



RELATÓRIO DO LEAMAT

Semelhança de Triângulo: uma abordagem segundo a Óptica Geométrica.

ENSINO E APRENDIZAGEM DE GEOMETRIA

ELISANGELA HELENA GOMES SOARES
MARIA CAROLINA MENDES LIMA
MATHEUS SIQUEIRA DE ALMEIDA GONÇALVES
VANESSA DA SILVA SIQUEIRA

CAMPOS DOS GOYTACAZES - RJ
2018.2

ELISANGELA HELENA GOMES SOARES
MARIA CAROLINA MENDES LIMA
MATHEUS SIQUEIRA DE ALMEIDA GONÇALVES
VANESSA DA SILVA SIQUEIRA

RELATÓRIO DO LEAMAT

**Semelhança de Triângulo: uma
abordagem segundo a Óptica
Geométrica.**

ENSINO E APRENDIZAGEM DE GEOMETRIA

Trabalho apresentado ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia, *Campus* Campos Centro, como requisito parcial para conclusão da disciplina Laboratório de Ensino e Aprendizagem de Matemática do Curso de Licenciatura em Matemática.

Orientadora: Prof.^a Me Ana Mary Fonseca Barreto de Almeida.

**CAMPOS DOS GOYTACAZES – RJ
2018.2**

SUMÁRIO

1) Relatório do LEAMAT I	3
1.1) Atividades desenvolvidas	3
1.2) Elaboração da sequência didática.....	5
1.2.1) Tema	5
1.2.2) Justificativa	5
1.2.3) Objetivo Geral	7
1.2.4) Público-alvo	7
2) Relatório do LEAMAT II	7
2.1) Atividades desenvolvidas	7
2.2) Elaboração da sequência didática	7
2.2.1) Planejamento da sequência didática	7
2.2.2) Aplicação da sequência didática na turma do LEAMAT II .	9
3) Relatório do LEAMAT III	11
3.1) Atividades desenvolvidas	11
3.2) Elaboração da sequência didática	11
3.2.1) Versão final da sequência didática	11
3.2.2) Aplicação da sequência didática na turma regular	12
Considerações Finais	18
Referências	19
Apêndices	20
Apêndice A - Material didático aplicado na turma do LEAMAT II.....	21
Apêndice B - Material didático experimentado na turma regular.....	24

1) Relatório do LEAMAT I

1.1) Atividades desenvolvidas

O primeiro encontro ocorreu dia 03 de outubro de 2017 no Instituto Federal Fluminense *campus* Campos Centro orientados pelas professoras mestres Mylane dos Santos Barreto e Ana Mary da Fonseca Barreto de Almeida. Iniciou-se a apresentação da disciplina Laboratório de Ensino e Aprendizagem em Matemática (LEAMAT) expondo as propostas, o calendário semestral e orientações para direcionar um desenvolvimento qualitativo nas atividades que serão trabalhadas.

No dia 10 de outubro de 2017, foi discutido o texto: Ensino de Geometria: Rumos da Pesquisa (1991-2011) (REVEMAT. EISSN 1981 - 1322. Florianópolis (SC), v. 08, n.1, p. 138-135, 2013). O presente texto tinha por objetivo relatar o contexto histórico da Geometria fundamentado em leis e pesquisas, direcionando o ensino e a aprendizagem do conteúdo de Geometria. Pesquisas em Geometria revelam que o estudo dessa área não é uma das prioridades no ensino da Matemática, apontando para um descaso que parte do processo histórico e se faz presente no cotidiano atual.

Atendendo à proposta de apresentação dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), Terceiro e Quarto ciclos do Ensino Fundamental e Ensino Médio e direcionado para a área de Espaço e Forma (Geometria), no dia 24 de outubro de 2017, em forma de seminário, os grupos expuseram o documento elaborado, a fim de servir como ponto de partida para o trabalho docente, norteando as atividades realizadas na sala de aula. O texto "Por que não ensinar Geometria?" (LORENZATO, 1995) debatido no dia 07 de novembro de 2017, consiste em relatar o problema dessa área de ensino, relacionado com o de outras partes da Matemática. Segundo Lorenzato (1995), apesar da Geometria ser um ramo importante da Matemática, tendo uma vasta aplicação em situações do nosso cotidiano, ela não vem recebendo a devida atenção. Os professores do Ensino Fundamental apontam a Geometria como um dos problemas de ensino-aprendizagem e o diagnóstico dessa situação vem sendo discutido nos meios acadêmicos. Embora a sua importância seja inquestionável, surgem vários problemas no seu ensino e na aprendizagem, tanto nas metodologias utilizadas,

quanto no envolvimento dos alunos na compreensão dos conceitos geométricos. Porém, ao analisar o texto, percebemos que a Geometria é de suma importância como um conhecimento matemático na formação do indivíduo, pois dá a possibilidade de uma visão equilibrada da Matemática e uma interpretação mais completa do mundo. Propicia a descoberta e a compreensão da realidade, o desenvolvimento de capacidades intelectuais como a percepção espacial, criatividade, raciocínio por meio de elementos presentes em diversos espaços. Neste mesmo texto, foram apresentados e explicados exemplos de questões resolvidas com olhar geométrico e em seguida, construiu-se e analisaram-se as propriedades da faixa de Moebius.

Com o propósito de expor e orientar a execução da disciplina, as professoras orientadoras promoveram um encontro no dia 21 de novembro de 2017 com a participação do Grupo do LEAMAT III 2015-2, composto por Letícia Maciel, Letícia Viveiros, Lucas Belém e Ranna Ambrósio, no qual foram apresentadas suas sequências didáticas das linhas de pesquisas de Matemática Inclusiva e Geometria. Associando assim, suas experiências com as etapas seguintes, o grupo orientou os presentes para alcançar de forma satisfatória os objetivos ao longo da disciplina.

Em 12 de dezembro de 2017, foi-nos apresentado um modelo de aprendizagem de Geometria, tema de estudo de dois professores holandeses de matemática do ensino secundário, Pierre M. van Hiele e Dina van Hiele-Geldof. Esse estudo resultou em duas teses de doutorado, representando uma teoria de ensino e aprendizagem de Geometria denominada Teoria de Van Hiele. A partir da discussão de dois textos sugeridos pela orientadora, foi possível conhecer e compreender a finalidade da teoria. Como instrumento de pesquisa, o livro "Aprendendo e Ensinando Geometria" de Mary L. Crowley, proporcionou o entendimento em dois grandes princípios: (i) a descrição da estrutura cognitiva, que se caracteriza por níveis mentais a serem atingidos pelos alunos; (ii) da metodologia do ensino para que estes níveis sejam alcançados, independentemente de sua idade, com o intuito de orientar educadores quanto à tomada de decisão relacionada ao ensino. A proposta consiste em cinco níveis de desenvolvimento da compreensão do Modelo, no qual o aluno avança de nível a partir da sua maturidade geométrica.

Comentou-se no dia 31 de janeiro de 2018 o artigo que aborda demonstrações, que teve como base o livro Argumentação e prova de Lilian Nasser e, em seguida, os grupos foram orientados quanto à realização dos ajustes necessários para a apresentação final.

Com a finalidade de mostrar à turma suas propostas de sequência didática de Matemática Inclusiva e Geometria, os grupos apresentaram em forma de seminário, nos dias 20 e 27 de fevereiro de 2018.

1.2) Elaboração da sequência didática

1.2.1) Tema

Semelhança de Triângulo: uma abordagem segundo a Óptica Geométrica.

1.2.2) Justificativa

A partir dos encontros e discussões sobre a linha de pesquisa Geometria, foi decidido abordar os conceitos que envolvem semelhança de triângulos com um olhar voltado para a Física a partir da óptica geométrica. A Geometria desde os primórdios tem sido utilizada para resolver e esclarecer os acontecimentos da natureza (BRUNET; LEIVAS; LEYSER, 2008, p.68). Sobre a Geometria no currículo de formação dos professores, Pavanello diz que:

[...] pesquisas visando como se encontra o ensino de geometria em nossa escola básica têm constatado que os professores consideram sua formação em relação à geometria bastante precária (PAVANELLO, 2007, p.25 apud BRUNET; LEIVAS; LEYSER, 2008, p. 68).

Além disso, “os livros didáticos abordam a semelhança apenas para os triângulos, deixando de mostrar as outras figuras, mesmo a semelhança sendo totalmente presente no cotidiano, seja por desenhos, filmes, brinquedos, etc.” (SOUZA, 2013, p.8).

Para os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Fundamental (PCN) é importante incentivar a análise entre elementos e sugere-se como objetivos do quarto ciclo:

Do pensamento geométrico, por meio da exploração de situações de aprendizagem que levem o aluno a: [...] produzir e analisar transformações e ampliações/reduções de figuras geométricas planas, identificando seus elementos variantes e invariantes, desenvolvendo o conceito de congruência e semelhança” (BRASIL, 1998, p. 81).

Complementando com os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio + (PCN+), fala-se da conveniência em reforçar o estudo da Semelhança de Triângulos:

O ensino de Geometria no ensino fundamental está estruturado para propiciar uma primeira reflexão dos alunos através da experimentação e de deduções informais sobre as propriedades relativas a lados, ângulos e diagonais de polígonos, bem como o estudo de congruência e semelhança de figuras planas. Para alcançar um maior desenvolvimento do raciocínio lógico, é necessário que no ensino médio haja um aprofundamento dessas ideias no sentido de que o aluno possa conhecer um sistema dedutivo, analisando o significado de postulados e teoremas e o valor de uma demonstração para fatos que lhe são familiares (BRASIL, 2014, p.123).

Os Parâmetros Curriculares Nacionais também sugerem o estudo da óptica a partir da luz e imagem: “[...] compreender a formação de imagens e o uso de lentes ou espelhos para obter diferentes efeitos, como ver ao longe, de perto, ampliar ou reduzir imagens” (BRASIL, 2014, p.123).

Para que o conteúdo abordado não seja meramente abstrato, sem aplicação em outras áreas ou no cotidiano.

A necessidade de romper com a tendência fragmentadora e desarticulada do processo do conhecimento, justifica-se pela compreensão da importância da interação e transformação recíprocas entre as diferentes áreas do saber (SIQUEIRA; PEREIRA, 1995, p.1).

Sendo assim, considera-se importante destacar a interdisciplinaridade entre os conteúdos da Matemática com Física.

1.2.3) Objetivo Geral

Revisitar os conceitos de Semelhança de Triângulo segundo a abordagem da óptica geométrica.

1.2.4) Público – alvo

2.º ano do Ensino Médio

2) Relatório do LEAMAT II

2.1) Atividades desenvolvidas

O primeiro encontro ocorreu no dia 24 de abril de 2018, no qual foram feitos comentários pelas orientadoras como seriam desenvolvidas as atividades do LEAMAT II. Foi ressaltada a importância da sequência didática e pensar em como queremos trabalhar com os alunos. O período entre os dias 8 e 22 de maio foram dedicados ao aprimoramento da sequência didática e à produção da caixa escura. Do dia 19 de junho a 29 de agosto, foram feitas as aplicações das sequências didáticas na turma do LEAMAT II. Foi feita a aplicação da sequência de Geometria no dia 24 de julho. O dia 04 de setembro foi feita a finalização dos relatórios.

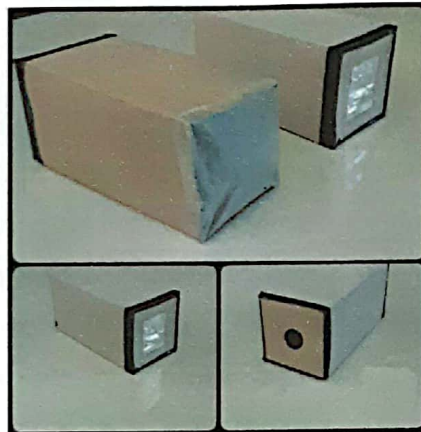
2.2) Elaboração da sequência didática

2.2.1) Planejamento da sequência didática

O tema escolhido para a linha de pesquisa de Geometria se refere ao conceito de semelhança de triângulos no estudo da óptica geométrica, no qual foi escolhido a partir das leituras feitas no LEAMAT I. Uma das maiores causas que nos incitaram pela escolha deste tema foi a interdisciplinaridade, uma vez que os assuntos se relacionam, porém muita das vezes são vistos de forma separada.

A sequência foi pensada em três partes: a primeira visa a exploração do material manipulável, caixa escura (Figura 1), e os efeitos produzidos por ela;

Figura 1 – Caixa Escura



Fonte: elaboração própria.

A segunda é destinada ao registro dos fenômenos produzidos pela caixa escura (Figura 2);

Figura 2 – Atividade 1

Atividade 1:
Investigando a Caixa Escura

Na figura abaixo, é possível perceber o trajeto que a luz faz assim que entra na caixa escura, formando uma imagem invertida (de cabeça para baixo) do objeto no anteparo.

Figura 1 - Esquema de caixa escura de orifício.

Fonte: <https://www.projetomqg.com>

1. Ao posicionar o objeto de frente para o orifício da caixa escura, a imagem permanece na mesma posição?

2. Deslocando a câmara para dentro, a imagem reduz ou amplia?

3. Deslocando a câmara para fora, a imagem reduz ou amplia?

4. Utilizando a caixa escura para observar essa árvore:
 - a) Desenhe como ficaria a imagem na caixa.
 - b) Descreva com suas palavras o que acontece quando aproximamos e afastamos a imagem da caixa.

Figura 2 - Esquema de caixa escura

Fonte: <https://www.projetomqg.com>

Fonte: Elaboração própria

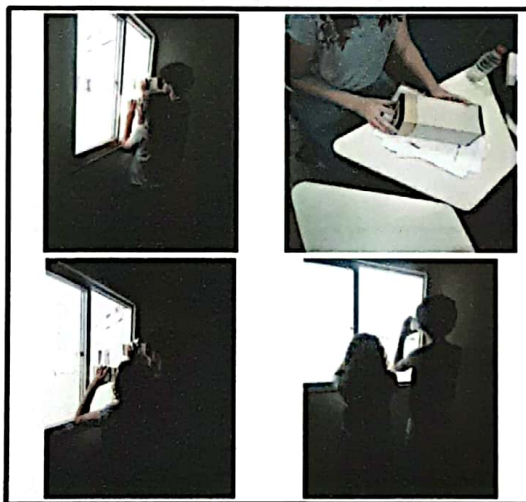
A terceira parte foi pensada em utilizar uma apresentação em *slide* onde seria formalizado o que é a caixa escura e o seu funcionamento e foi entregue uma apostila, dessa vez com quatro exercícios de verificação, sendo três delas questões de vestibular (Apêndice I).

2.2.2) Aplicação da sequência didática na turma do LEAMAT II

A sequência didática foi pensada para ser aplicada em uma turma do 2.º ano do Ensino Médio. Sabendo isso, aplicamos (Figura 5) em nossa turma do LEAMAT II para que os professores e colegas de turma pudessem avaliar o trabalho, apresentar críticas e verificar o tempo necessário para aplicação.

Foi iniciada com a apresentação do grupo e a distribuição das caixas escuras (Figura 1). Ao entregar a caixa escura a turma ficou intrigada com a mesma. Indo para fora da sala, houve uma agitação já esperada ao explorar o material. Posteriormente, foi feita a exploração da caixa escura, com alunos dispostos em dupla e fora da sala de aula, observando prédios e a paisagens que pudessem ser vistas pela janela do corredor (Figura 3).

Figura 3 - Aplicação da sequência



Fonte: protocolo de pesquisa

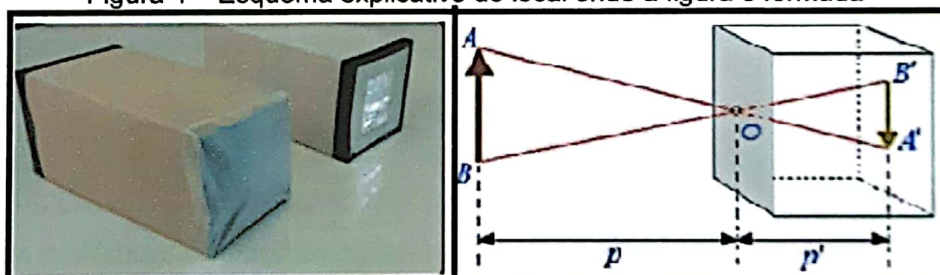
Foram feitas perguntas, para que a turma pudesse perceber o que aconteceria com as imagens ao manipular a caixa escura.

A segunda parte da aula foi destinada à explicação dos fenômenos físicos da óptica, o porquê da caixa escura e, relembrar os conceitos de semelhança de triângulo. Não foi dito, durante a explicação, sobre a proporcionalidade entre os elementos lineares do triângulo, como por exemplo, a altura. Foi observado que essa explicação fez falta na aplicação e na resolução das atividades. Também faltaram exemplos no *slide* de aplicações práticas da caixa escura ou de objetos

que funcionam da mesma forma, como por exemplo, a câmera fotográfica ou o olho humano.

A apostila de verificação (apêndice I) deverá ser alterada em todas as questões. Havíamos feito adaptações nos exercícios a fim de eliminar a variável que seria a conversão de unidade de comprimento, entretanto, os valores utilizados ficaram fora de um contexto real, então os valores deveriam ser revisados. Também foi comentado que, os objetos vistos por meio da caixa escura nos exercícios eram muito padronizados, sempre árvore, vela, prédio. Com isso, foi sugerido mudar a figura observada. Os exercícios 1 e 3, ao final do enunciado, apresentavam a palavra “Qual” e sinal de interrogação ao final da frase. Foi sugerido que fossem trocadas por “Determine” e terminasse com ponto final. O exercício 4 estava com o enunciado muito confuso e, portanto, foi sugerido repensar sobre o mesmo e reescrevê-lo. Como última sugestão, antes de fazer os exercícios, explicar ou colocar no slide uma imagem com os nomes usados para as partes da caixa, tais como padronizar e inserir o nome que seria referente ao lugar onde a imagem será formada na caixa escura (Figura 4).

Figura 4 – Esquema explicativo do local onde a figura é formada



Fonte: protocolo de pesquisa

As alterações sugeridas serão realizadas antes da aplicação da sequência em uma turma regular, durante o LEAMAT III.

Sobre a formalização dos efeitos produzidos na caixa escura, na volta à sala, foi sugerido uma alteração no título do trabalho mudando de, “Semelhança de triângulos: uma abordagem segundo a óptica geométrica.” para “O conceito de semelhança de triângulos no estudo da óptica geométrica.”. Ainda nessa atividade foi sugerido mudar a ordem dos exercícios 2 e 3.

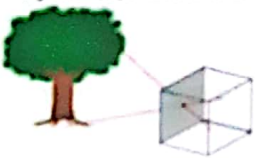
Figura 3 - Mudança de ordem

2. Deslocando a câmara para dentro, a imagem reduz ou amplia?
3. Deslocando a câmara para fora, a imagem reduz ou amplia?

Fonte: Elaboração própria.

No exercício 4, no item (a) foi sugerido que o enunciado fosse alterado introduzindo “vista por meio”, ficando: “a) Desenhe como ficaria a imagem vista por meio da caixa.” No item (b) foi sugerido que o enunciado fosse alterado, retirando “a imagem da caixa” e colocando “o anteparo do orifício:”

Figura 4 - Mudança de palavras

4. Utilizando a caixa escura para observar essa árvore:
a) Desenhe como ficaria a imagem na caixa.
b) Descreva com suas palavras o que acontece quando aproximamos e afastamos a imagem da caixa:
Figura 2 – Esquema da caixa escura

<hr/> <hr/> <hr/> <hr/>
Fonte: https://bit.ly/2M8t8na

Fonte: elaboração própria.

3) RELATÓRIO DO LEAMAT III

3.1) Atividades desenvolvidas

O LEAMAT III começou no dia 26 de setembro de 2018, e o período até o dia 21 de novembro de 2018 foi utilizado para finalização da sequência didática e aplicação na turma regular. Do dia 28 de novembro ao dia 5 de dezembro de 2018, foram elaboradas as apresentações e possíveis correções. As apresentações e correção dos relatórios ocorreram nos dias 12 de dezembro de 2018 ao dia 27 de março de 2019, que foi o encerramento.

3.2) Elaboração da sequência didática

3.2.1) Versão final da sequência didática

Partindo das sugestões feitas na aplicação na turma do LEAMAT II, fizemos as alterações. Inicialmente, trocamos o tema como sugerido e realizamos as alterações na primeira apostila, referente à investigação da caixa escura.

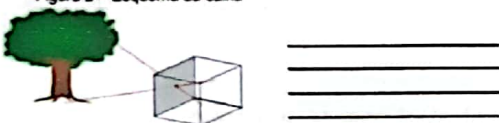
Figura 6 – Alterações na primeira apostila.

2. Deslocando a câmara para fora, a imagem reduz ou amplia?

3. Deslocando a câmara para dentro, a imagem reduz ou amplia?

4. Utilizando a caixa escura para observar essa árvore:
 a) Desenhe como ficaria a imagem vista por meio da caixa.
 b) Descreva com suas palavras o que acontece quando aproximamos a imagem por meio da caixa escura:

Figura 2 – Esquema da caixa



Fonte: <https://bit.ly/2t8zbza>

Fonte: elaboração própria.

A segunda apostila (Apêndice II) com os exercícios de verificação, teve todos exercícios trocados, sendo que a primeira questão foi elaborada pelo grupo.

3.2.2) Aplicação da sequência na turma regular

A aplicação da sequência didática do LEAMAT na linha de pesquisa de Geometria ocorreu no dia 14 de novembro de 2018 em uma escola pública, localizada em Campos dos Goytacazes.

Estavam presentes 25 alunos da 2.^a série do Ensino Médio. A aplicação deveria começar às 7 horas da manhã, entretanto, por um equívoco na divulgação das salas, fomos para a sala errada. Além disso, muitos alunos chegaram atrasados fazendo com que a aplicação começasse por volta das 7 horas e 30 minutos.

A aula começou com a apresentação do grupo e explicamos que iríamos ter a caixa escura como objeto de estudo. Mostramos à turma como as características da caixa escura e demos instruções básicas de como a mesma funciona. Em seguida, fomos ao pátio para que eles observassem o castelo d'água da escola, prédios e algumas árvores. Há medida que outros alunos iam chegando, foram direcionados ao pátio para compor o grupo.

Figura 7 - Observação com a caixa escura



Fonte: protocolo de pesquisa.

Os alunos que chegaram atrasados foram levados separadamente para realizarem o experimento, enquanto o restante da turma, na sala de aula, realizava a atividade na primeira apostila referente a exploração da caixa escura. Algumas observações foram feitas pelos alunos. A aluna X percebeu que o objeto observado quanto mais próximo da caixa escura, sua imagem é menos nítida. A aluna Y relatou que quanto mais próximo o objeto perdia luz e com isso, perdia a nitidez.

Figura 8 – Alunos explorando os efeitos produzidos na imagem



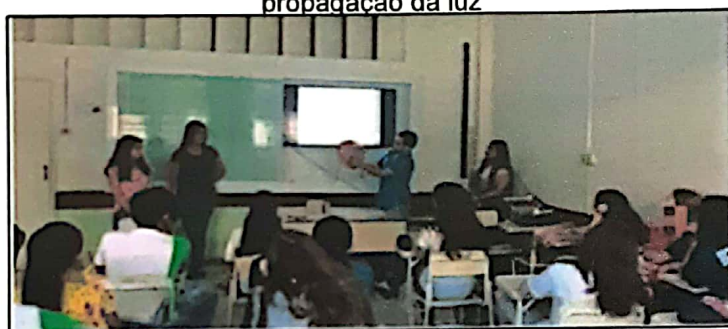
Fonte: protocolo de pesquisa.

Alguns alunos, durante a exploração, giravam a caixa escura para tentar desvirar a imagem e comentavam entre si que estava de “cabeça pra baixo” ou de “ponta cabeça”.

Após a aplicação da primeira apostila observamos que todos conseguiram entender e observar os efeitos produzidos pela caixa escura utilizamos uma apresentação em *slide* para explicar e formalizar os conceitos da caixa escura, o porquê dela funcionar daquela forma.

Também foi explicado, durante a apresentação, a parte da Física que estuda a luz, o conceito da propagação da luz por meio de uma experiência com *lasers* (Figura 09) e a óptica geométrica em que no nosso objeto de estudo se relaciona com a semelhança de triângulos.

Figura 09 – Experiência com laser mostrando a propagação da luz

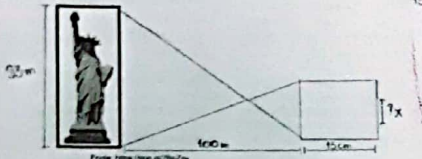



Fonte: protocolo de pesquisa.

Quando foi explicado que entre o objeto e a câmara escura formavam-se dois triângulos opostos pelo vértice e semelhantes, o aluno K perguntou se os vértices do triângulo que se encontravam seria um “ponto neutro”, foi explicado por um dos licenciandos que não havia esse termo, mas que o meio do objeto ainda seria o meio da imagem formada. O referido aluno não se satisfaz com a resposta, então a aluna Z explicou a ele utilizando uma régua de 15 cm. A aluna disse que, mesmo que a invertesse a marcação do meio continuaria a mesma. Durante a explicação sobre a semelhança de triângulos, fizemos questionamentos acerca dos ângulos internos e correspondentes dos triângulos, e eles disseram saber que eram congruentes, mas não sabiam explicar o porquê. A turma não havia visto óptica na disciplina de Física e foi relatado que seria visto na próxima aula, o que foi bom para nós, pois despertou a curiosidade da turma.

Terminando as explicações, entregamos a segunda apostila com exercícios de verificação e deixamos que fizessem sozinhos e caso houvesse dúvidas, solicitamos que nos chamassem, pois iríamos a auxílio dos mesmos.

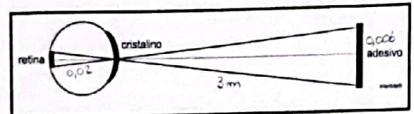
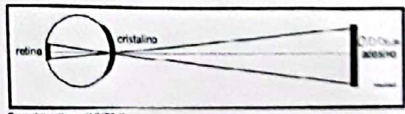
Figura 10 – Resoluções da questão 1 de alguns alunos

<p>Exercícios de verificação</p> <p>1. Júlia viajou para os Estados Unidos e visitou a cidade de Nova Iorque. Um dos seus pontos turísticos, é a Estátua da Liberdade que fica localizada na ilha da Liberdade no porto de Nova Iorque. Júlia observou a escultura com uma caixa escura a uma distância de 100 metros. Sabendo que a Estátua da Liberdade possui 93 metros de altura, e a distância do orifício até o anteparo é de 15 centímetros, determine o tamanho da imagem reproduzida na caixa escura.</p>  <p style="text-align: right;">$15\text{ cm} = 0,15\text{ m}$</p> $\frac{0,15}{x} = \frac{100}{93}$ $100x = 13,95$ $x = 0,1395 = 0,14\text{ m}$	<p>Exercícios de verificação</p> <p>1. Júlia viajou para os Estados Unidos e visitou a cidade de Nova Iorque. Um dos seus pontos turísticos, é a Estátua da Liberdade que fica localizada na ilha da Liberdade no porto de Nova Iorque. Júlia observou a escultura com uma caixa escura a uma distância de 100 metros. Sabendo que a Estátua da Liberdade possui 93 metros de altura, e a distância do orifício até o anteparo é de 15 centímetros, determine o tamanho da imagem reproduzida na caixa escura.</p>  <p style="text-align: right;">$p = 100\text{ m}$ $q = 15\text{ cm}$</p> $\frac{h}{100} = \frac{h'}{0,15}$ $h' = \frac{93 \cdot 0,15}{100}$ $h' = 0,1395\text{ m}$
---	--

Fonte: protocolo de pesquisa.

. A dúvida mais frequente era na divisão e na conversão de medidas especificamente em qual unidade de medida deixar a resposta. Isso foi percebido especificamente nas questões 2 e 3 dos exercícios de verificação. Mesmo com essas dificuldades observamos que todos conseguiram realizar os exercícios.

Figura 11 – Resoluções da questão 2 de alguns alunos

<p>2. (Upf 2016 - Adaptada) Uma pessoa com visão perfeita observa um adesivo, de tamanho igual a 6 mm grudado na parede na altura de seus olhos. A distância entre o cristalino do olho e o adesivo é de 3 m. Supondo que a distância entre esse cristalino e a retina, onde se forma a imagem, é igual a 20 mm o tamanho da imagem do adesivo formada na retina é:</p>  <p style="text-align: left;"><small>Fonte: https://goo.gl/UNZCdf</small></p> $\frac{0,02}{3} = \frac{h'}{0,006}$ $h' = 0,0004\text{ m} \times 1000$ $h' = 0,4\text{ mm}$	<p>2. (Upf 2016 - Adaptada) Uma pessoa com visão perfeita observa um adesivo, de tamanho igual a 6 mm grudado na parede na altura de seus olhos. A distância entre o cristalino do olho e o adesivo é de 3 m. Supondo que a distância entre esse cristalino e a retina, onde se forma a imagem, é igual a 20 mm o tamanho da imagem do adesivo formada na retina é:</p>  <p style="text-align: left;"><small>Fonte: https://goo.gl/UNZCdf</small></p> $\frac{0,02}{3} = \frac{h'}{0,006}$ $h' = 0,0004\text{ m}$ $h' = 0,4\text{ mm}$
--	---

Fonte: protocolo de pesquisa.

Figura 12 – Resoluções da questão 3 de alguns alunos

3. (UEL PR/2008 - Adaptada) Pinhole, do inglês "buraco de agulha", é uma câmera fotográfica que não dispõe de lentes. Conseguir-se uma imagem em um anteparo quando a luz, proveniente de um objeto, atravessa um pequeno orifício. De acordo com os conhecimentos em ótica geométrica e com os dados contidos no esquema a seguir, determine a distância D, do orifício da câmera (pinhole) até a árvore.

Fonte: encartador com b/r/HFJU

$$\frac{5}{50} \times \frac{2000}{D} = 2000$$

$$5D = 200000$$

$$D = \frac{200000}{5}$$

$$D = 40000 \text{ cm}$$

3. (UEL PR/2008 - Adaptada) Pinhole, do inglês "buraco de agulha", é uma câmera fotográfica que não dispõe de lentes. Conseguir-se uma imagem em um anteparo quando a luz, proveniente de um objeto, atravessa um pequeno orifício. De acordo com os conhecimentos em ótica geométrica e com os dados contidos no esquema a seguir, determine a distância D, do orifício da câmera (pinhole) até a árvore.

Fonte: encartador com b/r/HFJU

$$\frac{2000}{X} \times \frac{5}{10} = 400$$

$$5X = 20000$$

$$X = \frac{20000}{5}$$

$$X = 4000 \text{ cm}$$

Fonte: protocolo de pesquisa.

Não pudemos fazer a correção no quadro devido à proximidade do tempo previsto relativo a dois horários de aula. Mas enquanto eles faziam as atividades, realizavam perguntas se a resposta estava certa ou não e, portanto, fazíamos a correção diretamente nas mesas dos alunos.

Alguns alunos elogiaram, deram sugestões e fizeram algumas críticas construtivas para próximas aulas, mas no geral todos gostaram da aula.

Figura 13 – Comentário I





Agradecemos a sua participação neste trabalho. Deixe seus comentários críticos ou sugestões a respeito da sequência aplicada.

Eu gostei da forma que vocês apresentaram, pois mostram na prática como que funciona a ótica geométrica, assim ficou fácil o entendimento.

Eu também gostei da didática de vocês.

Fonte: protocolo de pesquisa.

Figura 14 – Comentário II

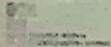








Agradecemos a sua participação neste trabalho. Deixe seus comentários, críticas ou sugestões a respeito da sequência aplicada.

*Aula de teor feito o experimento, mesmo com um aluno
na aula.*

Fonte: protocolo de pesquisa.

Figura 15 – Comentário III

Agradecemos a sua participação neste trabalho. Deixe seus comentários, críticas ou sugestões a respeito da sequência aplicada.

*Aula dinamica, e bastante proveitosa. Os professores
explicaram de maneira & muito didática e de facil
compreensão. Além das atividades de fixação terem
sido muito gostosas de resolver e pensar sobre.*

Fonte: protocolo de pesquisa.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O trabalho foi de grande importância para o grupo, no sentido de permitir a preparação de uma aula com tudo que deve ser pensado ao fazê-lo, como atingir o objetivo da atividade, quais meios usar para isso, ou seja, uma aula planejada, considerando imprevistos que possam acontecer, além de todas as dicas que recebemos de nossa orientadora. Foi essencial pensar e preparar a sequência didática durante o LEAMAT II, o que nos mostrou a importância do planejar, analisar a aula e verificar os exercícios propostos para que ficassem próximos a realidade dos alunos, o que conseqüentemente facilita no processo de aprendizado e entendimento do aluno. Isso ficou bem claro quando aplicamos a sequência na turma regular, o quanto evoluímos com as sugestões e modificações e conseqüentemente dúvidas que evitamos que surgissem quanto a explicação. Para o grupo foi um grande desafio realizar a interdisciplinaridade entre a Matemática e a física, pois a turma não havia estudado o conteúdo de óptica geométrica na disciplina de física e mesmo assim os alunos foram participativos e críticos com relação ao que foi ensinado.

Acreditamos que o objetivo do trabalho foi alcançado e deixamos como sugestão para o próximo trabalho a abordagem da geometria analítica no foco das lentes esféricas.

O LEAMAT no geral foi uma experiência de grande aprendizagem, sobre trabalhar em grupo, escrever relatórios, pesquisar e buscar referências, que nos deixa agora muito bem preparados, para a vida acadêmica.

REFERÊNCIAS

BRASIL. **Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN+). Ciências da Natureza e Matemática e suas tecnologias.** 2006. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/CienciasNatureza.pdf>. Acesso em 30 jan.2018.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Terceiro e Quarto Ciclo.** 1998. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro03.pdf>. Acesso em: 30 jan. 2018.

BRUNET, Ana Regina Gregory; LEIVAS, José Carlos Pinto; LEYSER, Magda. **Semelhança de triângulos: o desafio de (re)construir práticas em sala de aula.** Educação Matemática em Revista - RS, Canoas, RS, v. 9, n. 9, p. 67-76, set. 2008.

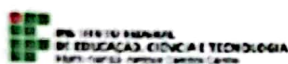
SOUSA, Diogo Dantas. **Propostas para o ensino da semelhança.** 2013. Disponível em: https://impa.br/wp-content/uploads/2016/12/diogo_dantas.pdf. Acesso em: 30 jan. 2018.

PAVANELLO, Regina M. O ensino da geometria no brasil nas últimas décadas: algumas preocupações a partir de pesquisa. apud BRUNET, Ana Regina Gregory; LEIVAS, José Carlos Pinto; LEYSER, Magda. **Semelhança de triângulos: o desafio de (re)construir práticas em sala de aula.** Educação Matemática em Revista - RS, Canoas, RS, v. 9, n. 9, p. 67-76, set. 2008.

SIQUEIRA, Holgonsi Soares Gonçalves; PEREIRA, Maria Arleth. **A Interdisciplinaridade como superação da fragmentação.** 1995. Disponível em: <http://www.angelfire.com/sk/holgonsi/interdiscip3.html>. Acesso em: 30 jan. 2018.

APÊNDICES

Apêndice A: Material didático aplicado na turma do LEAMAT II



MINISTÉRIO DA
EDUCAÇÃO



DINLIC matemática
LICENCIATURA

Diretoria de Ensino Superior

Licenciatura em Matemática

Disciplina: Laboratório de Ensino e Aprendizagem em Matemática

Linha de Pesquisa: Ensino e Aprendizagem de Geometria

Professores em formação: Elisângela Helena Gomes Soares, Ellen da Costa Machado, Maria Carolina Mendes Lima, Matheus Siqueira de Almeida Gonçalves e Vanessa da Silva Siqueira.

Orientadora: Prof^a. Me. Ana Mary Fonseca Barreto de Almeida.

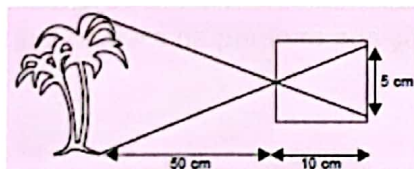
Nome: _____ Data: ____ / ____ / 2018

Semelhança de triângulos: uma abordagem segundo a óptica geométrica.

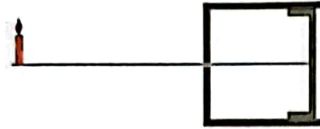
Atividade 2:

Exercícios de verificação

1. Uma câmara escura tem profundidade de 10 cm. Ela é dirigida para uma árvore a uma distância de 50 cm. Uma projeção de 5 cm de altura forma-se no fundo da caixa como mostra a figura. Qual a altura da árvore?



2. (UFSCAR 2008 - adaptada) A 100 cm da parte frontal de uma câmara escura de orifício, uma vela de comprimento 20 cm projeta na parede oposta da câmara uma imagem de 4 cm de altura. A câmara permite que a parede onde é projetada a imagem seja movida, aproximando-se ou afastando-se do orifício. Se o mesmo objeto for colocado a 50 cm do orifício, para que a imagem obtida no fundo da câmara tenha o mesmo tamanho da anterior, 4 cm, a distância que deve ser deslocado o fundo da câmara, relativamente à sua posição original, em cm, é de quanto?



3. (Uftm 2012 - adaptada) Uma câmara escura de orifício reproduz uma imagem de 10 cm de altura de uma árvore observada. Se reduzirmos em 15 cm a distância horizontal da câmara à árvore, essa imagem passa a ter altura de 15 cm.

a) Qual é a distância horizontal inicial da árvore à câmara?

4. (FEI - adaptada) Uma câmara escura de orifício fornece a imagem de um prédio, o qual se apresenta com altura de 5 m. Aumentando-se para 100 m a distância do prédio à câmara, a imagem se reduz para 4 m de altura. Qual é a distância entre o prédio e a câmara na primeira posição?

a) 100 m

b) 125 m

c) 175 m

d) 250 m

e) 500 m

Apêndice B: Material didático experimentado na turma regular

Diretoria de Ensino Superior

Licenciatura em Matemática

Disciplina: Laboratório de Ensino e Aprendizagem em Matemática

Linha de Pesquisa: Ensino e Aprendizagem de Geometria

Professores em formação: Elisângela Helena Gomes Soares, Maria Carolina Mendes Lima, Matheus Siqueira de Almeida Gonçalves e Vanessa da Silva Siqueira.

Orientadora: Prof^ª. Me. Ana Mary Fonseca Barreto de Almeida.

Nome: _____ Data: ___ / ___ / 2018

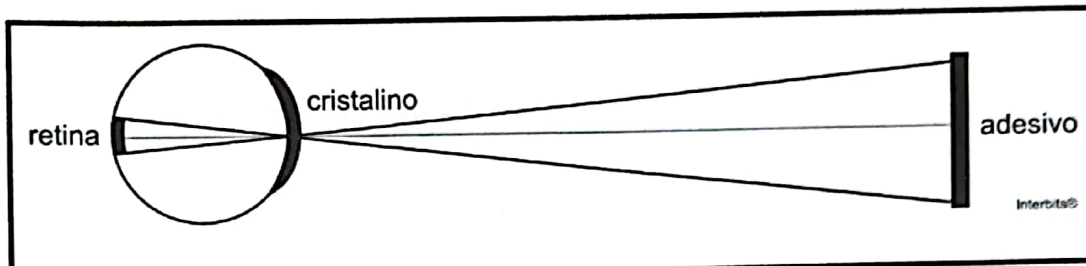
Exercícios de verificação

1. Júlia viajou para os Estados Unidos e visitou a cidade de Nova Iorque. Um dos seus pontos turísticos, é a Estátua da Liberdade que fica localizada na ilha da Liberdade no porto de Nova Iorque. Júlia observou a escultura com uma caixa escura a uma distância de 100 metros. Sabendo que a Estátua da Liberdade possui 93 metros de altura, e a distância do orifício até o anteparo é de 15 centímetros, determine o tamanho da imagem reproduzida na caixa escura.



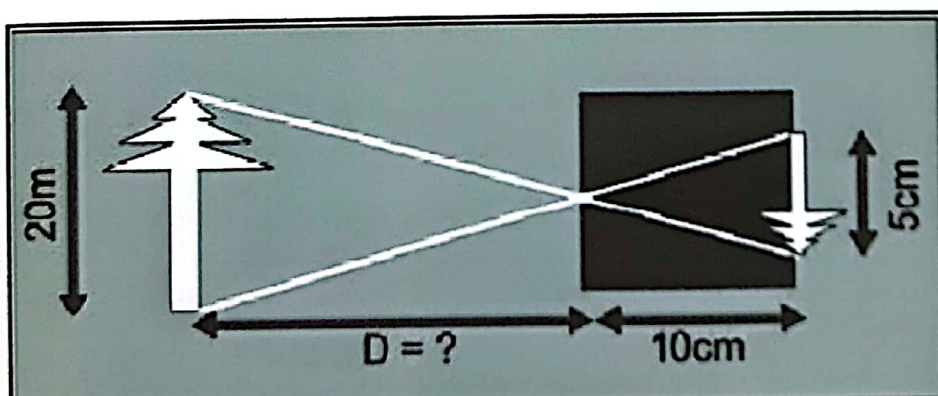
Fonte: <https://goo.gl/7BpZgv>

2. (Upf 2016 - Adaptada) Uma pessoa com visão perfeita observa um adesivo, de tamanho igual a 6 mm grudado na parede na altura de seus olhos. A distância entre o cristalino do olho e o adesivo é de 3 m. Supondo que a distância entre esse cristalino e a retina, onde se forma a imagem, é igual a 20 mm o tamanho da imagem do adesivo formada na retina é:



Fonte: <https://goo.gl/UNZCdf>

3. (UEL PR/2008) Pinhole, do inglês "buraco de agulha", é uma câmera fotográfica que não dispõe de lentes. Consegue-se uma imagem em um anteparo quando a luz, proveniente de um objeto, atravessa um pequeno orifício. De acordo com os conhecimentos em ótica geométrica e com os dados contidos no esquema a seguir, determine a distância D , do orifício da câmera (pinhole) até a árvore.



Fonte: encurtador.com.br/htFJU

Campos dos Goytacazes (RJ), 03 de maio de 2019.

Elisângela Helena Gomes Soares
Elisângela Helena Gomes Soares

Maria Carolina Mendes Lima
Maria Carolina Mendes Lima

Matheus Siqueira de A. Gonçalves
Matheus Siqueira de Almeida Gonçalves

Vanessa da Silva Siqueira
Vanessa da Silva Siqueira