



Secretaria de
Educação Profissional
e Tecnologia

Ministério de
Educação

DIP LIC
DIPLOMA EM LICENCIATURA



matemática
LICENCIATURA

RELATÓRIO DO LEAMAT

RESOLUÇÃO DE EQUAÇÕES QUADRÁTICAS, UTILIZANDO O MÉTODO GEOMÉTRICO DESENVOLVIDO POR DESCARTES

ENSINO E APRENDIZAGEM DE GEOMETRIA

**DANIELA DIAS NOGUEIRA
JANETE HENRIQUE GOMES
JÉSSICA ALVES QUINTANILHA
LUIZA FERREIRA COSTA
TAYNÁ MONTEIRO COELHO DE FREITAS**

**CAMPOS DOS GOYTACAZES - RJ
2017.2**

DANIELA DIAS NOGUEIRA
JANETE HENRIQUE GOMES
JÉSSICA ALVES QUINTANILHA
LUIZA FERREIRA COSTA
TAYNÁ MONTEIRO COELHO DE FREITAS

RELATÓRIO DO LEAMAT

RESOLUÇÃO DE EQUAÇÕES QUADRÁTICAS, UTILIZANDO O MÉTODO GEOMÉTRICO DESENVOLVIDO POR DESCARTES

ENSINO E APRENDIZAGEM DE GEOMETRIA

Trabalho apresentado ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense, *campus* Campos-Centro, como requisito parcial para conclusão da disciplina Laboratório de Ensino e Aprendizagem em Matemática do Curso de Licenciatura em Matemática.

Orientadora: Prof^a. Dr.^a Vanice da Silva Freitas Vieira

CAMPOS DOS GOYTACAZES - RJ
2017.2

SUMÁRIO

	p.
1) Relatório do LEAMAT I	4
1.1) Atividades desenvolvidas	4
1.2) Elaboração da sequência didática.....	8
1.2.1) Tema	8
1.2.2) Justificativa	9
1.2.3) Objetivo Geral	11
1.2.4) Público Alvo	11
2) Relatório do LEAMAT II	12
2.1) Atividades desenvolvidas	12
2.2) Elaboração da sequência didática	12
2.2.1) Planejamento da sequência didática	12
2.2.2) Aplicação da sequência didática na turma do LEAMAT II ..	13
3) Relatório do LEAMAT III	14
3.1) Atividades desenvolvidas	14
3.2) Elaboração da sequência didática	14
3.2.1) Versão final da sequência didática	14
3.2.2) Experimentação da sequência didática na turma regular ..	14
Considerações Finais	27
Referências	28
Apêndices	30
Apêndice A - Material didático aplicado na turma do LEAMAT II	31
Apêndice B - Material didático experimentado na turma regular	40

1) Relatório do LEAMAT I

1.1) Atividades desenvolvidas

O primeiro encontro ocorreu no dia 18/10/2016 em que as orientadoras Mylane dos Santos, Lívia Azelman, Vanice Freitas e Juliana Chagas apresentaram as linhas de pesquisas do Laboratório de Ensino e Aprendizagem de Matemática (LEAMAT), que são compostas por: Aritmética, Álgebra, Geometria e Matemática Inclusiva, bem como detalharam as etapas, os objetivos e os critérios a serem alcançados. Em seguida, expuseram a importância do comprometimento dos grupos quanto aos requisitos básicos para a realização de um bom trabalho.

O segundo encontro foi realizado no dia 25/10/2016, com uma reflexão inicial sobre a disciplina Geometria, em que os alunos responderam oralmente e individualmente, as seguintes perguntas: O que significa Geometria para você? Como você vivenciou a Geometria na escola? Que Geometria você aprendeu? Qual o papel da Geometria para você? E qual Geometria você gostaria de ensinar para seu aluno? E, ainda, foram relatados os trabalhos de três grupos de licenciandos que concluíram a disciplina do LEAMAT, em que os mesmos apresentaram suas experiências no processo de elaboração e execução de seus respectivos trabalhos, assim como seus depoimentos e comentários.

Realizado no dia 08/11/16, o terceiro encontro foi iniciado com um breve comentário sobre aula anterior, que continha às respostas das perguntas sobre Geometria. Prosseguiu-se com a leitura do artigo - ENSINO DE GEOMETRIA: Rumos da pesquisa (1991-2011), da revista REVEMAT. Seguido de comentários feitos pela professora orientadora sobre o referido artigo, que foi caracterizado como estado da arte. Trata-se de um mapeamento dos temas abordados em uma série de teses, estabelecendo uma teia composta pela pesquisa de cada autor, limitando-se a um período histórico determinado.

O artigo tipo estado da arte apresenta como qualquer outro, o objetivo do trabalho, o referencial teórico, os procedimentos metodológicos, os resultados e conclusão.

O objetivo do artigo citado foi o de mapear, nas teses brasileiras, as pesquisas cuja temática fazem referência à Geometria, sob o olhar da Educação Matemática. O artigo pontuou a importância do conhecimento da história do ensino da Geometria no transcorrer dos anos, e possibilitou o entendimento das causas que acarretaram a negligência no ensino dessa disciplina no cenário escolar vigente. A análise do texto permitiu observar que a falta de traquejo dos docentes nesta área da Matemática, tornou-se um dos obstáculos causadores do afastamento dos alunos da Geometria. O trabalho esmiuçado, possuía as fases nas quais as produções na área da Educação Matemática (EM) enfrentaram. O referencial teórico foi apoiado na análise do processo histórico, feito por Valente (1999), Pavanello (1989/1993), Fiorentini (1994) e Fiorentini e Lorenzato (2006). Como procedimento metodológico,

foram analisados 101 resumos presente no banco de dados da Capes, no período de 1991-2011. Tendo como resultado a constatação de que a região sudeste é a que mais produz teses sobre o assunto, e que a tendência das produções se concentra nas linhas de formação inicial e continuada, informática educativa, cognição matemática e estudos de novos métodos. Há ainda um descaso com o tema da Geometria, assim como o despreparo do professor dessa área do conhecimento.

A professora orientadora, no decorrer desse encontro, introduziu um pouco da história da Geometria, além disso, fez uma alusão sobre a importância de interligar as linhas da matemática por meio da teoria denominada Registro de Representação Semiótica, acentuando a necessidade da descompartmentalização do conhecimento por parte do aluno e do professor.

As apresentações das pesquisas sobre os PCN e PCNEM foram feitas pelos grupos 4B e 3B, respectivamente, no dia 29/11/2016. O grupo 4B iniciou o trabalho expondo as propostas contidas no PCN para o ensino de Matemática dos 3º. e 4º. ciclos do nível fundamental. Além disso, o grupo enfatizou quais eram as consequências a nível acadêmico, acarretadas pelas mudanças psicológicas e físicas que acometem esses alunos nessa fase.

Ficou claro que o objetivo da Geometria no Ensino Fundamental é o de ampliar os conhecimentos sobre espaço e forma, trabalhando as noções de direção e sentido, de ângulo, paralelismo e perpendicularismo, bem como a classificação das figuras geométricas, as grandezas e as medidas, com uma metodologia baseada na exploração de situações problemas.

No 6º. ano foi verificada uma forte tendência em revisar os conteúdos estudados nos anos anteriores. Assumiu-se também, que no 7º. ano, o aluno já adquiriu mais maturidade e capacidade de compreensão, em contrapartida, acaba por perder o interesse nos conteúdos, pois segundo o explicitado pelo PCN, o estudante se torna incapaz de identificar a aplicabilidade de tais conteúdos.

Os estudantes no 8º. ano, apesar de estarem passando por um processo de amadurecimento, têm problemas em conciliar a aprendizagem com as mudanças físicas e emocionais que os afetam nesse período. Devido à estas transformações, o discente não compreende os benefícios que a escola traz e passa a vê-la como uma obrigação.

Foi falado que no 9º. ano, devido à preocupação, precoce com o mercado de trabalho, os alunos procuram a aplicabilidade da Matemática como um diferencial para conseguir ser inseridos no mercado de trabalho.

A Geometria no 4º. ciclo tem como objetivo permitir que o aluno possa fazer suposições e identificar propriedades utilizando estratégias a partir dos conteúdos do bloco espaço e forma. Definiu-se que os problemas de Geometria propiciarão aos alunos um primeiro contato com o raciocínio dedutivo.

Os temas estudados pelo bloco grandezas e medidas estabelecem conexões entre diversas áreas, proporcionando um campo extenso de problemas para ampliação e consolidação e aplicação dos conceitos geométricos.

O grupo 4 concluiu sua fala afirmando era evidente a existência de um grande déficit na educação, que aos poucos está sendo superado.

Na sequência, o grupo 3 ministrou uma apresentação com breves comentários, discussões e propostas do PCNEM.

Enfatizaram que a Matemática no ensino médio segue orientações educacionais, que tem como fulcro permitir que o aluno por meio do processo de ensino aprendizagem, possa desenvolver e articular suas capacidades e habilidades, bem como, suas competências dentro das áreas do conhecimento. Ainda poderá possibilitá-lo a compreensão e interpretação de situações da realidade, se apropriando de linguagens específicas, permitindo-lhe argumentar, analisar, avaliar, tirar conclusões, tomar decisões e generalizar.

Expuseram que a Matemática precisa ser ensinada de forma contextualizada, integrada e relacionada a outros conhecimentos, permitindo conexões entre diversos conceitos e de diferentes formas de pensamento matemáticos. Assim sendo, pode favorecer o desenvolvimento das habilidades e competências.

As habilidades de visualização, argumentação lógica e aplicação com o propósito de buscar soluções para problemas podem ser trabalhadas e desenvolvidas com um adequado trabalho da Geometria. O aluno poderá usar formas e propriedades geométricas para representar e visualizar as situações do mundo. Desta forma, o PCNEM, propõe que a escola tenha um trabalho pedagógico visando ao desenvolvimento das competências pretendidas. Para tal, a escolha do tema a ser abordado deverá ser levada em conta.

Como conjunto de temas estruturadores propostos, temos: Álgebra – números e funções, Geometria e medidas, análise de dados. Como o foco para a apresentação proposta pela professora orientadora era a Geometria, foi verificado que no ensino fundamental o aluno tem uma primeira noção, por meio de experimentações e de deduções informais. Porém, no ensino médio é necessária uma ampliação e aprofundamento do ensino, para alcançar um maior desenvolvimento do raciocínio lógico,

Para alcançar as propostas sugeridas pelos PCNEM, o conhecimento de Matemática é deverá ser utilizado no tratamento de situações problemas contextualizados com a realidade do aluno. Sendo assim, o professor precisa ter uma postura diferenciada, permitindo que os alunos desenvolvam suas competências e habilidades.

Ao término das apresentações foram discutidas questões referentes ao fracasso escolar, o papel do aluno, do professor e da escola. Além de serem comentados relatos de casos e situações inusitados dentro e fora da escola, vivenciados pelos futuros professores durante o estágio supervisionado IV.

A aula do dia 13/12/2016 começou com o estudo do texto "Tendências atuais de Educação Matemática" de Iraci Muller, que tem por objetivo apresentar a Educação Matemática em seus diferentes campos de investigação e ainda na composição do seu conhecimento. Nessa pesquisa, a autora ressalta a importância em diferenciar Ensino da Matemática e a Educação Matemática, destacando as principais divergências que as acometem, frisando as preocupações e objetivos de cada uma. Essa pesquisa possui um caráter informativo, alertando ao cidadão a importância da Matemática na sua formação social, cuja a finalidade é transformá-lo em um indivíduo questionador.

Diante da constante evolução da sociedade e da escola, faz-se necessário mudanças nas pessoas para que elas consigam acompanhar esse decurso de forma justa e crítica, sendo capaz de identificar os pontos positivos e negativos dessas transformações. Ficou explícito que, durante este processo, o professor é responsável em dar assistência ao aluno de modo a promover adaptação a um novo modelo. Entretanto, a pesquisa indicou que o problema está na dificuldade do professor em moldar o padrão convencional e adequá-lo ao novo, principalmente na Matemática.

Primeiro, reafirmou-se que as "listas de exercícios" que os professores fornecem ao final de um novo conteúdo, provocam no aluno um desinteresse natural pela disciplina. Partindo da ideia de que o aluno não é estimulado a pensar, a proposta ocasionalmente colocada, é de memorização por meio da repetição. Esse método mecânico desvaloriza o raciocínio do aluno, já que desconsidera o processo pelo qual ele passou, importando-se apenas o produto final. Com isso, foi sugerido que a aula seja preparada de forma a enaltecer no aluno o que ele traz como bagagem escolar e considere as novas propostas que propositalmente exija dele novos conceitos matemáticos. Com essa inversão, o aluno é colocado como pesquisador e o professor como mediador do conteúdo. A aquisição do conhecimento matemático poderá ser fortalecida se houver investigações, perguntas, observações, censo crítico e se concretizará a partir das respostas.

A Modelagem Matemática consiste na arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real. Tenta traduzir situações reais para uma linguagem matemática, para que por meio dela se possa melhor compreender, prever e simular ou, ainda mudar determinadas vias de acontecimentos, de estratégias de ação, nas mais variadas áreas de conhecimento.

A Etnomatemática é caracterizada como uma forma de entender os fenômenos naturais nos diversos contextos culturais.

Essa proposta acontece a fim de não padronizar a Matemática, mas sim valorizar essa linguagem que acontece em diferentes contextos e culturas. A transdisciplinaridade é uma forma de organizar essa ideia, já que envolve não só conteúdos específicos, mas proporciona um meio de interagir diferentes conhecimentos e tradições numa mesma asserção. Além disso, não hierarquiza

conteúdos colocando-os numa posição de mais importante ou menos importante. Busca enriquecer os conteúdos com pessoas de especialidades distintas fortalecendo os vínculos culturais por meio de uma linguagem.

Outra tendência abordada foi a História da Matemática, que busca apresentar ao aluno o desenvolvimento dos processos históricos dos conhecimentos matemáticos ao longo da humanidade. Também visa a despertar a curiosidade em saber os “porquês” das atuais resoluções e como eram feitos antes da generalização. Acredita-se que mostrar ao aluno a evolução da Matemática como ciência, pode contribuir para uma empatia pela disciplina. A ausência dos passos desse processo nos livros didáticos dos alunos provoca um sentimento de “mágica”, em que a matemática não tem um motivo para acontecer, não acredita que para a concretização de um conhecimento outros conhecimentos anteriormente foram criados e usados. A inexistência de relato dos passos provoca no aluno uma dificuldade em entender o processo de formação do conteúdo que está sendo estudado.

Os Jogos Matemáticos contribuem para a criação de uma estrutura mental provocada no aluno em que cada um “produz” conhecimento de maneira diferente. Levando a um pensamento único, sem intervenções na sua lógica, fazendo uso de um conhecimento já existente e suprimindo suas dúvidas com quanto ao novo.

A Informática Educativa é uma tendência atualmente muito usada no ambiente escolar, principalmente nas salas de aula. Foi reforçado que o uso incoerente do computador não contribui para o processo de ensino e aprendizagem. Se abordagem do conteúdo se mantiver, o problema continua o mesmo e o objetivo de modernização em sala não se conclui. O aluno continua desestimulado não entendendo os benefícios do uso dessas tecnologias.

Depois de apresentadas as Tendências atuais de Educação Matemática, fica claro que as propostas são colocadas para o professor, fazem dele um mediador do ensino e o aluno como sujeito ativo no processo de ensino e aprendizagem. Assim sendo, o aluno é estimulado a buscar seus conhecimentos e adquirir os novos, com uma postura crítica quanto a vivência cotidiana.

O encontro do dia 31/01/2017, foi usado para direcionar as pesquisas dos temas que possam ser trabalhados para a disciplina de Geometria no LEAMAT. Os grupos ao formalizarem suas escolhas, tiveram seus focos na busca por artigos com o propósito de formalizar e justificar a importância dos seus assuntos. A orientadora Vanice deixou os grupos a vontade para as decisões e estudou as possibilidades para cada grupo, despertando ideias que possam ser usadas durante a produção.

1.2) Elaboração da sequência didática

1.2.1) Tema

Resolução de Equações Quadráticas, utilizando o método geométrico desenvolvido por Descartes.

1.2.2) Justificativa

A escolha do tema “Resolução de Equações Quadráticas, utilizando o método geométrico desenvolvido por Descartes”, se deve à importância do estudo de equações no decorrer da vida acadêmica do aluno, já que tal conteúdo será utilizado em outras disciplinas, como declaram Santos e Silva (2015).

Quanto ao estudo de equações, Paz et al. (2011) reforça a sua importância, lembrando que este tema se encontra presente em quase todos os domínios da Matemática, tanto como objeto de estudo quanto como ferramenta para outros estudos (SANTOS; SILVA 2015, p.13 *apud* PAZ et al. 2011).

Outra motivação para a escolha desse tema se deve ao fato de que, segundo Bauermann, Freitas e Cerezer (2012), os livros didáticos utilizados no ensino fundamental priorizam a resolução de equações quadráticas por meio do algoritmo da fórmula de Bhaskara. No entanto, apesar da sua abrangência genérica, essa fórmula quando utilizada de forma mecânica, priva o desenvolvimento do caráter investigativo do aluno na resolução de situações problemas.

Diante do exposto, pretende-se apresentar aos alunos o método geométrico de Descartes para a resolução de equações do 2º grau, visto que, além de “estimular o raciocínio lógico, a motricidade fina e a participação ativa no processo de construção do conhecimento” (BAUERMAN, FREITAS, CEREZER, 2012), ele alia a história da matemática à construção geométrica e proporciona aos alunos outro registro de representação semiótico das equações quadráticas.

A história da matemática, segundo Gasperi e Pacheco (s.d) possibilita a investigação de uma nova forma de ver e entender a matemática, tornando-a mais contextualizada, mais unida com outras disciplinas, mais criativa e mais humanizada. Aliados a esse pensamento, Baroni, Teixeira e Nobre (2009) destacam alguns aspectos positivos que podem ser gerados quando a história da matemática está presente na sala de aula, tais como:

- a) Apresentar a História da Matemática como elemento mobilizador em salas de aulas numerosas ou com alunos que apresentam dificuldades de aprendizagem.
- b) Usar a História da Matemática na educação de adultos, promovendo a oportunidade ao aluno de observar, ao longo da história, o esforço de pessoas para superar dificuldades semelhantes àquelas que eles próprios possam estar vivenciando.
- c) Apresentar as ideias da História da Matemática a alunos bem dotados, que possam estar se sentindo desestimulados perante a classe, satisfazendo ou dando respostas a questionamentos tais como “o quê?”, “como?”, “quando?”.
- d) Utilizar a História da Matemática como estímulo ao uso da biblioteca.

e) Humanizar a Matemática, apresentando suas particularidades e figuras históricas.

f) Empregar a História da Matemática para articular a Matemática com outras disciplinas como Geografia, História e Língua Portuguesa (expressão em linguagem, interpretação de texto, literatura).

g) Usar a dramatização ou produção de textos para sensibilizá-los sobre as realidades do passado e presente, apresentando as dificuldades e diferenças de cada época. (BARONI; TEIXEIRA; NOBRE, 2009, p. 172).

A construção geométrica, por sua vez, é uma grande aliada do ensino da Geometria por permitir uma constatação da teoria e desenvolver a visão espacial e, ainda, possibilita o desenvolvimento, no aluno, de capacidades como organização, autodisciplina, iniciativa, serenidade e capricho, como garante Marinho (2010):

a) O Desenho permite concretizar os conhecimentos teóricos da geometria, confirmando graficamente as possibilidades das figuras geométricas.

b) Ao estudar as demais matérias, os alunos aprendem as linguagens verbal e simbólica. Ao estudar Desenho, aprende a linguagem gráfica, precisa e concisa, a mais antiga das linguagens. A criatividade técnico-científica, que é a capacidade de pesquisar e encontrar soluções consegue-se com uma teoria mínima, curta e inesquecível do Desenho. É como se estivéssemos desemaranhando um fio. Numa ponta do fio: o que se sabe. Na outra ponta: o que se quer.

c) Nada melhor que o desenho geométrico para resolver capacidades importantes como: organização, autodisciplina, iniciativa, serenidade e capricho.

d) Com exercícios de Desenho apropriados para estimular a conexão de neurônios cerebrais, desenvolve-se a visão espacial (MARINHO et al., 2010, p.53)

No que se refere à apresentação de um novo registro de representação semiótico, Flores (2006) compartilha da visão de Duval (2003) quando relata que para a aprendizagem matemática é fundamental conectar os diferentes tipos de registros, pois pode proporcionar um real funcionamento cognitivo do aluno.

Em particular, no primeiro capítulo dessa coletânea, Duval (2003b) destaca a importância e a necessidade de um ensino pautado nos registros de representação semiótica para a aprendizagem em matemática. Isso porque um trabalho pedagógico, realizado a partir destes registros, possibilita um real funcionamento cognitivo do aluno, uma vez que o objetivo do ensino é a aquisição do conhecimento por parte do aluno (FLORES, 2006, p.2)

Segundo o autor, a teoria de Duval, está em consonância com as orientações dos PCN, pois os documentos ressaltam que:

[...] comunicar-se matematicamente, ou seja, descrever, representar e apresentar resultados com precisão e argumentar sobre suas conjecturas, fazendo uso da linguagem oral e estabelecendo relações entre ela e diferentes representações matemáticas (BRASIL, 1998, p. 48)

Em vista do que foi apresentado, decidiu-se que a sequência didática será trabalhada com o 2º ano do ensino médio, pois os alunos nesse nível de escolaridade já utilizam o algoritmo da fórmula de Bhaskara como recurso para resolver as equações quadráticas, assim terão domínio de um novo registro de representação.

1.2.3) Objetivo Geral

Elaborar uma sequência didática que permita ao aluno conhecer e aplicar o método geométrico, desenvolvido por Descartes, na resolução de equações quadráticas.

1.2.4) Público Alvo

2ª série do Ensino Médio.

2) RELATÓRIO DO LEAMAT II

2.1) Atividades desenvolvidas

O primeiro encontro do LEAMAT II ocorreu no dia 09/05/2017 com a professora Mylane apresentando o calendário semestral e reforçando quais atividades devem ser desenvolvidas nessa fase.

O segundo encontro realizado no dia 16/05/2017 foi destinado ao aprofundamento do aporte teórico, assim como na organização da sequência didática que será aplicada.

O terceiro encontro realizado no dia 23/05/2017 iniciou-se com pesquisas em relação ao conteúdo e suas restrições. Além disso, revisão do esboço da apostila a ser utilizada na sequência didática.

A partir dessa reunião, todos os outros encontros foram reservados para a elaboração da sequência didática.

2.2) Elaboração da sequência didática

2.2.1) Planejamento da sequência didática

A sequência didática se inicia com a apresentação, por meio de slides, de algumas obras de Rene Descartes, do contexto histórico em que ele viveu e do motivo que o levou a desenvolver o método que será apresentado. Essa forma de iniciar a aula tem como objetivo despertar o interesse do aluno.

Em seguida, será entregue uma apostila pautada na descrição do método geométrico de Descartes, e alguns instrumentos de construção geométrica (par de esquadros e compasso). O material utilizado é composto por uma lista de 3 atividades seguidas do passo a passo para chegar a solução, cada uma delas subdividida em dois itens, o primeiro item identificado como “a”, foi dedicado para a resolução da equação quadrática por meio do método geométrico, já o item “b” foi reservado para que o aluno resolva a equação quadrática usando o recurso mais conhecido por ele, ou seja, pela fórmula resolutive da equação polinomial do segundo grau. A apostila foi organizada desta maneira, pois aspira-se que o aluno compare as respostas obtidas pelos dois métodos e constate que o novo método funciona corretamente, desta forma ele terá o domínio de dois registros semióticos.

As questões iniciais da apostila serão resolvidas no quadro visando prevenir dúvidas quanto a compreensão do método. Além disso, durante essa etapa as outras componentes do grupo estarão orientando os alunos na realização das “Atividade 1”, “Atividade 2” e “Atividade 3”.

Depois disso, será solicitado que os alunos resolvam as atividades da segunda apostila tendo como objetivo perceber se o aluno é capaz de identificar qual caso deve utilizar para encontrar as raízes da equação e de aplicar o método.

2.2.2) Aplicação da sequência didática na turma do LEAMAT II

A apresentação da sequência didática da linha de pesquisa de Geometria foi realizada no dia 11 de julho de 2017. Cabe destacar que a alta participação desempenhada pela turma foi de extrema importância, bem como, as sugestões e críticas construtivas ao trabalho. Ressalta-se que a turma alcançou todos os objetivos pretendidos pela sequência citada. Abaixo relatamos as críticas e sugestões.

Na apresentação, por meio de slides, de algumas obras de René Descartes, sugeriram a criação de uma história em breves quadrinhos, no qual irá compor a capa da apostila, reduzindo-se esse momento de resgate do contexto histórico e tornando-o mais interessante.

Na atividade 1, sugeriram tornar o passo a passo mais claro e objetivo, assim como, os enunciados das atividades a serem desenvolvidas no quadro. Sugerindo que o enunciado fosse substituído por "Dada a equação $x^2 = 6x + 16$:"

- a) Determine suas raízes pelo método de Descartes;
- b) Determine suas raízes por meio da fórmula resolvente da equação do 2º grau.

E também, sugeriram posicionar uma linha base para induzir os educandos a iniciar a construção do desenho geométrico a partir da mesma, pois foi verificado que várias construções foram feitas em diferentes espaços, dessa forma, muitas não ficaram contida nos limites disponibilizados na questão.

Nas atividades 2 e 3, sugeriram as mesmas alterações atividade 1.

Na segunda apostila, destinada aos exercícios, foi recomendado alterar o título para "Exercícios De Verificação Da Aprendizagem". E que a mesma fosse distribuída separadamente da primeira.

Objetivando uma dinâmica em sala de aula para o estudo da resolução da equação quadrática, concluímos que é possível aplicar por o método geométrico de Descartes nas aulas, ressaltando a oportunidade de muitos educandos conhecerem e manusearem os instrumentos de construção geométrica.

3) Relatório do LEAMAT III

3.1) Atividades desenvolvidas

Inicialmente foram realizadas alterações na sequência aplicada na turma do LEAMAT II com base nas sugestões feitas por essa turma. As aulas seguintes foram destinadas a ensaios para a aplicação realizada na turma regular no dia 17 de outubro de 2017.

Os outros encontros reservaram-se para a escrita do relatório e a elaboração da apresentação para o seminário final.

3.2) Elaboração da sequência didática

3.2.1) Versão final da sequência didática

O material didático utilizado no Leamat II sofreu algumas alterações, foram elas: História e curiosidades de Descartes deixaram de ser apresentadas em slides, e, com o intuito de dinamizar a aula, foram substituídos por uma história em quadrinhos. Além disso, foi determinado uma reta suporte como referência para o alunos executar as construções. Isso aconteceu em todas as atividades.

3.2.2) Experimentação da sequência didática na turma regular

A aplicação da sequência didática de Geometria ocorreu no dia 17 de outubro de 2017 no Colégio Estadual Dom Otaviano de Albuquerque, situado no distrito Ururá na cidade de Campos dos Goytacazes. Para a aplicação do trabalho, a coordenação da escola disponibilizou três horários do turno da manhã, de 7h às 9h30min. Apesar da direção da escola ter sido informada quanto à aplicação deste trabalho, as professoras responsáveis pela turma nestes horários, não foram comunicadas, desta forma, no dia da aplicação, as licenciandas foram encarregadas de resolver esse problema indo até elas e explicando o ocorrido. Apesar do equívoco, as professoras disponibilizaram seus tempos de aula para que a aplicação pudesse ser realizada neste mesmo dia.

A turma escolhida para a aplicação foi a 2003 – 2º. série do Ensino Médio, com 25 alunos matriculados, comparecendo 24 alunos no dia da aplicação. Às 7h, horário em que as licenciandas chegaram ao local, havia pouquíssimos alunos na escola, porém, a coordenadora de turno já havia informado que os alunos costumam se atrasar por conta de condução. Ainda assim, as licenciandas foram pra sala no horário determinado esperar pela chegada dos alunos e se apresentar aos que já estavam presentes.

Às 7h20min, com 15 alunos presentes em sala, à sequência didática foi iniciada. Neste momento, foi feita a apresentação do grupo, entrega da primeira apostila, leitura da história em quadrinhos colocada na primeira página desse material, e distribuição dos instrumentos necessários para a realização das atividades propostas por ela. Os instrumentos entregues foram o compasso e par de

esquadros, que, como já esperado, não foram reconhecidos rapidamente. Alguns alunos alegaram já ter ouvido falar no compasso, outros confundiram com transferidor e poucos já haviam utilizado corretamente. Uma aluna fez referência ao compasso quanto ao material que “faz uma bola”, se referindo à construção de uma circunferência.

Figura 1: Leitura da história em quadrinhos

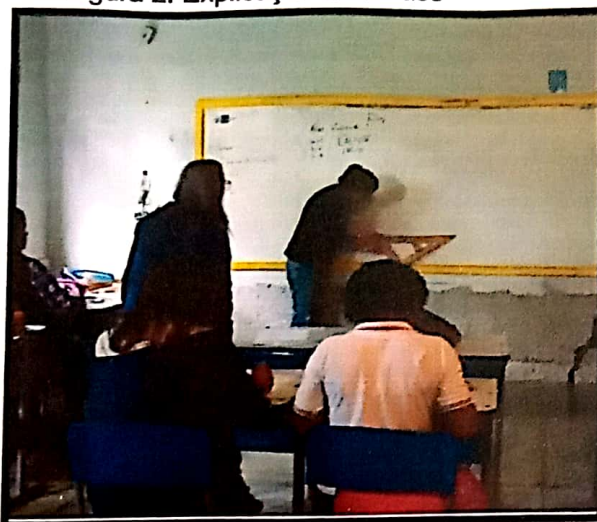


Fonte: Protocolo de pesquisa

O tema do trabalho foi surpreendente para os alunos, como colocado na justificativa, eles estão acostumados a utilizar métodos algébricos para a resolução de equações quadráticas, não fazendo uso de outros registros semióticos. Sendo assim, quando as licenciandas anunciaram o título do trabalho e enalteceram o uso da Geometria para encontrar as raízes das equações, muitos questionamentos foram levantados quanto ao fato desse tema não ser trabalhado nas aulas de Matemática, outros perguntaram em que ano eles aprenderiam esse novo jeito, e alguns comentários se voltaram quanto à impossibilidade de realização dessa atividade na escola, já que a mesma não vem proporcionando alimentação para os alunos, quanto mais materiais concretos.

Feita as apresentações, os trabalhos foram iniciados. A apostila inicia-se com o primeiro caso descrito em forma de passo a passo, dessa forma, os alunos acompanhavam a leitura e a cada etapa, descreviam o método juntamente com a licencianda, que estava no quadro com o mesmo material concreto, porém, ampliado. Nessa primeira atividade, enquanto uma das licenciandas explicava o método no quadro, as outras quatro acompanhavam o desenvolvimento dos alunos nas mesas. Podemos perceber durante o acompanhamento da atividade, que os alunos quando lêem o passo a passo, por conta dos símbolos matemáticos, não entendem a leitura e o assunto que está sendo tratado, para eles não há clareza. Este retorno foi dado a licencianda que estava explicando a questão, para que ela pudesse resolvê-la detalhadamente.

Figura 2: Explicação do 1º caso



Fonte: Protocolo de pesquisa

Também nas mesas, podemos perceber a dificuldade dos alunos em transportar medidas fazendo uso do compasso, muitos deles optaram por utilizar a régua para fazer as medições e então transportarem a medida para a reta suporte. Mesmo com o uso da régua, alguns obstáculos foram encontrados pelos alunos, um deles se refere quanto às medições se iniciarem a partir do zero ou do um. Além disso, quando colocados para construir uma reta perpendicular à reta suporte, buscando construir um cateto, muitos alunos acreditavam que não era necessário o uso do par de esquadros para isso, poderiam fazer “no olho”. Esclarecemos a importância da precisão nas construções para que o método determine o resultado corretamente.

Em seguida, a atividade exigiu o uso do compasso, nessa etapa, inicialmente, os alunos enfrentaram muitas dificuldades. Para que a atividade pudesse prosseguir, as licenciandas que estavam disponíveis foram até as mesas auxiliar no uso desse material e explicar como deve ser utilizado. Muitos alunos procuravam justificativas para as dificuldades com esse material, eles alegavam nunca ter usado e, nessa aula, ter acontecido o primeiro contato. Também durante as explicações no quadro, a licencianda precisou explicar o que significava a palavra raio, já que precisava desse conceito para reproduzir uma circunferência. Os alunos conheciam esta palavra, mas esqueceram sua representação.

Na segunda etapa da aula, os alunos precisaram utilizar a fórmula resolvente da equação polinomial do segundo grau, para determinar as raízes e compará-las com as encontradas pelo método geométrico. Neste momento da aula, os alunos não demonstraram dificuldades em obter as raízes a partir das fórmulas, sempre que questionados, respondiam com convicção o que estava sendo perguntado em relação à resolução de Bháskara. Sendo assim, ao final, puderam conferir os resultados e reparar que ambos coincidiam.

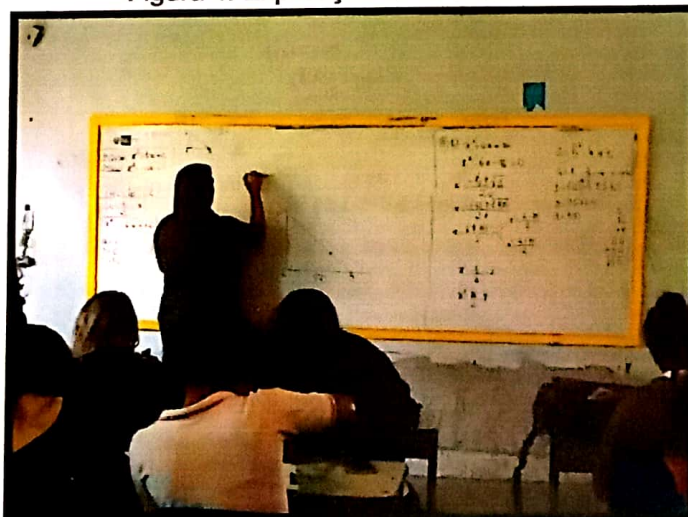
Figura 3: Correção da equação pelo método algébrico



Fonte: Protocolo de pesquisa

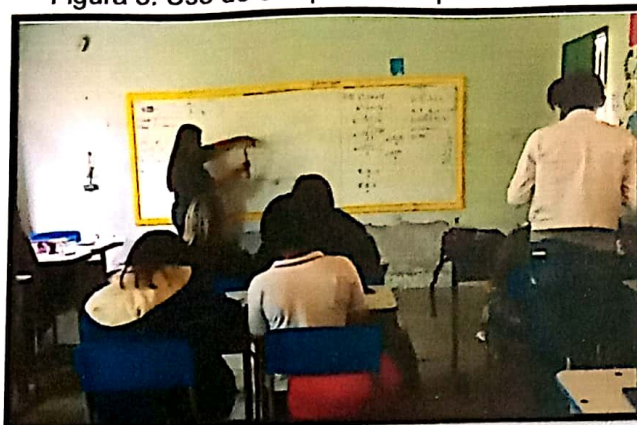
A segunda questão era muito parecida com a primeira, sendo assim, os alunos, já familiarizados com a forma de resolução, foram rápidos nesse procedimento. Uma aluna inclusive estava mais a frente na questão que a própria licencianda responsável por explicá-la no quadro. Neste segundo método, a equação trabalhava com sinais negativos, provocando confusão nos alunos, já que o sinal era "ignorado" quando se tratava de medidas. Uma aluna questionou o motivo pelo qual, no método de Descartes, o sinal de menos não era usado, explicamos que como esse método se trata de construção, não é possível construir segmentos negativos.

Figura 4: Explicação do 2º caso



Fonte: Protocolo de pesquisa

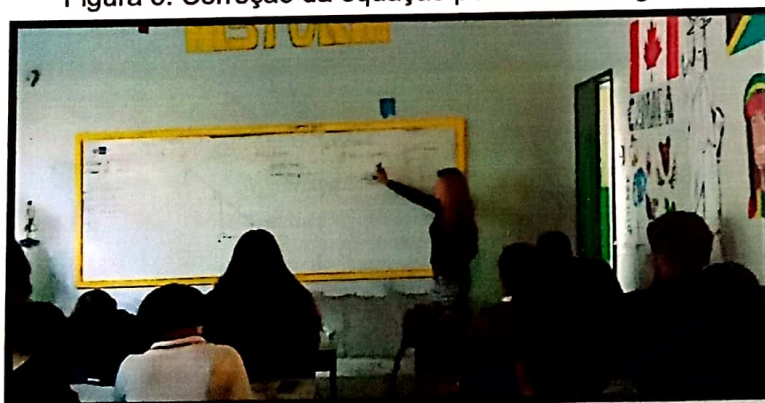
Figura 5: Uso do compasso no quadro



Fonte: Protocolo de pesquisa

Assim como em todas as atividades, logo após encontrar as raízes, foi pedido que os alunos usassem a fórmula resolvente para encontrar a solução da equação e, em seguida, comparassem os resultados de ambos os métodos. Na aplicação das fórmulas, como a equação trabalhava com sinais negativos, foi necessário que a licencianda tivesse cautela ao explicá-la, já que os alunos demonstraram, ainda que pouco, confusão quanto aos sinais.

Figura 6: Correção da equação pelo método algébrico

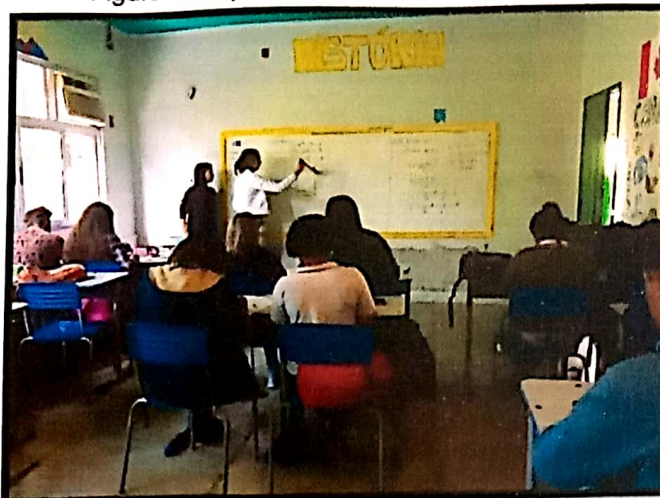


Fonte: Protocolo de pesquisa

A terceira atividade inicia-se da mesma forma que as outras, com um passo a passo onde os alunos acompanhavam a leitura do mesmo e os reproduzia logo em seguida. Porém, ao tentarem se adiantar resolvendo o terceiro caso sozinhos, não repararam na diferença que ele trazia. Esse momento foi importante, pois ressaltamos a importância da leitura já que no passo a passo essa diferença é evidenciada justamente para que aluno não se confunda. Nos dois primeiros casos, um triângulo retângulo é construído, no terceiro caso, os catetos são construídos, porém a hipotenusa não é traçada, neste ponto é que os alunos erraram. Para a realização dessa atividade o uso do par de esquadros foi muito importante para a construção de retas paralelas, sendo assim, os alunos tiveram auxílio de uma

licencianda no quadro e das outras licenciandas que estavam pela sala acompanhando o processo e retirando as dúvidas dos alunos.

Figura 7: Explicação do 3º caso



Fonte: Protocolo de pesquisa

Neste momento da aula, foi perguntado aos alunos o que eles entendiam por retas paralelas e qual era o significado matemático dessa expressão, alguns alunos responderam corretamente ao anunciarem que são retas que nunca se cruzam, não possuem pontos em comum. Com base nessas explicações, os alunos que não souberam explicar o termo colocado, foram ensinados segundo as respostas dos colegas da sala, não houve aprofundamento do conceito. Nessa atividade, os alunos conseguiram utilizar o compasso sem complicações, a construção de retas paralelas se manteve em níveis superiores de dificuldade do que propriamente o uso desse material.

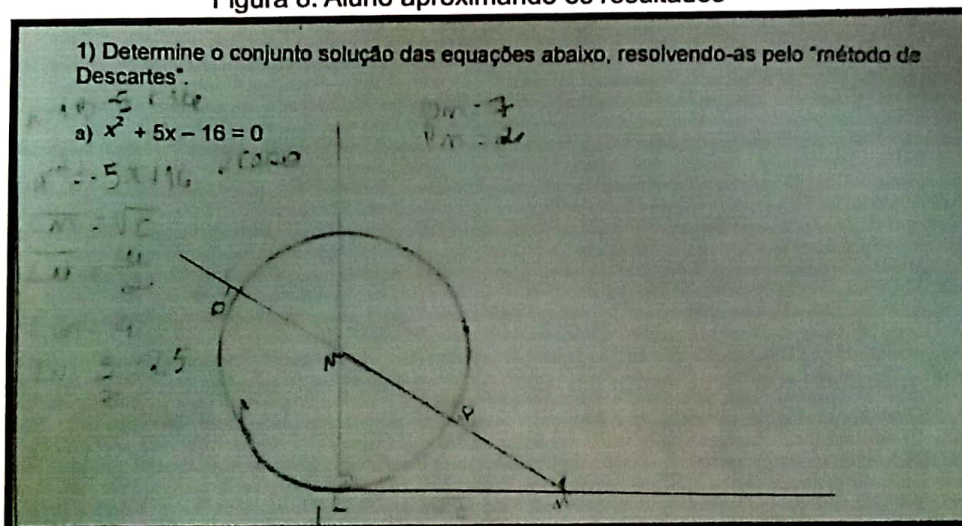
Posteriormente, foi determinado um tempo para que os alunos pudessem resolver a equação utilizando a fórmula resolvente da equação do segundo grau, comparando as raízes encontradas por esse método com as raízes encontradas no método geométrico, para essa atividade, os alunos não apresentaram dificuldades mesmo que a equação trabalhasse com números negativos. Ainda assim, foi feita a correção dessa atividade para que não restassem dúvidas.

Terminada a primeira etapa da aula, que foi a apresentação dos casos, os alunos receberam uma segunda apostila contendo cinco questões que deveriam ser resolvidas pelo método apresentado. Para isso, o material que contém o passo a passo não foi recolhido, desta forma, os alunos poderiam recorrer sempre que necessário. Ficou claro para os alunos, que as atividades dessa apostila não seriam corrigidas no quadro, porém, sempre que houvesse dúvidas, seriam recorridos nas mesas. Neste momento da aula, o horário já estava bastante reduzido, foi quando a professora que entraria na sala às 9h30min, concedeu o último horário da aula para que nós pudessemos prosseguir sem pressa. Sendo assim, a aula pode seguir até às 10h20min.

Iniciando a segunda apostila, os alunos apresentaram dificuldades em determinar quais dos três casos trabalhados deveriam ser utilizados em cada questão. Para isso, enfatizamos que para tal identificação, o x^2 deveria estar isolado, como ocorreu em todas as equações anteriormente ensinadas. Feito isso, os alunos deveriam se atentar aos sinais, as equações que possuíam apenas sinais positivos no segundo membro da equação, utilizavam o 1º caso como forma de resolução, as equações onde o coeficiente b era negativo no segundo membro da equação, utilizavam o 2º caso como forma de resolução, e as equações onde o coeficiente c era negativo no segundo membro, utilizavam o 3º caso como forma de resolução. Buscando mais uma vez a atenção dos alunos para a leitura dos passos a passos, que esclarecem esses itens.

Na primeira questão, apesar dos alunos terem encontrado a resposta correta, por se tratar de números decimais, eles apresentaram dúvidas. Aproveitamos a oportunidade para desconstruir a ideia de que os resultados precisam necessariamente estar no conjunto dos números inteiros, provando através dessa atividade, a possibilidade de um resultado decimal. Houve estranheza entre os alunos, porém, caso a dúvida permanecesse, sugerimos que resolvessem utilizando as fórmulas disponíveis para as equações do segundo grau e comparassem os resultados encontrados.

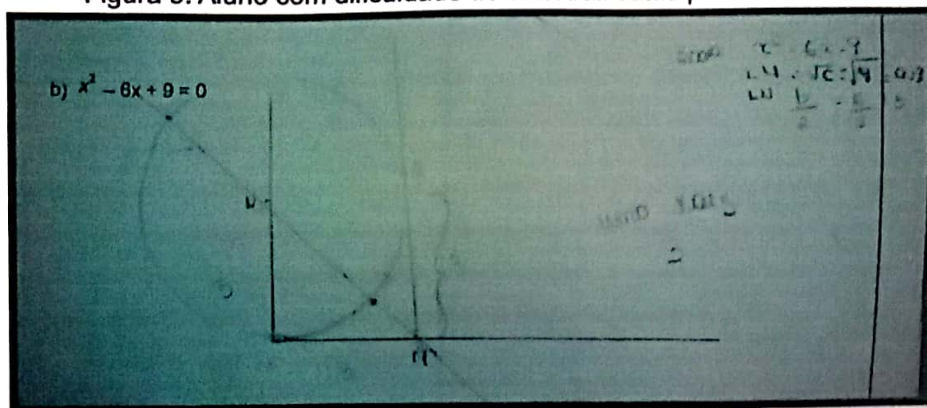
Figura 8: Aluno aproximando os resultados



Fonte: Protocolo de Pesquisa

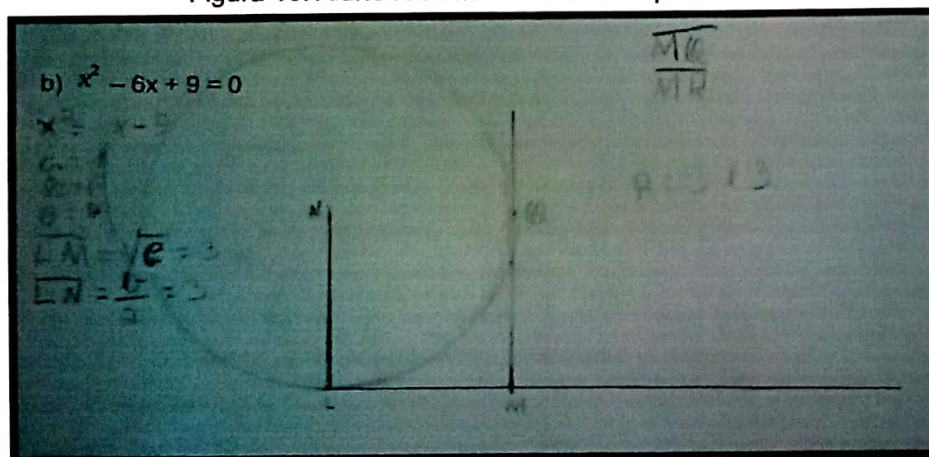
Na segunda atividade, os alunos desenvolveram o método tranquilamente, identificaram com rapidez o caso que deveria ser aplicado e encontraram as raízes sem dificuldades. O uso do compasso e do par de esquadros não era mais um empecilho para a maioria dos alunos, porém, alguns deles, ainda encontraram obstáculos.

Figura 9: Aluno com dificuldade de construir retas paralelas



Fonte: Protocolo de pesquisa

Figura 10: Aluno reconheceu raízes duplas



Fonte: Protocolo de Pesquisa

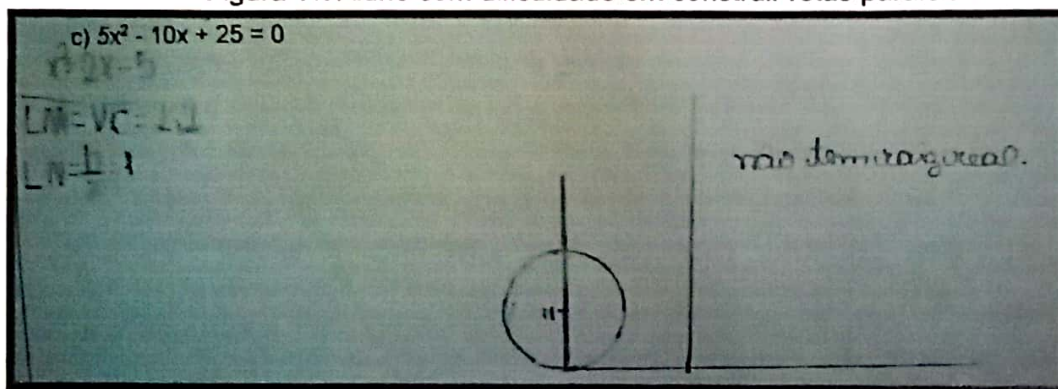
A terceira atividade foi colocada a fim de provocar questionamentos nos alunos. E foi exatamente o que aconteceu. Primeiramente, era papel de o aluno perceber que o coeficiente de x^2 não era o número um, e sim, o número cinco. Visto isso, eles deveriam dividir toda a equação por cinco para que ela se encaixasse no padrão necessário. Muitos deles erraram essa questão por justamente não reconhecerem esse problema. Sendo assim, em casos de dúvidas, as licenciandas frequentavam as mesas buscando estimular o aluno e chamá-lo a atenção para o erro, mostrando que, todas as equações trabalhadas anteriormente possuíam o x^2 com coeficiente um.

No exercício seguinte, os alunos puderam analisar um caso em que a equação não possuía raiz real. Na atividade anterior, eles acompanharam um exemplo em que só encontravam uma raiz, e não demonstraram dificuldades quanto à interpretação deste ocorrido. Neste item, ao iniciarem a atividade, os alunos já questionavam os valores encontrados na \sqrt{c} e no valor de $\frac{b}{2}$ e perguntavam as licenciandas se seria possível fazer a construção com os valores obtidos, nessas

colocações, eram estimulados a terminarem a questão e a partir dela tirar as conclusões.

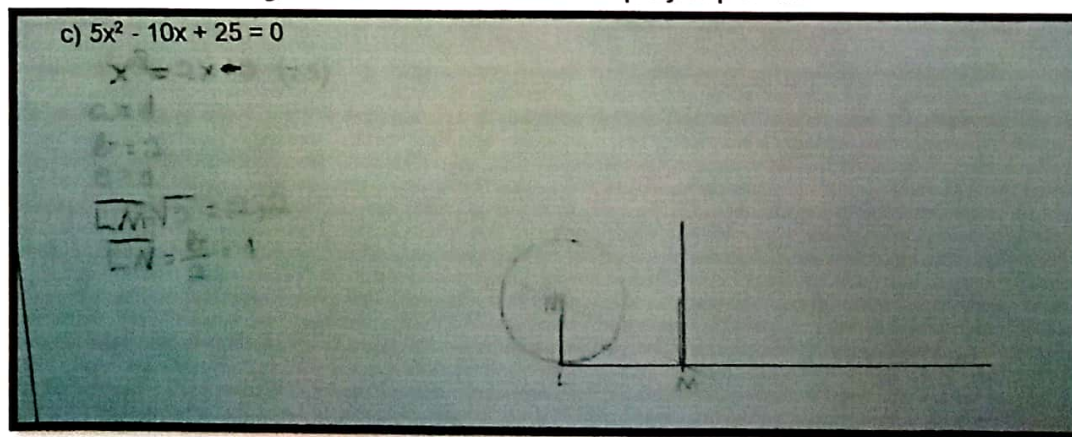
Em seguida, surgiram dúvidas quanto ao desenho encontrado por conta da circunferência traçada não tocar a paralela em nenhum ponto. Os estímulos foram lançados da seguinte maneira: quando a circunferência tocou a paralela em dois pontos distintos, exemplo visto anteriormente, duas raízes reais foram encontradas, quando a circunferência tocou a paralela em um único ponto, uma raiz real foi encontrada, exemplo também visto anteriormente, desta forma, o que podemos concluir com o fato da circunferência não tocar a paralela em ponto algum? Acompanhando essa ideia é que os alunos compreenderam a construção e o seu significado.

Figura 11: Aluno com dificuldade em construir retas paralelas



Fonte: Protocolo de pesquisa

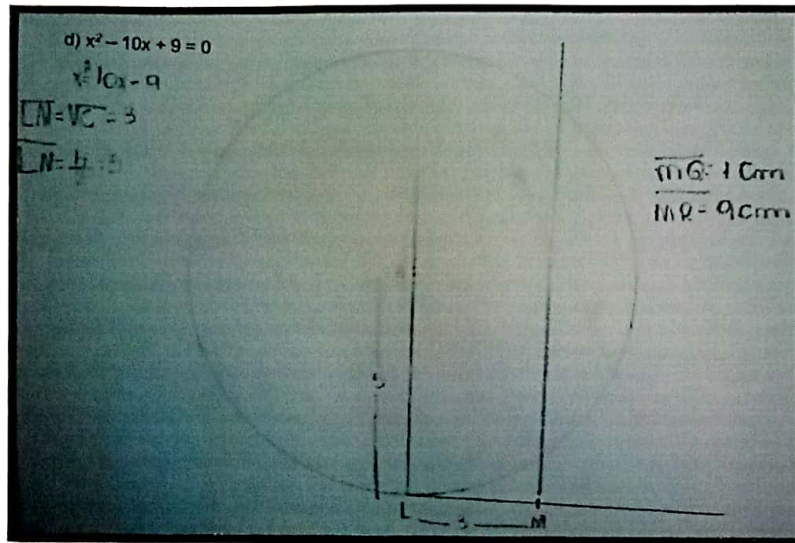
Figura 12: Aluno dividindo a equação por cinco



Fonte: Protocolo de pesquisa

Na quarta questão, os alunos se desenvolveram normalmente e com rapidez, utilizando o terceiro caso para desvendar as raízes da equação dada. Não houve problemas quanto ao uso dos instrumentos.

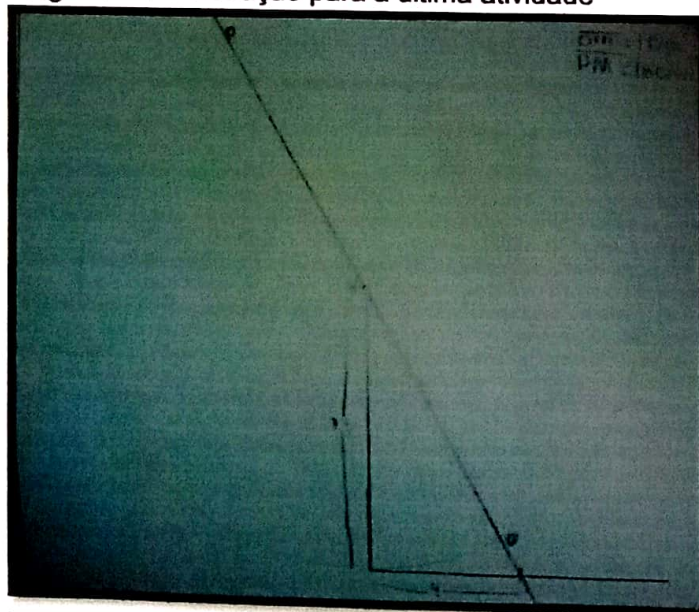
Figura 13: Resolução de um aluno para a quarta questão



Fonte: Protocolo de pesquisa

Nesta sequência de atividades, os casos foram divididos da seguinte maneira: Primeira atividade, primeiro caso, segunda atividade, terceira atividade e quarta atividade, terceiro caso, e quinta atividade, segundo caso. Por conta da sequência de atividades que utilizam o terceiro caso como forma de resolução, na última atividade, que trabalha o segundo caso, os alunos não se atentaram e utilizaram o terceiro caso para resolver por conta das repetições anteriores. Desta forma, muitos erraram. Quando pediam ajuda nas mesas, para que nós pudéssemos ajudá-los a reconhecer o erro, chamamos a atenção para o caso em que estavam utilizando e sugerimos que analisassem a equação corretamente para acertarem na resposta.

Figura 14: Construção para a última atividade



Fonte: Protocolo de pesquisa

Figura 15: Resolução feita por um aluno para a última questão

The image shows a student's handwritten solution on a piece of paper. At the top, the problem is stated as $e) x^2 - 15x + 16 = 0$. The student has written the following steps:

$$x^2 - 15x + 16 = 0$$
$$\Delta = b^2 - 4ac = 15^2 - 4 \cdot 16 = 225 - 64 = 161$$
$$\Delta = 161$$





Below these calculations, there is a diagram of a right-angled triangle with a horizontal base and a vertical height. The base is labeled with the number 4, and the height is labeled with the number 1. To the right of the diagram, the student has written the coordinates of the vertices: $O_M = -1$ and $P_M = 16$.

Fonte: Protocolo de pesquisa

Finalizamos a sequência didática nessa atividade. Enfatizamos que na sala haviam alunos muito rápidos, que resolveram toda a apostila antes do término do terceiro horário, e outros que permaneceram na sala até os últimos minutos.

Para a avaliação da aula, foi preparado um questionário avaliativo onde os alunos teriam que responder. À medida que iam terminando as atividades, respondiam e logo em seguida, devolviam as professoras em formação.

Figura 16: Questionário avaliativo

LABORATÓRIO DE ENSINO E APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA
 Diretoria de Ensino Superior
 Licenciatura em Matemática
 Escola: _____ Turma: _____ Data: ____/____/____

AVALIAÇÃO DE DESEMPENHO DA APLICAÇÃO NA TURMA REGULAR

1- ASPECTOS COMPORTAMENTAIS E DESEMPENHO DO ALUNO

	SIM	NÃO
• A Matemática o assusta? Possui dificuldades?	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
• Tem o hábito de estudar quando está em casa?	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
• Tem apresentado um bom desempenho na disciplina de Matemática?	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
• Quanto à aula de hoje, você detectou alguma dificuldade?	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
• A aula de hoje facilitou o entendimento da Matemática?	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
• Já possuía domínio sobre o conteúdo apresentado?	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
• Suas expectativas da aula aplicada foram atendidas?	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

2- ASPECTOS COMPORTAMENTAIS E PROFISSIONAIS DAS PROFESSORAS

	EXC	BOM	REG	INS
• A maneira como o Professor responde às perguntas	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
• O relacionamento Professor-Aluno pode ser considerado	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
• Os recursos didáticos utilizados pelo professor	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
• Dinamiza a aula, promovendo atividades que estimulam a participação dos alunos	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
• Estímulo do professor ao desenvolvimento do pensamento crítico do aluno	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
• Domínio demonstrado pelo professor sobre o conteúdo apresentado	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
• Comunicação de forma clara, facilitando a compreensão dos alunos	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
• Incentivo a participação dos alunos nas atividades	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
• O tempo de duração da aula para apresentação do conteúdo e em exercícios	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

(EXC) excelente; (BOM) bom; (REG) regular e (INS) insuficiente

3- Utilize este espaço para sugestões, comentários e/ou críticas:

Agradecemos pela sua colaboração

Fonte: Protocolo de pesquisa

Figura 17: Resposta de alguns alunos para o item três do questionário

3-Utilize este espaço para sugestões, comentários e/ou críticas:

Prém eu gostei bastante da aula que foi interessante
sem chatear, eu queria que trocassem alguns vídeos por o
contado apresentado por eles.

3-Utilize este espaço para sugestões, comentários e/ou críticas:

No minha opinião a aula foi muito boa, desempenharam a explicação da
matéria muito bem.

3-Utilize este espaço para sugestões, comentários e/ou críticas:

Amei Tudo! Voltem sempre!

3-Utilize este espaço para sugestões, comentários e/ou críticas:

Foi uma ótima aula, porém não gostaria de
usar o compasso outra vez.

3-Utilize este espaço para sugestões, comentários e/ou críticas:

Foi uma ótima aula, percebi que matemática
não é tão chato, aprendi muito.

Fonte: Protocolo de pesquisa

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Durante o decorrer da aula, notamos que houve consistência no comportamento da turma no que se refere à sua participação na aula. Isto nos permite dizer que o trabalho cumpriu seu objetivo, já que o método geométrico desenvolvido por Descartes requer o comprometimento dos alunos com os materiais manipuláveis utilizados. Além disso, consideramos que os alunos tiveram êxito na aplicação do método ensinado.

O processo de preparação da sequência didática envolveu pesquisas, fossem elas para escolher o tema central da sequência, para decidir qual abordagem mais adequada a ser empregada no material elaborado ou até mesmo na definição do nível de aprofundamento do conhecimento que iríamos tomar. Todas essas pesquisas foram vistas como contribuições para o grupo, pois os integrantes foram expostos a uma série de informações novas de outras áreas que não a matemática. Exploramos *softwares* de confecção de histórias em quadrinhos, para produzir um de autoria própria que fosse mais adequado para nós, por exemplo.

A turma que participou da aplicação do material foi beneficiada por poder inteirar-se de outro lado da matemática, que foge do rígido e numérico do qual estavam habituados. Seguindo o aspecto histórico, eles puderam conhecer com leveza a história do ícone Descartes, puderam também ter contato com os materiais manipuláveis e tiveram acesso a um novo saber matemático, o método geométrico desenvolvido por Descartes.

REFERÊNCIAS

DUVAL, R. Registros de Representações Semióticas e Funcionamento Cognitivo da Compreensão em Matemática. In: MACHADO, S. D. A. (Org). **Aprendizagem em matemática**: registros de representação semiótica. Campinas, SP: Papyrus, 2003.

SANTOS, F. M.; SILVA, I. S. Q. **O estudo das equações quadráticas em uma abordagem histórica**: contribuições de René Descartes. 2015. 95 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática) - Instituto Federal Fluminense, Campos dos Goytacazes, 2015. Disponível em: <<http://licenciaturas.centro.iff.edu.br/cursoslicenciatura/licenciatura-em-matematica/trabalho-de-conclusao-de-curso/2015/o-estudo-das-equacoes-quadraticas-em-uma-abordagem-historica-contribuicoes-de-rene-descartes>>. Acesso em: 02/03/2017)

CEREZER, M. A. O.; BAUERMANN, A. T.; FREITAS, D. J. B. Equações do 2º grau: uso de métodos geométricos na construção do conhecimento. In: III Salão de Ensino e de Extensão, 2012, Santa Cruz do Sul. **Anais ...** Santa Cruz do Sul: Universidade de Santa Cruz do Sul, 2012. Disponível em: <http://online.unisc.br/acadnet/anais/index.php/salao_ensino_extensao/article/view/10357/185>. Acesso em: 29/02/2017)

FLORES, C. R. Registros de representação semiótica em matemática: história, epistemologia, aprendizagem. **Bolema**: Boletim de Educação Matemática, v.19, n. 26, p. 78-102, 2006. Disponível em: <<http://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/article/viewFile/1853/1614>>. Acesso em: 28/02/2017

Campos dos Goytacazes (RJ), 26 de Março de 2018.

Daniela Dias Nogueira
Fabete Bernique Gomes
Jéssica Alves Quintanilha
Luiza Ferreira Costa
Tayna M.C. de Freitas

APÊNDICES

Apêndice A: Material didático aplicado na turma do LEAMAT II

LABORATÓRIO DE ENSINO E APRENDIZAGEM EM MATEMÁTICA

Linha de Pesquisa: Ensino e Aprendizagem de Geometria

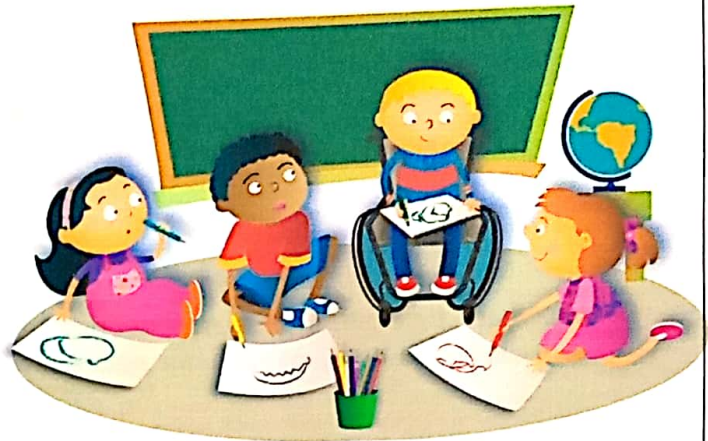
Orientadora: Prof^ª. Dra. Vanice da Silva Freitas Vieira

Data: ___/___/___

Autores: Daniela Dias, Janete Henrique, Jéssica Quintanilha, Luiza Costa, Tayná Monteiro

Aluno(a): _____

Será que existe uma maneira dinâmica de resolver equações quadráticas?



Sou René Descartes e posso ajudá-los! Com o objetivo de obter resolução de operações algébricas usando construções geométricas, eu criei um método para o conhecimento do mundo por meio da ciência e do raciocínio. Vamos a ele!



René Descartes (1596-1650) é considerado um dos grandes matemáticos do século XVII. Conseguiu fazer associações entre a Geometria e a Álgebra e por isso seu nome está associado aos fundamentos da Geometria Analítica (CONEGLIAN et al., 2010).

Atividade 2

Segundo Caso: equações do tipo $x^2 = -bx + c$, $b > 0$, $c > 0$.

- Construa um triângulo retângulo com um cateto \overline{LM} de medida \sqrt{c} e o outro \overline{LN} de medida $\frac{b}{2}$;
- Prolongue o segmento \overline{MN} ;
- Trace uma circunferência com centro no ponto N e raio de medida \overline{NL} partindo do ponto L no sentido horário. Sobre a hipotenusa \overline{MN} ponha a medida do segmento \overline{NP} igual à medida do segmento \overline{NL} ;
- Note que a circunferência irá intersectar \overline{MN} em dois pontos, O e P;
- Defina o primeiro ponto de interseção como O e o segundo como P;
- \overline{OM} é a linha x' procurada e \overline{PM} é a linha x'' .

OBS: A medida do segmento \overline{PM} corresponde, em linguagem atual, a uma das raízes da equação e o oposto da medida do segmento \overline{OM} corresponde a outra raiz da equação.

1. Resolva a equação $x^2 = -6x + 16$

a) pelo método de Descartes;

b) pelo "método de Bháskara".

Atividade 3

Terceiro Caso: equações do tipo $x^2 = bx - c$, $b > 0$, $c > 0$

- Construa \overline{LM} de medida igual a \sqrt{c} e \overline{LN} de medida igual a $\frac{b}{2}$, como anteriormente, porém não construa a hipotenusa do triângulo retângulo.
- Trace uma paralela a \overline{LN} , passando por M;
- Com centro em N, descreva um círculo partindo de L que corta a reta paralela nos pontos Q e R;
- A linha procurada pode ser \overline{MQ} ou \overline{MR} .

OBS: A medida do segmento \overline{MQ} ou \overline{MR} corresponde, em linguagem atual, às raízes da equação.

1. Resolva a equação $x^2 = 5x - 4$

a) pelo método de Descartes;

b) pelo “método de Bháskara”.

Referências:

CONEGLIAN, S. M. G. G.; SANTOS, C. A. dos MELO, J. J. P. Reflexões sobre a vida de Descartes e o plano cartesiano. In: SIMPÓSIO NACIONAL DE EDUCAÇÃO, 2., 2010, Cascavel. **Anais...** Cascavel: UEM, 2010.

WAGNER, E. Um pouco sobre Descartes. **Revista do Professor de Matemática**. Rio de Janeiro, n. 19, p. 9-14, 2. sem. 1991.

SANTOS, F. M.; SILVA, I. S. Q. **O estudo das equações quadráticas em uma abordagem histórica:** contribuições de René Descartes. 2015. 95 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática) - Instituto Federal Fluminense, Campos dos Goytacazes, 2015. (Disponível em: <<http://licenciaturas.centro.iff.edu.br/cursoslicenciatura/licenciatura-em-matematica/trabalho-de-conclusao-de-curso/2015/o-estudo-das-equacoes-quadraticas-em-uma-abordagem-historica-contribuicoes-de-rene-descartes>>. Acesso em: 02/03/2017)





LABORATÓRIO DE ENSINO E APRENDIZAGEM EM MATEMÁTICA

Linha de Pesquisa: Ensino e Aprendizagem de Geometria

Orientadora: Prof^ª. Dra. Vanice da Silva Freitas Vieira

Data: ___/___/___

Autores: Daniela Dias, Janete Henrique, Jéssica Quintanilha, Luiza Costa, Tayná Monteiro

Aluno (a): _____

ATIVIDADES DESENVOLVIDAS

1) Determine o conjunto solução das equações abaixo, resolvendo-as pelo "método de Descartes".

a) $x^2 + 5x - 16 = 0$

b) $x^2 - 6x + 9 = 0$

c) $5x^2 - 10x + 25 = 0$

d) $x^2 - 15x - 16 = 0$

e) $x^2 - 10x + 9 =$

Apêndice B: Material didático experimentado na turma regular

Diretoria de Ensino Superior

Licenciatura em Matemática

Disciplina: Laboratório de Ensino e Aprendizagem em Matemática

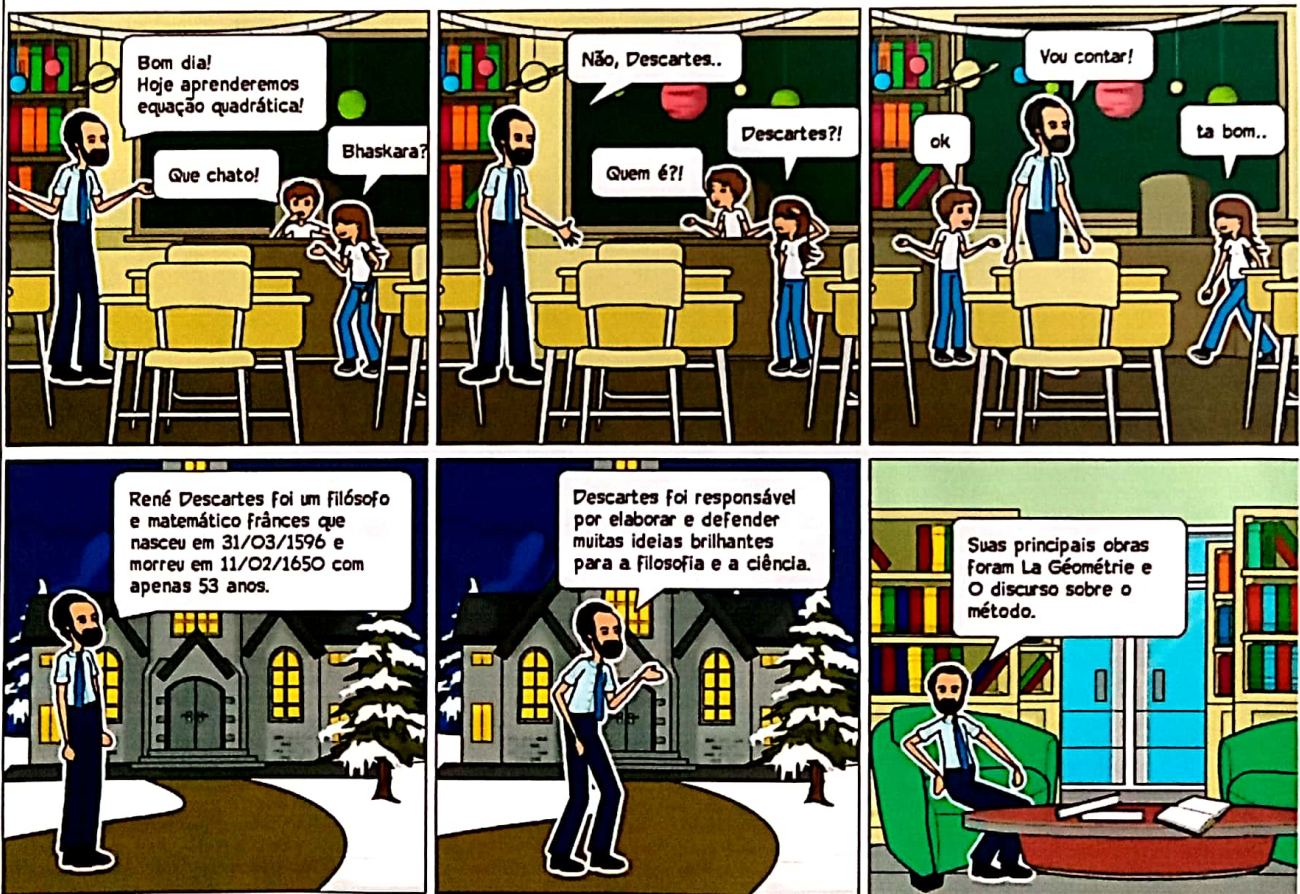
Linha de Pesquisa: Geometria

Licenciandos: Daniela Nogueira, Janete Henrique, Jéssica Alves, Luiza Costa, Tayná Monteiro.

Orientadora: Prof^ª Dra. Vaniceda Silva Freitas Vieira

Aluno(a): _____ Data: ___ / ___ / 2017

Resolução de Equações Quadráticas utilizando o Método Geométrico desenvolvido por Descartes



Na obra *O discurso sobre o método*, Descartes apresenta seu método de raciocínio, *Penso, logo existo*, base de toda sua filosofia.



Na obra *La Géométrie*, ele mostrou como a Geometria e a Álgebra se relacionam, descobrindo a Geometria Analítica.



Apesar de todo brilhantismo, ele era muito frágil. Por isso, vivia no convento e cheio de mordomias. Uma delas era ficar na cama até tarde, horário em que ele costumava ter as melhores ideias.



No entanto, durante um período ele estava trabalhando como professor a convite da rainha que exigia que os estudos começassem às 5 da manhã.



Devido a sua saúde muito frágil, essa exposição ao frio ocasionou uma pneumonia que durou 10 dias até a sua morte.



Gostamos!!

Gostaram de conhecer um pouco sobre Descartes?

Gostamos!!



Vamos aprender a resolver Equações Quadráticas utilizando o Método Geométrico desenvolvido por Descartes?



Atividade 1

Primeiro Caso: Equações do tipo $x^2 = bx + c$, $b > 0$, $c > 0$.

- Construa um triângulo retângulo com um cateto \overline{LM} de medida \sqrt{c} e outro \overline{LN} de medida $\frac{b}{2}$;
- Prolongue \overline{MN} ;
- Trace uma circunferência com centro no ponto N e raio de medida \overline{NL} partindo do ponto L no sentido anti-horário;
- Note que a circunferência irá intersectar \overline{MN} em dois pontos, O será o ponto entre N e M, e P será o ponto após N, na semirreta \overline{MN} ;
- A medida de \overline{OM} corresponde ao oposto de uma raiz da equação e a medida de \overline{PM} corresponde à outra raiz;

1. Dada a equação $x^2 = 6x + 16$:

- a) Determine suas raízes pelo método de Descartes; (utilizando a linha abaixo).
-

- b) Determine suas raízes por meio da fórmula resolutive da equação do 2º grau.

Atividade 2

Segundo Caso: equações do tipo $x^2 = -bx + c$, $b > 0$, $c > 0$.

- Construa um triângulo retângulo com um cateto \overline{LM} de medida \sqrt{c} e o outro \overline{LN} de medida $\frac{b}{2}$;
- Prolongue o segmento \overline{MN} ;
- Trace uma circunferência com centro no ponto N e raio de medida \overline{NL} partindo do ponto L no sentido horário. Sobre a hipotenusa \overline{MN} ponha a medida do segmento \overline{NP} igual à medida do segmento \overline{NL} ;
- Note que a circunferência irá intersectar \overline{MN} em dois pontos; P será o ponto entre N e M, e O será o ponto após N, na semirreta \overline{MN} ;
- A medida de \overline{OM} corresponde ao oposto de uma raiz da equação e a medida de \overline{PM} corresponde à outra raiz;

1. Dada a equação $x^2 = -6x + 16$

a) Determine suas raízes pelo método de Descartes; (utilizando a linha abaixo).

b) Determine suas raízes por meio da fórmula resolvente da equação do 2º grau.

Atividade 3

Terceiro Caso: equações do tipo $x^2 = bx - c$, $b > 0$, $c > 0$

- Construa \overline{LM} de medida igual a \sqrt{c} e \overline{LN} de medida igual a $\frac{b}{2}$, como anteriormente, porém não construa a hipotenusa do triângulo retângulo.
- Trace uma paralela a \overline{LN} , passando por M;
- Com centro em N, trace um círculo partindo de L que corta a reta paralela à \overline{LN} nos pontos Q e R;
- As medidas de \overline{MQ} e \overline{MR} correspondem às raízes.

1. Dada a equação $x^2 = 5x - 4$

a) Determine suas raízes pelo método de Descartes; (utilizando a linha abaixo).

b) Determine suas raízes por meio da fórmula resolvente da equação do 2º grau.

Referências:

CONEGLIAN, S. M. G. G.; SANTOS, C. A. dos MELO, J. J. P. Reflexões sobre a vida de Descartes e o plano cartesiano. In: SIMPÓSIO NACIONAL DE EDUCAÇÃO, 2., 2010, Cascavel. **Anais...** Cascavel: UEM, 2010.

WAGNER, E. Um pouco sobre Descartes. **Revista do Professor de Matemática**. Rio de Janeiro, n. 19, p. 9-14, 2. sem. 1991.

SANTOS, F. M.; SILVA, I. S. Q. **O estudo das equações quadráticas em uma abordagem histórica: contribuições de René Descartes**. 2015. 95 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática) - Instituto Federal Fluminense, Campos dos Goytacazes, 2015. (Disponível em: <<http://licenciaturas.centro.iff.edu.br/cursoslicenciatura/licenciatura-em-matematica/trabalho-de-conclusao-de-curso/2015/o-estudo-das-equacoes-quadraticas-em-uma-abordagem-historica-contribuicoes-de-rene-descartes>>. Acesso em: 02/03/2017)

