RELATÓRIO DO LEAMAT

POLIEDROS DUAIS CONTEXTUALIZADO AO ENSINO TÉCNICO EM MECÂNICA INTEGRADO AO ENSINO MÉDIO

ENSINO E APRENDIZAGEM DE GEOMETRIA

JOEL COSTA MARTINS
LARISSA ROSARIO MONTEIRO

CAMPOS DOS GOYTACAZES - RJ
2018.2

JOEL COSTA MARTINS
LARISSA ROSARIO MONTEIRO

RELATÓRIO DO LEAMAT

POLIEDROS DUAIS CONTEXTUALIZADO AO ENSINO TÉCNICO EM MECÂNICA INTEGRADO AO ENSINO MÉDIO

ENSINO E APRENDIZAGEM DE GEOMETRIA

Trabalho apresentado ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense, *Campus* Campos Centro, como requisito parcial para conclusão da disciplina Laboratório de Ensino e Aprendizagem de Matemática do Curso de Licenciatura em Matemática.

Orientadora: Profª. Me. Ana Mary Barreto de Almeida

CAMPOS DOS GOYTACAZES - RJ
2018.2

SUMÁRIO

1) RELATÓRIO DO LEAMAT I

1.1) Atividades desenvolvidas

No dia 3 de outubro de 2017, ocorreu a aula inaugural do LEAMAT, em que as professoras orientadoras de Educação Matemática Inclusiva, e Geometria, nos apresentaram o funcionamento da disciplina.

As professoras também organizaram os grupos para elaboração e apresentação das linhas de pesquisas, distribuíram um calendário com todas as datas dos encontros, bem como explicaram cada etapa do semestre.

Após a apresentação do LEAMAT I, as professoras orientadoras apresentaram as atividades que serão desenvolvidas no LEAMAT II e, por seguinte, no LEAMAT III.

No dia 17 de outubro de 2017, ocorreu o segundo encontro na linha de pesquisa de Geometria, no qual a professora apresentou o cronograma de desenvolvimento na sua linha de pesquisa. Foram sorteados os grupos que ficariam responsáveis pela apresentação do seminário Geometria nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN). Nosso grupo ficou responsável pelo ensino de Geometria do 3.° e 4.° ciclos do Ensino Fundamental, que foi apresentado no dia 31 de outubro de 2017. Antes de entrar na discussão sobre o texto: *Ensino de Geometria: Rumos da Pesquisa*, foi apresentado um pouco de cada conteúdo que será dado durante o LEAMAT I relativo à linha de pesquisa. Ao entrar em discussão sobre o texto, o grupo percebeu o pouco material encontrado sobre a Geometria entre 1991 e 2011, dos 2726 trabalhos encontrados sobre Educação Matemática, apenas 101 estão baseados no ensino de Geometria, tirando por conclusão do texto que os professores de matemática têm dificuldade ao falar de Geometria.

No dia 31 de outubro, ocorreu o terceiro encontro com a professora orientadora. Como havia sido agendado, ocorreram as apresentações sobre os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) voltados para a linha de pesquisa de Geometria. Com as apresentações e pesquisas do trabalho, o grupo percebeu a importância de o docente construir o conhecimento com o aprendiz e o estudo contribuiu para que possamos melhor escolher o tema do nosso trabalho. Ao final do encontro, a professora enviou-nos o texto: "Por que não ensinar Geometria? " de Sérgio Lorenzato, para ser comentado no próximo encontro.

No dia 14 de novembro de 2017, discutimos sobre o texto "Por que não ensinar Geometria?" de Sérgio Lorenzato, no qual desde o início aponta a problemática do ensino da Geometria: "muitos professores não detêm os conhecimentos geométricos necessários para realização de suas práticas pedagógicas" (LORENZATO, 1995, p. 3). O texto aponta a falta de capacitação dos professores e a omissão geométrica desempenhada no livro didático. Além disso, o autor afirma que os programas e guias curriculares colocam a Geometria como complemento ou apêndice e de modo fragmentado, também não está vinculado fatores internos, o movimento da matemática moderna também teve sua participação no caos que é o ensino da Geometria, com sua proposta de algebrizar a Geometria, assim, comprovado por Luz et al. (2007).

> Os livros didáticos que expõem os conteúdos de forma satisfatória proporcionam ao educando o olhar da descoberta para o mundo da geometria, [...]. Além disso, mesclam entre os conteúdos algébricos e aritméticos, conteúdos de geometria, não deixando esta esquecida no final do livro didático (Luz et al., 2007, s.p.).

No dia 21 de novembro de 2017, a turma assistiu uma apresentação da linha de pesquisa de Educação Matemática Inclusiva, composto por estudantes matriculados em LEAMAT III, com a sequência didática de Adição e Subtração de Matrizes. O grupo relatou como foi a elaboração e aplicação da sequência didática. O relato de experiência dos estudantes agregou em muito para a elaboração da sequência didática e do relatório, assim suprindo algumas dúvidas que tínhamos no começo da disciplina.

No dia 28 de novembro de 2017, foram apresentados os trabalhos da teoria de van Hiele. Discutimos o texto "O modelo de desenvolvimento do pensamento geométrico de van Hiele e possíveis contribuições da Geometria Dinâmica". O texto teve uma grande importância nos ideiais do grupo, pois, mostrou-nos um horizonte e uma realidade triste do ensino de geometria, onde mostra que o ensino de Geometria continua relegado ao segundo plano, e isso influenciou no teste feito sobre os níveis de compreensão de Geometria nos alunos do ensino médio onde falaremos posteriormente. Outra parte a ser relevante, foi o fato que a teoria de Van Hiele, originado do estado Soviético, chamou atenção de um professor americano, isso em meio a guerra fria, onde inspirando-nos e fazendo-nos refletir que independente das posições políticas, há sempre pessoas interessadas em elevar o nível de compreensão da Geometria aos alunos.

Dando prosseguimento ao texto o modelo de Van Hiele é um método onde o produto final é chegar a compreensão da Geometria não euclidiana, mesmo que os Van Hiele negam mas os autores foram felizes em fazer uma relação entre a teoria de Van Hiele com a psicologia piageteana, pois assim o modelo exposto utiliza de base a completa compreensão da Geometria euclidiana, para desenvolver a Geometria não euclidiana, assim como a psicologia piageteana que parte da assimilação, para a acomodação tendo como ponto de equilíbrio a adaptação. Sendo assimilação um "conteúdo" que o aluno já sabe, parte para acomodação, inserção de um "conteúdo" novo. Sem a assimilação não há acomodação. Fazendo uma relação entre os Van Hiele e Jean Piaget, a assimilação descrita por Piaget, seria a Geometria euclidiana e a acomodação é a Geometria não euclidiana.

Os pesquisadores e autores fizeram um estudo dos três primeiros níveis de compreensão da Geometria na ótica dos Van Hiele com um grupo de 107 alunos que iriam concluir o Ensino Médio com formação técnica e com idades de 17 a 45 anos. Porém os resultados foram insuficientes de acordo com os PCN's, com conteúdos considerados de ensino fundamental muito a quem de alunos que iriam concluir ensino médio. Voltando o problema citado no primeiro parágrafo há um problema com o estudo de Geometria nas escolas.

Sendo assim os autores inserem como possível solução do problema com a Geometria o uso de softwares de Geometria dinâmica, onde estes explorados corretamente venham ser útil para o desenvolvimento da Teoria de Van Hiele.

Mas concluindo o texto os autores fazem uma ressalva, que utilizar os softwares de Geometria dinâmica para possibilitar o desempenho melhor dos alunos requer mais tempo para formalização dos conceitos e muito planejamento das atividades por parte do professor.

No dia 19 de dezembro de 2017, realizamos a análise da produção de alunos a partir de testes sobre os níveis de aprendizagem de acordo com a teoria de van Hiele e, em seguida os grupos se reuniram para a pesquisa do trabalho e elaboração do relatório.

A partir do dia 6 de fevereiro de 2018 os encontros foram destinados para elaboração das apresentações e relatórios.

1.2) Elaboração da sequência didática

1.2.1) Tema

Poliedros Duais contextualizados ao Ensino Técnico Integrado em Mecânica

1.2.2) Justificativa

A escolha do tema deu-se pela observação do grupo na necessidade de conjugar conteúdos curriculares específicos do curso Técnico em Mecânica integrado ao Ensino Médio com o ensino da Matemática, neste caso da Geometria.

> Assim, se faz necessário uma articulação das questões profissionais com a Matemática, ou seja, um ensino contextualizado e integrado a outras disciplinas do currículo baseado em situações práticas, onde o conhecimento passe a ser desenvolvido a partir de novas abordagens, como a resolução de problemas "abertos", a modelagem e o trabalho de projetos (FREITAS, 2012, p.10).

Assim como Freitas (2012) aponta articulação entre Matemática contextualizada no ensino profissional, a Geometria é eminentemente importante para o desenvolvimento educacional do aluno, tanto pelo fato de estar cotidianamente ao redor, quanto pelo fato de estar articulada com outras ciências em que se embasam os cursos técnicos profissionalizantes.

> A Geometria é um excelente apoio às outras disciplinas: como interpretar um mapa, sem o auxílio da Geometria? E um gráfico estatístico? Como compreender conceitos de medida sem ideias geométricas? A história das civilizações está repleta de exemplos ilustrando o papel fundamental da Geometria (que é carregada de imagens) teve na conquista de conhecimentos artísticos, científicos e, em especial, matemáticos (LORENZATO, 1995, p. 6).

Conforme Lorenzato (1995), pode-se afirmar que o ensino da Geometria, além de apoiar outros componentes curriculares, é necessário para o desenvolvimento cognitivo do aluno a ponto de entender contextos gráficos e espaciais para expressar suas ideias. A Geometria Espacial vem para auxiliar ao aluno nessa área (BECKER, 2009).

> Segundo Gutiérrez (1991), é fundamental que o aluno adquira e desenvolva habilidades que o permitam entender e interpretar diferentes tipos de representações bidimensionais de objetos tridimensionais, ou seja, habilidades que permitam ao aluno criar, mover, transformar e analisar imagens mentais de objetos tridimensionais geradas por uma informação dada através de um desenho plano. Os tipos de atividades propostas nos livros não permitem o desenvolvimento dessas habilidades por não oportunizarem aos alunos a experiência e a possibilidade da criação de suas próprias hipóteses (BECKER, 2009, p. 20).

Baseados em Becker (2009), é necessário trabalhar com Geometria Espacial para o desenvolvimento do aluno, atribuindo outra característica à mesma. Em especial, o ensino dos Poliedros Duais mostra a beleza da Matemática e se confirma em campos de aplicação em diversos contextos.

> [...] o estudo dos poliedros duais pode ser uma alternativa viável para a visualização dos esqueletos dos sólidos e suas propriedades geométricas, tornando a Geometria um estudo agradável. Desse modo, os educando poderão ter a possibilidade de perceber que na Matemática, tudo é construído progressivamente (MOHR e PACHECO, 2014, p. 148).

Mohr e Pacheco (2014), em seu trabalho citam que os alunos enxergam a aplicabilidade da Matemática apenas em cálculos ou algo de difícil interpretação. A Geometria, em especial os Poliedros Duais, traz a beleza Matemática escondida de cálculos. Elas também entendem baseadas em Freitas (2011) que a Geometria quando explorada, torna-se um recurso rico em situações, tendo os educandos a oportunidade de realizar construções, representações e discussões, tendo eles a possibilidade de investigar, descobrir, descrever e identificar propriedades.

Assim entendemos que utilizar o material concreto, de acordo com a proposta do trabalho, possibilita ao educando a investigar, descobrir, identificar e descrever propriedades.

> A utilização dos materiais manipuláveis foi uma possibilidade de contextualizar o ensino da Geometria Espacial, relacionando com situações mais concretas e promovendo uma aprendizagem sem os transtornos comuns nesse ensino, sendo estas atividades uma maneira dos professores levarem novas metodologias para sala de

> aula e juntos com os alunos construírem uma educação de qualidade (SOUZA e DZIADZIO, 2016, p.8).

Assim sendo, baseados em Souza e Dziadzio (2016), que prezam sobre a importância de uma aprendizagem significativa da Geometria espacial, por meio de materiais concretos. Trabalhar Poliedros Duais integrando a assuntos discutidos no componente curricular de Metalografia, no curso Técnico em Mecânica Integrado ao Ensino Médio utilizando-se do material concreto e fazendo um trabalho interdisciplinar entre a Matemática e a Metalografia pode trazer um novo significado e um olhar matemático para o conteúdo específico.

1.2.3) Objetivos

1.2.3.1) Objetivo geral

Aplicar o conceito de Poliedros Duais contextualizado ao ensino do Curso Técnico em Mecânica Integrado ao Ensino Médio, utilizando o material concreto.

1.2.3.2) Objetivos Específicos

- Conceituar Poliedros convexos e não convexos;
- Identificar Poliedros Regulares;
- Reconhecer e relacionar o número de faces e vértices dos Poliedros Regulares;
- Identificar as características dos Poliedros Duais;
- Definir os Poliedros Duais;
- Identificar formas geométricas nas estruturas cristalinas dos metais;
- Identificar o octaedro inscrito ao cubo como estrutura cristalina Cúbica de Face Centrada (CFC);
- Aplicar os conceitos de Poliedros Duais em problemas matemáticos abordados na Metalografia.

1.4) Público alvo

Alunos da 3ª série do Curso Técnico em Mecânica Integrado ao Ensino Médio.

2) RELATÓRIO DO LEAMAT II

2.1) Atividades desenvolvidas

Dia 24 de abril de 2018 aconteceu a aula inaugural do LEAMAT II, na qual as professoras orientadoras nas linhas Educação Matemática Inclusiva e Geometria discutiram com a turma sobre a segunda parte da disciplina. Foi apresentado o calendário da mesma e a importância de um bom planejamento e o cumprimento de datas. As orientadoras explicaram as etapas do LEAMAT II, que consiste em: (I) planejamento e elaboração da sequência didática; (II) aplicação da mesma na turma do LEAMAT II e; (III) produção do relatório.

Os encontros realizados entre as datas de 8 de maio de 2018 e 13 de junho de 2018 foram destinados à revisão do aporte teórico e a elaboração da sequência didática, devidamente revisada e corrigida pelos professores orientadores.

Os encontros realizados entre 19 de junho de 2018 e 29 de agosto de 2018 foram destinados à aplicação da sequência didática na turma do LEAMAT II. Cabe ressaltar que os autores deste trabalho aplicaram essa sequência didática no dia 3 de julho de 2018. Essa etapa caracteriza o teste exploratório da sequência didática elaborada pelo grupo, etapa importante para sanar possíveis deficiências na elaboração e condução da mesma.

2.2) Elaboração da sequência didática

2.2.1) Planejamento da sequência didática

Nossa sequência didática divide-se em quatro etapas:

1- Reconhecendo os Poliedros Convexos

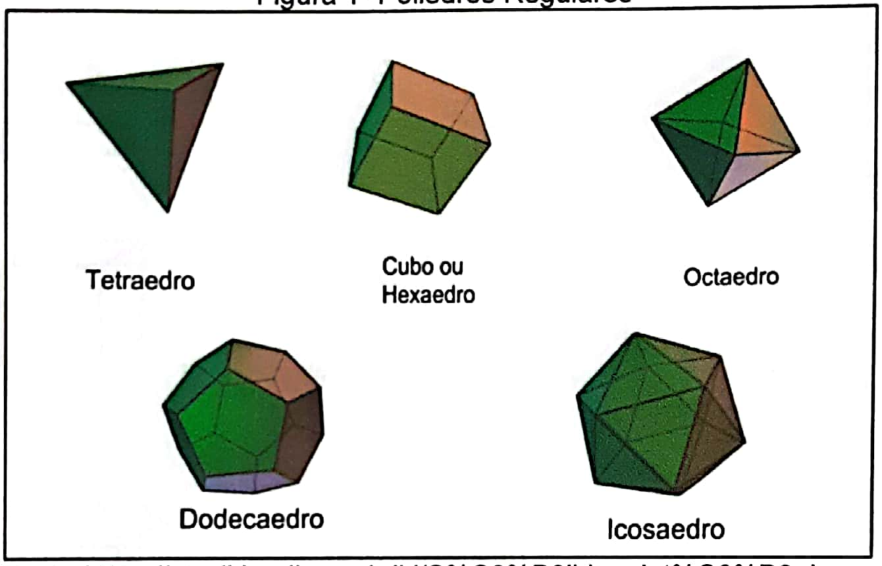
2- Os Poliedros Duais

3- Na Metalografia

4- Empacotamento de Esferas

Na primeira etapa, *Reconhecendo os Poliedros*, objetivamos utilizar o material concreto para que o aluno, por meio da exploração, possa identificar as características dos Poliedros Convexos. A apostila deve formalizar a definição e apresentar as representações geométricas dos mesmos, como forma de auxiliar o aluno. Neste momento, trabalharemos somente com a manipulação dos Poliedros Regulares, porém como não há a possibilidade de disponibilizarmos os cinco sólidos para cada aluno, separaremos a turma em grupos de quatro ou cinco pessoas. Os autores deste trabalho devem orientar os alunos, mas deixando-os livres para explorem, ao mesmo tempo em que revezam os sólidos entre os grupos para que todos os alunos tenham manipulado os Poliedros Regulares.

Figura 1- Poliedros Regulares



Fonte:https://pt.wikipedia.org/wiki/S%C3%B3lido_plat%C3%B3nico-Adaptado [acesso em 15 de junho de 2018]

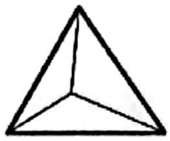
Em seguida, a sequência é planejada para que os alunos pudessem identificar a relação do número de vértices e o número de faces entre os Poliedros. O grupo deve deixar que os alunos respondam a questão 1 (Figura 2) da Atividade 1 antes de prosseguir. Os alunos devem reconhecer, mesmo que por contagem, o número de faces e como ela está relacionada com o prefixo do nome do poliedro, além do número de vértices.

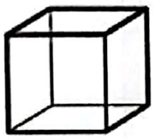
Figura 2- Questão 1 da Atividade 1

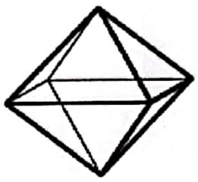
Atividade 1:

Reconhecendo Poliedros:

1) Quantas faces e vértices há em cada Poliedro?

a)  Número de Faces: _______ Número de vértices: _______

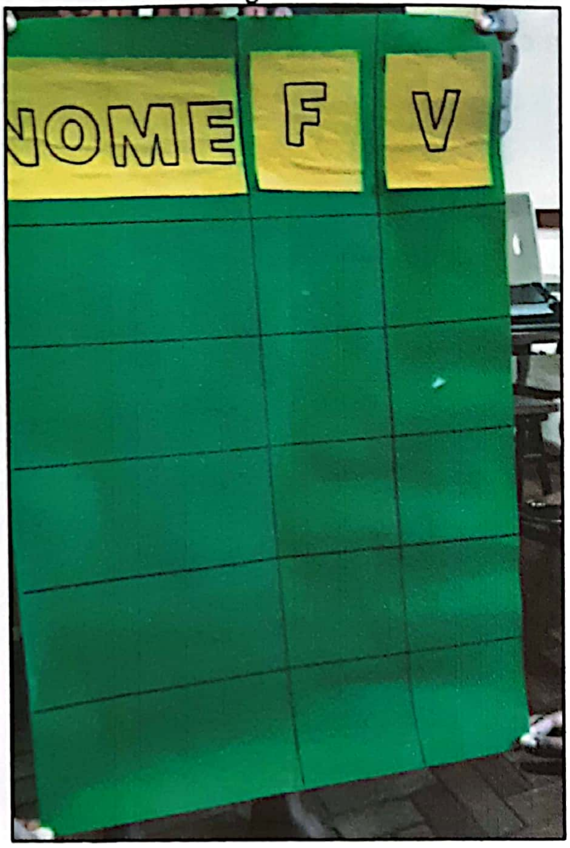
b)  Número de Faces: _______ Número de vértices: _______

c)  Número de Faces: _______ Número de vértices: _______

Fonte: Elaboração própria.

Uma cartolina contendo uma tabela (Figura 3) é presa no quadro branco vai ser utilizada para uma resposta dinâmica da turma. Aos alunos, deve ser distribuído cartões, de forma aleatória, com as informações que devem completar a tabela. Os grupos devem eleger um componente para que, utilizando dos cartões recebidos, dirija-se à frente da turma e complete a tabela com as respostas do grupo.

Figura 3- Tabela



Fonte: Elaboração própria.

A questão 2 (Figura 4) deve levar o aluno a perceber a relação entre o número de vértices e o número de faces dos poliedros convexos. Essa questão faz a ligação com a próxima etapa da sequência: *Reconhecendo os Poliedros Duais*. Os grupos deverão ser orientados, por meio de perguntas diretivas, para que todos percebam essa relação.

Figura 4- Questão 2 da Atividade 1

2) Qual relação podemos notar entre o número de faces e vértices do Cubo e do Octaedro? E entre o Dodecaedro e o Icosaedro?

____

____

Fonte: Elaboração própria.

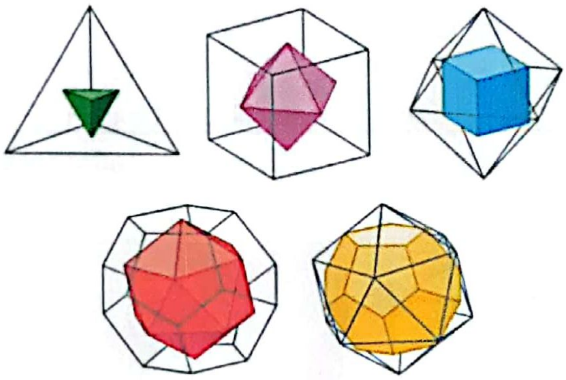
Com base nas imagens da apostila (Figura 5) e com o material concreto dos Poliedros (Figura 6), esperamos que o aluno construa uma definição para Poliedros

Duais. Para isso, a apostila pede que o aluno formalize sua concepção de poliedro dual, conforme a Figura 5. Apresentaremos, por fim, formalmente e oralmente, a definição de Poliedros Duais.

Figura 5- Poliedros Duais

Reconhecendo os Poliedros Duais:

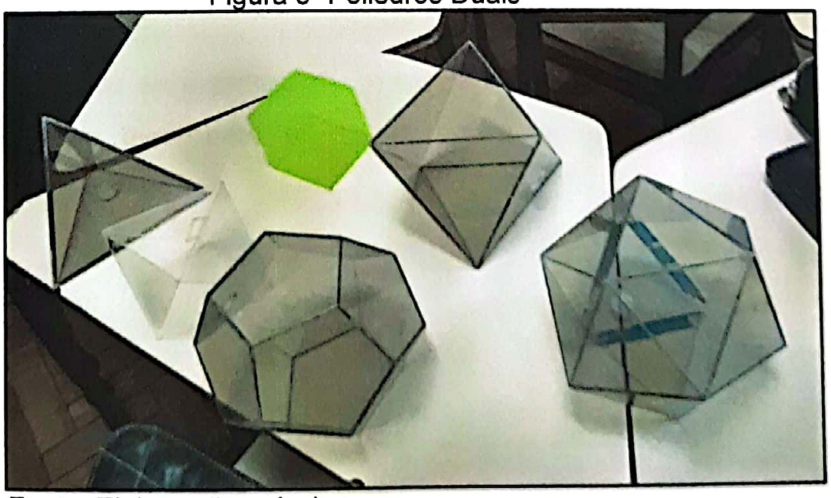
1) Analise a imagem dos Poliedros duais a seguir e responda:



A partir da imagem e do material concreto apresentado, como você definiria um Poliedro Dual?

Fonte: Elaboração própria.

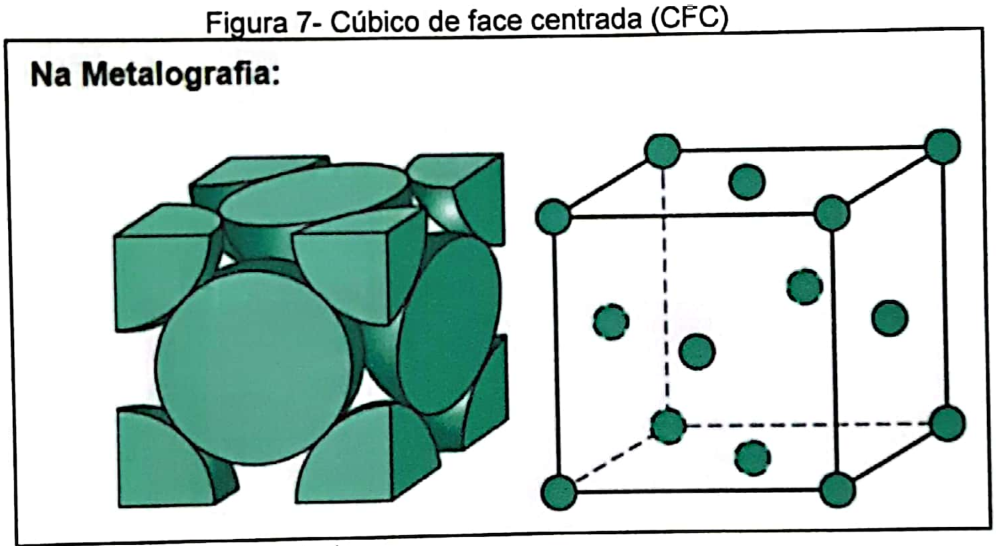
Figura 6- Poliedros Duais



Fonte: Elaboração própria.

A terceira etapa, momento em que a sequência didática propicia o aluno da 3.ª série do Curso Técnico em Mecânica Integrado ao Ensino Médio perceber a aplicação dos conceitos da Geometria na Metalografia, componente curricular de seu curso. Em Metalografia é estudado o arranjo cristalino CFC *(cúbico de face centrada)* que é uma formação cristalina do ferro gama, alumínio, cálcio, níquel, cobre, prata, ouro, chumbo, platina, etc. O CFC (Figura 7) é um Poliedro Dual formado por um Octaedro inscrito num Cubo, no qual cada vértice corresponde a um átomo.

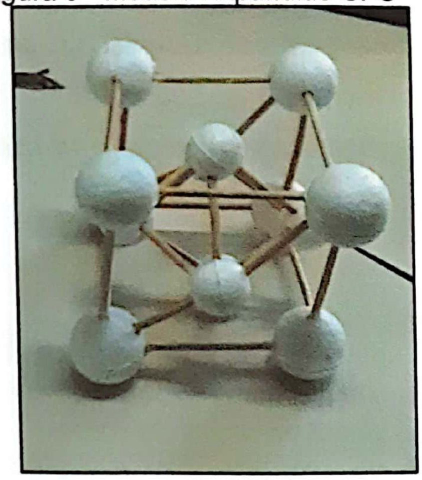
Figura 7- Cúbico de face centrada (CFC)



Fonte: Elaboração própria.

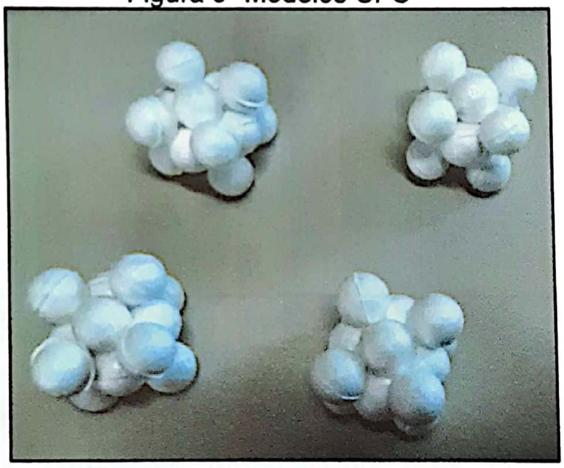
Utilizaremos uma reprodução em material concreto para que o aluno perceba a relação entre o arranjo cristalino, já conhecido por ele, e o Poliedro Dual (Figura 8). A cada grupo de alunos será entregue um modelo do arranjo (Figura 9) para que eles possam explorar livremente e os utilizar na resolução das questões de aplicação.

Figura 8 - Modelo Expandido CFC



Fonte: Elaboração própria.

Figura 9- Modelos CFC



Fonte: Elaboração própria.

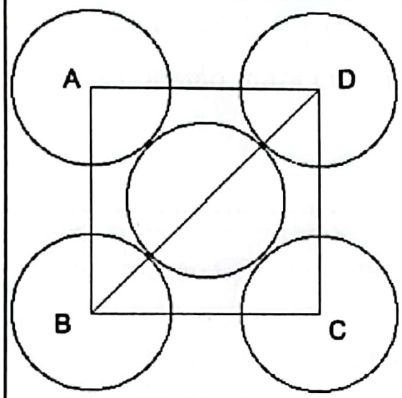
Oralmente serão discutidos com os alunos, as questões relacionadas à ciência desse modelo, seu arranjo no espaço, bem como as mudanças de propriedade do material, característica quase exclusiva dos materiais que envolvem ligações metálicas. Todas essas informações devem ser relacionadas ao arranjo espacial das esferas dos átomos e como uma célula unitária representa um Poliedro Dual.

Com o conhecimento de poliedros consolidados e com os conhecimentos prévios de Geometria, esperamos que o aluno resolva as questões propostas na Atividade 2. Ao elaborar as questões, tivemos o cuidado de utilizar dados e informações reais, assim como curiosidades sobre o material.

A questão 1 (Figura 10) relaciona a Geometria Euclidiana Plana com a Metalografia. O material utiliza da Geometria para estimular o aluno a conhecer a face da figura estudada.

Figura 10- Questão 1 da Atividade 2

1) Criptônio é um gás nobre utilizado na fabricação de lâmpadas. Embora encontrado na forma de gás a temperatura ambiente, quando se solidifica, ele forma um cristal de arranjo CFC. A aresta do cubo, na formação cristalina do Criptônio, tem aproximadamente 249 pm (um picômetro equivale a 10^{-12} metros), quanto mede o raio de um átomo de Criptônio?

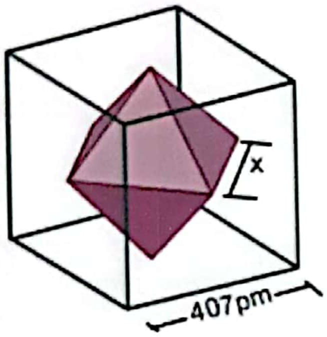


Fonte: Elaboração própria.

A questão 2 (Figura 11) é projetada para que o aluno construa o conceito da figura no espaço e como as propriedades das faces planas, discutidas anteriormente, são importantes para os cálculos da figura espacial.

Figura 11- Questão 2 da Atividade 2

2) Prata se solidifica como um Cristal Cúbico de Face Centrada, considere 407 pm a medida de uma aresta do cubo formado pelos átomos. Determine a medida da aresta do Octaedro no seu interior.



Fonte: Elaboração própria.

Na questão 3 (figura 12), tratamos de volume e para isso, não colocamos figuras na questão, para estimular o aluno à abstração.

Figura 12- Questão 3 da Atividade 2

3) Irídio, o metal com maior resistência a corrosão conhecido, também se arranja como a formação CFC na forma sólida. A aresta do cubo exterior mede 383,3 pm.

a) Determine o volume do cubo. (Considere $V_{cubo} = L^3$)

b) Determine o volume do octaedro interno. (Considere $V_{pirâmide} = \frac{A_{base} \cdot h}{3}$)

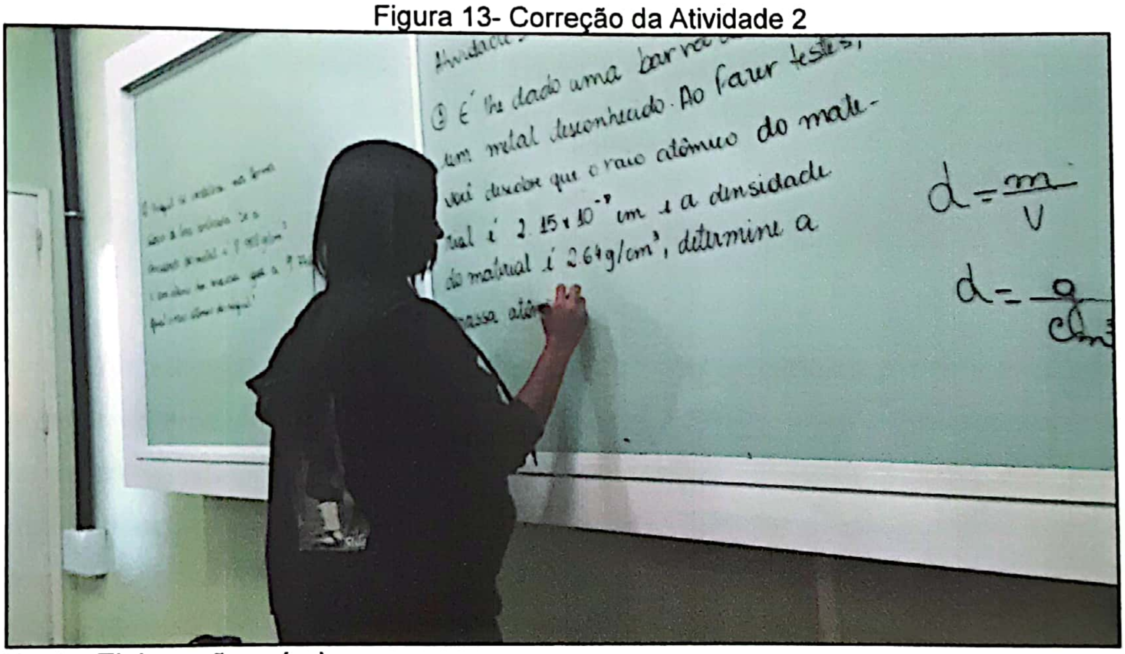
Fonte: Elaboração própria.

Na quarta e última etapa, como conclusão, faremos uma leitura dinâmica do texto *Empacotamento de esferas* (Apêndice 1). Esta etapa tem por objetivo instigar o aluno a conhecer mais sobre o assunto. Esperamos que o texto sane as dúvidas sobre o porquê do material se organizar dessa forma, e porque o estudo desse tema da Geometria é tão pertinente para as ciências tecnológicas.

2.2.2) Aplicação da sequência didática na turma do LEAMAT II

A aplicação ocorreu como o planejado, no dia 3 de julho de 2018. Houve ótimas sugestões para serem consideradas no LEAMAT III.

Figura 13- Correção da Atividade 2

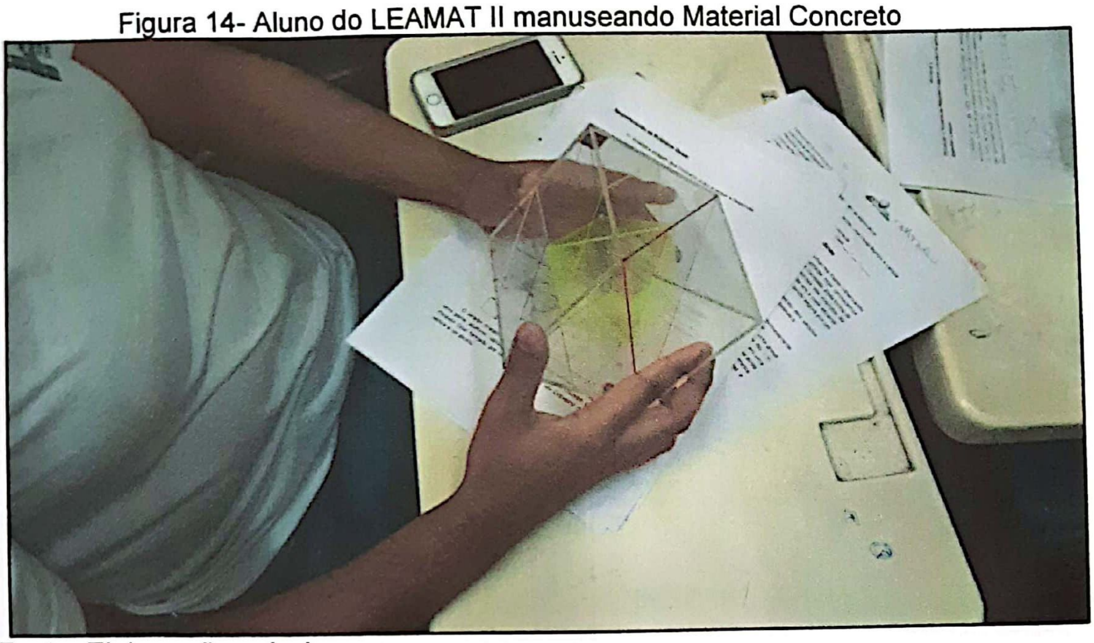


Fonte: Elaboração própria.

Na primeira parte, *Reconhecendo os Poliedros*, houve sugestão de se usar um geoplano[1] para explicar o que é uma figura convexa e não convexa. Também foi feita a correção com a substituição da expressão “polígonos planos” por “superfícies poligonais”. Houve uma sugestão de trocar a definição de poliedros elaborada pelo grupo, por uma definição de um autor com referência. Foi sugerido, ainda, repensar a explicação de poliedro convexo e não convexo, uma vez que a forma apresentada não foi esclarecedora. O resultado foi bom, os colegas da turma acompanharam e avaliaram bem essa parte da sequência.

[1] Geoplano é formado por uma placa e pinos perpendiculares formando uma malha composta por linhas e colunas dispostas de maneira regular.

Figura 14- Aluno do LEAMAT II manuseando Material Concreto

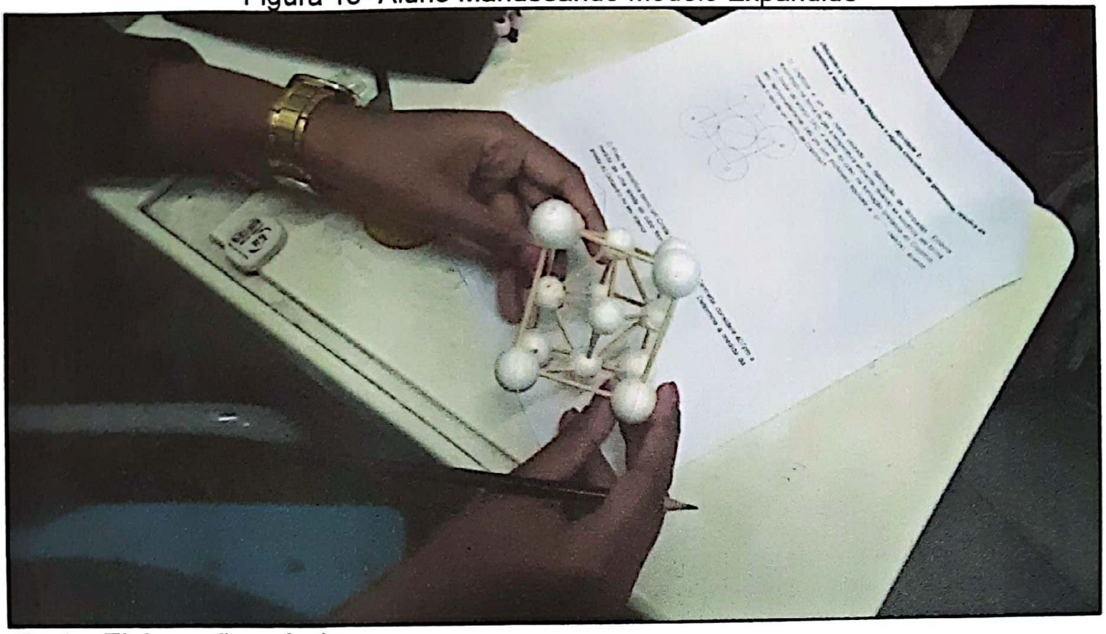


Fonte: Elaboração própria.

Na segunda etapa, onde apresentamos com a cartolina o nome e número de faces e vértices de cada poliedro, percebemos a necessidade de reforçar mais que o hexaedro é sinônimo de cubo, para que o aluno assimile a ideia dos prefixos matemáticos gregos. Também fomos orientados a ter mais rigor quanto à escrita das expressões matemáticas.

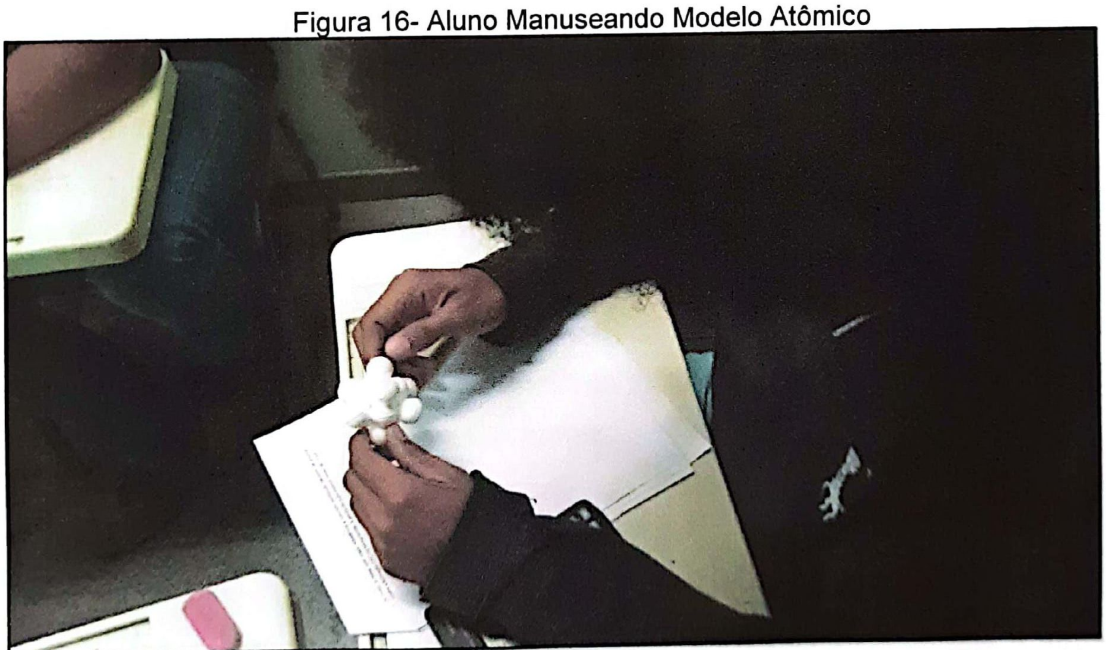
Na sequência, em *Reconhecendo Poliedros Duais*, foi discutido sobre o uso de melhores imagens, que fiquem mais nítidas na impressão, além de, oralmente, definir de forma mais clara. Em seguida, na seção *Na Metalografia*, os alunos do LEAMAT II sugeriram o uso de materiais concretos maiores e com cores contrastantes entre o cubo e o octaedro, no modelo expandido do CFC (Figuras 15 e 16). Fomos orientados a fazer mais perguntas sobre o poliedro. Essa parte não foi tão fluida quanto as outras, pois era a primeira vez que os alunos estavam em contato com o assunto, mas em geral, conseguiram acompanhar a aplicação e entenderam, com o auxílio do material concreto.

Figura 15- Aluno Manuseando Modelo Expandido



Fonte: Elaboração própria.

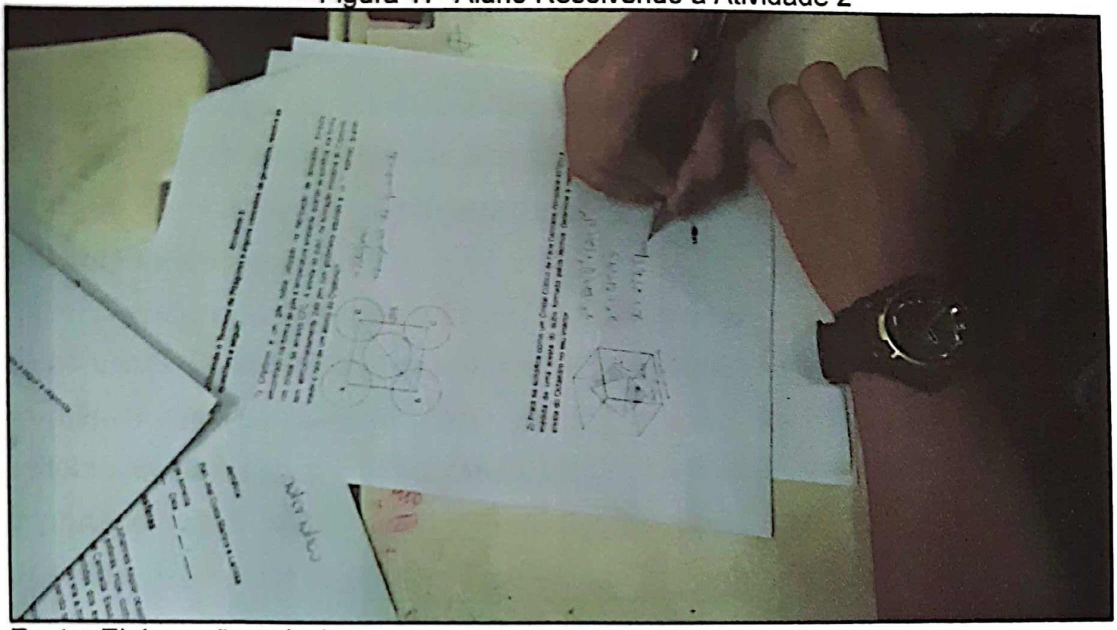
Figura 16- Aluno Manuseando Modelo Atômico



Fonte: Elaboração própria.

Nos exercícios, os alunos tiveram dificuldade de realizar as atividades sem calculadora. Deve-se verificar anteriormente à aplicação, se todos os alunos têm acesso à calculadora, dado a dificuldade dos cálculos. Caso não haja, devemos levar calculadoras auxiliares.

Figura 17- Aluno Resolvendo a Atividade 2



Fonte: Elaboração própria.

Sugeriram sobre a separação das partes da apostila, para que a atividade de verificação seja entregue depois. Além de uma formatação melhor, foi sugerido que se utilize de material concreto ou *software* de geometria dinâmica na última questão. A última questão gerou uma pequena apreensão nos alunos, fazendo com que os mesmos solicitassem com maior frequência a ajuda do grupo. Sugere-se que tal fato se deu pelo nível maior de complexidade da questão, fazendo com que os mesmos solicitassem com maior frequência a ajuda do grupo. Pela ênfase do trabalho em ser bem rigoroso quanto à ciência, as questões resultaram em cálculos extensos, que não foram feitas por alunos sem calculadora.

Quanto ao texto *Empacotamento de Esferas*, deve-se mudar o uso da abreviação da forma CFC.

A partir dos dados apresentados e da resolução da atividade 2, podemos concluir que a sequência atendeu aos objetivos propostos, mesmo que a turma do LEAMAT II tenha apresentado algumas dúvidas por se tratar de um assunto técnico. Esperamos que, na aplicação da sequência didática numa turma de curso técnico em Mecânica integrado ao ensino médio que já conheça a estrutura cristalina, a construção da relação entre os Poliedros Duais e os conceitos da Metalografia aconteça de forma mais natural.

definição de Poliedros Duais e, atividade 2, que contém a relação dos Poliedros Duais e a Metalografia, bem como os exercícios de fixação. No texto *Empacotamento de Esferas*, alteramos a abreviação o uso da sigla CFC.

3.2.2) Experimentação da sequência didática na turma regular

A aplicação da sequência didática foi realizada numa turma da 3.ª série, de uma instituição pública de ensino na cidade de Campos dos Goytacazes que oferta o curso Técnico em Mecânica integrado ao Ensino Médio. A aplicação se realizou no dia 19 de outubro de 2018. A sequência didática teve duração de 100 minutos (dois horários), com a presença de 35 alunos.

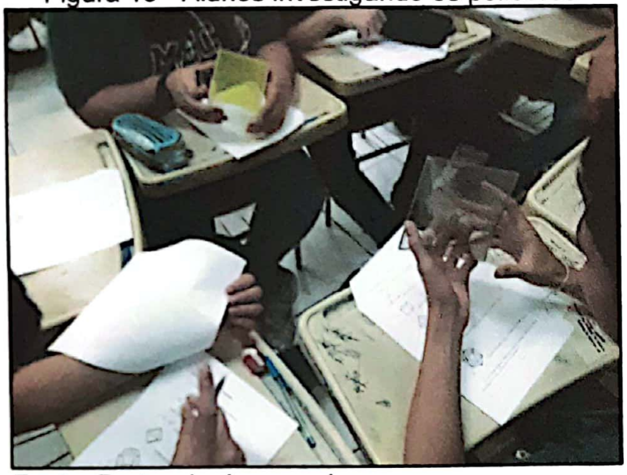
Antes de iniciarmos a aula, a fim de pouparmos tempo, arrumamos a sala em grupos de oito e, após a chegada dos alunos, a orientadora apresentou-se e nos apresentou. Em seguida, falamos sobre o tema da aula e entregamos a apostila. Um dos licenciandos começou a aula relembrando com a turma o conceito de poliedro e poliedros regulares baseando-se na apostila e no material concreto para exemplificá-los.

Figura 18- Licencianda relembrando os conceitos de poliedros.

Fonte: Protocolo de pesquisa.

Após isso, relembramos com eles a existência de apenas cinco poliedros regulares, seus nomes e o prefixo grego que cada nome contém. Depois da introdução, distribuímos poliedros regulares, para que os alunos pudessem observar e responder os exercícios um e dois.

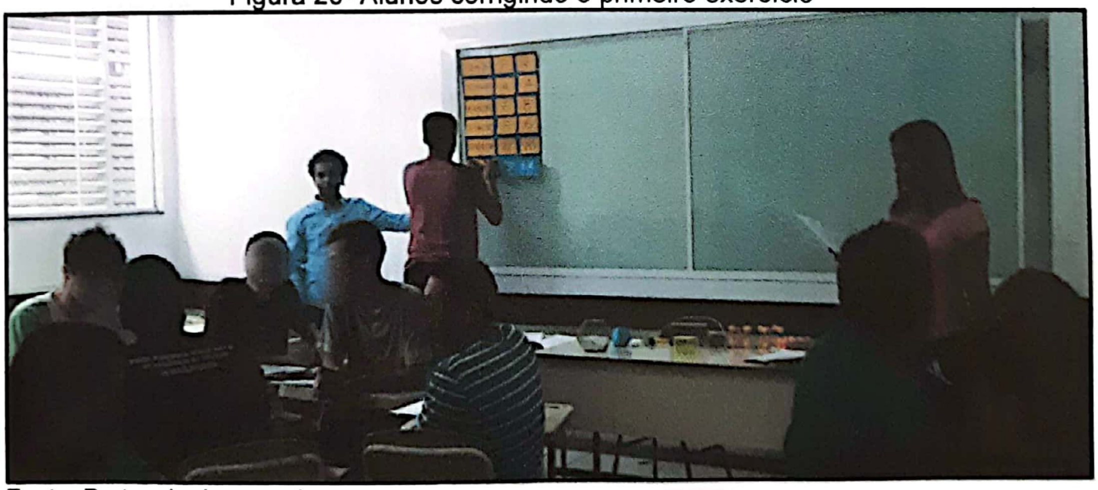
Figura 19- Alunos investigando os poliedros



Fonte: Protocolo de pesquisa.

Para a correção dos exercícios 1 e 2, distribuímos fichas aleatoriamente, com números de faces e vértices de cada poliedro observado, os alunos colaram essas fichas nos lugares correspondentes de faces e vértices do poliedro.

Figura 20- Alunos corrigindo o primeiro exercício



Fonte: Protocolo de pesquisa.

Pedimos então que eles observassem o número de faces e vértices dos poliedros, construíssem uma relação entre eles, para assim, resolvendo o exercício 2.

A seguir entregamos os Poliedros Duais e os deixamos investigar. Posteriormente, fizemos pergunta sobre o sólido observado, com isso sendo possível que os alunos definissem o que são Poliedros Duais por meio da análise feita por eles desses sólidos. Dessa forma, concluímos a primeira etapa da apostila.

Figura 21 - Definição feita do Aluno A

A partir da imagem e do material concreto apresentado, como você definiria um Poliedro Dual?

Um poliedro com outro inscrito no qual os vértices do inscrito tocam os centros das faces do circunscrito sendo que o número de vértices do inscrito é igual o número de faces do poliedro externo

Fonte: Protocolo de pesquisa.

Figura 22 - Definição feita pelo o aluno B.

A partir da imagem e do material concreto apresentado, como você definiria um Poliedro Dual?

Um poliedro dentro de outro poliedro, sendo o que está dentro deve ter o número de vértices igual ao número de faces do que está fora, até porque os vértices de dentro encostam nas faces do de fora. Além disso as arestas de um e outro são ortogonais entre si.

Fonte: Protocolo de pesquisa.

Figura 23 - Definição feita pelo aluno C.

A partir da imagem e do material concreto apresentado, como você definiria um Poliedro Dual?

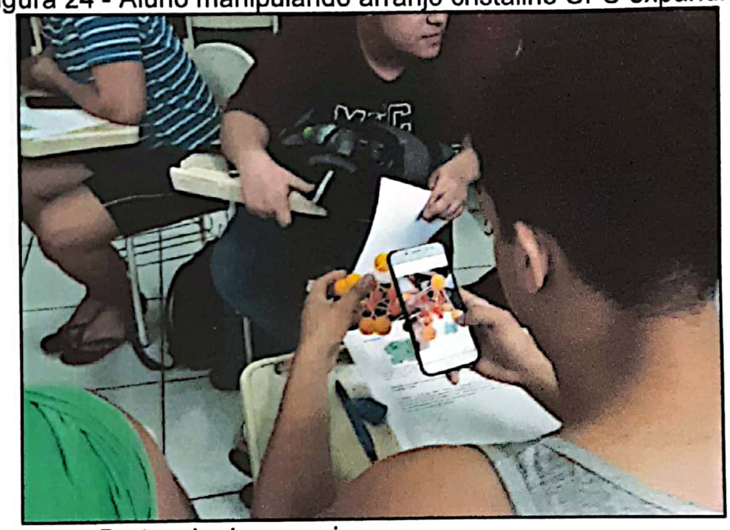
O número de vértice do inscrito é igual o número de face do escrito, e o vértice bate no centro da face

Fonte: Protocolo de pesquisa.

As figuras acima representam as definições de Poliedros Duais construídas pelos alunos. Em grande parte das definições fez-nos tornar a Mohr e Pacheco (2014), em que também tratam de um aprendizado através das experiências (o que eles já aprenderam no curso técnico), sendo acrescidas por um novo conteúdo (Poliedros Duais). Fazendo assim a investigação do material concreto e descrevendo suas características com palavras que normalmente são utilizadas por alunos que cursam Técnico em Mecânica. Exemplo: ortogonais.

Entregamos aos alunos a segunda etapa da apostila, relacionamos o conteúdo de Poliedros Duais à Metalografia que faz parte da ementa do curso técnico. Nesse momento, relembramos com eles as estruturas cristalinas mais comuns e tomamos um exemplo da área específica deles. A partir disso mostramos um olhar matemático de uma das estruturas cristalinas.

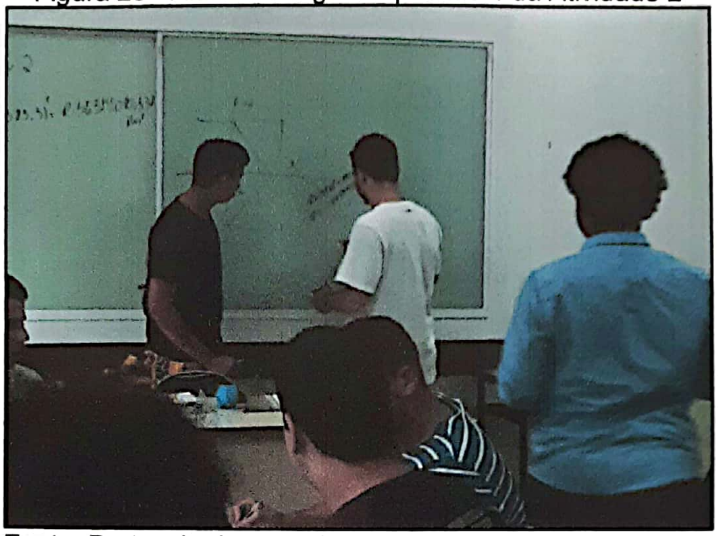
Figura 24 - Aluno manipulando arranjo cristalino CFC expandido



Fonte: Protocolo de pesquisa.

A partir daí fizemos a atividade 2, com alguns exercícios aplicados ao estudo da Metalografia. Ajudamos apenas com as dúvidas e os alunos foram ao quadro corrigir as questões. Neste momento a turma foi bastante participativa, discutiam os problemas propostos na apostila para a correção no quadro.

Figura 25 - Alunos corrigindo questão 4 da Atividade 2

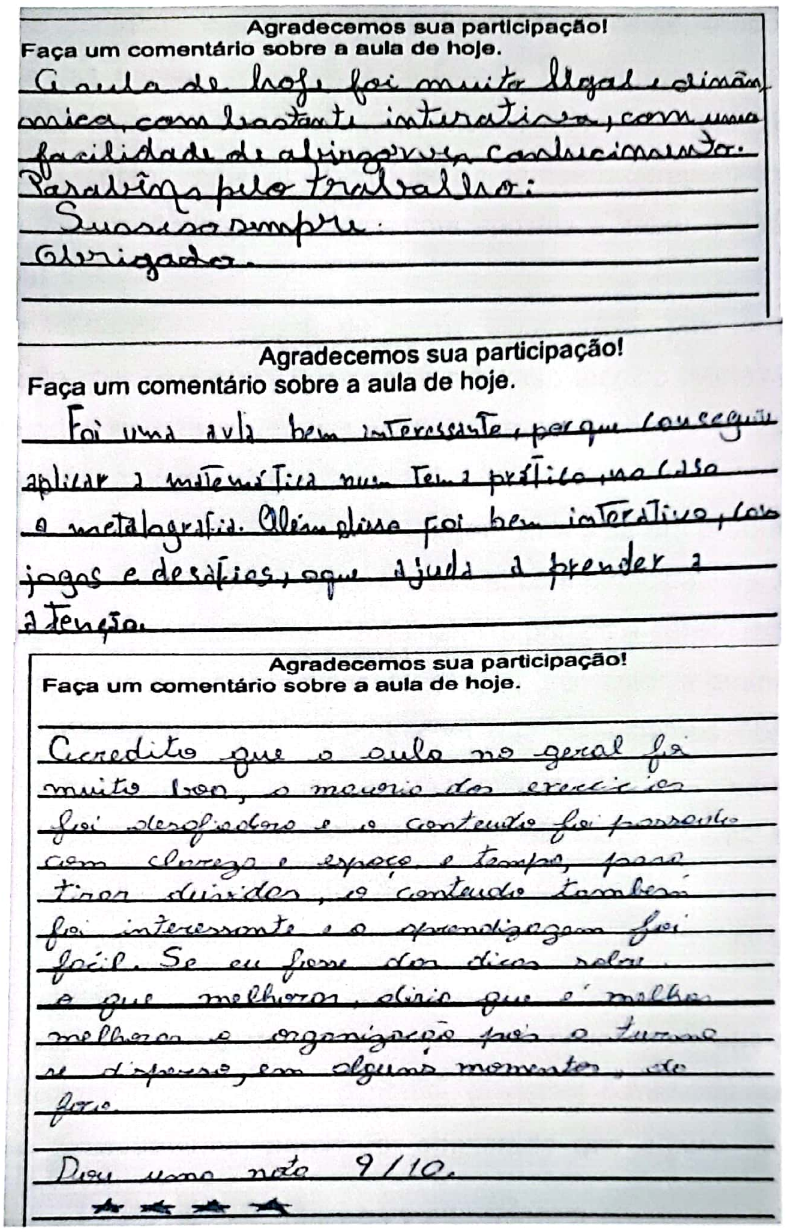


Fonte: Protocolo de pesquisa.

Após a correção das atividades, entregamos o texto *Empacotamento de esferas* e, devido ao tempo, deixamos como curiosidade e encerramos a aula, agradecendo a participação dos alunos.

Entendemos que não é necessário colocar resolução das questões da apostila feita pelos alunos, por elas serem corrigidas paralelamente com os alunos.

Figura 26 - Algumas Avaliações dos alunos



Agradecemos sua participação!
Faça um comentário sobre a aula de hoje.

A aula de hoje foi muito legal e dinâmica, com bastante interativa, com uma facilidade de absorver o conhecimento. Parabéns pelo trabalho: Sucesso sempre. Obrigado.

Agradecemos sua participação!
Faça um comentário sobre a aula de hoje.

Foi uma aula bem interessante, porque consegui aplicar a matemática num tema prático, no caso a metalografia. Além disso foi bem interativo, com jogos e desafios, o que ajuda a prender a atenção.

Agradecemos sua participação!
Faça um comentário sobre a aula de hoje.

Acredito que a aula no geral foi muito boa, a maioria dos exercícios foi desafiadora e o conteúdo foi passado com clareza e espaço e tempo, para tirar dúvidas, o conteúdo também foi interessante e a aprendizagem foi fácil. Se eu fosse dar dicas sobre o que melhorar, diria que é melhor melhorar a organização pois a turma se dispersa, em alguns momentos, do foco.

Dou uma nota 9/10.

Fonte: Protocolo de pesquisa.

Considerações finais

Este trabalho contribuiu muito na nossa formação docente, tendo ele nos proporcionado uma das nossas primeiras experiências na condição de professor. Saber como elaborar uma sequência didática, investigando as metodologias de ensino e utilizá-las como material manipulado, também proporcionou uma experiência na escrita acadêmica, a elaborar uma apostila e saber a trabalhar de forma interdisciplinar.

A aplicação influenciou a turma de forma significativa, pois o conteúdo aplicado tinha relação com uma matéria presente no curso técnico (Metalografia), e apresentá-lo com um olhar matemático e o auxílio material concreto fez com que o conteúdo tornasse mais compreensível.

Os pontos positivos do trabalho foram: (i) organizar a sala em grupos, tirando a modelo convencional de aula; (ii) os alunos interessados e participativos; (iii) o uso do material concreto e; (iv) a relação interdisciplinar. Os pontos a serem melhorados são: (i) a qualidade dos Poliedros Duais construídos; (ii) aumentar a quantidade de materiais concretos; (iii) visto que os alunos com que trabalhamos concluem o ensino médio no ano de aplicação e muitos fariam vestibular, com isso achamos que faltou colocar uma questão de vestibular. Fator que dificultou foi não encontrar questões de vestibulares que envolviam ambos os conteúdos.

Para trabalhos futuros, sugere-se trabalhar com outras estruturas cristalinas presentes na Metalografia.

Acredita-se que o objetivo do trabalho foi alcançado, pois abordou-se o conteúdo matemático relacionando-o com conteúdo já visto e o material concreto foi fundamental para o êxito trabalho, porém foi observado que alguns alunos não definiram Poliedros Duais com características relevantes.

Referências

BECKER, Marcelo. **Uma Alternativa para o Ensino de Geometria**: Visualização Geométrica E representações de Sólidos no Plano. 2009. Dissertação (Mestrado em Matemática) Universidade Federal do Rio Grande do Sul – UFRGS, Porto Alegre, 2009. Disponível em: http://www.lume.ufrgs.br/bitstream/handle/10183/17161/000712216.pdf?sequence=1 . Acesso em: 25 jan. 2018.

LORENZATO, Sergio. Porque não Ensinar Geometria?.**Educação Matemática em Revista-SBEM**, Campinas, v., n. 4, p. 3-13, jan./jun. 1995. Disponível em: http://professoresdematematica.com.br/wa_files/0_20POR_20QUE_20NAO_20ENSINAR_20GEOMETRIA.pdf. Acesso em: 25 jan. 2018.

LUZ, Adriana Augusta Benigno dos Santos et al. A Geometria na disciplina de Matemática: a abordagem dos livros didáticos. *In:* SIMPÓSIO NACIONAL DE GEOMETRIA DESCRITIVA E DESENHO TÉCNICO, 8., 2007, Curitiba. **Anais** [...].Universidade Federal do Paraná.2007. s.p. Disponível em: http://www.exatas.ufpr.br/portal/docs_degraf/artigos_graphica/AGEOMETRIANADISCIPLINA.pdf. Acesso em: 21 fev. 2019.

MOHR, Ana Regina da Rocha; PACHECO, Leila Leatrice Saldanha. Poliedros Duais e a Geometria Sendo Ensinada de Forma Construtiva. *In*: ENCONTRO REGIONAL DE ESTUDANTES DE MATEMÁTICA DA REGIÃO SUL, 20., 2014, Bagé. **Anais [...]** Universidade Federal do Pampa. 2014. p. 148-157 Disponível em: https://eventos.unipampa.edu.br/eremat/files/2014/12/CC_Mohr_004.498.660-25.pdf. Acesso em: 25 jan. 2018.

SOUZA, Carina Vieira de; DZIADZIO, Silton José. Geometria Espacial – Aprendizagem Através da Manipulação de Sólidos Geométricos. *In:* SIMPÓSIO NACIONAL DE ENSINO DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA, 5., 2016, Irati. **Anais [...]** Universidade Estadual do Centro-Oeste.2016. Tema: II Semana Acadêmica da Licenciatura Interdisciplinar em Ciências Naturais, s.p. Disponível em: www.sinect.com.br/2016/down.php?id=3428&q=1. Acesso em: 25 jan. 2018.

VIEIRA, Vanice da Silva Freitas. Refletindo Sobre Orientação para o Ensino de Matemática no Ensino Médio e no Ensino Médio Profissionalizante. **Encontro de Produção Discente de PUCSP/ Cruzeiro do Sul,** São Paulo, v.1,n.1, p.1-12, 2012. Disponível em: http://revistapos.cruzeirodosul.edu.br/index.php/epd/article/viewFile/456/379. Acesso em: 25 jan. 2018.

Campos dos Goytacazes (RJ), 3 de maio de 2019.

Joel Costa Martins

Joel Costa Martins

Larissa Rosario Monteiro

Larissa Rosario Monteiro

APÊNDICES

Diretoria de Ensino Superior
Licenciatura em Matemática
Disciplina: Laboratório de Ensino e Aprendizagem de Matemática.
Linha de Pesquisa: Geometria
Licenciandos: Joel Costa Martins e Larissa Rosario Monteiro
Orientadora: Profª. Me. Ana Mary Fonseca Barreto de Almeida
Nome: ____ Data: ___ / ___ / _____

Empacotamento de esferas

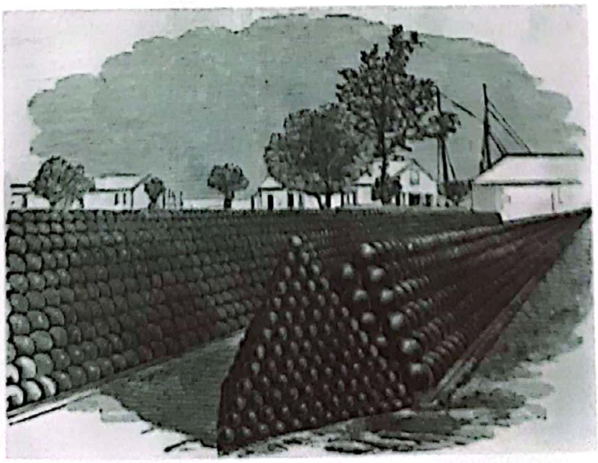
No Séc. XIX, um matemático alemão chamado Johannes Kepler observando romã, chegou ao método mais eficiente de se empilhar esferas. Hoje, conhecemos um desses arranjos tridimensionais como Cúbico de Face Centrada (CFC). Essa forma de se arrumar era muito usada para empilhar bolas de canhões dos exércitos da época, ou seja, a solução mais natural de se empilhar esferas era a mais eficiente. Trata-se de uma pirâmide de esferas, com a camada inferior sendo segura por um suporte triangular.

Carl Friedrich Gauss, outro famoso filósofo alemão, nascido dois séculos depois de Kepler, provou que o maior fator de empacotamento de esferas é:

$$\frac{\pi}{3\sqrt{2}} \simeq 0.74048$$

Isso quer dizer que, em um arranjo de esferas em CFC, aproximadamente 74% do espaço é composto de esferas e os outros 26% de espaço vazio.

Embora Kepler tivesse a resposta sobre isso, ele não deixou uma prova formal do seu achado. Quase 400 anos depois, um professor chamado Wu – Yi Hsiang, da Universidade da Califórnia, reacendeu esse tema ao propor, em uma revista científica, a prova formal desse enigma que durava séculos. Sua prova ainda não foi totalmente aceita, mas continua sendo debatida. Embora trate de geometria e álgebra simples, sua prova formal já ultrapassa 100 páginas de contas e demonstrações.



Apêndice A: Material didático aplicado na turma do LEAMAT II

Diretoria de Ensino Superior
Licenciatura em Matemática
Disciplina: Laboratório de Ensino e Aprendizagem de Matemática.
Linha de Pesquisa: Geometria
Licenciandos: Joel Costa Martins e Larissa Rosario Monteiro
Orientadora: Profª. Me. Ana Mary Fonseca Barreto de Almeida
Nome: ______________________________ Data: ___/___/_____

POLIEDROS DUAIS

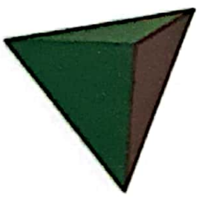
O que são poliedros?

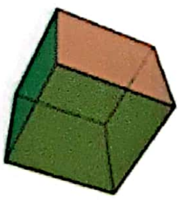
Um *poliedro* é uma reunião de um número finito de superfícies poligonais, onde cada lado de um destes polígonos é também lado de um, e apenas um, outro polígono. Cada um destes polígonos chama-se uma *face* do poliedro, cada lado comum a duas faces chama-se uma *aresta* do poliedro e cada *vértice* de uma face é também chamado vértice do poliedro.

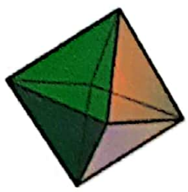
Todo poliedro limita uma região do espaço chamada de *interior* deste poliedro. Dizemos que um poliedro é *convexo* se o seu interior C é convexo, isto é, quando qualquer segmento de reta que liga dois pontos de C está inteiramente contido em C. Em um poliedro convexo toda reta não paralela a nenhuma de suas faces o corta em, no máximo, dois pontos.

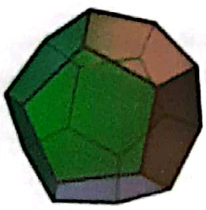
Um poliedro convexo é *regular* quando todas as suas faces são polígonos regulares congruentes e em todos os vértices concorrem o mesmo número de arestas.

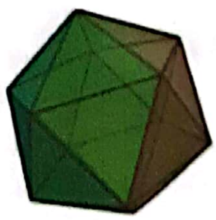
Existem apenas cinco poliedros regulares convexos, são eles:


Tetraedro


Cubo ou Hexaedro


Octaedro

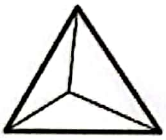

Dodecaedro

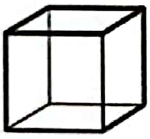

Icosaedro

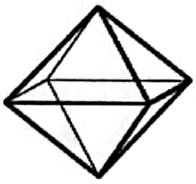
Atividade 1:

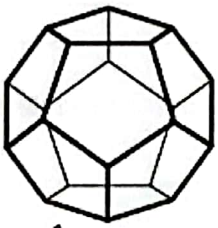
Reconhecendo Poliedros:

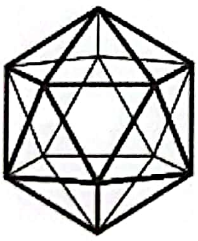
1) Quantas faces e vértices há em cada Poliedro?

a)  Número de Faces: _______ Número de vértices: _______

b)  Número de Faces: _______ Número de vértices: _______

c)  Número de Faces: _______ Número de vértices: ______

d)  Número de Faces: _______ Número de vértices: _____

e)  Número de Faces: _______ Número de vértices: ______

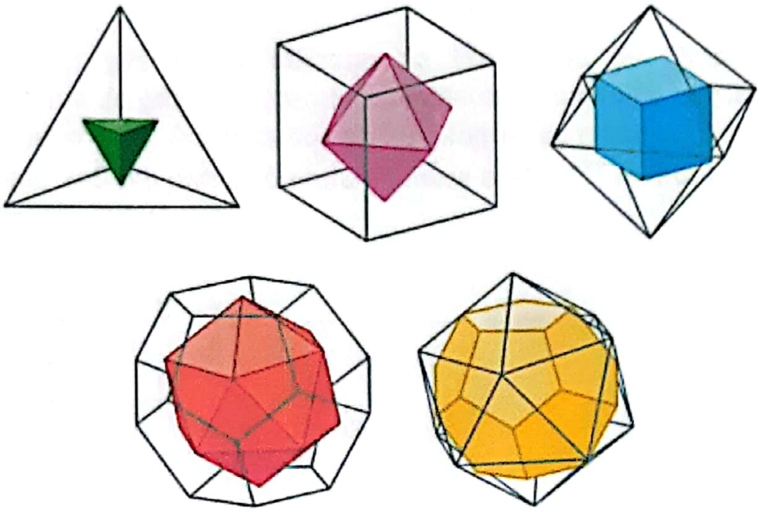
2) Qual relação podemos notar entre o número de faces e vértices do Cubo e do Octaedro? E entre o Dodecaedro e o Icosaedro?

____

____

Reconhecendo os Poliedros Duais:

1) Analise a imagem dos Poliedros Duais a seguir e responda:



A partir da imagem e do material concreto apresentado, como você definiria um Poliedro Dual?

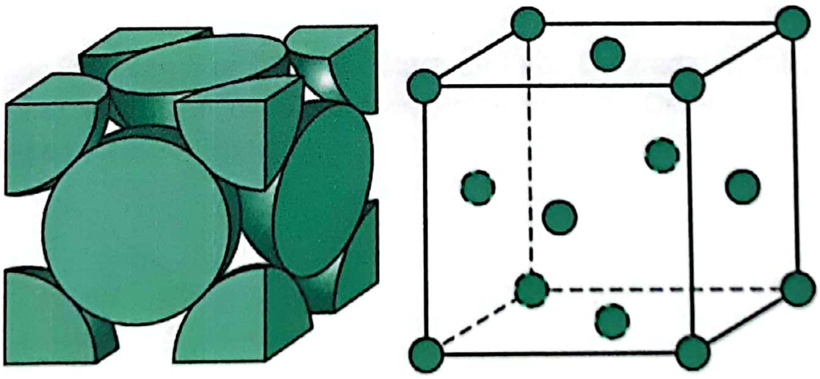
____

____

____

____

Na Metalografia:

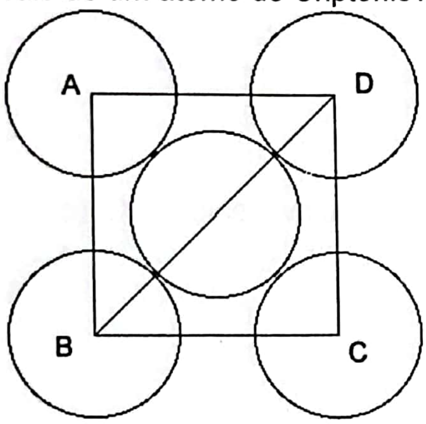


O arranjo cristalino CFC *(Cúbico de face centrada)*, formação cristalina do ferro gama, alumínio, cálcio, níquel, cobre, prata, ouro, chumbo, platina, etc. É um *Poliedro Dual* formado por um *Cubo* externo e um *Octaedro* interno, onde cada vértice é um átomo.

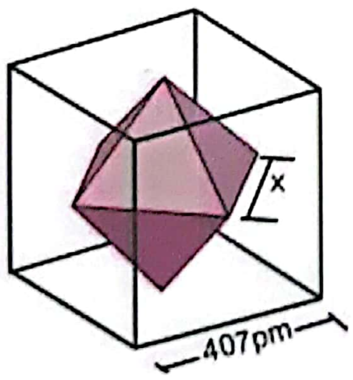
Atividade 2:

Utilizando o Teorema de Pitágoras e alguns conceitos de geometria, resolva as questões a seguir:

1) Criptônio é um gás nobre utilizado na fabricação de lâmpadas. Embora encontrado na forma de gás a temperatura ambiente, quando se solidifica, ele forma um cristal de arranjo CFC. A aresta do cubo, na formação cristalina do Criptônio, tem aproximadamente 249 pm (um picômetro equivale a 10^{-12} metros), quanto mede o raio de um átomo de Criptônio?



2) Prata se solidifica como um Cristal Cúbico de Face Centrada, considere 407pm a medida de uma aresta do cubo formado pelos átomos. Determine a medida da aresta do Octaedro no seu interior.



3) Irídio, o metal com maior resistência a corrosão conhecido, também se arranja como a formação CFC na forma sólida. A aresta do cubo exterior mede 383,3 pm.

a) Determine o volume do cubo. (Considere $V_{cubo} = L^3$)

b) Determine o volume do octaedro interno. (Considere $V_{pirâmide} = \frac{A_{base}.h}{3}$)

Apêndice B: Material didático experimentado na turma regular

Diretoria de Ensino Superior
Licenciatura em Matemática
Disciplina: Laboratório de Ensino e Aprendizagem de Matemática.
Linha de Pesquisa: Geometria
Licenciandos: Joel Costa Martins e Larissa Rosario Monteiro
Orientadora: Profª. Me. Ana Mary Fonseca Barreto de Almeida
Nome: ______________________________________ Data: ___/___/_____

POLIEDROS DUAIS

O que são poliedros?

Poliedro é uma reunião de um número finito de polígonos planos chamados faces onde:

i) Cada lado de um desses polígonos é também lado de um, e apenas um, outro polígono (arestas) e cada vértice de uma face é também um vértice do poliedro.

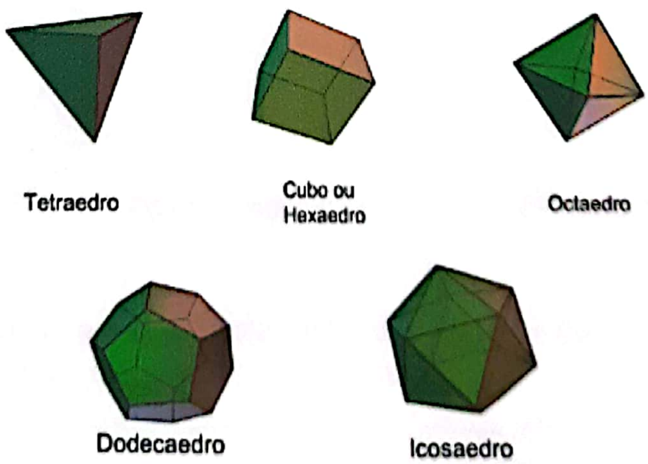
ii) A interseção de duas faces quaisquer ou é um lado (aresta) comum, ou é um vértice ou é vazia.

iii) É sempre possível, caminhando sobre as faces, ir de um ponto de uma a ponto qualquer de outra sem passar por nenhum vértice (ou seja, cruzando apenas arestas).[1]

Consideremos um conjunto G obtido pela reunião de n polígonos convexos, com $n \geq 4$ tais que:

I. não há dois desses polígonos contido num mesmo plano;
II. cada lado de qualquer desses polígonos é lado de dois e somente dois deles;
III. O plano α que contém qualquer um desses polígonos deixa os demais contidos em um mesmo semiespaço de origem α.[2]

Existem apenas cinco poliedros regulares , são eles:

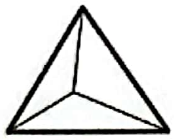


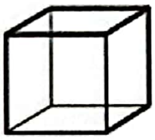
[1]LIMA, Elon Lages. **Meu professor de Matemática**. Rio de Janeiro: SBM, 1991.
[2]PAIVA, Manoel. **Matemática Paiva 2.** 3. ed. São Paulo: Moderna, 2015.

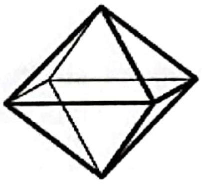
Atividade 1:

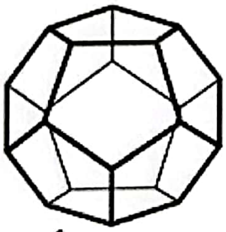
Reconhecendo Poliedros:

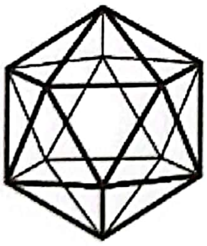
1) Quantas faces e vértices há em cada Poliedro?

a)  Número de Faces: _______ Número de vértices: _______

b)  Número de Faces: _______ Número de vértices: _______

c)  Número de Faces: _______ Número de vértices: _______

d)  Número de Faces: _______ Número de vértices: _____

e)  Número de Faces: _______ Número de vértices: ______

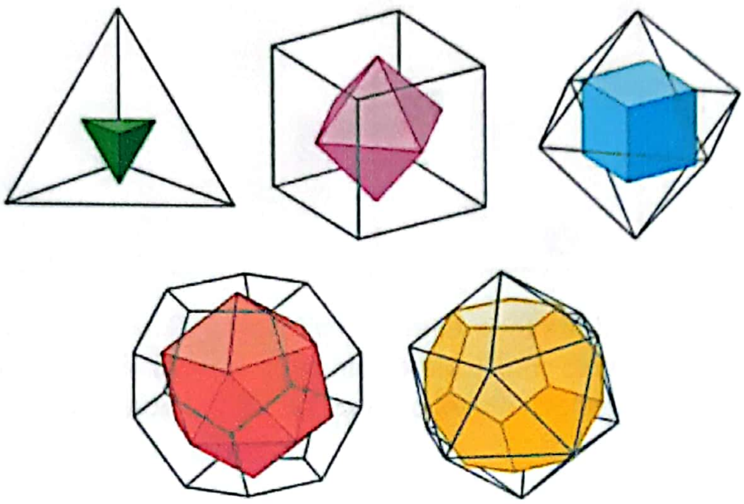
2) Qual relação podemos notar entre o número de faces e vértices do Cubo e do Octaedro? E entre o Dodecaedro e o Icosaedro?

____

____

Reconhecendo os Poliedros Duais:

1) Analise a imagem dos Poliedros duais a seguir e responda:

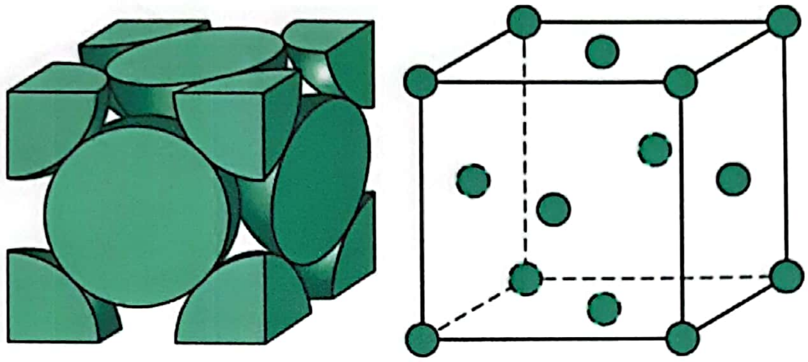


A partir da imagem e do material concreto apresentado, como você definiria um Poliedro Dual?

____

____

Na Metalografia:

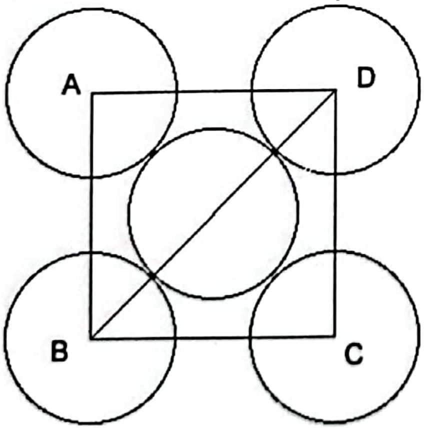


O arranjo cristalino CFC *(Cúbico de face centrada),* formação cristalina do ferro gama, alumínio, cálcio, níquel, cobre, prata, ouro, chumbo, platina, etc. É um *Poliedro Dual* formado por um *Cubo* externo e um *Octaedro* interno, onde cada vértice é um átomo.

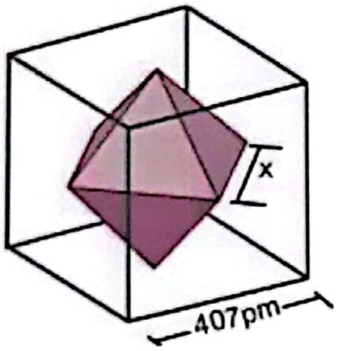
Atividade 2:

Utilizando o Teorema de Pitágoras e alguns conceitos de geometria, resolva as questões a seguir:

1) Criptônio é um gás nobre utilizado na fabricação de lâmpadas. Embora encontrado na forma de gás a temperatura ambiente, quando se solidifica, ele forma um cristal de arranjo CFC. A aresta do cubo, na formação cristalina do Criptônio, tem aproximadamente 249 pm (um picômetro equivale a 10^{-12} metros), quanto mede o raio de um átomo de Criptônio?



2) Prata se solidifica como um Cristal Cúbico de Face Centrada, considere 407 pm a medida de uma aresta do cubo formado pelos átomos. Determine a medida da aresta do Octaedro no seu interior.



3) Irídio, o metal com maior resistência a corrosão conhecido, também se arranja como a formação CFC na forma sólida. A aresta do cubo exterior mede 383,3 pm.

a) Determine o volume do cubo. (Considere $V_{cubo} = L^3$)

b) Determine o volume do octaedro interno. (Considere $V_{pirâmide} = \frac{A_{base}.h}{3}$)