

# Relatório do LEAMAT

## DETERMINANDO ALTURAS INACESSÍVEIS COM O CONCEITO DE TANGENTE ENSINO E APRENDIZAGEM DE GEOMETRIA

CAROLINE RODRIGUES DE AZEVEDO

DÁLETE DOS SANTOS RIBEIRO PITANGA FREITAS

ELLEN ROSA SILVA

LEONARDO CORRÊA DE CASTRO

LOSLENE GOMES PEDROSO

QUÉREN RIBEIRO MIGUEL DOS SANTOS

Campos dos Goytacazes – RJ

2018.1

CAROLINE RODRIGUES DE AZEVEDO  
DÁLETE DOS SANTOS RIBEIRO PITANGA FREITAS  
ELLEN ROSA SILVA  
LEONARDO CORRÊA DE CASTRO  
LOSLENE GOMES PEDROSO  
QUÉREN RIBEIRO MIGUEL DOS SANTOS

**RELATÓRIO DO LEAMAT**  
**DETERMINANDO ALTURAS INACESSÍVEIS COM**  
**O CONCEITO DE TANGENTE**  
**ENSINO E APRENDIZAGEM DE GEOMETRIA**

Trabalho apresentado ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense, *Campus* Campos Centro, como requisito parcial para conclusão da disciplina Laboratório em Ensino e Aprendizagem de Matemática do Curso de Licenciatura em Matemática.

Orientadoras: Prof<sup>ª</sup>. Me. Ana Mary Fonseca Barreto de Almeida

Prof<sup>ª</sup>. Me. Juliana . S. B. Chagas Ventura

Campos dos Goytacazes-RJ

2018.1

## Sumário

1) Relatório do LEAMAT I .....	4
1.1) Atividades desenvolvidas .....	4
1.2) Elaboração da sequência didática.....	5
1.2.1) Tema .....	5
1.2.2) Justificativa .....	6
1.2.3) Objetivo Geral .....	7
1.2.4) Público Alvo .....	7
2) Relatório do LEAMAT II .....	8
2.1) Atividades desenvolvidas .....	8
2.2) Elaboração da sequência didática .....	8
2.2.1) Planejamento da sequência didática .....	8
2.2.2) Aplicação da sequência didática na turma do LEAMAT II .	9
3) Relatório do LEAMAT III .....	12
3.1) Atividades desenvolvidas .....	12
3.2) Elaboração da sequência didática .....	12
3.2.1) Versão final da sequência didática .....	12
3.2.2) Experimentação da sequência didática na turma regular ..	13
Considerações Finais .....	19
Referências .....	20
Apêndices .....	22
Apêndice A - Material didático aplicado na turma do LEAMAT II .....	23
Apêndice B - Material didático experimentado na turma regular .....	29

## 1) Relatório do LEAMAT I

### 1.1) Atividades desenvolvidas

No primeiro encontro, dia 30 de abril de 2018, tivemos a aula inaugural com a apresentação das linhas de pesquisa de Educação Matemática Inclusiva e Geometria ministradas, respectivamente, pelas professoras orientadoras da disciplina. No mesmo dia foi explicado sobre as etapas da disciplina LEAMAT, a forma de avaliação, o cronograma, a sugestão de como escolher o tema e as orientações sobre os relatórios. Foi-nos apresentado pela professora o *Schoology*, uma plataforma onde deveríamos visualizar os textos para o fichamento e postar os mesmos.

No segundo encontro, dia 07 de maio de 2018, debatemos sobre o texto “Ensino de Geometria: Rumos da Pesquisa (1991-2011)” das autoras Rebeca Moreira Sena e Beatriz Vargas Dorneles, que trata de uma análise de pesquisas nas quais revelam o descaso com o tema de geometria assim como a falta de preparo dos professores.

No terceiro encontro, dia 21 de maio de 2018, aconteceu a apresentação do PCN (Parâmetros Curriculares Nacionais) e PCNEM (Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio) e BNCC (Base Nacional Comum Curricular) do Ensino Fundamental e Ensino Médio focado na Geometria. O grupo A1 apresentou sobre o PCN no Ensino Fundamental e o nosso, grupo A2, apresentou sobre o PCNEM. Após isso, a professora responsável pela linha de pesquisa fez as considerações finais sobre os seminários que lhe foi apresentado e, por final, discutimos a nossa experiência ao ler e elaborar, os respectivos trabalhos.

No quinto encontro, dia 11 de junho de 2018, os alunos do 5.º período que já concluíram o LEAMAT III, apresentaram os seus trabalhos de duas linhas de pesquisa: Geometria e Educação Matemática Inclusiva. Na linha de pesquisa de Educação Inclusiva foi apresentada a sequência didática com o

tema: "O Ensino do Teorema de Pitágoras para alunos cegos", em Geometria foi "Uso da Geometria nas semelhanças com GeoGebra". O grupo relatou também como foi a experiência no momento da preparação dos materiais e na hora da aplicação da sequência didática.

No sexto encontro, dia 25 de junho de 2018, foi apresentado pelos grupos A1 e apresentado pelo grupo A2 "As Teorias de van Hiele" o texto aborda sobre o modelo de van Hiele que é um modelo de níveis de aprendizagem e um instrumento para a avaliação das habilidades dos alunos em geometria e apresenta cinco níveis de compreensão. Estes níveis abordam quais são as características do processo de pensamento dos estudantes em geometria. os van Hiele afirmam que numa sala de aula, cada aluno pensa em diferentes níveis.

No sétimo encontro, dia 09 de julho de 2018 foi discutido capítulo do livro "Argumentação e prova" de Lilian Nasser do projeto Fundação. O capítulo explicava que prova ou demonstração possuem diversas funções e que existem vários tipos de provas, sendo uma delas a prova formal e a prova ingênua. A prova ou demonstração possui diversas funções e a mais usada é a de validar um resultado, ou seja, comprovar que é verdadeiro.

A partir do oitavo encontro as aulas foram destinadas às apresentações dos temas.

## **1.2) Elaboração da sequência didática**

### **1.2.1) Tema**

Determinando alturas inacessíveis com o conceito de tangente, utilizando o teodolito caseiro.

### 1.2.2) Justificativa

As OCEM (Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais) apontam que:

Tradicionalmente, a trigonometria é apresentada desconectada das aplicações, pois prioriza-se o cálculo algébrico [...]. O que deve ser assegurado são as aplicações da trigonometria na resolução de problemas que envolvem medições, em especial o cálculo de distâncias inacessíveis [...] (BRASIL, 2002, p. 122).

Nesse contexto, é possível perceber que a trigonometria pode ser trabalhada de forma menos técnica e mais contextualizada, de tal modo que possa priorizar suas aplicações práticas no cotidiano dos alunos, dando significado à sua aprendizagem. Com isso, as OCEM apresentam que:

Aprender Matemática de uma forma contextualizada, integrada e relacionada a outros conhecimentos traz em si o desenvolvimento de competências e habilidades que são essencialmente formadoras, à medida que instrumentalizam e estruturam o pensamento do aluno, capacitando-o para compreender e interpretar situações, para se apropriar de linguagens específicas [...] (BRASIL, 2002, p 111).

Além do mais, a utilização do material concreto/ didático manipulável no caso o teodolito caseiro, tem grande auxílio para a construção dos conhecimentos. Como afirma Turrioni:

O material concreto exerce um papel importante na aprendizagem. Facilita a observação e a análise, desenvolve o raciocínio lógico, crítico e científico, é fundamental para o ensino experimental e é excelente para auxiliar ao aluno na construção de seus conhecimentos (2004, p. 78).

Lorenzato (2006, p. 21) afirma que o Material Concreto (MC) “pode ser um excelente catalizador para o aluno construir o seu saber matemático”, dependendo da forma que os conteúdos são conduzidos pelo professor. O professor deverá ter uma postura de mediador entre a teoria/MC/realidade. Proporcionando então o entendimento dos alunos com conteúdo aplicado.

### **1.2.3) Objetivo Geral**

Identificar, de forma prática, o conceito de tangência no estudo da Trigonometria determinando alturas inacessíveis com o auxílio do teodolito caseiro.

### **1.2.4) Público Alvo**

Alunos da primeira série do Ensino Médio.

## **2) relatório do LEAMAT II**

### **2.1) Atividades desenvolvidas**

As aulas ministradas tinham o objetivo de debater a sequência didática, a confecção dos materiais manipuláveis como também a criação das apostilas e listas de exercícios. Muitas ideias foram surgindo à medida que pesquisas foram sendo feitas, no próprio trabalho, com análise em trabalhos já realizados. No decorrer do período, debates foram feitas com a orientadora da linha de pesquisa, o que aprimorou a sequência didática. Também ocorreram as aplicações da sequência didática na turma do LEAMAT II, com o objetivo de testá-las e aprimorá-las, com a contribuição da turma e dos orientadores.

### **2.2) Elaboração da sequência didática**

#### **2.2.1) Planejamento da sequência didática**

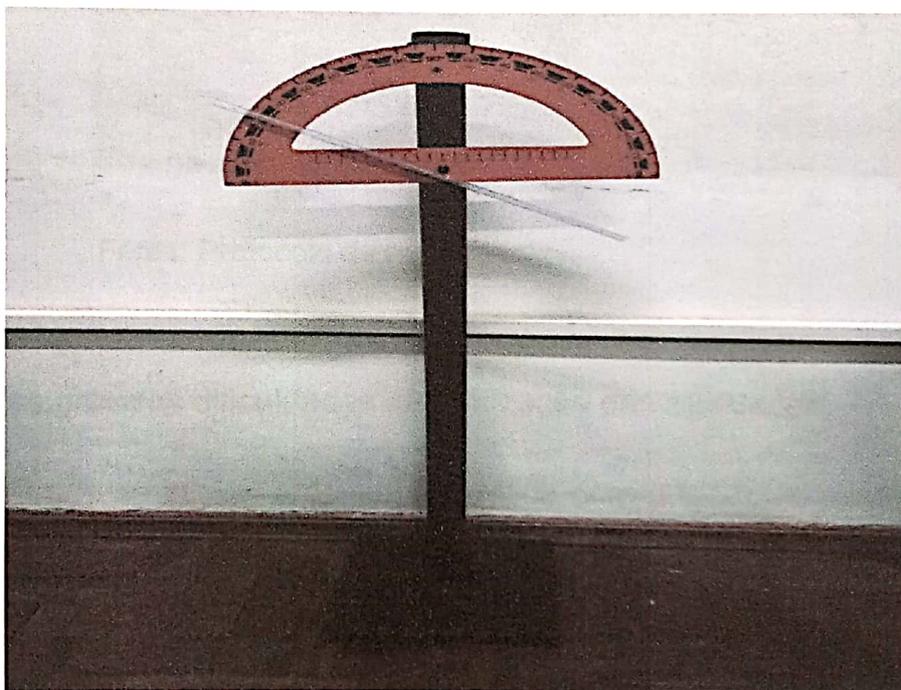
O trabalho foi iniciado contando a história da trigonometria e das funções trigonométricas através de um vídeo para aguçar o interesse do aluno e facilitar o entendimento. Logo em seguida serão apresentadas e explicadas as razões trigonométricas no triângulo retângulo, com o objetivo de revisar as razões e mostrar aos alunos como encontrá-las. Na sequência serão apresentados os ângulos notáveis e a tabela trigonométrica, com os ângulos não notáveis, pois são esses que serão utilizados no decorrer do trabalho devido aos cálculos envolverem ângulos medidos de objetos do ambiente. Posteriormente a explicação do uso da calculadora científica para cálculo das razões trigonométricas.

Para finalizar a etapa da explicação do conteúdo, essa consiste na apresentação dos exercícios, contendo atividades sobre as razões trigonométricas e, por fim, uma atividade bem aproximada da atividade prática que será feita com o teodolito “caseiro” (figura 1), na qual os alunos resolverão

com todo apoio dos licenciandos, tendo em vista a verificação da aprendizagem.

Na sequência da aplicação os alunos serão levados para a área externa da escola para a atividade prática, com o teodolito em cima de uma mesa, irão medir a altura do chão até os olhos do medidor, depois farão a medição do observador até o objeto, por fim medirão com o teodolito o ângulo formado entre o plano horizontal em relação ao chão e a ponta do objeto à ser medido, e irão usar a calculadora científica para encontrar as alturas inacessíveis.

Figura 1- Teodolito "caseiro"



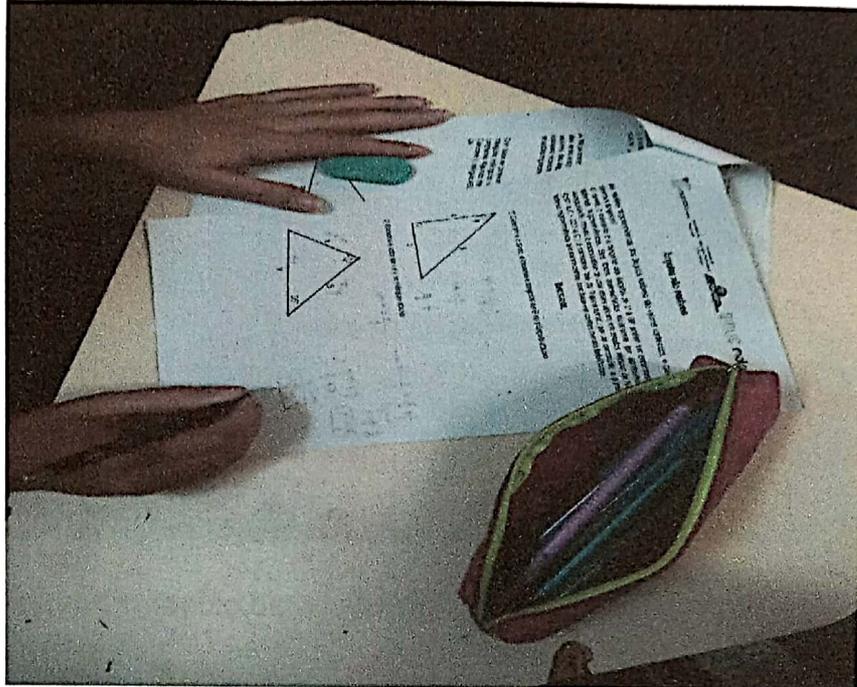
Fonte: Elaboração própria

### **2.2.2) Aplicação da sequência didática na turma do LEAMAT II .**

Como planejado a aula se iniciou com o vídeo, seguido com as explicações utilizando slides auxiliares e apostilas que foram entregues a cada aluno. Após a apresentação do vídeo e a explicação do conteúdo abordado, foram resolvidos os exercícios da apostila, dando tempo para os alunos

responderem, sendo assim foi analisado se os alunos compreenderam o conteúdo explicado e o objetivo das atividades (Figura 2).

Figura 2- Apostila com exercícios



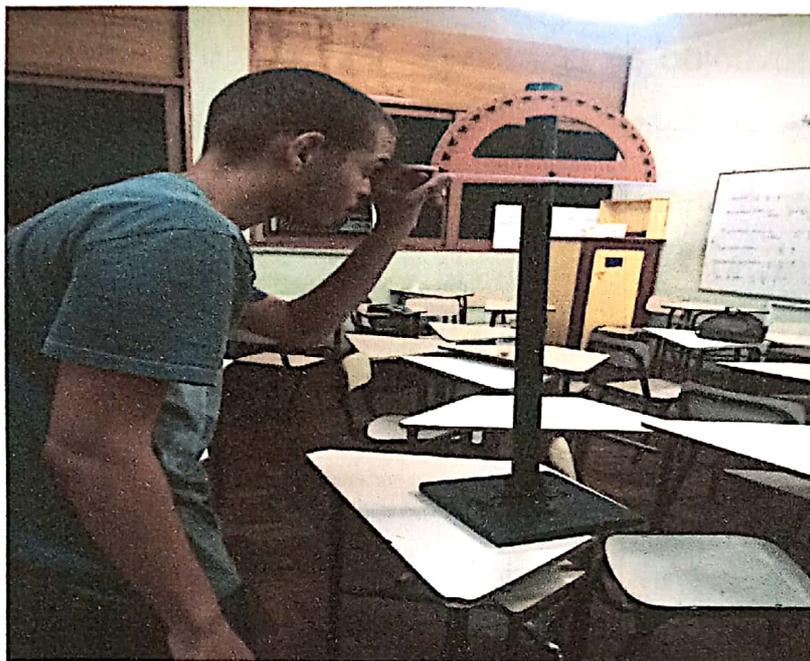
Fonte: Protocolo de pesquisa

Como a turma do LEAMAT é formada por graduandos, não foram apresentadas grandes dificuldades na realização das atividades.

Logo após se iniciou a atividade prática com o teodolito caseiro, em que um dos alunos se voluntariou para encontrar a altura “inacessível”; nesse caso não tão inacessível assim, pois a atividade precisou ser realizada em sala pelo fato de estar a noite e com pouca iluminação na quadra, mas nada que atrapalhou ou dificultou a aplicação.

Esse aluno fez as medições necessárias para encontrar a altura da janela da sala de aula, ele precisou medir a altura do chão até seus olhos, depois mediu a distância dele até o objeto e, por fim, encontrou o ângulo, com essas informações ele realizou o cálculo junto com a turma, na qual todos acharam um valor bem aproximado da real altura da janela (Figura 3).

Figura 3- experimento com o teodolito



Fonte: Protocolo de pesquisa

Após a finalização da aplicação, foram sugeridas algumas mudanças na apostila, como reforçar os ângulos complementares da Figura 1 da primeira página da apostila, assim como diminuir o volume da música de fundo do vídeo apresentado; também foi sugerido dar maior ênfase na explicação das razões trigonométricas revisadas.

### **3) Relatório do LEAMAT III**

#### **3.1) Atividades desenvolvidas**

No primeiro encontro foram apresentados os objetivos e finalidades do LEAMAT III, como seriam as atividades e as expectativas para o decorrer do semestre. As aulas seguintes foram para os ajustes e aprimoramento da sequência didática, seguindo as sugestões anteriormente feitas pelos professores e alunos da turma do LEAMAT II, as apresentações e escritas dos relatórios.

Para o aprimoramento da sequência didática, foi pesquisado em livros didáticos o conteúdo Trigonometria com o objetivo de que grupo tivesse maior embasamento teórico, além do aprimoramento do teodolito “caseiro” para ser utilizado com maior facilidade.

Após a aplicação na turma regular as demais aulas foram destinadas a elaboração e apresentação do seminário e elaboração e correção do relatório final.

#### **3.2) Elaboração da sequência didática**

##### **3.2.1) Versão final da sequência didática**

Conforme algumas sugestões no LEAMAT II, foram feitas as seguintes alterações: modificação dos teodolitos e construção de mais dois; inserção de exemplos nos slides sobre como calcular razões trigonométricas dos ângulos não notáveis na calculadora científica, devido a possível dificuldade que os alunos encontrariam em manuseá-la; ajuste do áudio do vídeo, abaixando um pouco o volume da música de fundo; troca da tabela das razões trigonométricas dos ângulos notáveis e retirada da tabela das razões trigonométricas de ângulos não notáveis já que haveria a explicação de como encontrá-las na calculadora científica.

### 3.2.2) Experimentação da sequência didática na turma regular

A aplicação foi realizada no dia 27 de Junho de 2019 em uma turma regular da 1ª.série do Ensino Médio em uma escola da rede pública estadual no município de Campos dos Goytacazes – RJ. Foram disponibilizados três tempos de aula para a aplicação e compareceram doze alunos.

A aplicação se iniciou com o vídeo que conta a história da trigonometria, seguido das definições das razões trigonométricas seno, cosseno e tangente no triângulo retângulo.

Dando prosseguimento, apresentou-se a tabela das razões trigonométricas dos ângulos notáveis, a partir da qual foi apresentado como encontrar o valor da tangente de um ângulo a partir do seno e do cosseno desse ângulo (Figura 4).

Figura 4- Explicação dos licenciandos

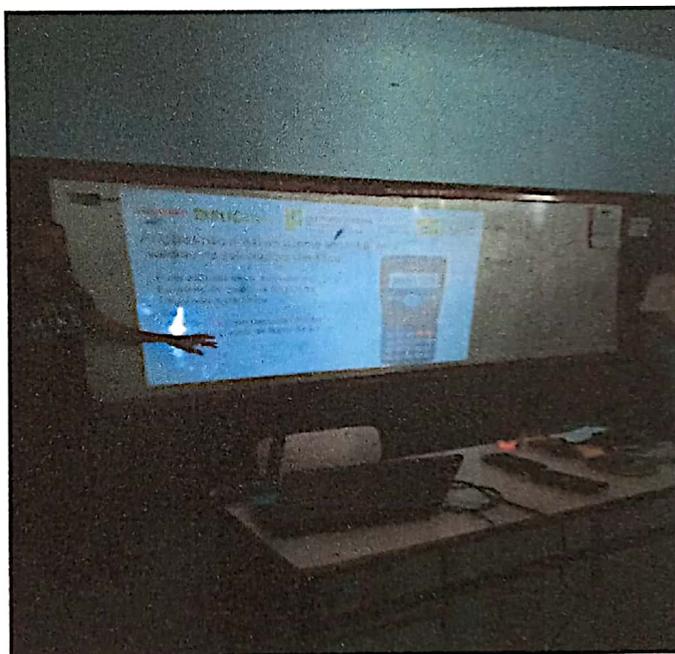


Fonte: Protocolo de pesquisa

Na sequência, através do slide iniciou-se uma explicação breve de como utilizar a calculadora científica para calcular as razões trigonométricas (Figura 5), visto que em situações do cotidiano é comum não encontrarmos ângulos notáveis.

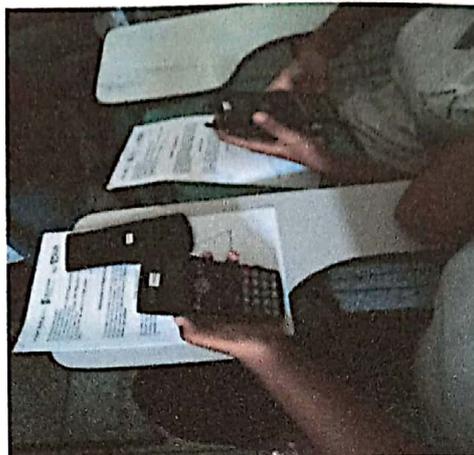
A partir disso, foram feitos como exemplos o cálculo do  $\text{sen}47^\circ$ ,  $\text{cos}25^\circ$ , e  $\text{tg}18^\circ$  (Figura 6), e assim demos prosseguimento com alguns exercícios. Os alunos não encontraram dificuldade nessa etapa, fizeram os exemplos e conseguiram compreender como utilizar a calculadora científica para os cálculos das razões trigonométricas para quaisquer ângulos.

Figura 5- Explicação de como usar a calculadora científica



Fonte: Protocolo de pesquisa.

Figura 6- Alunos calculando razões trigonométricas com a calculadora científica

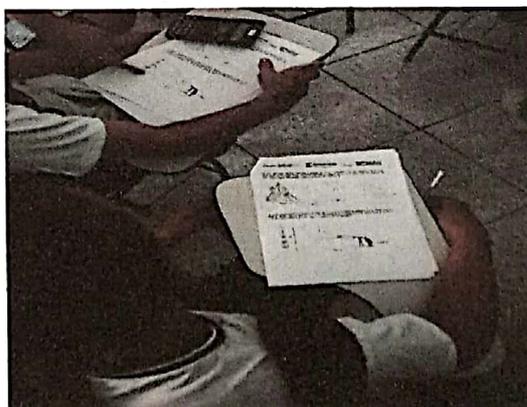


Fonte: Protocolo de pesquisa.

Logo após os exemplos com a calculadora científica, foram feitos os exercícios, de modo que as questões 1 e 2, mais simples, foram resolvidas primeiro e logo depois as duas últimas, mais difíceis.

Nos dois primeiros exercícios da apostila, os alunos apresentaram uma pequena dificuldade para resolvê-los, pois tinham dificuldade com a resolução de equações; já nos dois últimos precisaram de ajuda para compreender o problema e, depois das explicações, os alunos conseguiram resolvê-los (Figura 7).

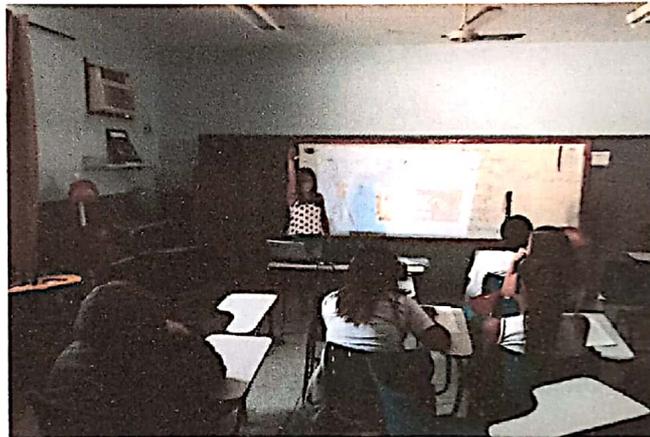
Figura 7- Alunos resolvendo os dois últimos exercícios



Fonte: Protocolo de pesquisa

Ao final da correção do último exercício, foi introduzida uma breve explicação de como seria a atividade prática com o teodolito “caseiro”. Foram apresentadas fotos de teodolitos encontrados no mercado e foi explicado e mostrado como seria a utilização do teodolito “caseiro” para medir um ângulo na atividade prática. Os alunos também viram como usar as trenas para medir distâncias (Figura 8).

Figura 8- Explicação sobre o teodolito “caseiro”



Fonte: Protocolo de pesquisa.

Na aplicação da atividade prática e final, os alunos foram levados até a quadra esportiva da escola para medir a altura do pilar da quadra; tal altura foi medida anteriormente pelos professores em formação. Os alunos levaram mesas, as apostilas, as trenas, os teodolitos “caseiros” e as calculadoras científicas. E com a ajuda dos professores em formação realizaram as medições necessárias para fazer os cálculos: distância do chão até o olho do observador, o ângulo entre o plano paralelo ao chão na direção do olho do observador e a reta que passa pelo olho do observador e topo do pilar, a distância do pé da mesa ao pilar (Figura 9 e 10).

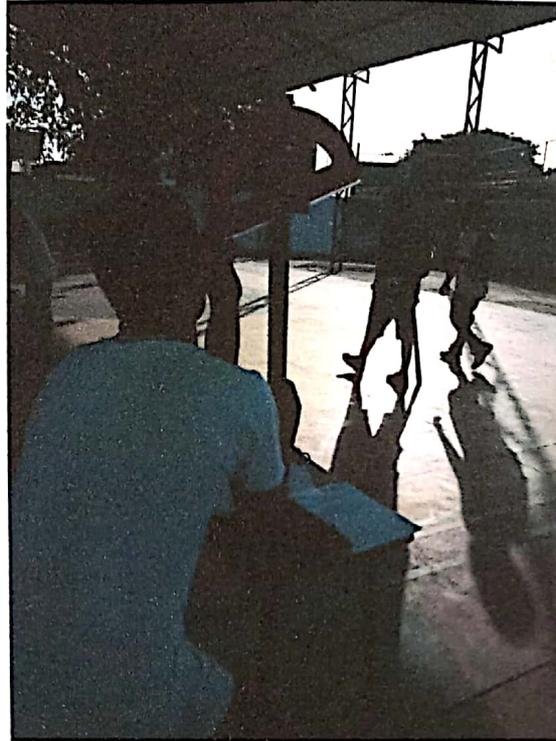
Figura 9- Atividade com o teodolito “caseiro”



Fonte: Protocolo de pesquisa.

Todos os cálculos feitos deram aproximadamente a altura real do pilar da quadra que era de aproximadamente cinco metros. Concluídos os cálculos, os alunos voltaram para a sala de aula para que fossem feitas algumas considerações sobre a atividade em quadra. Eles encontram um valor aproximado do valor real do pilar que era de cinco metros, no qual eles acharam valores com até dez centímetros de diferença devido à diferença do nível da quadra para o piso no qual o pilar estava apoiado.

Figura 10- Atividade prática com o teodolito “caseiro”



Fonte: Protocolo de pesquisa.

Para finalizar a aplicação, foi solicitado que os alunos comentassem e dessem sugestões sobre a aula e a aplicação da atividade na quadra. A maior parte da turma teve um bom aproveitamento e comentou de que essa era uma boa forma de ver a aplicação da trigonometria na vida cotidiana (Figura 12).

Figura 12- Resposta de um aluno ao questionário

matemático **BITUC**

**INSTITUTO FEDERAL**  
Fluminense  
Campus Campos Centro

MINISTÉRIO DA  
EDUCAÇÃO

**PÁTRIA AMADA**  
**BRASIL**  
2023

Agradecemos a sua participação neste trabalho. Deixem seus comentários, críticas ou sugestões a respeito da sequência aplicada.

Achei muito bom, porque eu prestar mais atenção e  
aprender melhor, a parte da quadra foi a melhor.

Fonte: Protocolo de pesquisa.

## **Considerações Finais**

Ao finalizar a sequência, notamos que o objetivo foi alcançado, os alunos elogiaram a aplicação da atividade e comentaram como dinamizar a aula de matemática com problemas do cotidiano ajuda no melhor entendimento do conteúdo. A atividade prática com o teodolito “caseiro” levou os alunos a perceberem a relação da razão trigonométrica tangente com o cálculo de uma altura inacessível.

A sequência didática teve um bom aproveitamento tanto para os alunos como para os licenciandos, pois pudemos ter a experiência de aplicar uma atividade prática que envolvia o conceito de tangente para resolver uma situação concreta e podemos perceber o quanto a atividade foi proveitosa para a compreensão do conteúdo.

## REFERÊNCIAS

BRASIL. Ministério da educação, Secretaria da Educação Básica. **PCN + (Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais)**; Volume 2, 2002.

LORENZATO, Sérgio Aparecido. Laboratório de ensino de matemática e materiais didáticos manipuláveis. In: LORENZATO, Sérgio (org.). **O Laboratório de ensino de matemática na formação de professores**. Campinas: Autores Associados, 2006.

TURRIONI, Ana Maria Silveira. **O laboratório de educação matemática na formação inicial de professores**. Dissertação de mestrado. Unesp, Rio Claro. 2004.

Campos dos Goytacazes (RJ), 03 de Setembro de 2019.

Caroline Rodrigues de Azevedo

Caroline Rodrigues de Azevedo

Dálete dos Santos Ribeiro Pitanga Freitas

Dálete dos Santos Ribeiro Pitanga Freitas

Ellen Rosa Silva

Ellen Rosa Silva

Leonardo Corrêa de Castro

Leonardo Corrêa de Castro

Loslene Gomes Pedroso

Loslene Gomes Pedroso

Quêren Ribeiro Miguel dos Santos

Quêren Ribeiro Miguel dos Santos

# APÊNDICES

# **Apêndice A: Material didático aplicado na turma do LEAMAT II**

Diretoria de Ensino Superior

Licenciatura em Matemática

Disciplina: Laboratório de Ensino e Aprendizagem em Matemática

Linha de Pesquisa: Geometria

Licenciandos: Caroline Rodrigues, Dálete Pitanga, Ellen Rosa, Leonardo Correa, Loslene Pedroso, Quéren Ribeiro

Orientadora: Prof<sup>a</sup>. Me. Juliana S. B. Chagas Ventura

Nome: \_\_\_\_\_ Data: \_\_\_ / \_\_\_ / 2019

## Trigonometria no triângulo retângulo

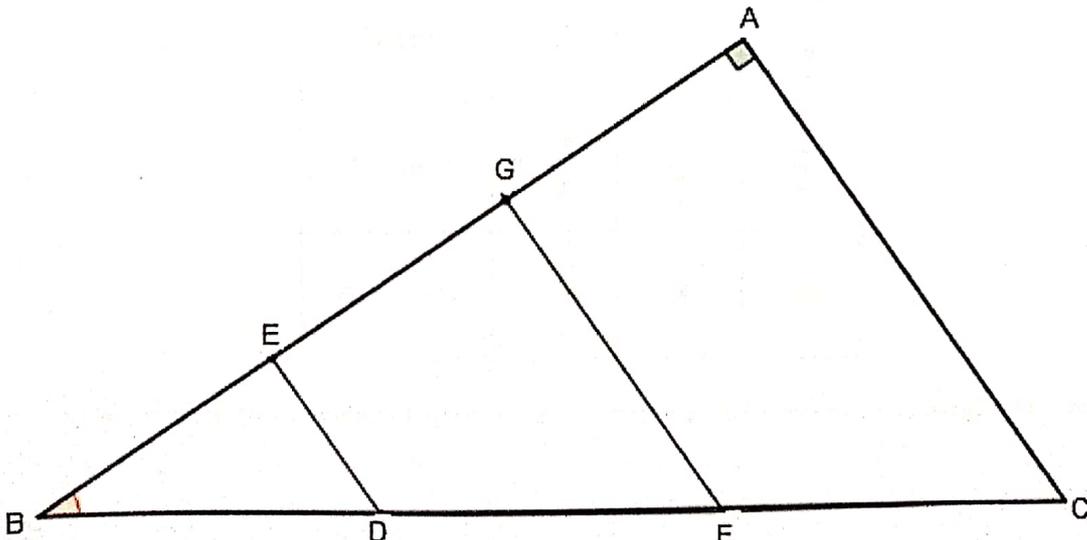
A Trigonometria está presente em diversas situações cotidianas, sendo considerado um dos mais antigos estudos da humanidade. A relação das medidas de comprimento com os valores dos ângulos surgiu da necessidade de calcular distâncias inacessíveis, sendo os estudos relacionados à Astronomia, Agrimensura e Navegação os primeiros a usarem as relações trigonométricas.

### Razões trigonométricas

Com base no conceito de semelhança de triângulos, veremos que, dados dois ou mais triângulos retângulos semelhantes, as razões entre as medidas de seus lados são constantes. Algumas dessas constantes são chamadas de razões trigonométricas.

Considere o triângulo ABC abaixo, retângulo em A, e os segmentos DE e FG, paralelos a CA.

Figura 1- Triângulo retângulo



As razões entre as medidas dos catetos e da hipotenusa, são chamadas de **seno, cosseno e tangente**.

$$\text{Seno } \alpha = \frac{\text{Medida do cateto oposto } \alpha}{\text{Medida da hipotenusa}}$$

Do mesmo modo podemos dizer que  $\text{sen } \alpha = \frac{FG}{BF} = \frac{DE}{BD} = \frac{CA}{BC}$

$$\text{Cosseno } \alpha = \frac{\text{Medida do cateto adjacente } \alpha}{\text{Medida da hipotenusa}}$$

Igualmente  $\text{cos } \alpha = \frac{BG}{BF} = \frac{BE}{BD} = \frac{BA}{BC}$

$$\text{Tangente } \alpha = \frac{\text{medida do cateto oposta a } \alpha}{\text{medida do cateto adjacente a } \alpha}$$

Igualmente  $\text{tg } \alpha = \frac{FG}{BG} = \frac{DE}{BE} = \frac{CA}{BA}$

## Ângulos notáveis

Com base em algumas deduções geométricas e cálculos matemáticos, conseguimos calcular as **relações trigonométricas** seno, cosseno e tangente dos ângulos de **30°**, **45°** e **60°**. Esses ângulos são usados com mais frequência e recebem o nome de ângulos notáveis. A partir desses cálculos, construímos a seguinte tabela de relações trigonométricas:

	30°	45°	60°
Seno	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
Cosseno	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
Tangente	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$

Fonte: <https://www.matematicarlos.com.br/razoes-trigonometricas-aula-escrita/6/>

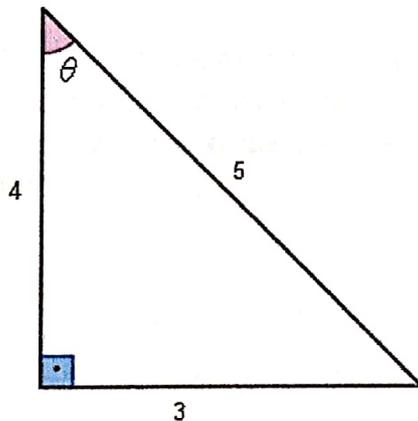
## Ângulos não notáveis

As razões trigonométricas dos ângulos notáveis são valores conhecidos, e quanto aos demais ângulos?

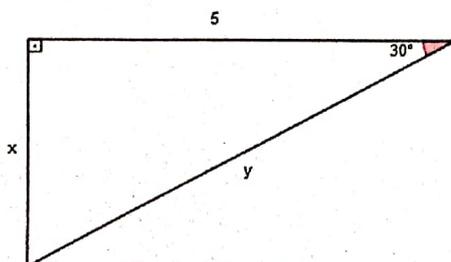
O seno, o cosseno e a tangente dos ângulos de  $1^\circ$  à  $89^\circ$  podem ser encontrados em tabelas trigonométricas. Elas foram desenvolvidas inicialmente por astrônomos da Antiguidade, devido à necessidade de usar esses valores em estudos. Hiparco de Niceia (190 a.C.-120 a.C.) é considerado “pai da Trigonometria”, por ter construído a primeira tabela trigonométrica que conhecemos, com base em conhecimentos babilônios.

### Exercícios

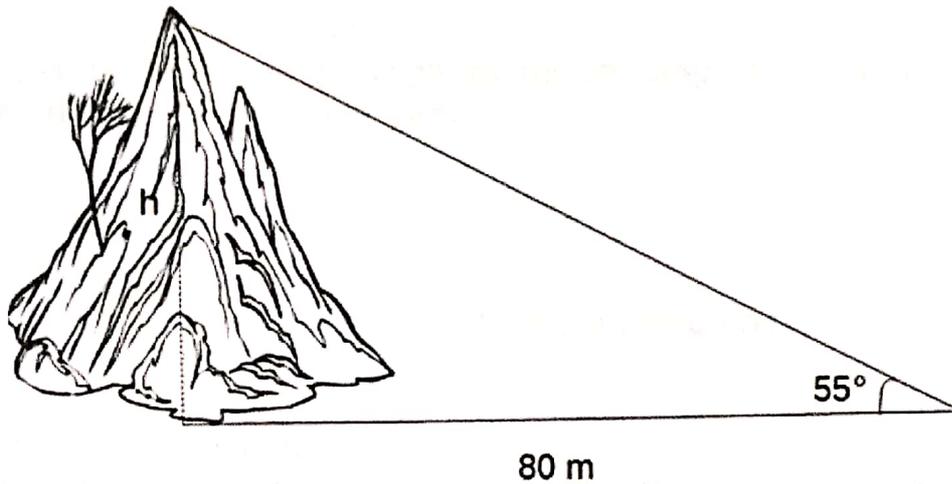
1) Determine o seno, o cosseno e tangente de  $\theta$  no triângulo abaixo:



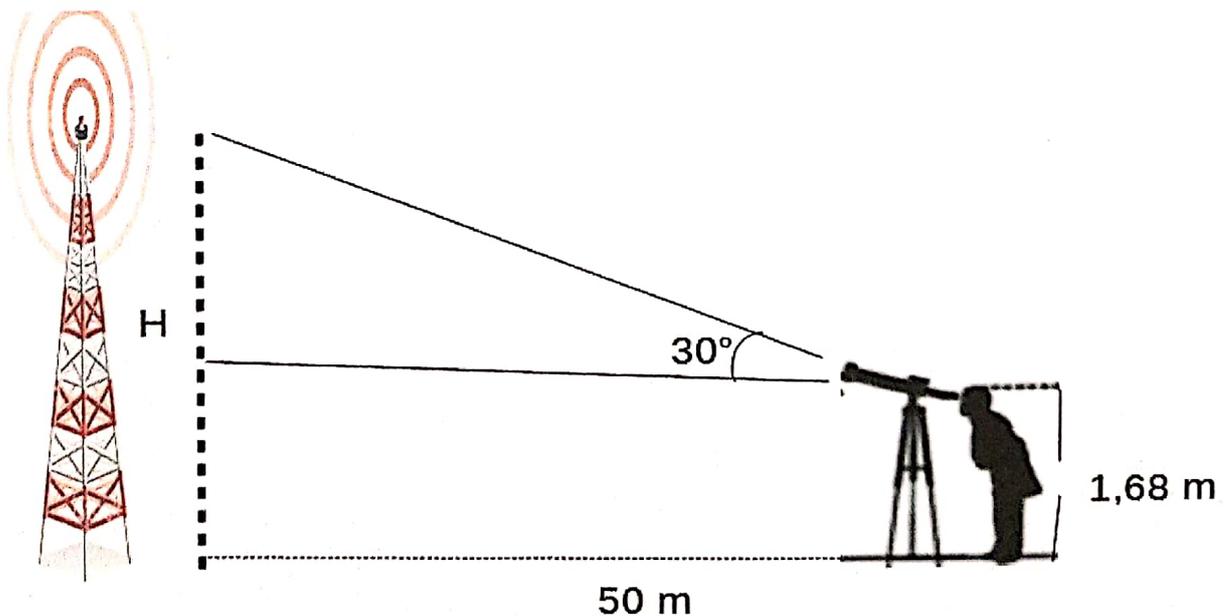
2) Encontre o valor de  $x$  e  $y$  no triângulo abaixo:



3) Um alpinista deseja calcular a altura de uma montanha que vai escalar. Para isso, afasta-se, horizontalmente, 80 m do pé da encosta e visualiza o topo sob um ângulo de  $55^\circ$  com o plano horizontal. Calcule a altura da montanha.



4) Uma pesquisadora observa o topo de uma torre telefônica usando uma luneta sob um ângulo de  $30^\circ$  com o plano horizontal, sabendo que a distância dela até a torre é de 80 m e a altura da medidora é de 1,68 m, qual é a altura da torre?



## Atividade com o Teodolito

Vejamos uma atividade para determinar a altura de um objeto inacessível, através da Trigonometria!

**Nela utilizaremos a tangente de um ângulo, a calculadora científica, o teodolito “caseiro” e a trena.**

### Vamos a atividade!

Distância do observador ao objeto: \_\_\_\_\_

Ângulo entre o plano horizontal relativo ao chão e o topo do objeto: \_\_\_\_\_

Altura do medidor: \_\_\_\_\_

Com base nos cálculos, qual é a altura encontrada?



## **Apêndice B: Material didático experimentado na turma regular**

Diretoria de Ensino Superior

Licenciatura em Matemática

Disciplina: Laboratório de Ensino e Aprendizagem em Matemática

Linha de Pesquisa: Geometria

Licenciandos: Caroline Rodrigues, Dálete Pitanga, Ellen Rosa, Leonardo Correa, Loslene Pedroso, Quéren Ribeiro

Orientadora: Prof<sup>a</sup>. Me. Juliana S. B. Chagas Ventura

Nome: \_\_\_\_\_ Data: \_\_\_ / \_\_\_ / 2019

## Trigonometria no triângulo retângulo

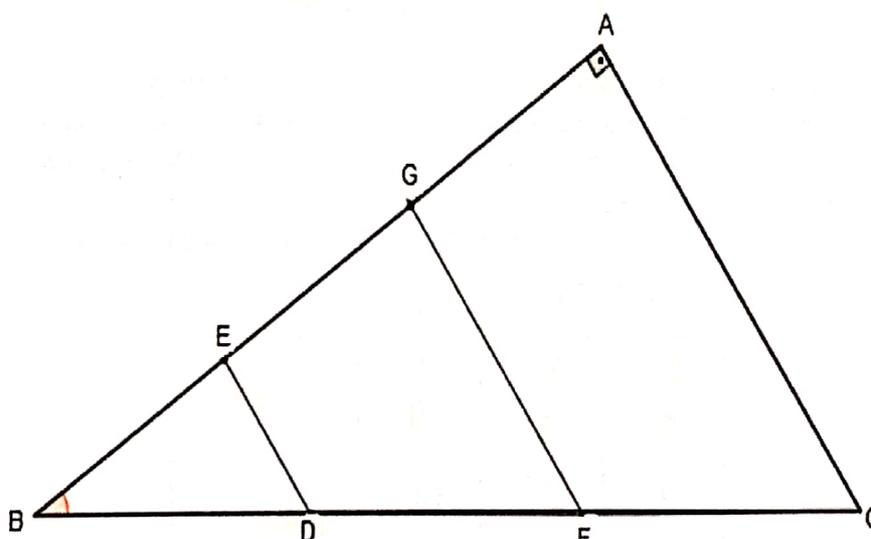
A Trigonometria está presente em diversas situações cotidianas, sendo considerado um dos mais antigos estudos da humanidade. A relação das medidas de comprimento com os valores dos ângulos surgiu da necessidade de calcular distâncias inacessíveis, sendo os estudos relacionados à Astronomia, Agrimensura e Navegação os primeiros a usarem as relações trigonométricas.

### Razões trigonométricas

Com base no conceito de semelhança de triângulos, veremos que, dados dois ou mais triângulos retângulos semelhantes, as razões entre as medidas de seus lados são constantes. Algumas dessas constantes são chamadas de razões trigonométricas.

Considere o triângulo ABC abaixo, retângulo em A, e os segmentos DE e FG, paralelos a CA.

Figura 1- Triângulo retângulo



As razões entre as medidas dos catetos e da hipotenusa, são chamadas de **seno**, **cosseno** e **tangente**.

$$\text{Seno } \alpha = \frac{\text{Medida do cateto oposto } \alpha}{\text{Medida da hipotenusa}}$$

Do mesmo modo podemos dizer que  $\text{sen } \alpha = \frac{FG}{BF} = \frac{DE}{BD} = \frac{CA}{BC}$

$$\text{Cosseno } \alpha = \frac{\text{Medida do cateto adjacente } \alpha}{\text{Medida da hipotenusa}}$$

Igualmente  $\text{cos } \alpha = \frac{BG}{BF} = \frac{BE}{BD} = \frac{BA}{BC}$

$$\text{Tangente } \alpha = \frac{\text{medida do cateto oposta a } \alpha}{\text{medida do cateto adjacente a } \alpha}$$

$$\text{Igualmente } \text{tg } \alpha = \frac{FG}{BG} = \frac{DE}{BE} = \frac{CA}{BA}$$

## Ângulos notáveis

Com base em algumas deduções geométricas e cálculos matemáticos, conseguimos calcular as **relações trigonométricas** seno, cosseno e tangente dos ângulos de **30°**, **45°** e **60°**. Esses ângulos são usados com mais frequência e recebem o nome de ângulos notáveis. A partir desses cálculos, construímos a seguinte tabela de relações trigonométricas:

	30°	45°	60°
Seno	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
Cosseno	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
Tangente	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$

Fonte: <https://www.matematicarlos.com.br/razoes-trigonometricas-aula-escrita/6/>

## Ângulos não notáveis

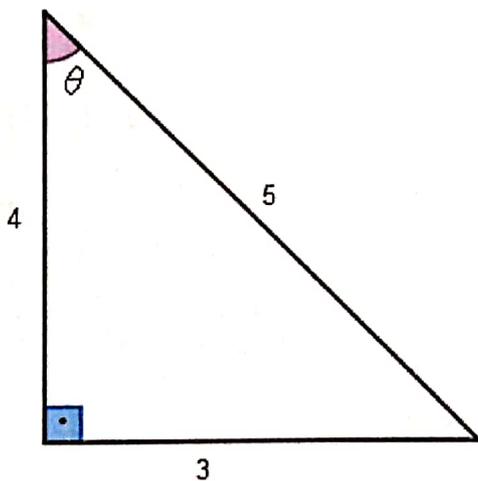
As razões trigonométricas dos ângulos notáveis são valores conhecidos, e quanto aos demais ângulos?

O seno, o cosseno e a tangente dos ângulos de 1° à 89° podem ser encontrados em tabelas trigonométricas. Elas foram desenvolvidas inicialmente

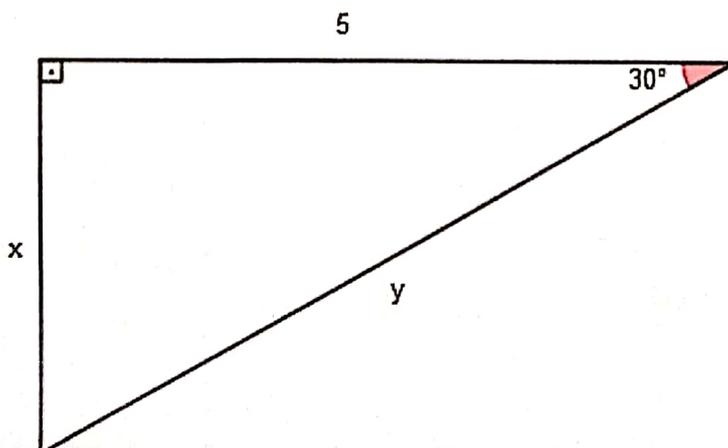
por astrônomos da Antiguidade, devido à necessidade de usar esses valores em estudos. Hiparco de Niceia (190 a.C.-120 a.C.) é considerado “pai da Trigonometria”, por ter construído a primeira tabela trigonométrica que conhecemos, com base em conhecimentos babilônios.

### Exercícios

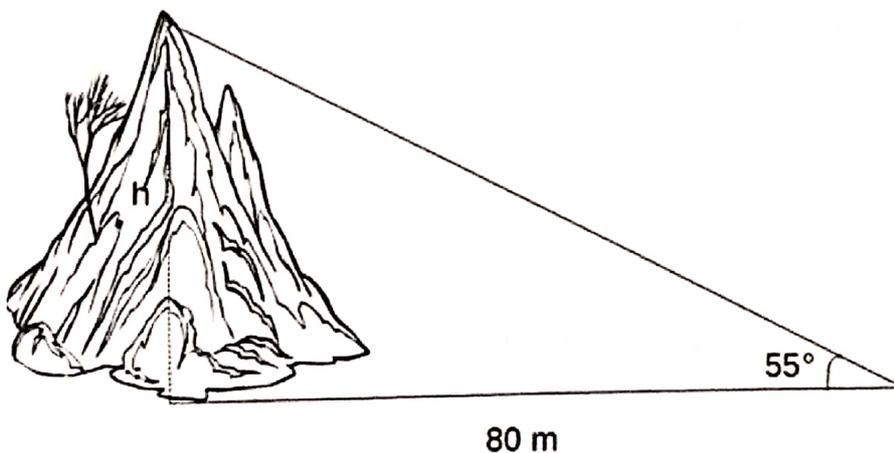
1) Determine o seno, o cosseno e tangente de  $\theta$  no triângulo abaixo:



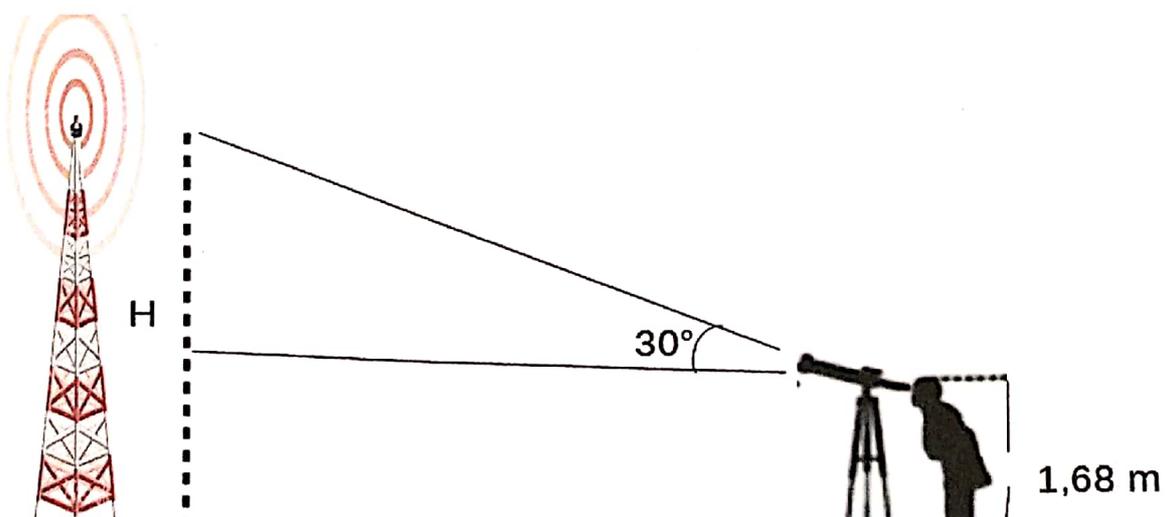
2) Encontre o valor de  $x$  e  $y$  no triângulo abaixo:



3) Um alpinista deseja calcular a altura de uma montanha que vai escalar. Para isso, afasta-se, horizontalmente, 80 m do pé da encosta e visualiza o topo sob um ângulo de  $55^\circ$  com o plano horizontal. Calcule a altura da montanha.



4) Uma pesquisadora observa o topo de uma torre telefônica usando uma luneta sob um ângulo de  $30^\circ$  com o plano horizontal, sabendo que a distância dela até a torre é de 50 m e a altura da medidora é de 1,68 m, qual é a altura da torre?



## Atividade com o Teodolito

Vejamos uma atividade para determinar a altura de um objeto inacessível, através da Trigonometria!

**Nela utilizaremos a tangente de um ângulo, a calculadora científica, o teodolito “caseiro” e a trena.**

### Vamos a atividade!

Distância do observador ao objeto: \_\_\_\_\_

Ângulo entre o plano horizontal relativo ao chão e o topo do objeto: \_\_\_\_\_

Altura do medidor: \_\_\_\_\_

Com base nos cálculos, qual é a altura encontrada?