) $x^2 - 3x = 0$
c) $x^2 + 2x + 1 = 0$
d) $x^2 - 3x - 4 = 0$