INSTITUTO FEDERAL
Fluminense
Campus Campos Centro
MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
PÁTRIA AMADA BRASIL

RELATÓRIO DO LEAMAT

DEDUZINDO AS RELAÇÕES ENTRE OS ÂNGULOS CENTRAIS E INSCRITOS NA CIRCUNFERÊNCIA POR MEIO DE MATERIAL DIDÁTICO MANIPULÁVEL E DO GEOGEBRA

ENSINO E APRENDIZAGEM DE GEOMETRIA

BRUNA MACHADO DE SÁ
GIULLIA GOMES FAES
IGOR PESSANHA MENEZES
IGOR RODRIGUES BATISTA
LETHÍCIA EMILY CARDOSO FERNANDES
LETÍCIA CABRAL DRUMOND

CAMPOS DOS GOYTACAZES - RJ
2019.1

BRUNA MACHADO DE SÁ
GIULLIA GOMES FAES
IGOR PESSANHA MENEZES
IGOR RODRIGUES BATISTA
LETHÍCIA EMILY CARDOSO FERNANDES
LETÍCIA CABRAL DRUMOND

RELATÓRIO DO LEAMAT

DEDUZINDO AS RELAÇÕES ENTRE OS ÂNGULOS CENTRAIS E INSCRITOS NA CIRCUNFERÊNCIA POR MEIO DE MATERIAL DIDÁTICO MANIPULÁVEL E DO GEOGEBRA

ENSINO E APRENDIZAGEM DE GEOMETRIA

Trabalho apresentado ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense, *campus* Campos Centro, como requisito parcial para conclusão da disciplina Laboratório de Ensino e Aprendizagem de Matemática do Curso de Licenciatura em Matemática.

Orientadoras: Profª. Me. Ana Mary Fonseca Barreto de Almeida e Profª. Me. Juliana Santos Barcellos Chagas Ventura

CAMPOS DOS GOYTACAZES – RJ
2019.1

SUMÁRIO

1) Relatório do LEAMAT I

1.1) Atividades desenvolvidas

No dia 30 de abril de 2018, foi feita a apresentação da disciplina pelas professoras, que explicaram quais atividades seriam realizadas no decorrer do semestre e o principal objetivo do LEAMAT: colocar o aluno na posição de professor logo no início do curso. Foi entregue também o calendário a ser cumprido e dadas algumas instruções de como operar na plataforma *Schoology*, onde foram postados os fichamentos dos artigos trabalhados nas aulas.

No segundo encontro, realizado no dia 07 de maio de 2018, a turma recebeu mais orientações da professora sobre a elaboração dos fichamentos, nos quais as citações e referências deveriam ser feitas de acordo com as normas da ABNT. Além disso, houve o debate do artigo "Ensino de Geometria: Rumos da Pesquisa (1991-2011)", de Rebeca Sena e Beatriz Dorneles, que mostra o aumento significativo da produção de teses brasileiras na linha de geometria dos anos 90 até os dias de hoje.

No dia 04 de junho de 2018, ocorreram as apresentações dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) e da Base Nacional Comum Curricular (BNCC). Ambos são documentos governamentais que direcionam a educação. O PCN trata da metodologia que o professor deve utilizar em sala de aula, porém não é obrigatório. Já a BNCC é um documento que define os conhecimentos essenciais e habilidades que todos os alunos da educação básica devem desenvolver, independente do local onde moram ou estudam.

No dia 11 de junho de 2018, um grupo que concluiu o LEAMAT III exibiu para a turma as suas apresentações finais da disciplina nas linhas de pesquisa de geometria e de matemática inclusiva, nos proporcionando compreender o objetivo final do LEAMAT.

No dia 25 de junho de 2018, houve a apresentação do "Modelo Van Hiele de Desenvolvimento do Pensamento Geométrico" desenvolvido pelo casal Dina van Hiele-Geldof e Pierre van Hiele. Esse método é dividido em níveis de conhecimento da geometria e fases do aprendizado. Identificado o nível de conhecimento do aluno, o modelo apresenta um caminho para que este avance para o próximo nível. Posteriormente, os grupos tiveram uma breve conversa com a professora acerca dos temas do trabalho.

No dia 09 de junho de 2018, foi discutido o artigo "Prova e Demonstração em Matemática: Problemática de Seus Processos de Ensino e Aprendizagem" escrito por Saddo Ag Almouloud. Esse texto comenta as diferenças entre prova e demonstração e a importância que elas têm para o ensino e aprendizagem da matemática.

Nos dias 23 e 30 de julho de 2018, ocorreram as apresentações das linhas de pesquisa de geometria de todos os grupos do LEAMAT I.

1.2) Elaboração da sequência didática

1.2.1) Tema

Deduzindo as relações entre os ângulos centrais e inscritos na circunferência por meio de material didático manipulável e do GeoGebra.

1.2.2) Justificativa

O tema escolhido para a sequência de Geometria trata a relação entre os ângulos inscritos e centrais nas circunferências. O grupo definiu-o quando o conteúdo foi abordado em aula na disciplina de Geometria II. Além do tema ter despertado interesse, uma das motivações é fato de ser um conteúdo pouco trabalhado na Matemática do Ensino Fundamental.

De acordo com Dorneles e Sena (2013), a geometria é uma área da matemática que, em geral, os alunos apresentam maiores dificuldades na compreensão, por seu ensino não ser prioridade nas escolas e também pela falta de domínio dos seus conteúdos por parte dos professores. Segundo Mafalda

(2007), o pensamento lógico-dedutivo é favorecido pela geometria, portanto, os alunos não conseguem formalizar o raciocínio lógico-dedutivo exigido pela disciplina. Para o ensino da matemática, de acordo com alguns autores citados abaixo, permitir a manipulação dos ângulos e arcos na circunferência por meio de materiais didáticos e de *softwares* de geometria dinâmica, certamente facilitará o processo de aprendizagem e abstração desse conteúdo tão importante da geometria plana.

Autores como Fiorentini e Miorim (1990) apontam sobre a importância de materiais didáticos/concretos e o uso da tecnologia na aprendizagem de matemática, pois, desta forma, o aluno se torna capaz de potencializar seu processo de aprendizagem, fazer deduções e conjecturar novas relações. O PCN, nos princípios norteadores afirma que os

> [...] recursos didáticos como livros, vídeos, televisão, rádio, calculadoras, computadores, jogos e outros materiais tem [sic] um papel importante no ensino e aprendizagem. Contudo, eles precisam estar integrados a situações que levem o exercício da análise e da reflexão (Brasil, 1998, p.57).

Ou seja, os materiais concretos e recursos tecnológicos que serão utilizados como metodologia neste trabalho são muito importantes para a visualização e aprendizagem, por fazerem com que o aluno aprenda por meio da descoberta. Porém, é necessário que estejam associados a situações que o permita analisar, refletir e fazer associações.

As autoras Smole e Diniz, também defendem que os alunos devem aprender matemática por meio da descoberta. Para as autoras, a partir dos trabalhos pictóricos, o aluno poderá descobrir conceitos de determinado conteúdo:

> Esses registros servem ao professor como pistas de como cada aluno percebeu o que fez, suas reflexões pessoais e que interferências poderão ser feitas em outras situações para ampliar o conhecimento envolvendo determinada atividade (SMOLE; DINIZ, 2001, p.22).

1.2.2.1) Do uso de Materiais Didáticos Manipuláveis

Sarmento (2010), evidencia que a utilização de materiais concretos possibilita a manipulação e o entendimento do aluno sobre determinado conteúdo, por ele ser capaz de atribuir significação ao novo saber.

Segundo os docentes Fiorentini e Miorim (1990), professores da UNICAMP, no século XVIII, Rousseau (1727-1778) considerava a educação como um processo natural que faz parte do desenvolvimento da criança. Além disso, valorizava o jogo, o trabalho manual e, por isso, seria o precursor de uma nova concepção de escola. Escola esta que, segundo os autores, passa a valorizar os aspectos biológicos e psicológicos do aluno: o sentimento, o interesse, a espontaneidade, a criatividade e o processo de aprendizagem [...].

A partir dessa nova concepção desenvolvida por Rousseau, surgem as propostas de Pestalozzi, suíço que acreditava que a educação cumpriria seu papel verdadeiro se viesse da atividade dos jovens, o que ficou conhecido como "escola ativa". Os autores afirmam que Pestalozzi fundou um internato, onde o ensino

> dava ênfase a [sic] atividade dos alunos tais como canto, desenho, modelagem, jogos, excursões ao ar livre, manipulação de objetos, onde as descrições deveriam preceder as definições; o conceito nascendo da experiência direta e das operações sobre as coisas (CASTELNUOVO, p. 17-18 *apud* FIORENTINI; MIORIM, 1990, p. 3).

No início do século XX, Maria Montessori, médica e educadora italiana, desenvolveu vários materiais manipuláveis para a aprendizagem da matemática. Esses materiais, exigiam do aluno certa percepção "visual e tátil". Posteriormente, tais materiais foram utilizados para o aprendizado em classes normais. Montessori acreditava que não era possível haver aprendizado sem ação. Pois, para a autora,

> nada deve ser dado à criança, no campo da matemática, sem primeiro apresentar-se a ela uma situação concreta que a leve a

> agir, a pensar, a experimentar, a descobrir e daí, a mergulhar na abstração (AZEVEDO, 1979, p. 27 *apud* FIORENTINI; MIORIM, 1990, p. 4)

1.2.2.2) Do uso da Tecnologia

Fontana (2015, p. 78), defende o uso das tecnologias no processo de aprendizagem pois, para a autora, a tecnologia auxilia no processo educativo como

> [...] um recurso, uma permuta de conhecimentos nos espaços virtuais para que o aprendizado seja significativo. Este processo de aprendizagem com o uso das tecnologias envolve como objetivo central, verificar o que se pretende que os alunos aprendam. O recurso escolhido deve fortalecer o papel do sujeito e da aprendizagem para a produção do conhecimento.

Fontana (2015) também afirma que a tecnologia é uma inovação que evita a desintegração do saber, sendo necessário se ter uma prática competente que aponte para as inter-relações entre a educação e a comunicação.

Gravina (1996), também destaca que o ambiente tecnológico no processo de aprendizagem, por meio de *softwares* favorece o ensino da geometria, tornando a abordagem de seus componentes mais dinâmica, ou seja, o "desenho em movimento":

> A partir de exploração experimental viável sòmente [sic] em ambientes informatizados, os alunos conjeturam [sic] e, com o feedback constante oferecido pela máquina, refinam ou corrigem suas conjeturas, chegando a resultados que resistem ao "desenho em movimento", passando então para a fase abstrata da argumentação e demonstração matemática (GRAVINA, 1996, p.2).

Portanto, por meio da descoberta e das respostas que a máquina fornece, o aluno se torna capaz de rever as relações que formulou e verificar a veracidade das mesmas.

1.2.2.3) Do Tema

O conceito de ângulo surgiu primeiramente em materiais gregos no estudo de relações entre arcos e cordas num círculo, segundo Viana, Toffoli e Sodré (2016). Os autores também confirmam que as propriedades da corda, como medidas de ângulos centrais ou inscritos em círculos já eram conhecidas por Hipócrates. Desde os tempos mais antigos, os povos utilizavam a ideia de inclinação, que remete ao conceito de ângulos, como na

> determinação de um calendário ou de uma hora do dia, havia a necessidade de realizar contagens e medidas de distâncias. Frequentemente o sol servia como referência e a determinação da hora dependia da inclinação do sol e da relativa sombra projetada sobre um determinado indicador (relógio de sol) (VIANA; TOFFOLI; SODRÉ, 2016).

Dentre os objetivos que o PCN apresenta para o ensino de geometria no quarto ciclo, destaca-se que o aluno precisa ser capaz de

> Ampliar e aprofundar noções geométricas como incidência, paralelismo, perpendicularismo e ângulo para estabelecer relações, inclusive as métricas, em figuras bidimensionais e tridimensionais (BRASIL, 1998, p. 82).

As autoras Andrade e Furtado (2018, p. 68; 69) utilizaram o GeoGebra com alunos do 9.º ano de uma escola de Cabo Verde para o ensino da geometria da circunferência, em particular, da relação entre os ângulos inscrito e central e concluíram que

> [...] os alunos mostraram uma maior clareza de raciocínio, destreza na realização de atividades e uma compreensão da matéria. [...] Em relação à utilização do GeoGebra, pôde-se verificar o quanto essa ferramenta tem favorecido e simplificado o processo de ensino/aprendizagem dos conceitos utilizados na presente pesquisa, ao despertar, justamente, mais curiosidade e dinâmica na realização das atividades propostas, tornando-as mais atrativas.

Considerando as informações de todos os autores, inclusive do PCN, é notória a importância do ensino de ângulos na circunferência para que os alunos sejam capazes de estabelecer as relações existentes entre os elementos geométricos desses componentes. Neste trabalho, o processo de aprendizagem será por meio de materiais didáticos manipuláveis e o *software* de geometria dinâmica GeoGebra.

1.2.3) Objetivo Geral

Possibilitar, por meio da sequência didática, que o aluno identifique os ângulos central e inscrito na circunferência estabelecendo a relação entre eles e com o arco que os definem.

1.2.4) Público Alvo

Alunos do 9.º ano do ensino fundamental.

2) Relatório do LEAMAT II

2.1) Atividades desenvolvidas

No dia 27 de setembro de 2018 ocorreu a primeira aula do semestre da linha de geometria. A professora nos entregou o calendário do semestre com as datas destinadas à elaboração e aplicação da sequência didática e à entrega do relatório.

Os encontros realizados do dia 04 de outubro de 2018 ao dia 29 de novembro de 2018 foram reservados para elaboração das sequências didáticas. Durante essas aulas, a professora revisou e nos orientou quanto a correções a serem feitas no material didático manipulável, na apostila e na lista de exercícios. As aplicações ocorreram na própria turma do LEAMAT com objetivo de testarmos a sequência e analisarmos possíveis mudanças a serem adotadas.

Um grupo aplicou sua sequência no dia 06 de dezembro de 2018. A aplicação da sequência descrita neste trabalho ocorreu no dia 13 de dezembro de 2018. No dia 12 de fevereiro de 2019, o terceiro grupo aplicou sua sequência na turma.

Todos os outros encontros foram destinados à elaboração dos relatórios.

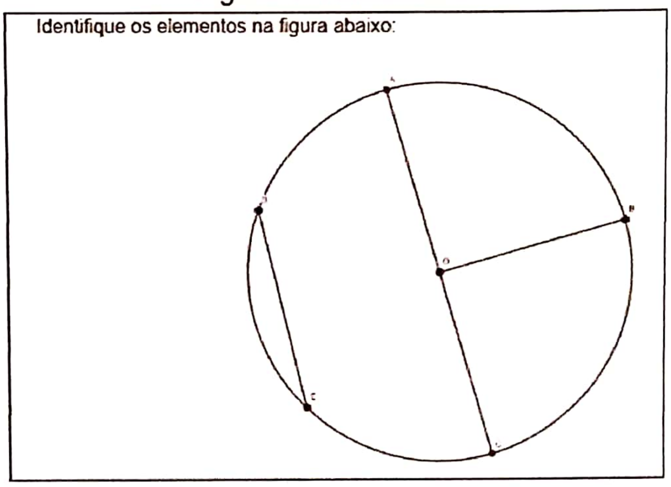
2.2) Elaboração da sequência didática

2.2.1) Planejamento da sequência didática

No decorrer dos dois primeiros meses do LEAMAT II, foram feitas pesquisas em livros didáticos e em artigos acadêmicos com temas semelhantes. O objetivo era definir os entes geométricos que seriam utilizados durante a sequência, de forma que ficassem condizentes para o entendimento do público-alvo.

A parte inicial da sequência, apresenta conceitos geométricos essenciais para compreensão da relação entre os ângulos que serão abordados. Nessa etapa, serão entregues as apostilas que contém todos os conceitos que serão expostos durante a aula. A partir daí, serão explicadas as definições e as diferenças entre circunferência e círculo, as definições dos elementos da circunferência – raio, corda e diâmetro – e, como primeira atividade, será pedido que os alunos os identifiquem na apostila entregue (Figura 1).

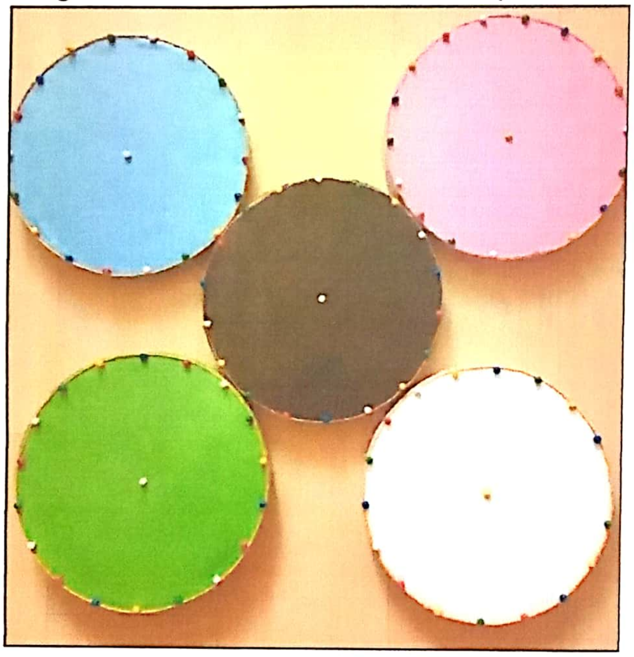
Figura 1- Atividade 1



Fonte: Elaboração Própria.

Logo após, serão dadas as definições de ângulo central e ângulo inscrito, arco e a medida de um arco, que equivale à medida do ângulo central correspondente. À medida que os elementos citados forem definidos, será utilizado um dos círculos manipuláveis construídos pelo grupo (Figura 2), para ilustrar os entes geométricos e facilitar a compreensão das definições. Os círculos foram feitos de isopor, forrados com E.V.A e finalizados com papel contact para evitar que sujassem. Cada círculo foi dividido em 18 partes iguais, ou seja, em arcos de 20°. A circunferência foi destacada com a linha encerada e os extremos dos ângulos foram marcados por alfinetes em formato de bolinhas, assim como os centros dos círculos (Figura 2).

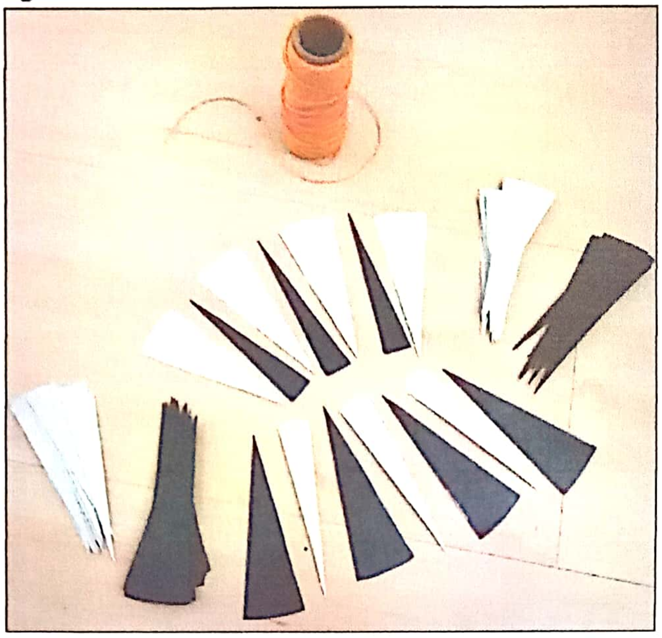
Figura 2: Materiais didáticos manipuláveis



Fonte: Elaboração Própria.

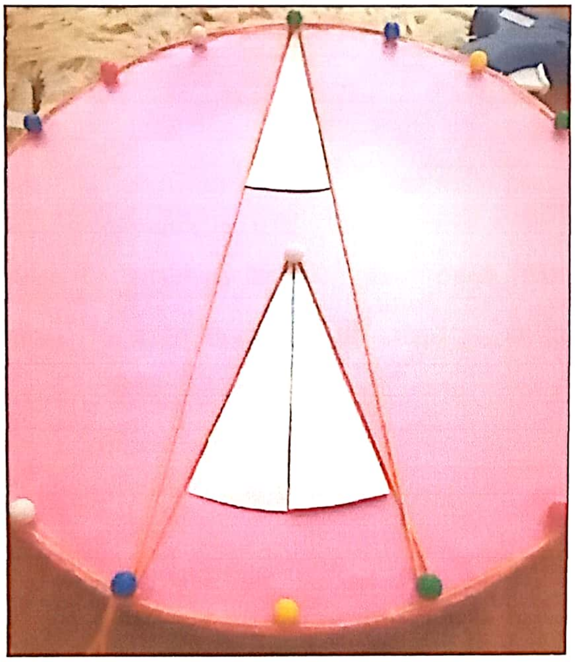
Em seguida, os alunos deverão dividir-se em duplas e serão entregues a eles os materiais didáticos; será solicitado então, que eles tentem descobrir a medida, em graus, de cada partição da circunferência. Em seguida um dos professores em formação pedirá que os alunos façam a marcação de um ângulo central utilizando a linha encerada e que posicionem entre o ângulo formado os recortes de 10° e 20°. A linha encerada e os recortes dos ângulos estão ilustrados na Figura 3. Posteriormente, os alunos deverão construir um ângulo inscrito cujo arco correspondente seja o mesmo do ângulo central, colocando entre ele a quantidade de recortes que o preencham, conforme ilustrado no Figura 4. Um dos professores em formação perguntará logo após se os alunos conseguem perceber alguma relação entre a medida dos ângulos formados.

Figura 3 - Linha encerada e recortes de 10º e 20º



Fonte: Protocolo de pesquisa.

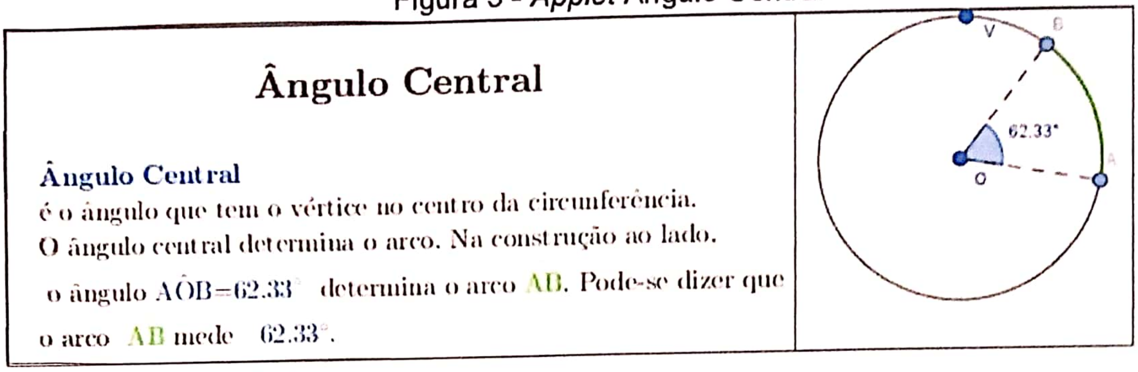
Figura 4 - Exemplo de ângulos preenchidos com os recortes



Fonte: Elaboração Própria.

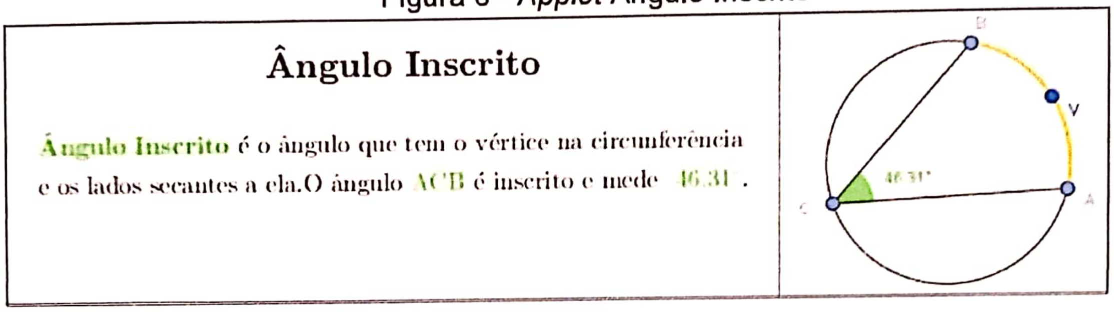
Então, para formalizar as definições apresentadas e sistematizar a relação entre os ângulos, serão utilizados três *applets* do *software* de geometria dinâmica GeoGebra, que apresenta a medida dos ângulos em graus. O primeiro, ilustra o ângulo central, que pode ser visto na figura 5, e o segundo o ângulo inscrito, que pode ser visto na figura 6.

Figura 5 - *Applet* Ângulo Central[1]



Fonte: Elaboração Própria.

Figura 6 - *Applet* Ângulo Inscrito[1]



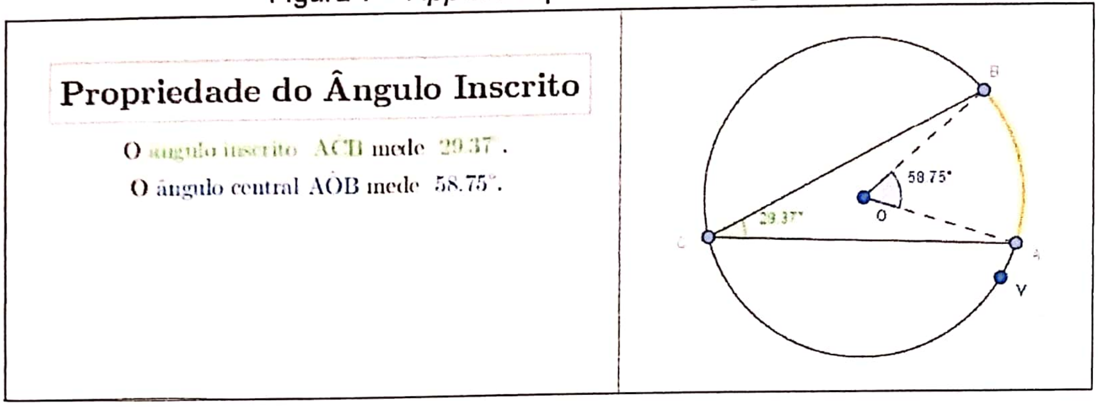
Fonte: Elaboração Própria.

Ambos permitem que o aluno modifique suas medidas, movimentando as extremidades do ângulo. O terceiro *applet,* que está representado na Figura 7, ilustra ao mesmo tempo os dois ângulos já citados, o que possibilitará que os alunos vejam diretamente a medida dos dois e percebam a relação existente.

---

1 Disponível em: < https://www.geogebra.org/m/PybdQ59b >.

Figura 7 – *Applet* Propriedade do Ângulo Inscrito[2]



Fonte: Elaboração Própria.

Quando os tablets forem entregues, será entregue também um passo a passo que contém quatro itens, com o objetivo de auxiliar os alunos no processo de dedução no *software*. Do primeiro ao quarto passo, que aparecem da Figura 8 a Figura 11, os alunos são instruídos a moverem os pontos A, B, C e V, como mostra a Figura 7, o raio e os ângulos, com a intenção de que façam comparações e análises, com a finalidade de observarem se mesmo efetuando tais mudanças, a relação entre a medida do ângulo central e do ângulo inscrito permanece válida. Espera-se que os alunos concluam que o ângulo inscrito mede a metade do ângulo central definido pelo mesmo arco. Ou, que o ângulo central mede o dobro do ângulo inscrito definido pelo mesmo arco.

Figura 8 - Passo 1

1. Movimente o ponto V. O que acontece com a circunferência? Altera a medida do ângulo inscrito e a medida do ângulo central?

____

____

____

Fonte: Elaboração Própria.

2 Disponível em: < https://www.geogebra.org/m/PybdQ59b >.

Figura 9 - Passo 2

2. Movimente os pontos A e B. O que acontece com a medida do arco? Continua o mesmo definido para os dois ângulos?

Fonte: Elaboração Própria.

Figura 10 - Passo 3

3. Movimente novamente os pontos A e B. Escreva abaixo três exemplos das medidas definidas ao mesmo tempo do ângulo central BÔA e do ângulo inscrito BCA.

Fonte: Elaboração Própria.

Figura 11 - Passo 4

4. Movimente os pontos A, B ou C e compare os ângulos BÔA e BCA. O que você observa?

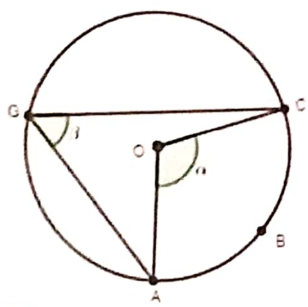
Fonte: Elaboração Própria.

Para finalizar, será entregue uma lista que contém quatro exercícios e dado um tempo determinado para que os alunos tentem resolvê-la. Depois desse tempo, todas as questões serão corrigidas com os alunos no quadro.

A primeira questão aplica diretamente a relação, em que é dada a medida de um arco que é correspondente ao ângulo central e é pedida a medida do ângulo inscrito (Figura 12).

Figura 12 - Questão 1

1.Sendo a medida do arco ABC igual a 110°, determine o valor dos ângulos α e β.

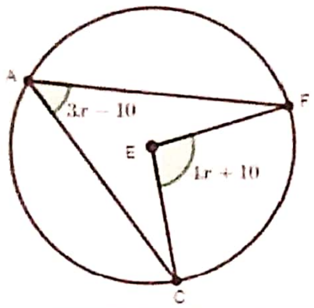


Fonte: Elaboração Própria.

Na segunda, são dadas as medidas dos ângulos definidos pelo mesmo arco em função de x e, pede-se que o valor de x seja determinado (Figura 13).

Figura 13 - Questão 2

2. Na figura abaixo, o ângulo central CÊF mede 4x + 10 e o ângulo CÂF mede 3x − 10.
Determine o valor de x.

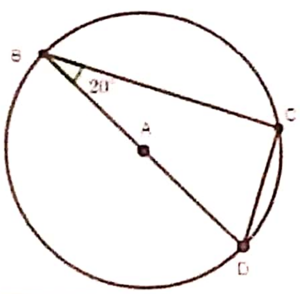


Fonte: Elaboração Própria.

Na terceira questão é dada uma circunferência sobre a qual estão os vértices de um triângulo e pede-se que seja determinada a medida do arco definido por dois dos vértices, dado o centro da circunferência. Para concluir a questão, é necessário que os alunos lembrem-se que o diâmetro determina dois arcos na circunferência (duas semicircunferências), cada um de medida 180° (Figura 14).

Figura 14 - Questão 3

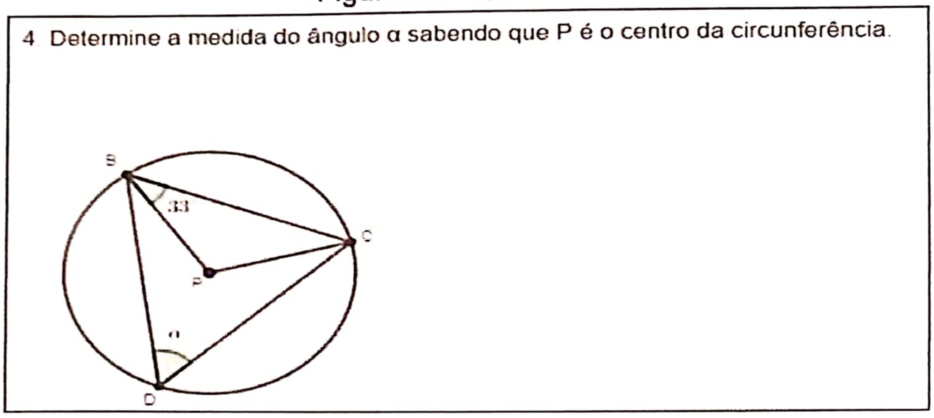
3. Determine a medida do arco BC na circunferência abaixo, sabendo que o ponto A é o centro da circunferência.



Fonte: Elaboração Própria.

Na quarta e última questão, são dados uma circunferência e dois triângulos, sendo um menor e o outro maior. O menor, possui dois de seus vértices na circunferência e um coincidente com o centro da circunferência. O maior, possui os três vértices na circunferência, sendo dois coincidentes com os do menor triângulo. A questão pede que seja determinada a medida do ângulo do triângulo maior, cujo vértice não coincide com os do triângulo menor, sendo dado o centro da circunferência. Para resolvê-la, os alunos precisam relembrar que a soma dos ângulos internos de um triângulo é 180°.

Figura 15 - Questão 4



Fonte: Elaboração Própria.

2.2.2) Aplicação da sequência didática na turma do LEAMAT II

Com o objetivo de verificar todas as atividades e materiais que compõem a sequência elaborada, o tempo necessário para aplicação e de sujeitá-la à avaliação dos alunos e das professoras da disciplina LEAMAT, a sequência foi aplicada na turma do LEAMAT II.

Por ser um conteúdo ministrado em uma das disciplinas que compõem a grade curricular do curso e pelo fato dos alunos já possuírem determinada facilidade com o assunto, eles não tiveram maiores dificuldades durante a apresentação das definições e da execução das atividades propostas, como ilustrado nas Figuras 16 a 18.

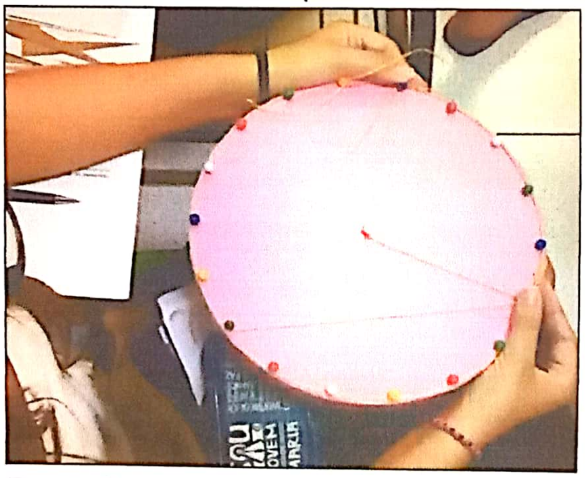
O grupo pôde perceber que dois tempos de aula serão suficientes para aplicação da sequência elaborada na turma regular. A primeira sugestão da turma, foi a de alterar a definição de círculo usada na apostila, pois, repetia várias vezes a expressão "dos pontos". De acordo com os alunos e a professora desta linha de pesquisa, o material didático manipulável construído e os *applets* do

GeoGebra auxiliaram no processo de dedução. Quanto ao momento da dedução com o material manipulável, a professora sugeriu que fosse pedido aos alunos para fazer outros exemplos seguindo os passos dados e para que eles compartilhassem com os colegas com intuito de haver mais interação. Ela também sugeriu que a cor da linha encerada usada na marcação dos ângulos fosse mudada, para que o arco definido por eles fique em destaque do restante da circunferência.

Figura 16 - Licenciando descobrindo quantos graus tinha cada partição da circunferência

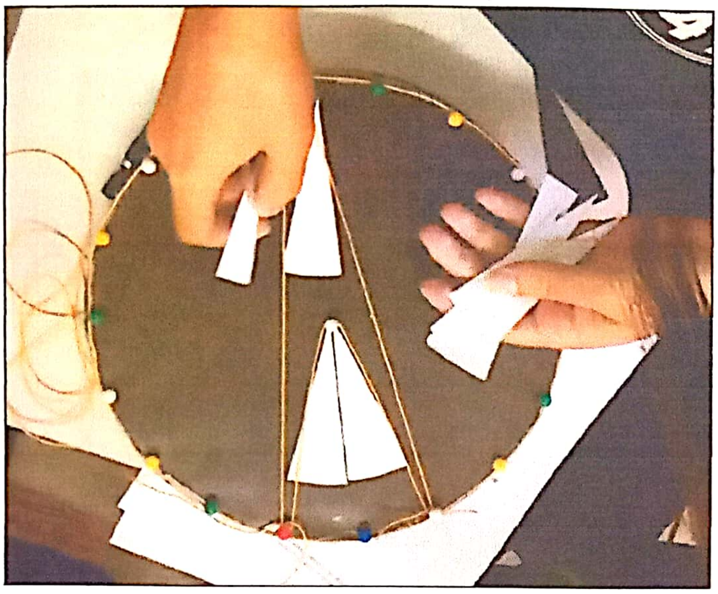
Fonte: Protocolo de pesquisa.

Figura 17 - Ângulo central e inscrito definidos pelo mesmo arco feitos por uma licencianda



Fonte: Protocolo de pesquisa.

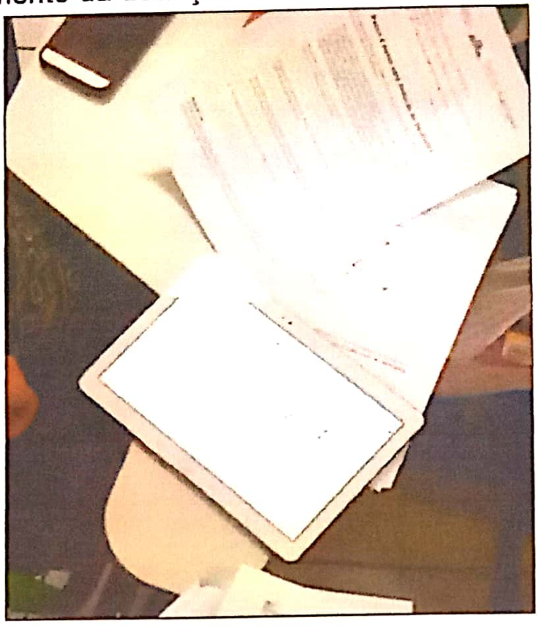
Figura 18 - Encaixe dos recortes feito por uma licenciando



Fonte: Protocolo de pesquisa.

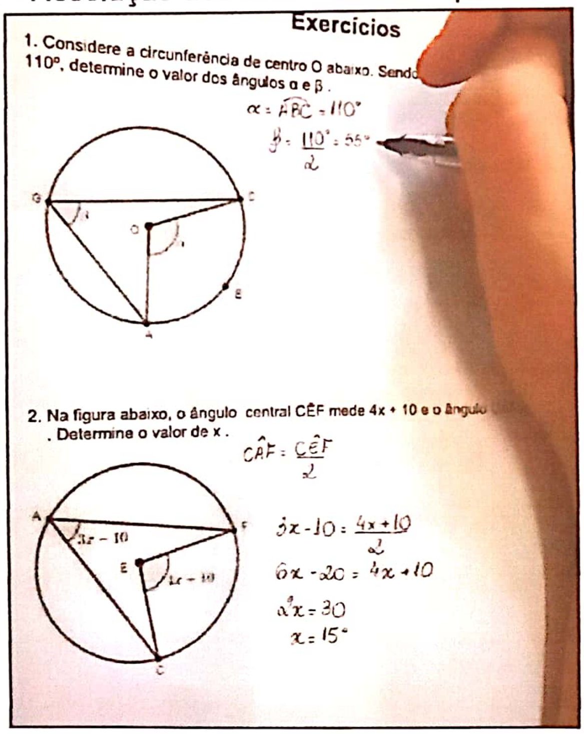
Com relação à sistematização por meio dos *applets* (Figuras 19 e 20), foi sugerido pela turma que a palavra "*applets*" fosse escrita no quadro, para o caso de algum aluno não conhecê-la na hora de digitar no tablet. Acerca das resoluções dos exercícios no quadro, foi sugerido pelos colegas que as definições tratadas no início da aula sejam sempre relembradas para que a fixação dos alunos seja maior. Um dos colegas e a professora propuseram que na segunda questão, além de ser pedido o valor de x, também seja pedido para que os valores dos ângulos que estão em função de x sejam encontrados. Na questão três, um licenciando aconselhou que *falássemos que o triângulo é retângulo* porque o ângulo reto determina um arco de 180°. A professora recomendou que usássemos uma linguagem mais acessível ao público-alvo ao resolver as questões no quadro e que mudássemos a cor da caneta utilizada no quadro para destacar detalhes importantes de cada questão.

Figura 19 - Momento da dedução no *software* feita por uma das duplas



Fonte: Protocolo de pesquisa.

Figura 20 - Resolução dos exercícios feita por uma das licenciandas



Fonte: Protocolo de pesquisa.

A professora indicou que o grupo deveria dialogar mais com a turma, pedindo para que os alunos digam em voz alta suas respostas nos itens do passo a passo e seus métodos de resolução das questões da lista.

Todas as alterações sugeridas serão analisadas e realizadas antes da aplicação na turma regular que ocorrerá no LEAMAT III.

3) Relatório do LEAMAT III

3.1) Atividades desenvolvidas

A primeira aula desta linha de pesquisa da disciplina LEAMAT III ocorreu no dia 30 de abril de 2019. Nela, foi feita uma breve introdução sobre as atividades a serem desenvolvidas durante o semestre. As aulas dos dias 07 a 27 de maio de 2019 foram destinadas aos ajustes que deveriam ser feitos na sequência didática para que fosse aplicada na turma regular.

A aplicação da sequência didática na turma regular ocorreu no dia 19 de junho de 2019 numa instituição de ensino da rede particular de Campos dos Goytacazes – RJ.

No dia 23 de julho o grupo apresentou os resultados da aplicação na turma regular para a turma do LEAMAT III.

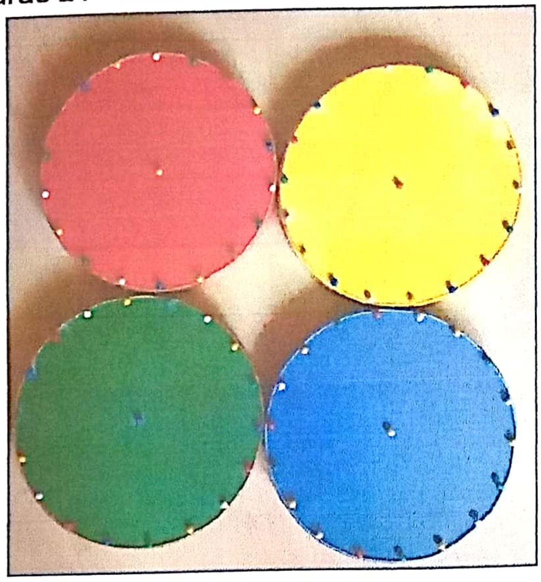
3.2) Elaboração da sequência didática

3.2.1) Versão final da sequência didática

Algumas das sugestões feitas ao final da aplicação na turma do LEAMAT II, foram acatadas pelo grupo.

Como o grupo havia feito apenas cinco materiais didáticos manipuláveis (Figura 2) para aplicação na turma do LEAMAT II, houve a necessidade de construir mais materiais para aplicação na turma regular. Foram construídos quatro novos materiais, mostrados na Figura 21, com as mesmas características dos demais.

Figuras 21 - Materiais didáticos construídos.



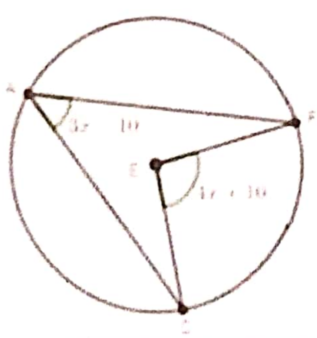
Fonte: Elaboração Própria.

Ainda com relação aos materiais didáticos e em concordância com a sugestão feita em relação à fixação dos alfinetes, eles foram colados com cola quente para que a marcação dos ângulos pudesse ser feita de forma mais precisa pelos alunos. A respeito do passo a passo utilizado para dedução no *software* GeoGebra, houve alteração apenas no passo 2. Anteriormente, a pergunta era “Movimente os pontos A e B. O que acontece com a medida do arco? Continua o mesmo definido para os dois ângulos?” e passou a ser “Movimente os pontos A e B. O arco continua o mesmo definido para os dois ângulos?”.

Quanto a lista de exercícios só houve mudança na questão dois (Figura 13). Anteriormente, a questão pedia apenas o valor de x e foi alterada para que as medidas dos ângulos também fossem encontradas, como exibido na Figura 22.

Figura 22 – Versão final da questão 2

2. Na figura abaixo, o ângulo central CÊF mede 4x + 10 e o ângulo CÂF mede 3x − 10. Determine o valor de x e a medida dos ângulos.



Fonte: Elaboração Própria.

As outras sugestões acatadas foram com respeito a postura dos professores em formação frente à turma. A primeira com relação à adequação da linguagem ao público-alvo escolhido e a segunda com relação ao aumento do diálogo com a turma durante a aula.

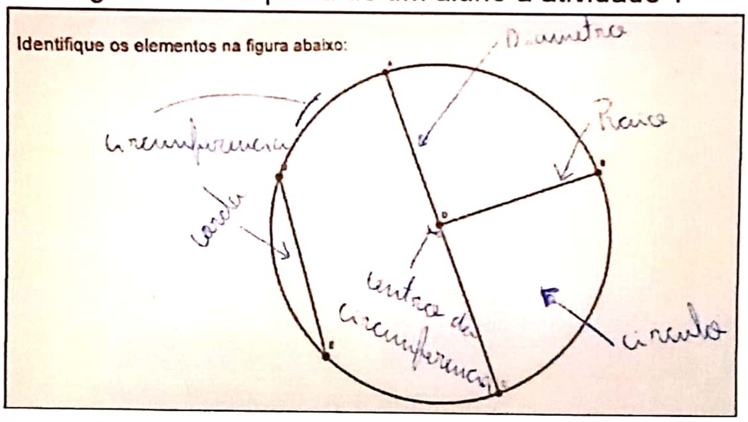
No geral, a sequência didática teve poucas modificações, tendo sido mantida boa parte da estrutura montada durante as aulas do LEAMAT II.

3.2.2) Experimentação da sequência didática na turma regular

Como dito anteriormente, a aplicação da sequência didática na turma regular ocorreu no dia 19 de junho de 2019, em uma instituição de ensino da rede particular no município de Campos dos Goytacazes - RJ, em uma turma com 13 alunos presentes.

Antes de iniciar a aula, o grupo se apresentou e um dos licenciandos explicou para turma o motivo do trabalho que seria aplicado em seguida. O grupo logo solicitou que os alunos se dividissem em duplas para dar início à aula. Como elaborada no LEAMAT II, a aula foi iniciada com a definição dos entes geométricos. Neste momento, a apostila inicial que contém todos os conceitos foi entregue e os alunos puderam responder a primeira atividade proposta (Figura 23).

Figura 23 - Resposta de um aluno a atividade 1



Fonte: Protocolo de pesquisa.

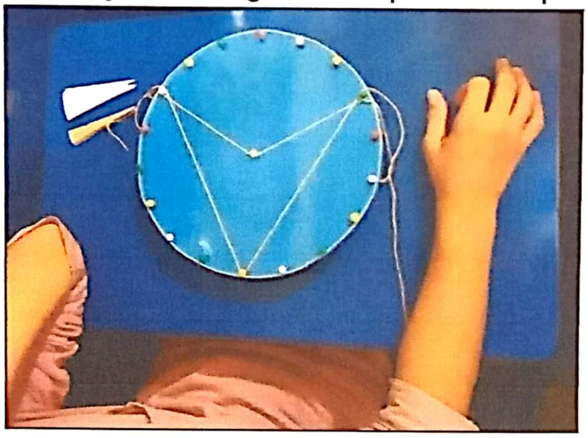
Todos os alunos completaram a atividade corretamente. Dando seguimento à aula, os materiais didáticos manipuláveis foram entregues com os recortes de ângulos e com os pedaços de linha encerada que seriam usados. Neste momento, como exibido na Figura 24, um dos professores em formação instruiu como as duplas deveriam utilizar os recursos para delimitação do ângulo central e do ângulo inscrito.

Figura 24 - Professor em formação explicando como utilizar o material

Fonte: Protocolo de pesquisa.

Primeiramente, os alunos fizeram a marcação de um ângulo central e de um ângulo inscrito, como mostra a Figura 25.

Figura 25 - Marcação dos ângulos feita por uma dupla de alunos

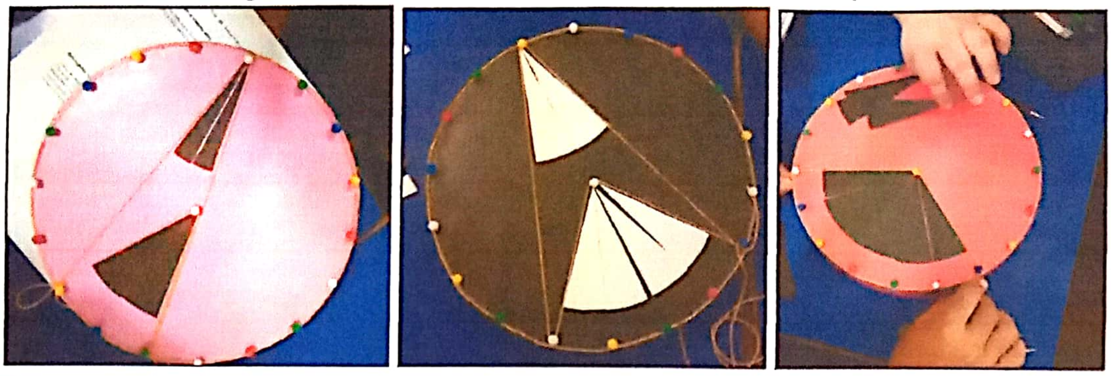


Fonte: Protocolo de pesquisa.

Posteriormente, os alunos preencheram os ângulos com os recortes de 10°

e 20° (Figura 26).

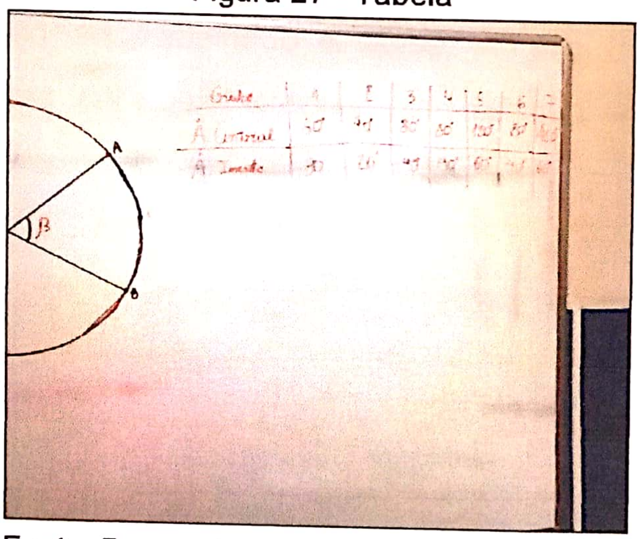
Figura 26 - Preenchimento dos ângulos feito por alunos



Fonte: Protocolo de pesquisa.

Logo após, foi solicitado que cada dupla informasse as medidas dos ângulos centrais e inscritos que construíram. Neste momento, um dos licenciandos fez uma tabela no quadro, como mostra a Figura 27, para que os alunos também fizessem a comparação entre os ângulos marcados pelas outras duplas. A tabela permitiu que eles observassem a razão entre as medidas dos ângulos central e inscrito e facilitou a conclusão de que a medida do ângulo central é igual ao dobro da medida do ângulo inscrito.

Figura 27 - Tabela

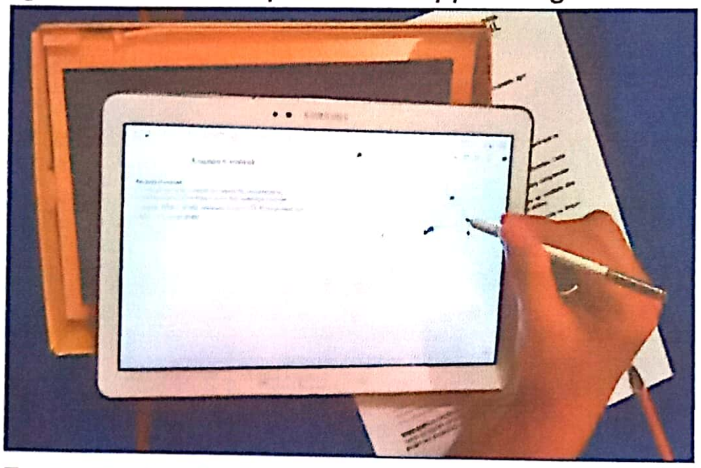


Fonte: Protocolo de pesquisa.

Em seguida, foram entregues os *tablets* com os *applets* que seriam utilizados e o passo a passo, a fim de facilitar a observação, e principalmente de sistematizar a relação entre quaisquer ângulos centrais e inscritos que definam o mesmo arco. Primeiramente, uma das licenciandas explicou todo o procedimento para acessar os *applets*, iniciando pelo Ângulo Central.

Os alunos puderam observar que ao manipular os pontos A e B pertencentes à circunferência, alterava-se a medida do ângulo central e que o ponto V modificava o comprimento do raio e, consequentemente, o comprimento da circunferência (Figura 28).

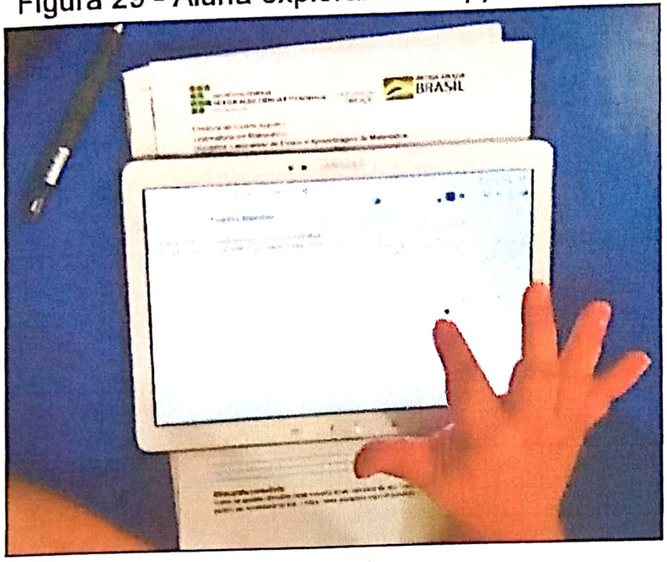
Figura 28 - Aluno explorando o *applet* Ângulo Central



Fonte: Protocolo de pesquisa.

Posterior a isso, foi trabalhado o *applet* Ângulo Inscrito, que tinha as mesmas características do *applet* anterior com relação aos pontos A, B e V (Figura 29).

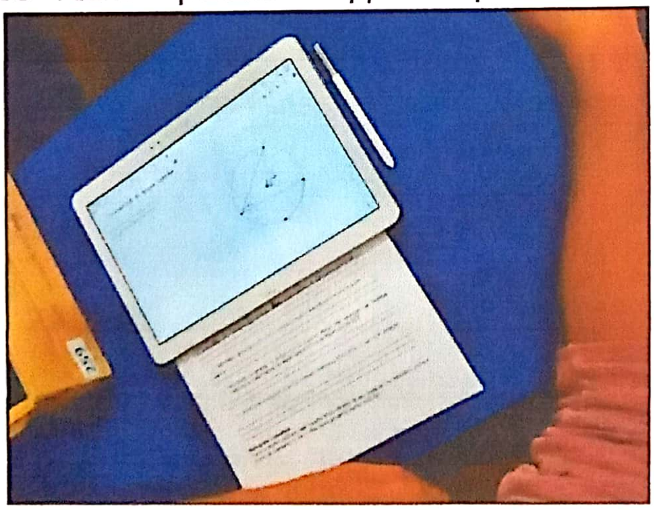
Figura 29 - Aluna explorando o *applet* Ângulo Inscrito



Fonte: Protocolo de pesquisa.

Logo após, foi trabalhado o terceiro e último *applet* (Figura 30), que trazia a relação entre os ângulos centrais e inscritos e os alunos puderam responder as perguntas do passo a passo. Ao manipularem o ponto V, semelhantemente aos outros *applets,* os alunos podiam alterar o raio da circunferência. Eles puderam então, responder ao passo 1. A Figura 31 ilustra a resposta de um aluno.

Figura 30 - Aluno explorando o *applet* Propriedade do Ângulo Inscrito



Fonte: Protocolo de pesquisa.

Figura 31 - Resposta de aluno no passo 1

1. Movimente o ponto V. O que acontece com a circunferência? Altera a medida do ângulo inscrito e a medida do ângulo central?

Fonte: Protocolo de pesquisa.

Assim como nos *applets* anteriores, conforme os alunos faziam a manipulação dos pontos A, B e C as medidas dos ângulos também eram alteradas. Em seguida, eles responderam o passo 2. Com relação às respostas, apenas sete alunos chegaram à conclusão pretendida pelo grupo (Figura 32). Os outros seis alunos deram respostas semelhantes, apenas uma delas aparece na Figura 33.

Figura 32 - Respostas de um aluno no passo 2

2. Movimente os pontos A e B. O arco continua o mesmo definido para os dois ângulos?

Não, pois o tamanho é alterado conforme mexemos nos pontos.

Fonte: Protocolo de Pesquisa.

Figura 33 - Resposta de um aluno no passo 2

2. Movimente os pontos A e B. O arco continua o mesmo definido para os dois ângulos?

Sim. Altera o tamanho do arco.

Fonte: Protocolo de Pesquisa.

O passo 3 pedia que os alunos escrevessem três exemplos das medidas dos ângulos simultaneamente, como mostra a Figura 34. Todos os alunos responderam corretamente às perguntas dos passos 1 e 3.

Figura 34 - Resposta de um aluno no passo 3

3. Movimente novamente os pontos A e B. Escreva abaixo três exemplos das medidas definidas ao mesmo tempo do ângulo central BÔA e do ângulo inscrito BĈA.

BÔA = 77,27° / 56,38° / 26,88°
BĈA = 38,64° / 28,19° / 13,44°

Fonte: Protocolo de pesquisa.

Em seguida, alteraram novamente os pontos, e anotaram no passo 4 o que conseguiram observar da relação entre os ângulos. Cada aluno respondeu com suas palavras o que observou, como mostra a Figura 35. Ao analisar as respostas, o grupo concluiu que todos chegaram à conclusão pretendida, de que ou a medida do ângulo inscrito é a metade da medida do ângulo central independente do comprimento da circunferência ou das medidas dos ângulos.

Figura 35 - Respostas do passo 4

4. Movimente os pontos A, B ou C e compare os ângulos BÔA e BĈA. O que você observa?

O ângulo inscrito é sempre a metade do ângulo central independente que o ângulo não seja inteiro.

Figura 35(a)

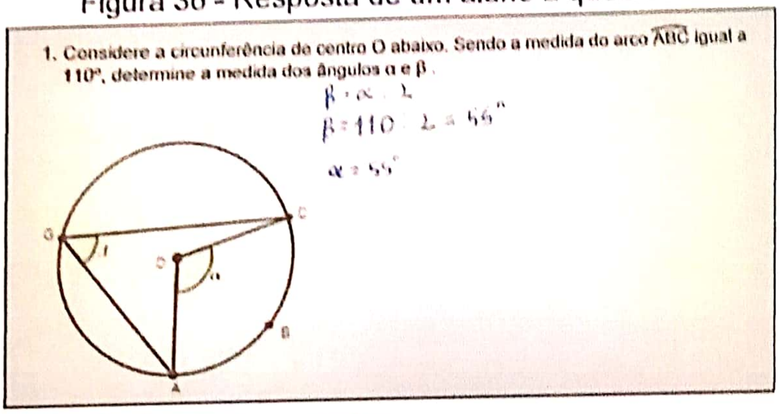
4. Movimente os pontos A, B ou C e compare os ângulos BÔA e BĈA. O que você observa?

O central é o dobro do inscrito.

Figura 35(b)
Fonte: Protocolo de pesquisa.

Dando prosseguimento, foram entregues as listas de exercícios, onde os alunos deveriam utilizar todo o conhecimento adquirido durante a aula para resolver as questões propostas. Foi dado um tempo aos alunos para cumprimento dessa etapa. Todos os alunos responderam sem dificuldades a questão 1 proposta na lista, como evidenciado na Figura 36.

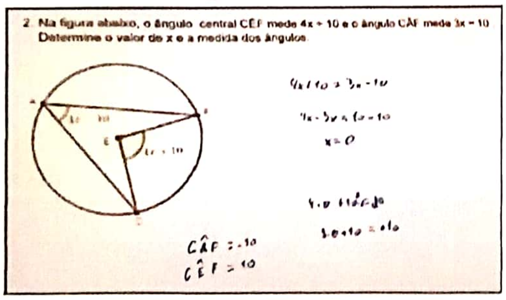
Figura 36 - Resposta de um aluno a questão 1



Fonte: Protocolo de pesquisa.

Logo após, os alunos responderam a segunda questão proposta. Três dos alunos presentes na aula não responderam corretamente.Dois alunos responderam de forma análoga, apenas igualando as expressões dos ângulos; a Figura 37 (a) apresenta uma das resoluções. A Figura 36 (b) exibe a solução do terceiro aluno. O primeiro e segundo passos da solução dele estão corretos, o aluno só se equivocou no terceiro passo, quando somou $4x$ no primeiro membro da igualdade, quando na verdade deveria diminuir.

Figura 36 - Respostas com erros de dois alunos a questão 2



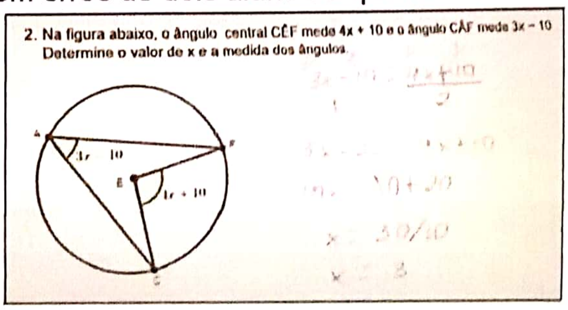
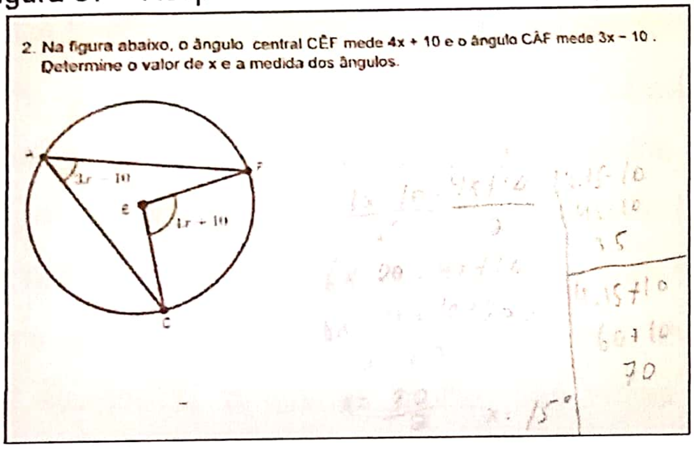


Figura 37 (a) Figura 37 (b)
Fonte: Protocolo de pesquisa.

Dos dez alunos restantes, todos encontraram o valor de x corretamente, mas apenas um aluno encontrou as medidas dos ângulos como era pedido na questão (Figura 37).

Figura 37 – Resposta correta de um aluno a questão 2



Fonte: Protocolo de pesquisa.

Depois que os alunos responderam os exercícios um e dois, outra licencianda foi ao quadro para resolver as atividades com os alunos.

Por ter chegado o horário do intervalo, a correção foi interrompida antes da sua conclusão e os alunos responderam apenas até a questão dois. O grupo pediu para os alunos relatarem sua opinião sobre a aula, pontos positivos e negativos, a fim de posteriormente analisar seus posicionamentos. Todos os relatos foram positivos, como mostra a Figura 38.

Figura 38 - Relatos dos alunos sobre a aula

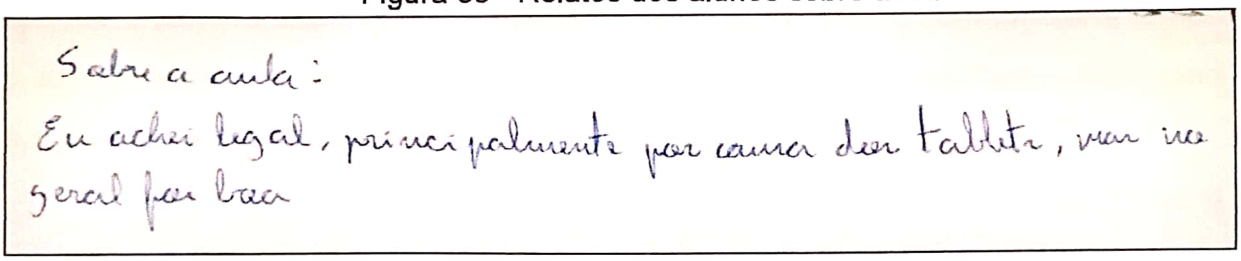

Sobre a aula:
Eu achei legal, principalmente por causa dos tablets, mas no geral foi boa

Figura 38 (a)

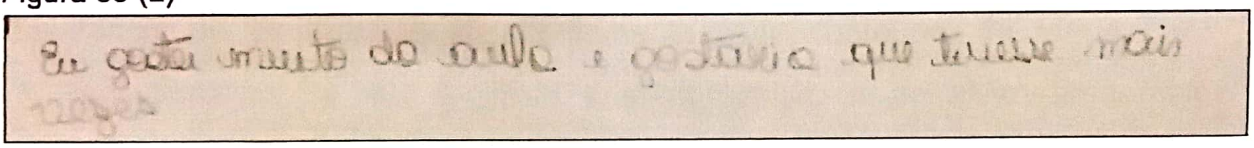

Eu gostei muito da aula e gostaria que tivesse mais vezes

Figura 38 (b)

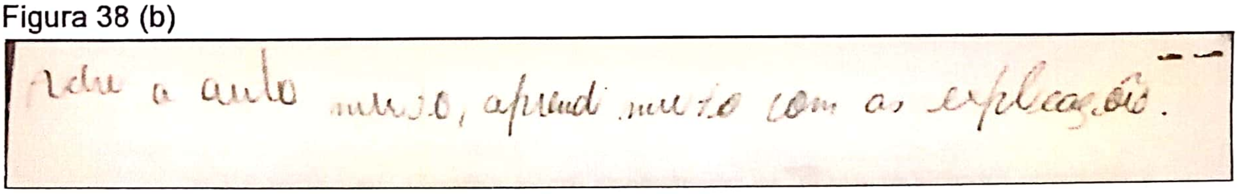

Adorei a aula muito, aprendi muito com as explicações.

Figura 38 (c)
Fonte: Protocolo de pesquisa.

Considerações Finais

O grupo concluiu que o objetivo foi parcialmente alcançado, pelo fato de nem todos os alunos terem compreendido totalmente o que foi trabalhado durante a aula. No entanto, pelas análises das respostas das atividades propostas, o grupo percebeu que alguns dos alunos desenvolveram todas as atividades com ampla capacidade, devido à forma como a aula foi conduzida. O que surpreendeu o grupo no dia da aplicação, foi o fato de ter uma aluna com Síndrome de Down na turma regular e a aparente dificuldade de inclusão dessa aluna com o restante da turma. O que evidenciou, o quanto, muitas das vezes é difícil para um professor promover a inclusão de alunos especiais com o restante da turma.

Com relação aos materiais didáticos manipuláveis e os tablets utilizados na sequência didática, o grupo pôde perceber a empolgação dos alunos durante suas utilizações, principalmente porque tanto os materiais quanto os applets utilizados eram novidades para os alunos. O que deixou claro que as aulas que utilizam recursos didáticos além do quadro e do livro didático despertam neles mais interesse nas aulas. Além disso, as ferramentas utilizadas durante a aula auxiliaram os alunos na compreensão da relação existente entre os ângulos central e inscrito e o arco que os define.

Ao final da aplicação os professores em formação e a professora orientadora deste trabalho chegaram à conclusão de que seria necessário usar apenas o terceiro applet para dedução no GeoGebra; o que economizaria tempo e as manipulações dos alunos seriam mais rápidas. Esta conclusão fica como sugestão para futuras aplicações.

A elaboração desta sequência didática, certamente acrescentou muito à formação inicial dos licenciandos deste grupo, visto que, foi possível observar a importância de se trabalhar detalhadamente cada conteúdo, de forma clara, utilizando ferramentas que facilitem a compreensão e permitam uma maior interação dos alunos com os colegas e com os professores.

Referências

ANDRADE, Isabel Sônia Martins; FURTADO, Natália Victorovna Kôrmysheva Dias. Demonstração das propriedades dos ângulos inscrito e central com auxílio do GeoGebra. **Revista do Instituto GeoGebra de São Paulo,** v.7, n.1, p 59-69, 2018. Disponível em: https://revistas.pucsp.br/index.php/IGISP/article/view/34649 . Acesso em: 19 jul. 2018.

BRASIL, **Parâmetros Curriculares Nacionais: terceiro e quarto ciclos: Matemática.** Brasília: MECSEF, 1998. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/matematica.pdf . Acesso em: 17 jul. 2018.

DORNELES, Beatriz Vargas; SENA, Rebeca Moreira. Ensino de Geometria: Rumos de Pesquisa (1991-2011). **REVEMAT:** Florianópolis- SC, v.08, n.1, p. 138-155, 2013. Disponível em: https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/1981-1322.2013v8n1p138/25095. Acesso em: 24 jul. 2018.

FIORENTINI, Dario; MIORIM, Ângela Maria. **Metodologia do Ensino da Matemática:** uma reflexão sobre o uso de materiais concretos e jogos no Ensino de Matemática. Boletim SBEM-SP, Campinas- SP,1990. 7 p. Disponível em: http://www.pucrs.br/ciencias/viali/tic_literatura/jogos/Fiorentini_Miorin.pdf. Acesso em: 14 de jul. 2018.

FONTANA, Lívia de Assis Monteiro. ***Sobre educação e tecnologia - conceitos e* aprendizagem:** aprendizagem colaborativa e construção da consciência coletiva no espaço cibernético. São Paulo, SP: Pimenta cultural, p. 63-83, 2015. Disponível em: https://pt.slideshare.net/PimentaCultural/ebook-sobre-educao-e-tecnologia-conceitos-e-aprendizagem. Acesso em: 15 jul. 2018.

GRAVINA, Maria Alice. **Geometria Dinâmica: Uma nova abordagem para o aprendizado da Geometria.** Belo Horizonte: VII Simpósio Brasileiro de Informática na Educação. 1996. 14 p. Disponível em: http://www.ufrgs.br/espmat/disciplinas/geotri2014/pdf/maria-alice_geometria-dinamica1996-vii_sbie.pdf. Acesso em: 18 jul. 2018.

SARMENTO, Alan Kardec Carvalho. **A Utilização de Materiais Manipulativos nas aulas de Matemática.** Piauí: UFPI, 2010. 12p. Disponível em: http://leg.ufpi.br/subsiteFiles/ppged/arquivos/files/VI.encontro.2010/GT_02_18_2010.pdf . Acesso em: 17 jul. 2018.

SMOLE, Kátia; DINIZ, Maria Ignez. **Ler, escrever e resolver problemas: habilidades básicas para aprender matemática.** Porto Alegre, 2001.

SODRÉ, Ulysses; TOFFOLI, Sônia Ferreira Lopes; VIANA, Giovana. **Matemática essencial:** Ensino Fundamental – Geometria: Ângulos, 2016. Disponível em:

http://www.uel.br/projetos/matessencial/fundam/geometria/angulos.htm. Acesso em: 22 jul. 2018.

Campos dos Goytacazes (RJ), 02 de setembro de 2019.

Bruna Machado de Sá

Bruna Machado de Sá

Giullia Gomes Faes

Giullia Gomes Faes

Igor P. Menezes

Igor Pessanha Menezes

Igor Rodrigues Batista

Igor Rodrigues Batista

Lethícia Emily Cardoso Fernandes

Lethícia Emily Cardoso Fernandes

Letícia Cabral Drumond

Letícia Cabral Drumond

APÊNDICES

APÊNDICE A: MATERIAL DIDÁTICO APLICADO NA TURMA DO LEAMAT II

Diretoria de Ensino Superior
Licenciatura em Matemática
Disciplina: Laboratório de Ensino e Aprendizagem de Matemática
Linha de Pesquisa: Geometria
Licenciandos: Bruna Machado, Giullia Faes, Letícia Drumond, Lethícia Fernandes, Igor
Menezes e Igor Rodrigues
Orientadora: Profª. Me. Juliana Santos Barcellos Chagas Ventura

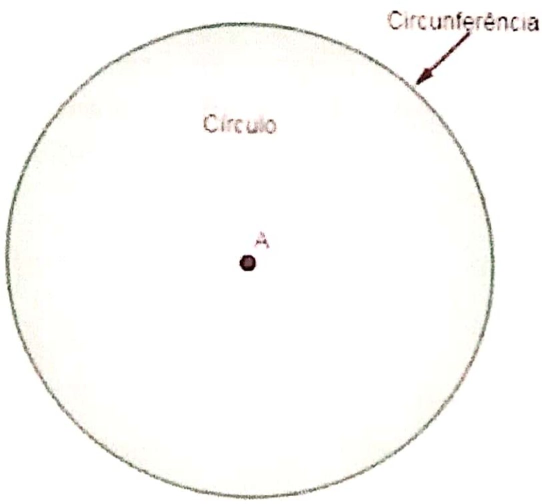
Nome: ______________________________________ Data: ____/____/_____

ÂNGULOS CENTRAIS E INSCRITOS NA CIRCUNFERÊNCIA

Círculo e Circunferência

- Circunferência é o conjunto dos pontos cuja distância a um ponto dado é a mesma. O ponto dado é o centro e a distância dada é o raio da circunferência.

- Círculo é o conjunto de pontos formado por todos os pontos de uma circunferência e todos os pontos no interior dela.



Obs: O ponto **A** é o centro da circunferência.

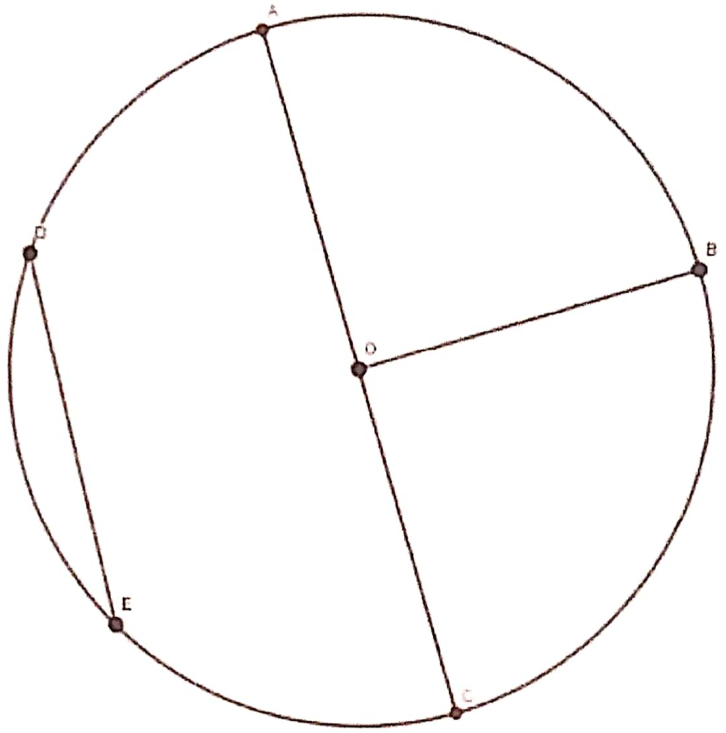
Elementos da Circunferência

- Corda de uma circunferência é um segmento cujas extremidades pertencem à circunferência.

- Diâmetro de uma circunferência é uma corda que passa pelo centro.

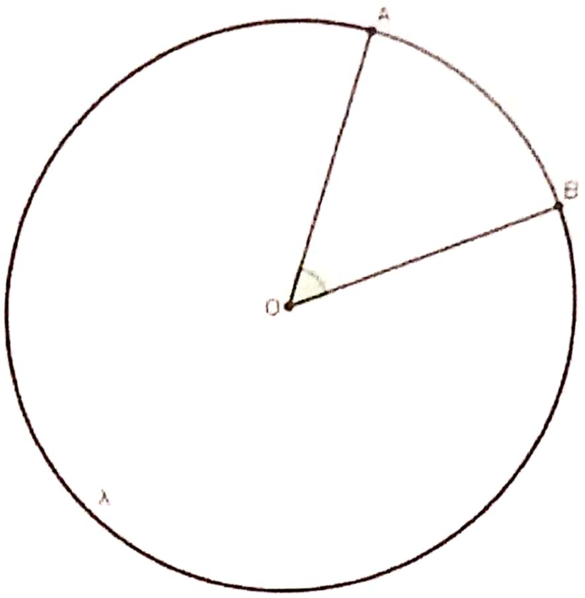
- Raio de uma circunferência é um segmento com uma extremidade no centro e a outra num ponto da circunferência.

Identifique os elementos na figura abaixo:

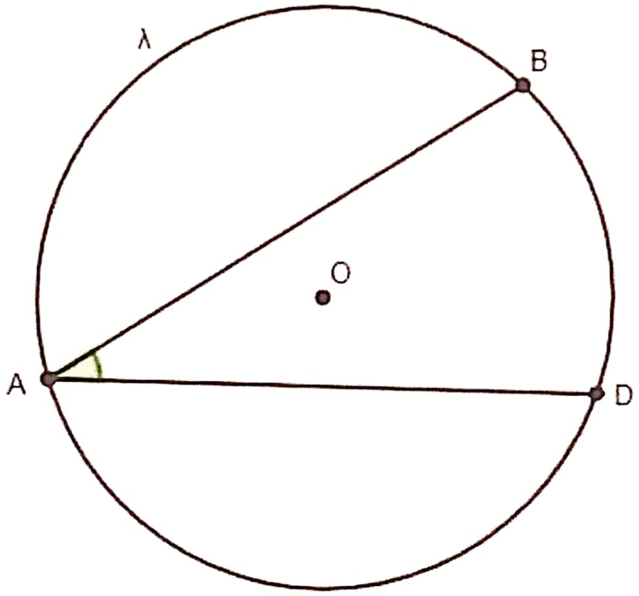


Ângulos

I. Ângulo central relativo a uma circunferência é o ângulo que tem o vértice no centro da circunferência. O ângulo AÔB é central.



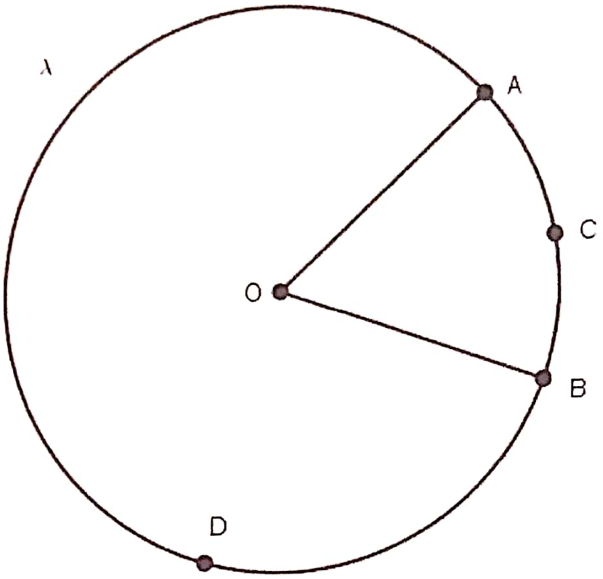
II. Ângulo inscrito relativo a uma circunferência é um ângulo que tem o vértice na circunferência e os lados são cordas dessa circunferência. O ângulo BÂD é um ângulo inscrito.



Arco de Circunferência

Consideremos uma circunferência λ de centro O e sejam A e B dois pontos de λ que não sejam extremidades de um diâmetro. Nessas condições temos:

- Arco menor: ACB é a reunião dos conjuntos dos pontos A,B e de todos os pontos de λ que estão no interior do ângulo AÔB;
- Arco maior: ADB é a reunião dos conjuntos dos pontos A, B e de todos os pontos de λ que estão no exterior do ângulo AÔB.

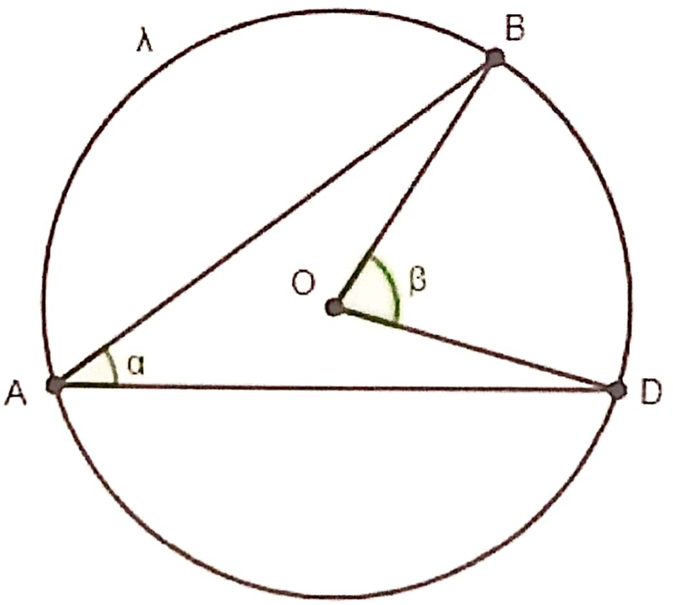


Medida de um arco

A *congruência de arcos foi estabelecida em correspondência com a* congruência dos ângulos centrais correspondentes. Tomando como unidade de arco (arco unitário) o arco definido na circunferência por um ângulo central unitário (unidade de ângulo), temos: a medida de um arco de circunferência é igual à medida do ângulo central correspondente

Ângulos que definem o mesmo arco

Os ângulos centrais e inscritos podem definir o mesmo arco de circunferência. Em λ os ângulos BÔD e BÂD definem o arco BD.



Referências

Todas as definições desta apostila foram retiradas do livro Fundamentos de Matemática Elementar: DOLCE, Osvaldo. POMPEO, José Nicolau. **Fundamentos da Matemática Elementar:** *Geometria Plana. Ed. 9. Editora Atual, São Paulo.*

A definição da medida de um arco foi retirada do link:
<https://mundoeducacao.bol.uol.com.br/matematica/medidas-arcos-circunferencia.htm>

Diretoria de Ensino Superior
Licenciatura em Matemática
Disciplina: Laboratório de Ensino e Aprendizagem de Matemática
Linha de Pesquisa: Geometria
Licenciandos: Bruna Machado, Giullia Faes, Letícia Drumond, Lethícia Fernandes, Igor
Menezes e Igor Rodrigues
Orientadora: Profª. Me. Juliana Santos Barcellos Chagas Ventura

Nome: ______________________________ Data: ____/____/_____

Passo a passo para dedução no GeoGebra

Passo a passo para dedução da relação entre o ângulo inscrito, o ângulo central e o arco que os definem usando o aplicativo GeoGebra.

- Abra a pasta "Applets - ângulo inscrito e central" que contém três applets diferentes. Cada um deles será aberto com o aplicativo GeoGebra.
- Em seguida, caso você ainda esteja com dúvida, abra o applet "Ângulo central" e depois, "Ângulo inscrito" para compreender melhor suas definições.
- Após isso, abra o applet "Dedução", observe o que acontece entre as medidas dos ângulos, os pontos e o arco definido e escreva suas reflexões nos itens abaixo.

1. Movimente o ponto V. O que acontece com a circunferência? Altera a medida do ângulo inscrito e a medida do ângulo central?

____

____

____

2. Movimente os pontos A e B. O que acontece com a medida do arco? Continua o mesmo definido para os dois ângulos?

____

____

3. Movimente novamente os pontos A e B. Escreva abaixo três exemplos das medidas definidas ao mesmo tempo do ângulo central BÔA e do ângulo inscrito BCA.

____

____

4. Movimente os pontos A, B ou C e compare os ângulos BÔA e BCA. O que você observa?

____

____

____

Referência

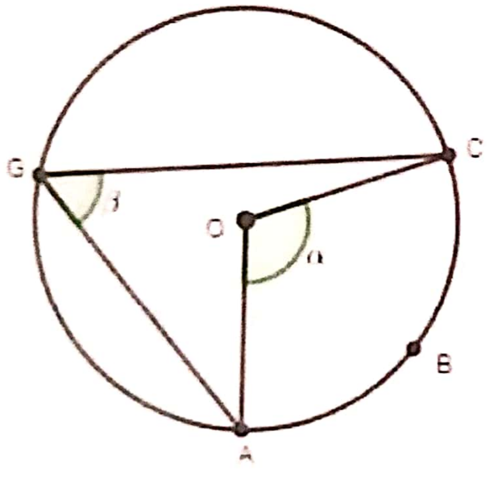
Todos os applets utilizados neste trabalho foram retirados da aba “materiais” do GeoGebra online e podem ser acessados no link: < https://www.geogebra.org/m/PybdQ59b >.

Diretoria de Ensino Superior
Licenciatura em Matemática
Disciplina: Laboratório de Ensino e Aprendizagem de Matemática
Linha de Pesquisa: Geometria
Licenciandos: Bruna Machado, Giullia Faes, Letícia Drumond, Lethícia Fernandes, Igor
Menezes e Igor Rodrigues
Orientadora: Profª. Me. Juliana Santos Barcellos Chagas Ventura

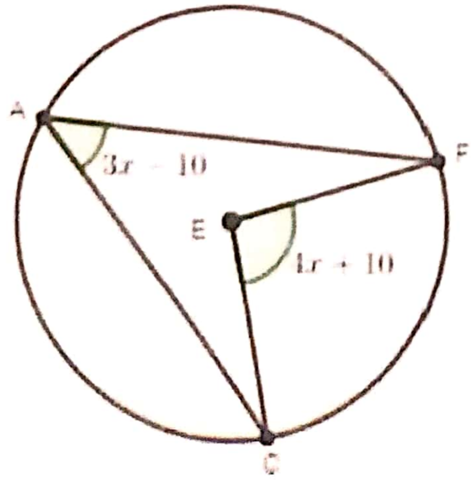
Nome: ______________________________________ Data: ____/____/_____

Exercícios

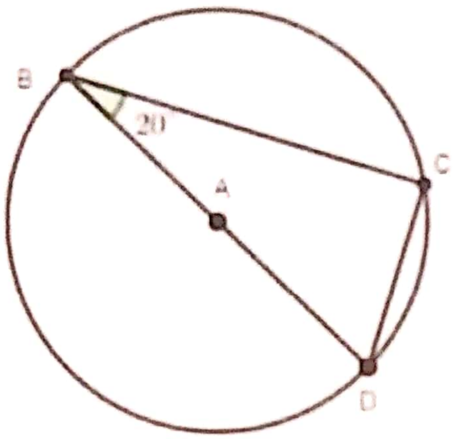
1. Considere a circunferência de centro O abaixo. Sendo a medida do arco ABC igual a 110º, determine o valor dos ângulos α e β .



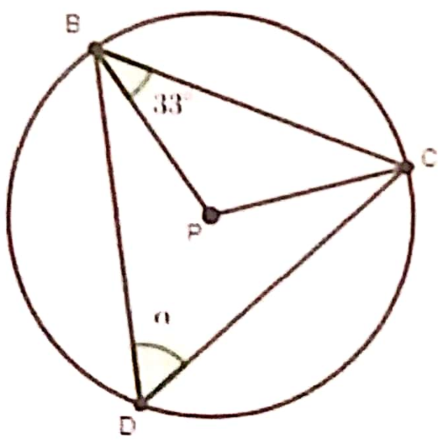
2. Na figura abaixo, o ângulo central CÊF mede 4x + 10 e o ângulo CÂF mede 3x – 10 . Determine o valor de x .



3. Determine a medida do arco BC na circunferência abaixo, sabendo que o ponto A é o centro da circunferência.



4. Determine a medida do ângulo α sabendo que P é o centro da circunferência.



APÊNDICE B: MATERIAL DIDÁTICO APLICADO NA TURMA REGULAR

INSTITUTO FEDERAL
DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA
Fluminense

MINISTÉRIO DA
EDUCAÇÃO

PÁTRIA AMADA
BRASIL
GOVERNO FEDERAL

Diretoria de Ensino Superior
Licenciatura em Matemática
Disciplina: Laboratório de Ensino e Aprendizagem de Matemática
Linha de Pesquisa: Geometria
Licenciandos: Bruna Machado, Giullia Faes, Letícia Drumond, Lethícia Fernandes, Igor
Menezes e Igor Rodrigues
Orientadora: Profª. Me. Juliana Santos Barcellos Chagas Ventura

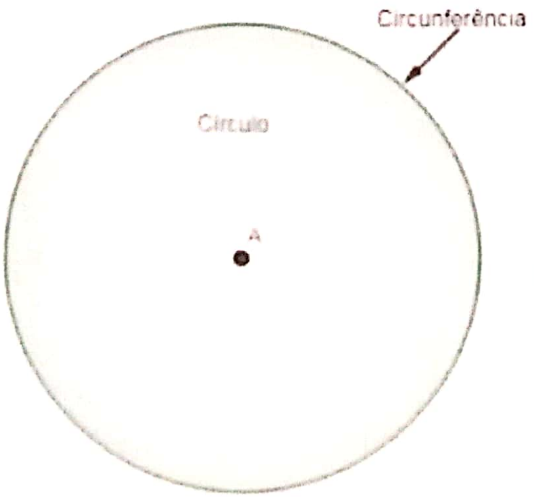
Nome: ____ Data: ____/____/_____

ÂNGULOS CENTRAIS E INSCRITOS NA CIRCUNFERÊNCIA

Círculo e Circunferência

- Circunferência é o conjunto dos pontos cuja distância a um ponto dado é a mesma. O ponto dado é o centro e a distância dada é o raio da circunferência.

- Círculo é o conjunto de pontos formado por todos os pontos de uma circunferência e todos os pontos no interior dela.



(A é o Centro)

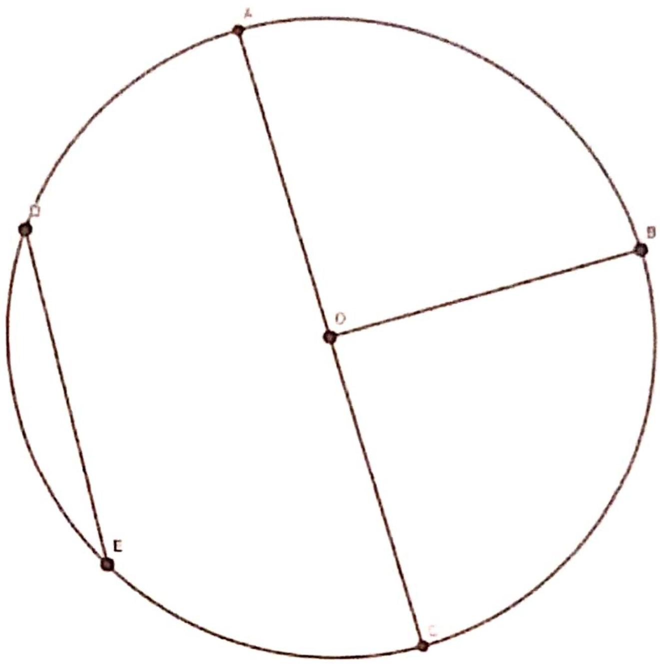
Elementos da Circunferência

- Corda de uma circunferência é um segmento cujas extremidades pertencem à circunferência.

- Diâmetro de uma circunferência é uma corda que passa pelo centro.

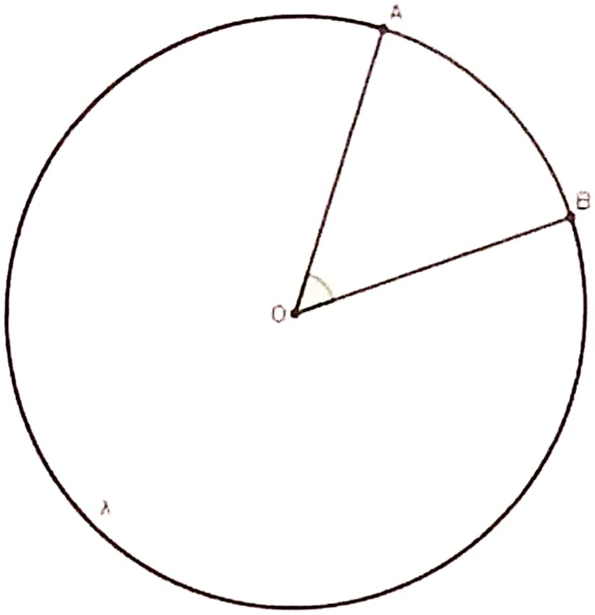
- Raio de uma circunferência é um segmento com uma extremidade no centro e a outra num ponto da circunferência.

Identifique os elementos na figura abaixo:

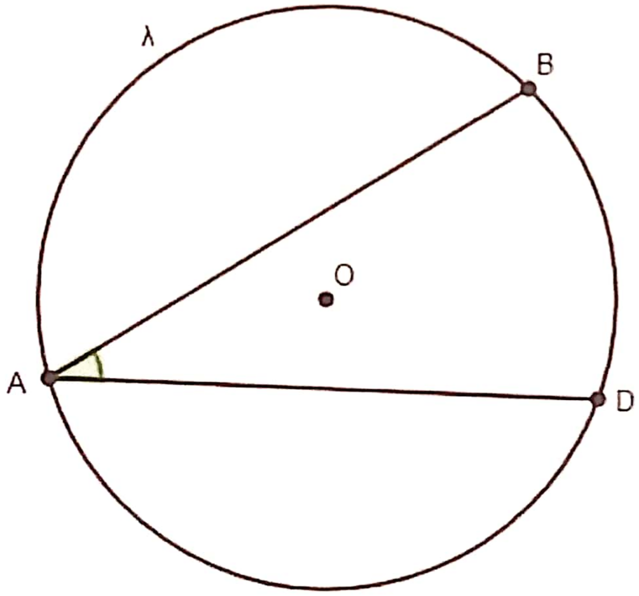


Ângulos

I. Ângulo central relativo a uma circunferência é o ângulo que tem o vértice no centro da circunferência. O ângulo AÔB é central.



II. Ângulo inscrito relativo a uma circunferência é um ângulo que tem o vértice na circunferência e os lados são cordas dessa circunferência. *O ângulo BÂD é um* ângulo inscrito.

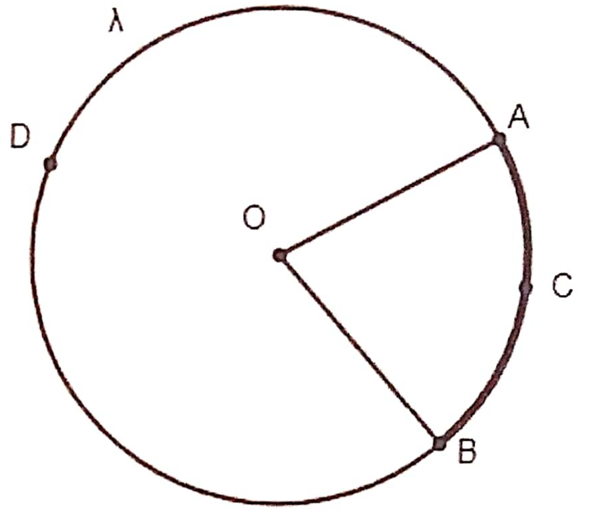


Arco de Circunferência

Consideremos uma circunferência λ de centro O e sejam A e B dois pontos de λ que não sejam extremidades de um diâmetro. Nessas condições temos:

- Arco menor: ACB é o conjunto dos pontos A,B e de todos os pontos de λ que estão no interior do ângulo AÔB;

- Arco maior: ADB é o conjunto dos pontos A, B e de todos os pontos de λ que estão no exterior do ângulo AÔB.

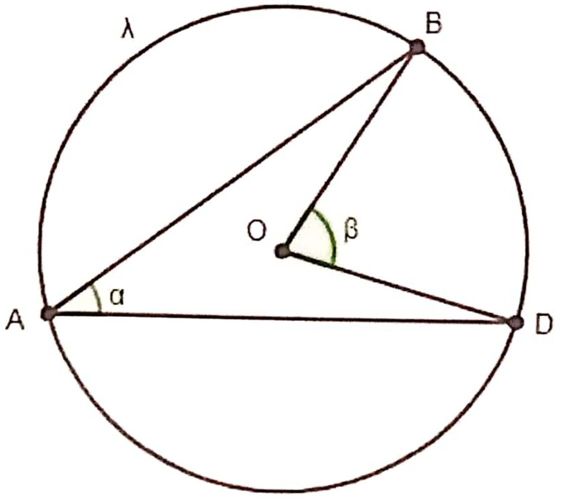


Medida de um arco

A medida de um arco de circunferência é igual à medida do ângulo central correspondente.

Ângulos que definem o mesmo arco

Os ângulos centrais e inscritos podem definir o mesmo arco de circunferência. Em λ os ângulos BÔD e BÂD definem o arco BD.



Bibliografia consultada

Todas as definições desta apostila foram retiradas do livro Fundamentos de Matemática Elementar: DOLCE, Osvaldo. POMPEO, José Nicolau. **Fundamentos da Matemática Elementar:** *Geometria Plana. Ed. 9. Editora Atual, São Paulo.*
A definição da medida de um arco foi retirada do link:
<https://mundoeducacao.bol.uol.com.br/matematica/medidas-arcos-circunferencia .htm>

INSTITUTO FEDERAL
DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA
Fluminense

MINISTÉRIO DA
EDUCAÇÃO

PÁTRIA AMADA
BRASIL
GOVERNO FEDERAL

Diretoria de Ensino Superior
Licenciatura em Matemática
Disciplina: Laboratório de Ensino e Aprendizagem de Matemática
Linha de Pesquisa: Geometria
Licenciandos: Bruna Machado, Giullia Faes, Letícia Drumond, Lethícia Fernandes, Igor
Menezes e Igor Rodrigues
Orientadora: Profª. Me. Juliana Santos Barcellos Chagas Ventura

Nome: ______________________________________ Data: ____/____/_____

Passo a passo para dedução no GeoGebra

Passo a passo para dedução da relação entre o ângulo inscrito, o ângulo central e o arco que os definem usando o aplicativo GeoGebra.

- Abra a pasta "Applets - ângulo inscrito e central" que contém três applets diferentes. Cada um deles será aberto com o aplicativo GeoGebra.
- Em seguida, abra o applet "Ângulo central" e depois, "Ângulo inscrito" para compreender melhor suas definições.
- Após isso, abra o applet "Dedução", observe o que acontece entre as medidas dos ângulos, os pontos e o arco definido e escreva suas reflexões nos itens abaixo.

1. Movimente o ponto V. O que acontece com a circunferência? Altera a medida do ângulo inscrito e a medida do ângulo central?

____
____
____

2. Movimente os pontos A e B. O arco continua o mesmo definido para os dois ângulos?

____
____

3. Movimente novamente os pontos A e B. Escreva abaixo três exemplos das medidas definidas ao mesmo tempo do ângulo central BÔA e do ângulo inscrito BCA.

____
____

4. Movimente os pontos A, B ou C e compare os ângulos BÔA e BCA. O que você observa?

____
____

Bibliografia consultada

Todos os applets utilizados neste trabalho foram retirados da aba “materiais” do GeoGebra online e podem ser acessados no link: < https://www.geogebra.org/m/PybdQ59b >.

INSTITUTO FEDERAL
DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA
Fluminense

MINISTÉRIO DA
EDUCAÇÃO

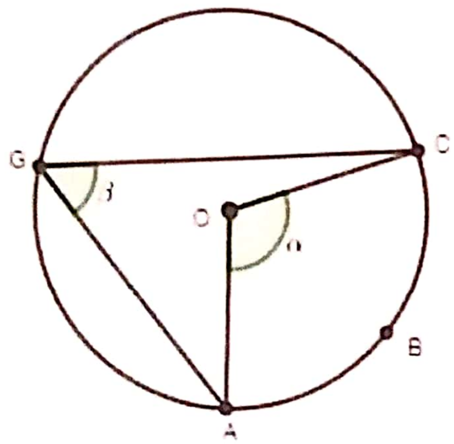
PÁTRIA AMADA
BRASIL
GOVERNO FEDERAL

Diretoria de Ensino Superior
Licenciatura em Matemática
Disciplina: Laboratório de Ensino e Aprendizagem de Matemática
Linha de Pesquisa: Geometria
Licenciandos: Bruna Machado, Giullia Faes, Letícia Drumond, Lethícia Fernandes, Igor Menezes e Igor Rodrigues
Orientadora: Profª. Me. Juliana Santos Barcellos Chagas Ventura

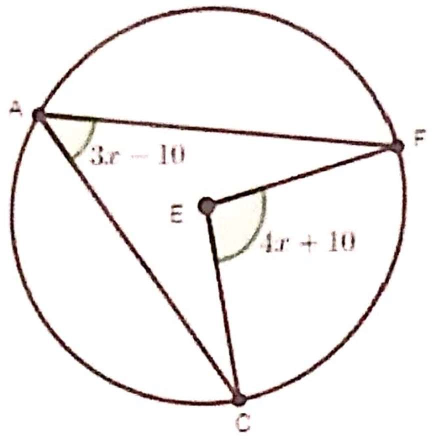
Nome: ______________________________________ Data: ____/____/_____

Exercícios

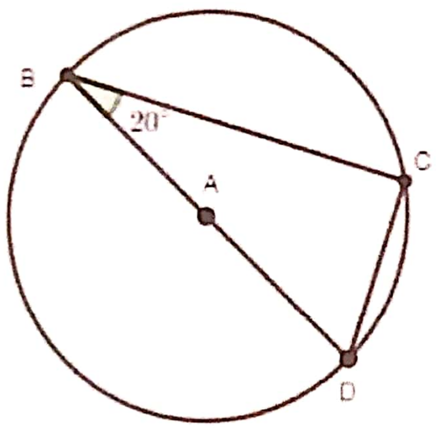
1. Considere a circunferência de centro O abaixo. Sendo a medida do arco ABC igual a 110º, determine a medida dos ângulos α e β .



2. Na figura abaixo, o ângulo central CÊF mede 4x + 10 e o ângulo CÂF mede 3x − 10 . Determine o valor de x e a medida dos ângulos.



3. Determine a medida do arco BC na circunferência abaixo, sabendo que o ponto A é o centro da circunferência.



4. Determine a medida do ângulo α sabendo que P é o centro da circunferência.