

matemática  
100 ANOS

DIP LIC

DEPARTAMENTO DE  
ENSINO SUPERIOR  
DAS CIÊNCIAS EXATAS



INSTITUTO FEDERAL  
Fluminense  
Campus Campos Centro

MINISTÉRIO DA  
EDUCAÇÃO



PÁTRIA AMADA  
BRASIL  
GOVERNO FEDERAL

# RELATÓRIO DO LEAMAT

## EQUIVALÊNCIA DE ÁREAS

ENSINO E APRENDIZAGEM DE GEOMETRIA

HIURY LIMA DO ROSÁRIO

LAISA SUPRANI ROCHA

THABATTA AZEVEDO DE OLIVEIRA

VICKTÓRIA MARIA DOS SANTOS ARAÚJO DE BARROS

CAMPOS DOS GOYTACAZES - RJ  
2019.1

HIURY LIMA DO ROSÁRIO  
LAISA SUPRANI ROCHA  
THABATTA AZEVEDO DE OLIVEIRA  
VICKTÓRIA MARIA DOS SANTOS ARAÚJO DE BARROS

# RELATÓRIO DO LEAMAT

## EQUIVALÊNCIA DE ÁREAS

ENSINO E APRENDIZAGEM DE GEOMETRIA

Trabalho apresentado ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense, *campus* Campos Centro, como requisito parcial para conclusão da disciplina Laboratório de Ensino e Aprendizagem de Matemática do Curso de Licenciatura em Matemática.

Orientadoras: Prof<sup>ª</sup>. Me. Ana Mary Fonseca Barreto de Almeida e Prof<sup>ª</sup>. Me. Juliana Santos Barcellos Chagas Ventura.

CAMPOS DOS GOYTACAZES - RJ  
2019.1

## SUMÁRIO

1) Relatório do LEAMAT I .....	4
1.1) Atividades desenvolvidas .....	4
1.2) Elaboração da sequência didática .....	7
1.2.1) Tema .....	7
1.2.2) Justificativa .....	7
1.2.3) Objetivo Geral .....	10
1.2.4) Público Alvo .....	10
2) Relatório do LEAMAT II .....	9
2.1) Atividades desenvolvidas .....	9
2.2) Elaboração da sequência didática .....	10
2.2.1) Planejamento da sequência didática .....	10
2.2.2) Aplicação da sequência didática na turma do LEAMAT II .....	14
3) Relatório do LEAMAT III .....	15
3.1) Atividades desenvolvidas .....	15
3.2) Elaboração da sequência didática .....	15
3.2.1) Versão final da sequência didática .....	15
3.2.2) Experimentação da sequência didática na turma regular ..	16
Considerações Finais .....	20
Referências .....	21
Apêndices .....	23
Apêndice A - Material didático aplicado na turma do LEAMAT II .....	24
Apêndice B - Material didático experimentado na turma regular .....	29

## 1) Relatório do LEAMAT I

### 1.1) Atividades desenvolvidas

No dia 30/04/2018 foi a primeira aula das linhas de Geometria e Matemática Inclusiva. Nesse dia, foram apresentadas as linhas de pesquisa de Geometria e Educação inclusiva (Matemática), onde ocorreu a entrega do regimento do LEAMAT, do calendário e do plano de ensino de Geometria, também o texto para fichamento para discussão na próxima aula de Geometria. Foi apresentado o *Schoology*, que é uma plataforma na qual os alunos deveriam se inscrever, utilizando-o como assistência para a linha de pesquisa de Geometria.

Na aula do dia 14/05/2018 foi dialogado sobre o artigo "Ensino de Geometria: Rumos da pesquisa de Rebeca Moreira Sena e Beatriz Vargas". E no decorrer da aula, foi refletindo-se sobre diferentes pontos do texto, ouvindo as reflexões dos presentes colegas de classe. O objetivo do trabalho, que foi discutido em sala, é mapear nas teses brasileiras as pesquisas que tenham como tema a Geometria na ótica da educação matemática, e teve como questão norteadora saber quais foram os rumos das pesquisas sobre ensino da Geometria nas últimas duas décadas em nosso país. O texto traz um pouco do contexto histórico da Geometria no Brasil mostrando quais foram os motivos incentivadores do estudo da Geometria, as dificuldades na implementação da matéria nas instituições de ensino.

Na aula do dia 11/06/2018 houve a apresentação de um grupo que já concluiu a disciplina do LEAMAT, onde foram apresentadas as suas linhas de pesquisa de Educação Matemática Inclusiva e Geometria, como foram desenvolvidas suas sequências didáticas e relatando os desafios e experiências que tiveram durante o LEAMAT.

Na aula do dia 18/06/2018 ocorreu a apresentação do grupo B1 e B2, da linha de pesquisa de geometria sobre BNCC (Base Nacional Comum Curricular) e PCN (Parâmetros Curriculares Nacionais), onde o Grupo B1 apresentou sobre o ensino médio. No qual o BNCC, tem o objetivo de determinar quais conteúdos os alunos deverão ter aprendido ao final de cada ciclo, e a matemática deve-se dar de forma mais consistente aos alunos, sendo separadas em campos: Aritmética, Álgebra, Geometria, Probabilidade e Estatística, Grandezas e Medidas. O PCN, tem por objetivo nortear a ação do professor em sala, que não tem objetivos específicos

como a BNCC, pois é mais antigo, mas nele pretende-se contemplar a necessidade da adequação para o desenvolvimento e promoção de alunos, com diferentes motivações, interesses e capacidades. Tendo como objetivo a formação do raciocínio lógico, dedutivo, crítico da realidade, técnicas e estratégias. Entretanto foi criado um documento complementar denominado PCN+ que regulamenta as competências específicas do ensino médio. O Grupo B2 apresentou o que a BNCC e o PCN trazem sobre Geometria do ensino fundamental. O PCN é um documento mais breve, não traz tantas especificidades como a BNCC. A BNCC do ensino fundamental já foi aprovada para 2020, e a BNCC do ensino médio ainda está em análise.

Na aula do dia 02/07/2018 os grupos B1 e B2 apresentaram um trabalho sobre a Teoria dos Van Hiele. O grupo B1 apresentou sobre o texto " O modelo de Van Hiele para o desenvolvimento do pensamento geométrico" de Mary L. Crowley e o grupo B2 apresentou sobre o texto "O Modelo de desenvolvimento do Pensamento geométrico de Van Hiele e possíveis contribuições da geometria dinâmica" de George de Souza e Fábio Ferrentine. A **Teoria de van Hiele** ou os **Níveis de van Hiele** ou o **Modelo de van Hiele** constitui uma teoria do ensino e da aprendizagem de geometria, elaborado pelo casal holandês. A teoria se encaixa dentro da didática da matemática e, de forma mais específica, na didática da geometria. A aprendizagem da Geometria se faz passando por níveis graduais de pensamento e esses níveis não estão associados à idade. No nível 0: Visualização ou reconhecimento, os alunos percebem o espaço apenas como algo que existe em torno deles. Os conceitos de Geometria são vistos como entidades totais. No nível 1: Análise, começam as análises dos conceitos geométricos, os alunos começam a discernir as características das figuras. No nível 2: Dedução Informal, neste nível eles formulam argumentos informais, mais ainda não são capazes de compreender os axiomas. Nível 3: Dedução Formal, neste nível compreende-se a dedução como uma maneira de estabelecer a teoria geométrica em um contexto axiomático. A pessoa se torna capaz de desenvolver uma demonstração e não apenas memorizá-las. Nível 4: Rigor, é capaz de diferenciar e comparar geometria não euclidiana em vários sistemas diferentes. Além disso, há 5 fases de aprendizado: interrogação, orientação dirigida, explicação, orientação livre e integração. Fase 1: Interrogação, onde o professor e os alunos conversam e desenvolvem atividades envolvendo os objetos de estudo do respectivo nível. Fase 2: Orientação dirigida, os alunos

exploram o tópico de estudos por meio do material que o professor ordenou em seqüências. Fase 3: Explicação: baseando nas fases anteriores, os alunos expressam e trocam suas visões emergentes sobre as estruturas que foram observadas. Fase 4: Orientação livre, o aluno se vê diante de tarefas mais complexas, que podem ser concluídas de maneiras diversas e com um final "aberto". Fase 5: Integração, os alunos reveem e sumarizam o que aprenderam com o objetivo de formar uma visão geral dos objetos.

Na aula do dia 16/07/2018 houve a leitura do texto "Demonstrações em Geometria" de Saddo Ag Almouloud. Esse texto fala sobre um projeto de pesquisa, investigando os fatores que interferem no processo de ensino e aprendizagem envolvendo o raciocínio dedutivo em matemática. O trabalho realizado direcionou-se em 4 fases de análises direcionadas e pautadas pelos objetivos específicos da investigação do projeto e foi organizado e realizado com professores. No referido trabalho, há relatos das análises das atividades realizadas com professores, em especial, com uma dupla de professores da rede pública que atuam no ensino fundamental e médio, que tem formação em outras áreas com complementação em licenciatura em Matemática, onde foi percebido suas dificuldades em identificar demonstrações, e para elas, demonstração tem a ver com contextualização. Nesse trabalho fica nítido a dificuldade que as professoras possuíam em identificar uma prova matemática e no decorrer do trabalho, com as discussões e entrevistas, nota-se que esses professores adquiriram uma certa autonomia no que diz respeito à discussão, argumentação, redação, levantamento de hipóteses e demonstração. O trabalho mostra, sobretudo, a necessidade de criar condições que comprovam mudanças nas concepções e nos saberes dos professores a respeito de prova e demonstração.

Na aula do dia 30/07/2018 ocorreu a apresentação do grupo B1 sobre o tema " Equivalência de áreas" da linha de pesquisa de Geometria, onde foram apresentadas as justificativas e o porquê da escolha desse tema.

## **1.2) Elaboração da seqüência didática**

### **1.2.1) Tema**

Equivalência de áreas.

### **1.2.2) Justificativa**

A matemática está presente no nosso cotidiano, por isso a importância a sua compreensão e interação em vários contextos. Os Parâmetros Nacionais Curriculares Nacionais (PCN) reforçam essa ideia, quando dizem:

A Matemática caracteriza-se como uma forma de compreender e atuar no mundo e o conhecimento gerado nessa área do saber como um fruto da construção humana na sua interação constante com o contexto natural, social e cultural (BRASIL, 1998, p. 24).

O estudo da Matemática é de grande importância para o desenvolvimento de competências e habilidades. E as Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN+) afirma que:

Aprender Matemática de uma forma contextualizada, integrada e relacionada a outros conhecimentos traz em si o desenvolvimento de competências e habilidades que são essencialmente formadoras, à medida que instrumentalizam e estruturam o pensamento do aluno, capacitando-o para compreender e interpretar situações, para se apropriar de linguagens específicas, argumentar, analisar e avaliar, tirar conclusões próprias, tomar decisões, generalizar e para muitas outras ações necessárias à sua formação (BRASIL, 2002, p. 111).

As metodologias tradicionais de ensino têm cada vez mais se mostrado mecanizados e ineficazes principalmente na matemática, como afirma o PCN:

Tradicionalmente, a prática mais frequente no ensino de Matemática tem sido aquela em que o professor apresenta o conteúdo oralmente, partindo de definições, exemplos, demonstração de propriedades, seguidos de exercícios de aprendizagem, fixação e aplicação, e pressupõe que o aluno aprenda pela reprodução. [...] Essa prática de ensino tem se mostrado ineficaz, pois a reprodução correta pode ser apenas uma simples indicação de que o aluno aprendeu a reproduzir alguns procedimentos mecânicos, mas não apreendeu o conteúdo e não sabe utilizá-lo em outros contextos (BRASIL, 1998, p. 37).

Nessa perspectiva, observa-se que nos anos finais do Ensino Fundamental a Geometria deve ser a consolidação e ampliação das aprendizagens realizadas, como diz a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), que também aponta que a geometria está sendo abordada de forma superficial:

A Geometria não pode ficar reduzida a mera aplicação de fórmulas de cálculo de área e de volume nem a aplicações numéricas imediatas de teoremas sobre relações de proporcionalidade em situações relativas a feixes de retas paralelas cortadas por retas secantes ou do teorema de Pitágoras (BRASIL, 2017, p. 270-271).

Se faz necessário a abordagem da Geometria, possibilitando de habilidades e competências nas resoluções de problemas, assim o PCN afirma:

O estudo da geometria é um campo fértil para trabalhar com situações-problema e é um tema pelo qual os alunos costumam se interessar naturalmente. O trabalho com noções geométricas contribui para a aprendizagem de números e medidas, pois estimula o aluno a observar, perceber semelhanças e diferenças, identificar regularidades, etc. (BRASIL, 1998, p. 51).

Assim, a Geometria tem um papel muito importante no processo de formação do aluno e constitui parte importante no currículo de matemática do Ensino Fundamental, por possibilitar o desenvolvimento de suas faculdades cognitivas, estimular o raciocínio lógico, fornecer ferramentas que possibilitem trabalhar a importância das provas e das deduções lógicas e fazer com que o aluno desenvolva um pensamento que permite compreender, descrever e representar, de forma organizada (BRASIL, 1998).

E as Orientações Curriculares para o Ensino Médio (OCEM) aponta a importância do estudo de Geometria quanto aos problemas do cotidiano, quando diz:

O estudo da Geometria deve possibilitar aos alunos o desenvolvimento da capacidade de resolver problemas práticos do cotidiano, como, por exemplo, orientar-se no espaço, ler mapas, estimar e comparar distâncias percorridas, reconhecer propriedades de formas geométricas básicas, saber usar diferentes unidades de medida (BRASIL, 2006, p. 75).

Os professores precisam utilizar metodologias diferenciadas, inovando o ensino de forma que os alunos compreendam realmente o que está sendo estudado. Segundo o PCN:



As atividades de Geometria são muito propícias para que o professor construa junto com seus alunos um caminho que a partir de experiências concretas leve-os a compreender a importância e a necessidade da prova para legitimar as hipóteses levantadas (BRASIL, 1998, p. 126).

O ensino de Matemática, mais especificamente o ensino de Geometria, precisa de um novo olhar. Sendo assim, optamos por trabalhar a Geometria com o intuito de proporcionar ao aluno, uma aprendizagem significativa sobre o ensino de equivalência de áreas.

O PCN reforça a ideia da utilidade do estudo de equivalência de áreas quando diz que os alunos devem ser capazes de resolver situações-problema que envolvam figuras geométricas planas, utilizando procedimentos de decomposição e composição, transformação, ampliação e redução (BRASIL, 1998).

E o BNCC traz como habilidades "Resolver e elaborar problemas de cálculo de medida de área de figuras planas que podem ser decompostas por quadrados, retângulos e/ou triângulos, utilizando a equivalência entre áreas" (BRASIL, 1998, p. 307). A partir disso, é notório a importância do estudo de equivalência de área para o ensino de Matemática.

### **1.2.3) Objetivo Geral**

Elaborar uma sequência didática que permita ao aluno reconhecer figuras com áreas equivalentes por meio de material concreto.

### **1.2.4) Público Alvo**

Alunos do 9.º ano do Ensino Fundamental.

## **2) Relatório do LEAMAT II**

### **2.1) Atividades desenvolvidas**

Inicialmente as aulas foram dedicadas para elaboração da sequência didática, onde em cada aula evoluímos nas pesquisas realizadas no laboratório do LEAMAT, utilizando livros, internet, debates em grupo e sugestões da orientadora. Assim, chegamos à última versão da apostila e definimos a forma que seria a aplicação da sequência didática no LEAMAT II. Foram realizadas as apresentações de todos os

grupos do LEAMAT com suas sequências didáticas no intuito de verificar a adequação da sequência didática. Nesse momento foram dadas algumas sugestões de melhorias pelos colegas de classe e pela orientadora. Após o término das apresentações de todos os grupos foi iniciada a elaboração do relatório final do LEAMAT.

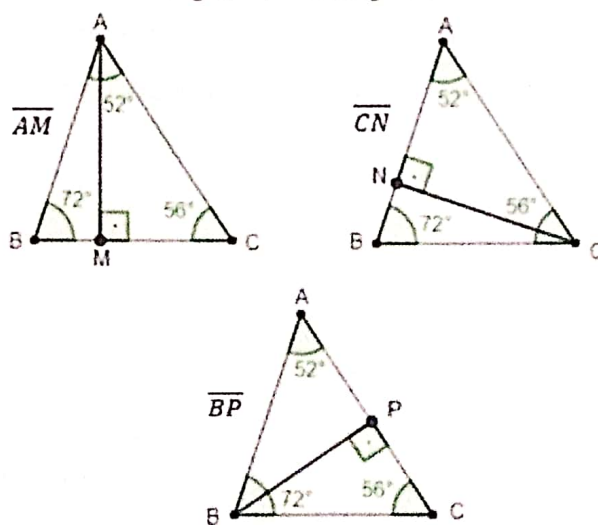
## 2.2) Elaboração da sequência didática

### 2.2.1) Planejamento da sequência didática

Inicialmente apresentamos o esboço da sequência didática, onde tinham as demarcações dos ângulos internos dos triângulos acutângulo, obtusângulo e reto, também as definições de triângulo, base, altura relativa a uma base de um triângulo, área e equivalência de áreas. Recebemos então sugestões da professora para mudar nomenclaturas, as imagens demarcando todos os ângulos internos dos triângulos e mudar algumas definições. No esboço da sequência pensamos em usar material manipulável, folhas A4 e apostila.

A aula deverá iniciar com a revisão de alguns conceitos matemáticos que são pré-requisitos para o tema escolhido. Para isso elaboramos uma apostila com definição e classificação de triângulo, altura relativa a uma base de um triângulo, área e equivalência de áreas, conforme ilustrado na Figura 1.

Figura 1 – Triângulos



Fonte: Elaboração própria

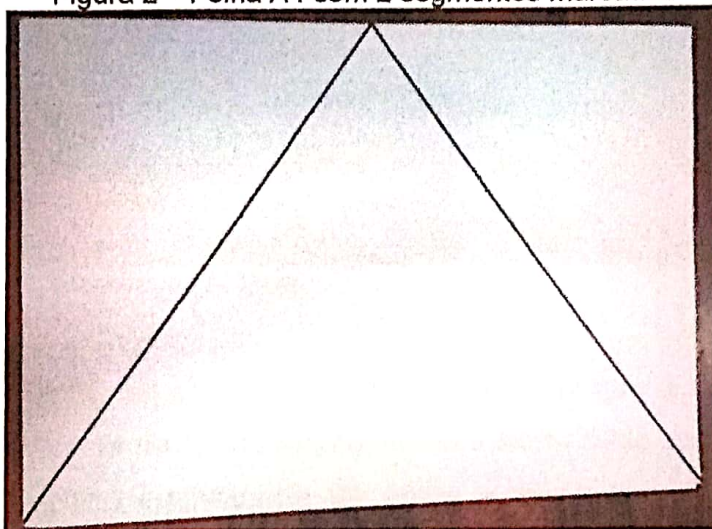
Para revisar a definição de área da região triangular, preparamos uma atividade utilizando a folha A4, lápis, régua e tesoura.

Considerando a região retangular correspondente a folha A4, os seguintes passos deverão ser seguidos:

1.º Passo: Marcar um ponto sobre um dos lados do retângulo.

2.º Passo: Traçar dois segmentos de reta do ponto marcado até as extremidades do lado oposto, conforme ilustrado na Figura 2.

Figura 2 – Folha A4 com 2 segmentos marcados

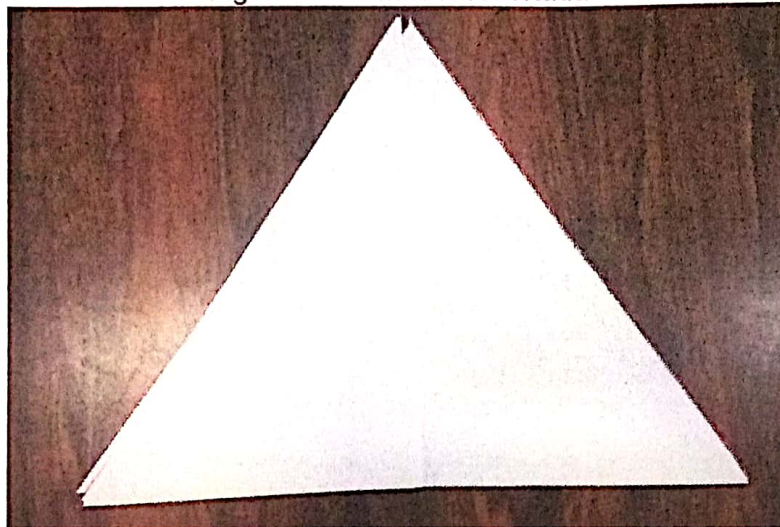


Fonte: Elaboração própria

3.º Passo: Cortar sobre os segmentos traçados, formando três triângulos.

4.º Passo: Colocar os dois triângulos recortados de forma que sobreponham ao triângulo restante, conforme ilustrado na Figura 3.

Figura 3 – Folha A4 recortada



Fonte: Elaboração própria

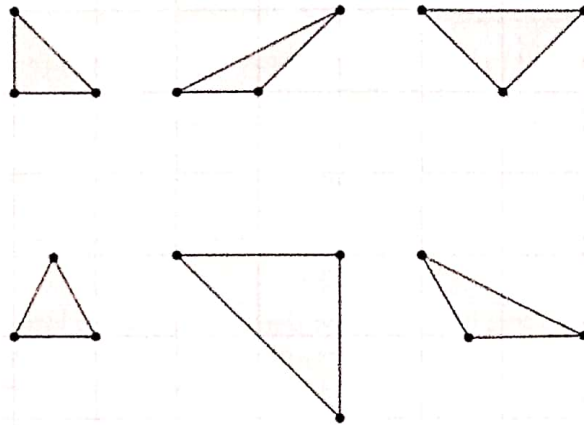
Com essa atividade, espera-se que a turma perceba que a área da região triangular é a metade da área da região retangular de mesma base e mesma altura.

A seguir, definiremos equivalência de áreas e mostraremos exemplos de triângulos diferentes que delimitam regiões de mesma área, e logo após falaremos que não são somente triângulos que podem delimitar regiões de áreas iguais, mas sim, podemos ter outros polígonos diferentes que delimitam regiões de mesma área, e mostraremos exemplos de figuras diferentes, que são equivalentes.

Prosseguiremos com os exercícios para fixação do conteúdo. No primeiro exercício há vários triângulos com bases e alturas diferentes, desenhados sobre a malha quadriculada, para ajudar na contagem, e o que será proposto é que o aluno marque um X nos triângulos que possuem a mesma área, conforme ilustrado na Figura. Esse primeiro exercício foi pensado para que os alunos usem a fórmula da área da região triangular, que foi revisada antes.

Figura 4 – Questão da apostila

1) De acordo com a figura abaixo, quais triângulos possuem a mesma área? Marque com X dentro dos triângulos.



Fonte: Elaboração própria

Nos próximos exercícios utilizaremos o Geoplano, que é um material manipulável, com o propósito de ajudar o aluno a compreender o que é equivalência de áreas. No Geoplano colocaremos letras nas linhas e números nas colunas para facilitar os próximos exercícios, conforme ilustrado na Figura 5.

Figura 5 – Geoplano



Fonte: Protocolo de pesquisa

Nos exercícios dois e três, daremos as coordenadas dos vértices para que eles consigam montar os triângulos. Em cada exercício teremos dois triângulos para que eles observem e escrevam se esses triângulos são equivalentes ou não, conforme ilustrado na Figura 6.

**Figura 6 – Questões para serem resolvidas no Geoplano**

2) Construa um triângulo utilizando os pontos A1, D1 e D4 e outro triângulo utilizando os pontos C3, F3 e B6. Descreva o que você observou em relação às áreas das regiões limitadas por esses triângulos.

---



---



---

3) Construa um triângulo utilizando os pontos A1, D1 e D4 e outro triângulo utilizando os pontos C3, F3 e A5. Descreva o que você observou em relação às áreas das regiões limitadas por esses triângulos.

---



---



---

Fonte: Elaboração própria

### **2.2.2) Aplicação da sequência didática na turma do LEAMAT II**

No dia 13/12 ocorreu nossa aplicação para a turma do LEAMAT II. Começamos a aula apresentando o grupo, nossa sequência didática e entregamos a apostila. Inicialmente revisamos os conceitos matemáticos necessários (triângulos, base, altura relativa a uma base do triângulo e área). Foi usado o quadro para as explicações desses conceitos. A seguir foi realizada a atividade utilizando folha A4.

Após o término da atividade, foi explicado o conceito de equivalência de áreas e foram dados exemplos. Seguindo com a aplicação, foram realizados exercícios para a fixação e em sequência foi explicado como utilizar o Geoplano, que utilizamos como material manipulável. Os professores em formação não tiveram dificuldades em realizar os exercícios. E assim, terminamos a nossa aplicação.

Com o término da aplicação, foi aberto o momento de sugestões para melhorias da aplicação da sequência didática que foram:

1.º Levar figuras prontas em papel cartão com malha quadriculada para colar no quadro;

2.º Mudar o local de identificação dos ângulos;

3.º Relembrar a fórmula da área da região triangular, que é:  $\frac{(base \times altura)}{2}$ , e não apenas dizer a fórmula;

4.º Lembrar de levar tesouras;

5.º Trocar os exemplos e os enunciados dos exercícios 3 e 5.

Com base na experiência da aplicação da sequência didática, faremos as alterações na apostila.

Após a aplicação da sequência didática e as sugestões e melhorias para a aplicação no LEAMAT III, identificamos que 2 horários para aplicação serão o suficiente e que o roteiro da sequência didática não será alterado.

### 3) Relatório do LEAMAT III

#### 3.1) Atividades desenvolvidas

No dia vinte e nove de abril de 2019 aconteceu o primeiro encontro com as orientadoras das linhas de pesquisa de Geometria e Álgebra e foi feita uma apresentação em *slides* com algumas considerações sobre a primeira experiência em sala de aula como professor, e apresentado um calendário das atividades a serem desenvolvidas no LEAMAT III. As próximas aulas foram para ajustes da sequência didática, de acordo com as sugestões feitas pelas orientadoras e os licenciandos após a aplicação realizada no LEAMAT II, e a preparação para a aplicação na turma regular. Após a aplicação da sequência na turma regular, as aulas foram destinadas para a apresentação final, onde foi exposto o resultado final do trabalho desenvolvido nos três semestres, e o término dos relatórios.

#### 3.2) Elaboração da sequência didática

##### 3.2.1) Versão final da sequência didática

Como sugestão após a aplicação na turma do LEAMAT II, trocamos os exemplos e os enunciados dos exercícios três e cinco, a fim de dar mais ênfase no nosso tema (figura 7 e 8). Além disso, no exercício um, foram colocadas letras dentro dos triângulos para que fique melhor distinguir quais triângulos são

equivalentes e quais não são equivalentes. Foi necessário mudar os enunciados das questões quatro a sete, para que fossem colocados os vértices dos triângulos a fim de que saibamos se a resposta está correta.

Figura 7 – Exercícios de 3 a 5 da versão preliminar da apostila

3) Construa um triângulo utilizando os pontos A1, D1 e D4 e outro triângulo utilizando os pontos G5, E7 e G10. Descreva o que você observou em relação às áreas das regiões limitadas por esses triângulos

---



---



---

4) Construa um triângulo de base 3 e altura 4

5) Construa outro triângulo com a mesma área da questão anterior, porém com medidas diferentes.

Fonte: Protocolo de pesquisa

Figura 8 – Exercícios de 3 a 5 da versão final da apostila

3) Construa um triângulo de vértices A1, D1 e D4 e outro triângulo de vértices G5, E7 e G10. Descreva o que você observou em relação à equivalência das regiões limitadas por esses triângulos

---



---

4) Construa um triângulo de base 3 e altura 4

5) Construa outro triângulo equivalente ao da questão anterior, porém com medidas de base e altura diferentes

Fonte: Protocolo de pesquisa

### 3.2.2) Experimentação da sequência didática na turma regular

A aplicação da sequência didática na turma regular ocorreu no dia 05 de junho de 2019 em uma escola particular na cidade de Campos dos Goytacazes - RJ, na turma de nono ano do ensino fundamental. No dia da aplicação, havia vinte e dois alunos e foram disponibilizados dois tempos de cinquenta minutos para a aplicação.

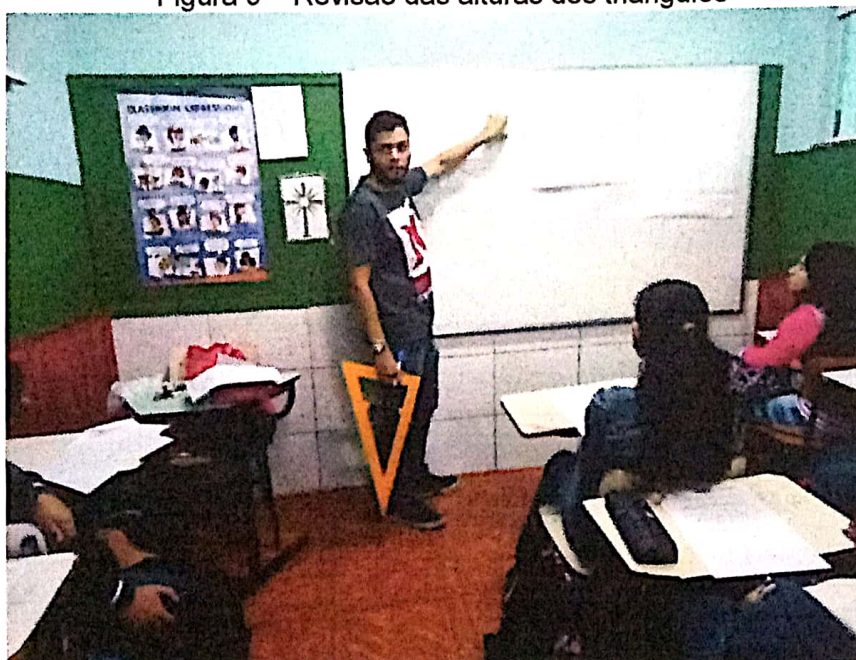
A aula iniciou-se com a apresentação do grupo de professores em formação, e a explicação de que o motivo de estarmos ali era a aplicação de uma sequência didática que foi desenvolvida no LEAMAT (Laboratório de Ensino e Aprendizagem



Matemática) no curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal Fluminense, e foi informado que seriam tiradas fotos da aplicação, porém com cuidado para não fotografar os rostos dos alunos. Em seguida, foram distribuídas as apostilas com o objetivo de revisar conceitos de triângulo, alturas dos triângulos acutângulo, retângulo e obtusângulo, área de um triângulo e apresentar o conceito de equivalência de áreas.

Para revisar o conceito das alturas de um triângulo levamos cartolinas, onde os triângulos já estavam desenhados. Utilizamos o esquadro para traçar as alturas relativas a cada lado em cada tipo de triângulo.

Figura 9 – Revisão das alturas dos triângulos

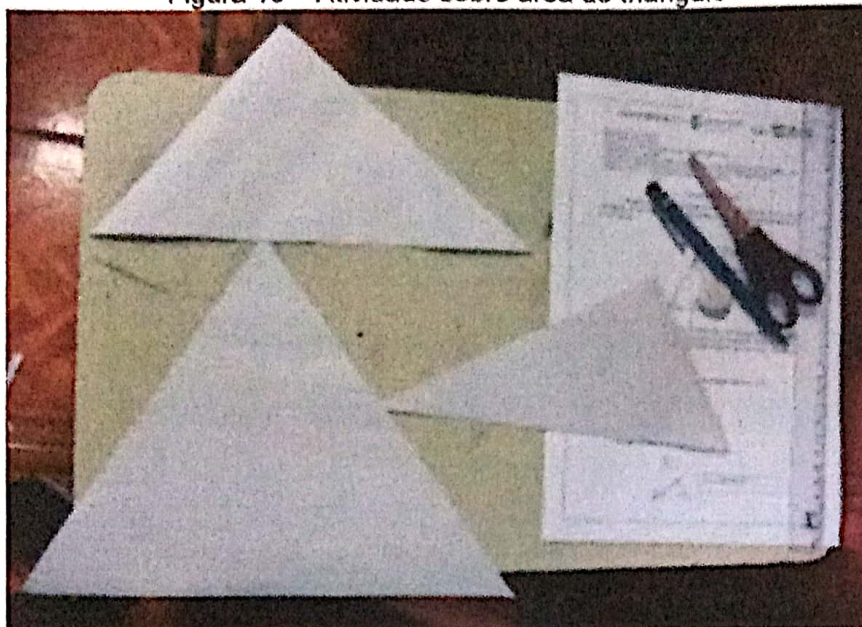


Fonte: protocolo de pesquisa

Em seguida, foram distribuídas folhas de papel A4, tesoura e régua. Nessa atividade, o objetivo era deduzir a fórmula da área do triângulo. Pedimos para que eles marcassem um ponto em um dos lados da folha retangular, depois traçassem dois segmentos de reta ligando esse ponto até os vértices do lado oposto, e por último recortassem esses dois segmentos. Apesar da explicação de como teria que ser feito, alguns alunos fizeram diferente, marcando o ponto no meio da folha e não traçando os segmentos até os vértices do lado. Em sua maioria, os alunos conseguiram fazer corretamente. Após todos cortarem, cada um estava com três triângulos, dois menores e um maior. Pedimos para que eles sobrepusessem os dois triângulos menores sobre o maior. Com isso eles puderam perceber que a área do

triângulo é a metade da área do retângulo de mesma base e mesma altura. Os alunos não tiveram dificuldades em sobrepor os triângulos, e conseguiram perceber com facilidade o objetivo.

Figura 10 – Atividade sobre área do triângulo



Fonte: protocolo de pesquisa

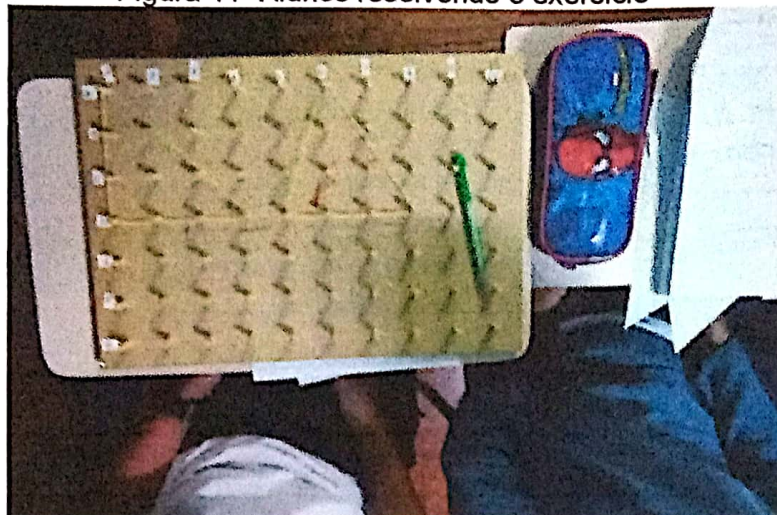
Concluída a atividade, foi explicado o conceito de equivalência de áreas, e foi disponibilizado tempo para que os alunos resolvessem os exemplos. Pedimos que eles calculassem as áreas das figuras e dissessem se eram equivalentes. Para calcular a área, alguns alunos utilizaram fórmulas conhecidas e outros contaram os quadradinhos. A maioria dos alunos não teve dificuldades para fazer esse exemplo. A correção foi feita com a participação dos alunos.

Após o entendimento de todos os conceitos, demos início aos exercícios. O primeiro exercício era parecido com o exemplo, e com isso, cada aluno fez da maneira que achou mais fácil, seja utilizando a fórmula ou contando os quadradinhos. Para corrigir os exercícios, perguntamos aos alunos quais triângulos eram equivalentes e todos responderam corretamente.

Para a resolução dos exercícios dois a sete pedimos que eles se sentassem em dupla, e foram entregues um Geoplano e elásticos a cada dupla. Explicamos como eles iriam utilizá-lo. Cada linha estava identificada por uma letra e cada coluna por um número, e cada espaço entre dois pinos correspondia a uma unidade de

medida. Após explicar como seria utilizado o Geoplano, eles começaram a resolver os exercícios.

Figura 11- Alunos resolvendo o exercício



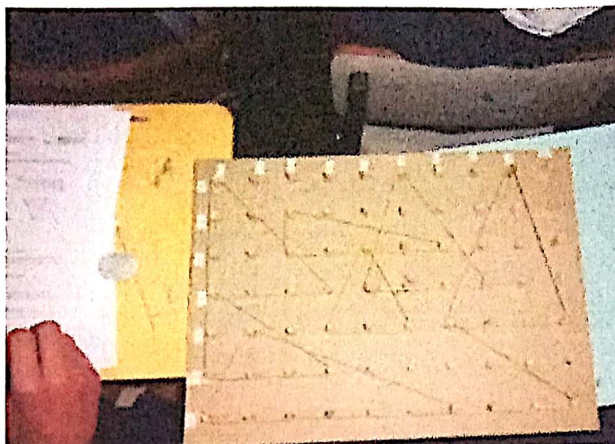
Fonte: protocolo de pesquisa

Nos exercícios dois e três, a maioria conseguiu determinar quando as áreas dos triângulos eram iguais e diferentes. Com isso, os alunos conseguiram identificar se os triângulos eram equivalentes ou não. Para corrigir esses dois exercícios foi perguntado o que eles escreveram, e todos responderam corretamente.

Nos exercícios quatro a sete pedimos para que eles anotassem na apostila os vértices dos triângulos construídos. A maioria dos alunos não teve dificuldade em fazer os triângulos pedidos. No exercício sete, uma dupla manteve o triângulo da questão seis e depois pensou em valores que multiplicados dessem o valor da área do primeiro triângulo para então formar o próximo triângulo.

Os alunos ficaram empolgados com o Geoplano por ser algo que eles nunca tinham visto; foi o momento da aula que houve maior animação dos alunos. Muitas duplas tentaram fazer todos os exercícios da apostila sem tirar nenhum dos triângulos construídos; alguns perceberam que poderia atrapalhar na visualização e por isso tiraram, mas muitas duplas continuaram.

Figura 12 – Alunos resolvendo os exercícios sem desmanchar os triângulos das questões anteriores



Fonte: protocolo de pesquisa

Após o término dos exercícios, a aplicação foi encerrada. Foram utilizados os dois tempos de aula para a aplicação.

### Considerações finais

Após a aplicação da sequência na turma regular, foi possível perceber que o trabalho atingiu seu objetivo geral e o grupo ficou muito satisfeito com o resultado, e a partir dos comentários dos alunos em sala no decorrer da aula pode-se perceber que os alunos gostaram bastante da forma que o conteúdo foi abordado, trazendo algo que não é muito utilizado nas aulas, que é o Geoplano.

A utilização do Geoplano possibilitou aos alunos um ambiente de aprendizagem dinâmico e enriquecedor, além de propiciar a interação entre as duplas. A partir da análise das resoluções dos alunos, foi possível perceber que o conteúdo trabalhado foi entendido pelos alunos, que foram bem receptivos ao tipo de atividade proposta, e que vale a pena estar sempre inovando a fim de motivar os alunos.

E assim, o professor deve sempre buscar métodos diferentes, novas formas de se trabalhar os conteúdos, de maneira que os alunos sintam vontade de aprender.

## REFERÊNCIAS

BRASIL. **Base Nacional Curricular Comum**. Ensino Fundamental. Brasília: MEC, 2017. Disponível em: <<http://basenacionalcomum.mec.gov.br/wp-content/uploads/2018/02/bncc-20dez-site.pdf>>. Acesso em: 05 Set 2018.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais**. Matemática. 3º e 4º ciclos. Brasília: MEC/SEF, 1998. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/matematica.p/df>>. Acesso em: 05 Set 2018.

BRASIL. **Orientações Curriculares para o Ensino Médio**. Brasília: MEC, 2006. Disponível em: <[http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/book\\_volume\\_02\\_internet.pdf](http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/book_volume_02_internet.pdf)>. Acesso em: 05 Set 2018.

BRASIL. **Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais**. Brasília: MEC, 2002. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/conaes-comissao-nacional-de-avaliacao-da-educacao-superior/195-secretarias-112877938/seb-educacao-basica-2007048997/12598-publicacoes-sp-265002211>>. Acesso em: 05 Set 2018.

Campos dos Goytacazes (RJ), 02 de Setembro de 2019.

Hiury L. do Rosário  
Hiury Lima do Rosário

Laisa Suprani Rocha  
Laisa Suprani Rocha

Thabatta Azevedo de Oliveira  
Thabatta Azevedo de Oliveira

Vickória Maria dos Santos Araújo de Barros  
Vickória Maria dos Santos Araújo de Barros

# APÊNDICE

# **APÊNDICE A: MATERIAL DIDÁTICO APLICADO NA TURMA DO LEAMAT II**



Diretoria de Ensino Superior

Licenciatura em Matemática

Disciplina: Laboratório de Ensino e Aprendizagem de Matemática

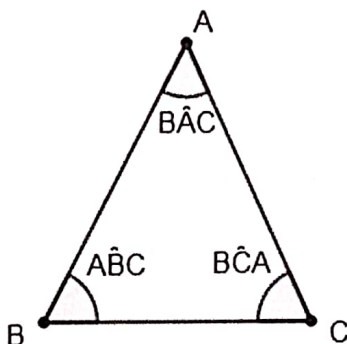
Linha de Pesquisa: Geometria

Licenciandos: Filipe Barbosa Volotão de Souza, Hiury Lima do Rosário, Juliana da Silva Ribeiro, Laisa Suprani Rocha, Thabatta Azevedo de Oliveira e Victória Maria dos Santos Araújo Barros

Orientadora: Prof<sup>a</sup>. Me. Juliana Santos Barcellos Chagas Ventura

## Figuras Equivalentes

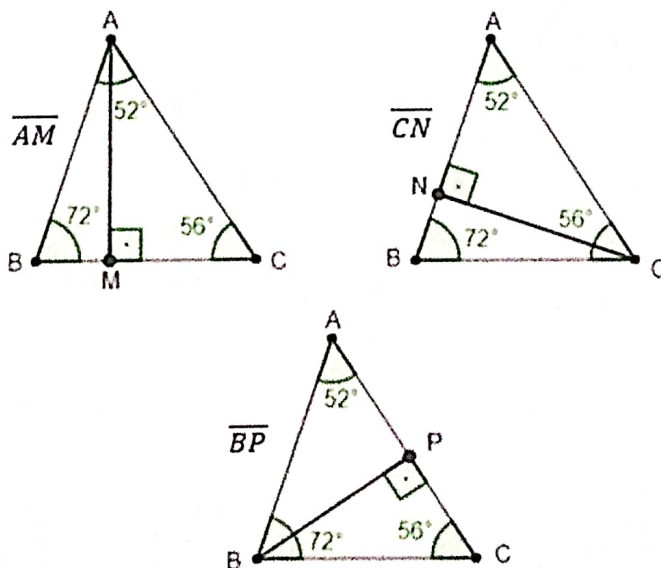
Triângulos são figuras geométricas formadas por três segmentos de reta que se encontram nas extremidades. Assim, são polígonos com três lados, três ângulos internos e três vértices.



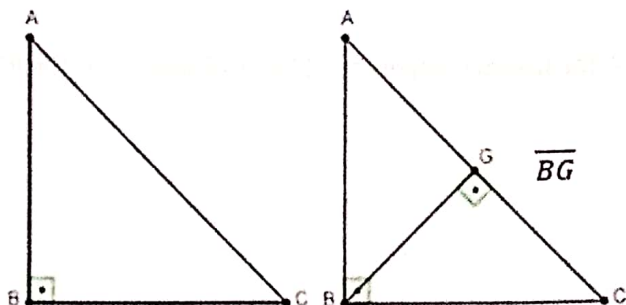
### ➤ Altura

Um dos elementos do triângulo é a altura, que é um segmento de reta com origem em um dos vértices e ponto final no lado oposto, e é perpendicular (forma um ângulo de  $90^\circ$ ) a este lado, chamado de base do triângulo. Como existem três bases, logo também existem três alturas.

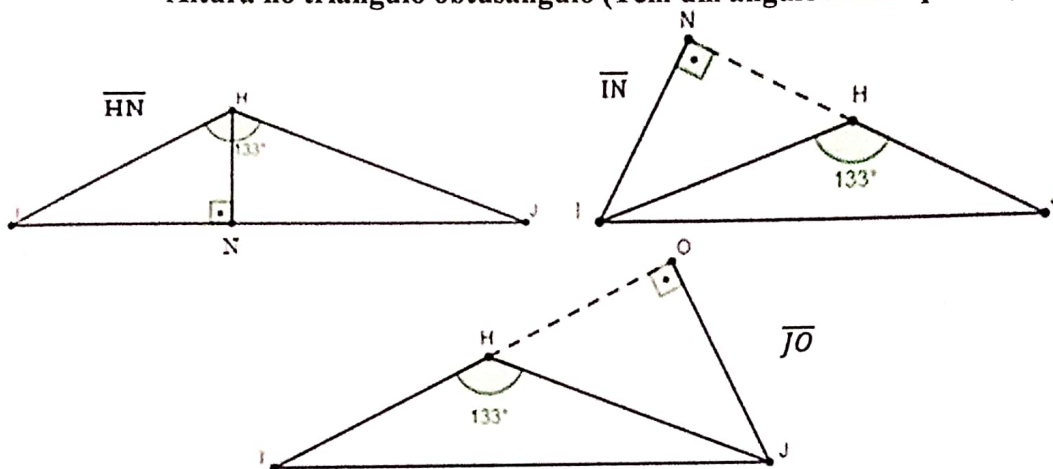
### Altura no triângulo acutângulo (Ângulos internos menores que $90^\circ$ )



### Altura no triângulo retângulo (Um ângulo de $90^\circ$ )



### Altura no triângulo obtusângulo (Tem um ângulo maior que $90^\circ$ )

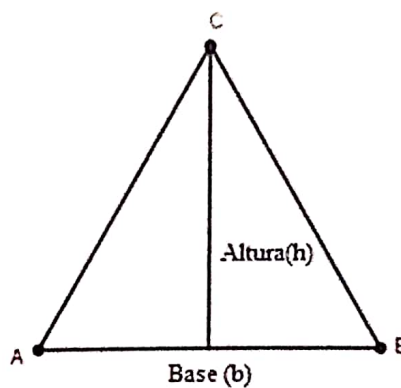
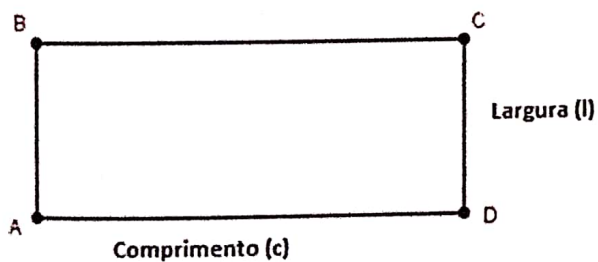


### ➤ Área

A área é a medida da superfície de uma figura.

Área da região retangular =  $c \cdot l$

Área da região triangular:  $\frac{b \cdot h}{2}$

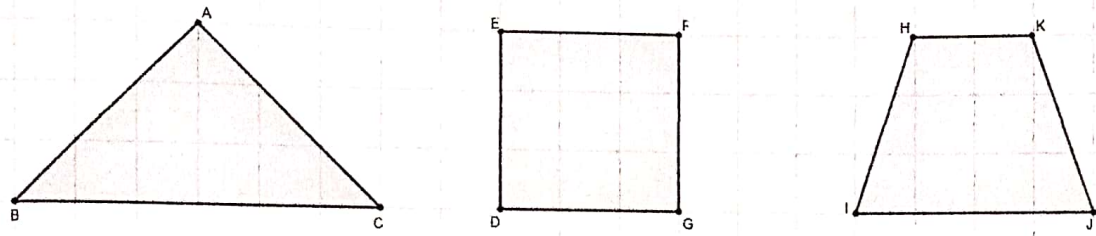


➤ Equivalência de áreas

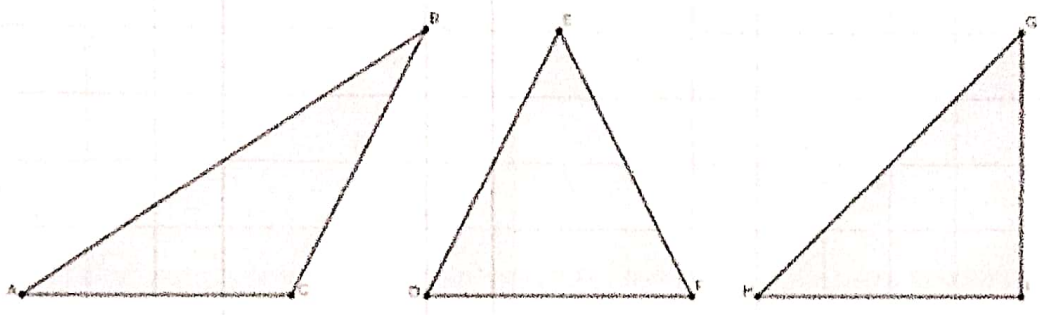
Duas superfícies são equivalentes quando possuem áreas iguais.

Exemplos:

a)

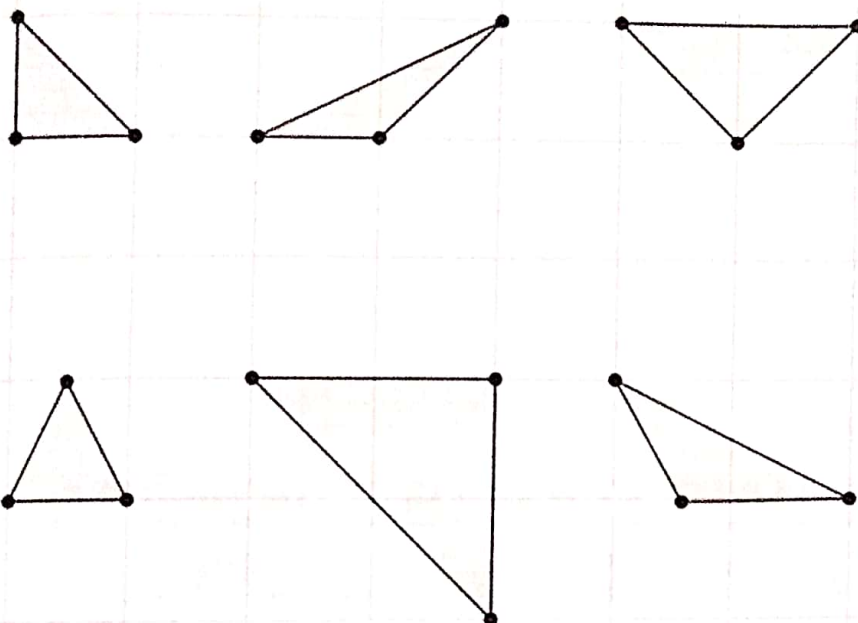


b)



## Exercícios

1) De acordo com a figura abaixo, quais triângulos possuem a mesma área? Marque com X dentro dos triângulos.



Nos Exercícios abaixo utilize o Geoplano para as construções.

2) Construa um triângulo utilizando os pontos A1, D1 e D4 e outro triângulo utilizando os pontos D5, D8 e A6. Descreva o que você observou em relação às áreas das regiões limitadas por esses triângulos.

---



---

3) Construa um triângulo utilizando os pontos A1, D1 e D4 e outro triângulo utilizando os pontos G5, E7 e G10. Descreva o que você observou em relação às áreas das regiões limitadas por esses triângulos.

---



---

4) Construa um triângulo de base 3 e altura 4.

5) Construa outro triângulo com a mesma área da questão anterior, porém com medidas diferentes.

6) Construa dois triângulos equivalentes e de medidas diferentes.

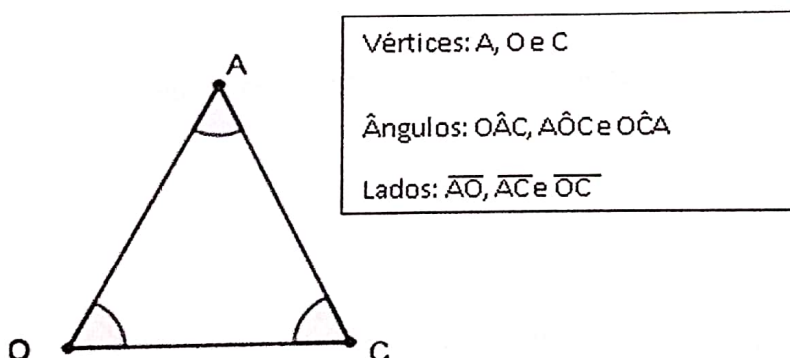
7) Construa o triângulo F1, D1, F4 e outro triângulo obtusângulo equivalente ao primeiro.

# **APÊNDICE B: MATERIAL DIDÁTICO EXPERIMENTADO NA TURMA REGULAR**

Diretoria de Ensino Superior  
Licenciatura em Matemática  
Disciplina: Laboratório de Ensino e Aprendizagem de  
Matemática Linha de Pesquisa: Geometria  
Licenciandos: Filipe Barbosa Volotão de Souza, Hiury Lima do Rosário, Juliana da Silva Ribeiro,  
Laisa Suprani Rocha, Thabatta Azevedo de Oliveira e Vicktória Maria dos Santos Araújo Barros  
Orientadora: Prof<sup>a</sup>. Me. Juliana Santos Barcellos Chagas Ventura

## Figuras Equivalentes

Triângulos são figuras geométricas formadas por três segmentos de reta que se encontram nas extremidades. Assim, são polígonos com três lados, três ângulos internos e três vértices.

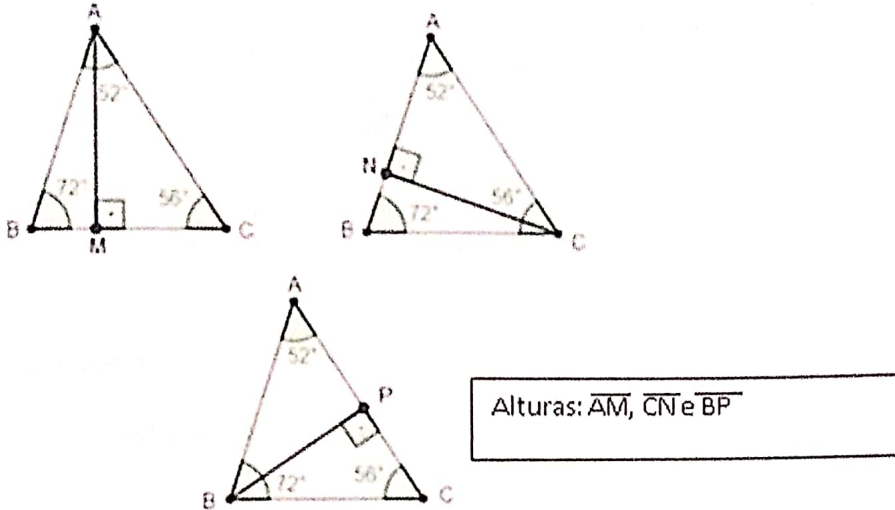


### Altura

Um dos elementos do triângulo é a altura, que é um segmento de reta com origem em um dos vértices e ponto final no lado oposto, e é perpendicular (forma um ângulo de  $90^\circ$ ) a este lado, chamado de base do triângulo. Como existem três bases, logo também existem três alturas.

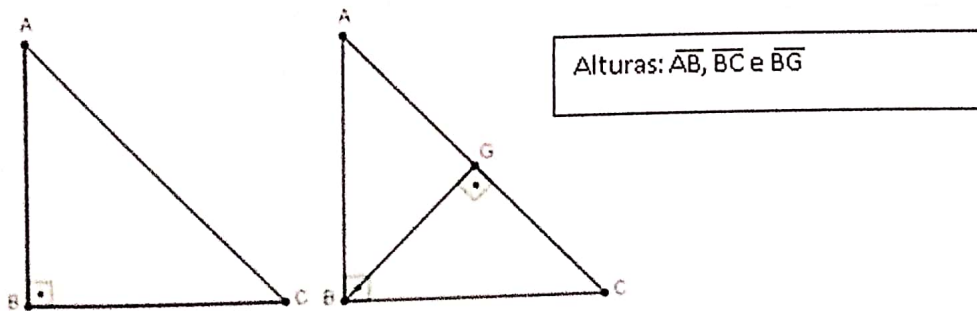
Exemplo 1:

**Altura no triângulo acutângulo (Ângulos internos menores que  $90^\circ$ )**



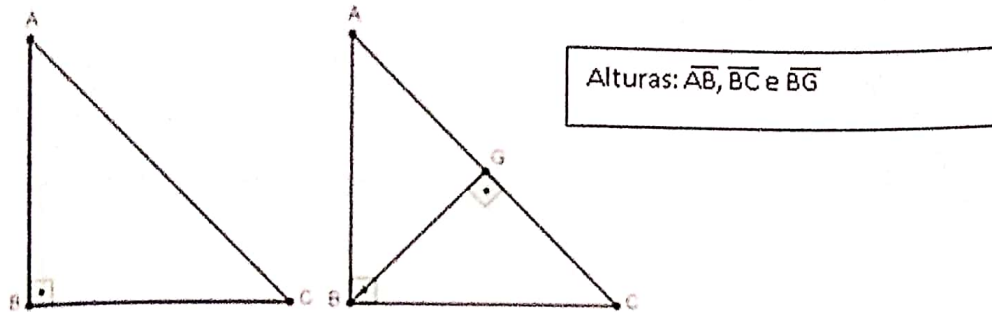
Exemplo 2:

**Altura no triângulo retângulo (Um ângulo de  $90^\circ$ )**



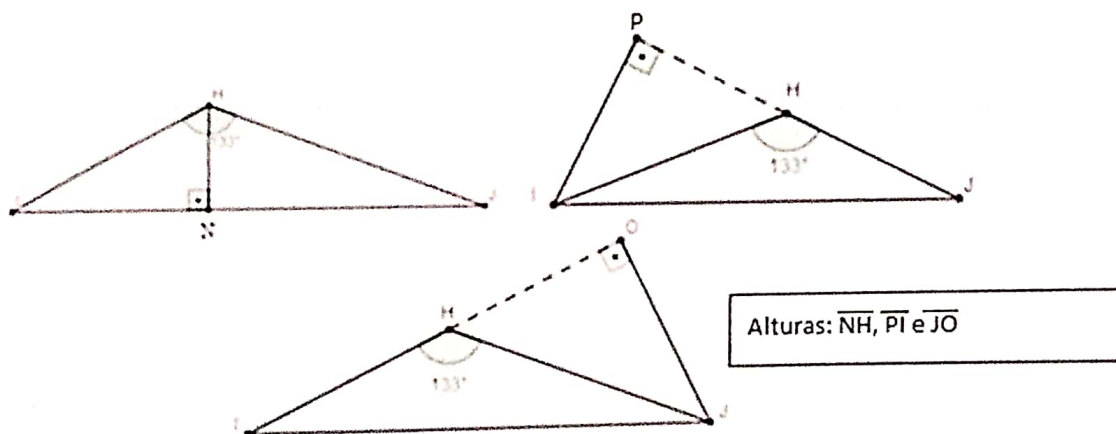
Exemplo 2:

Altura no triângulo retângulo (Um ângulo de  $90^\circ$ )



Exemplo 3:

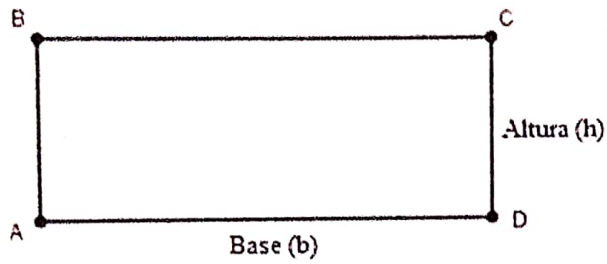
Altura no triângulo obtusângulo (Tem um ângulo maior que  $90^\circ$ )



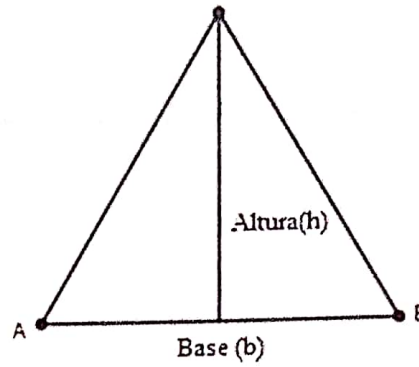


A área é a medida da superfície de uma figura.

Área da região retangular =  $b \cdot h$



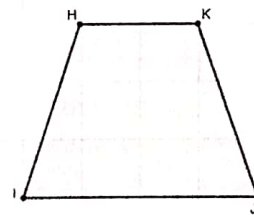
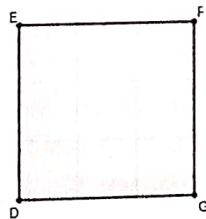
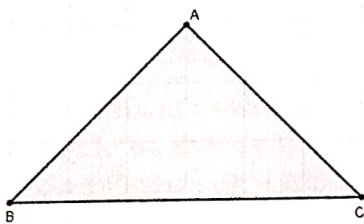
Área da região triangular:  $\frac{b \cdot h}{2}$  —



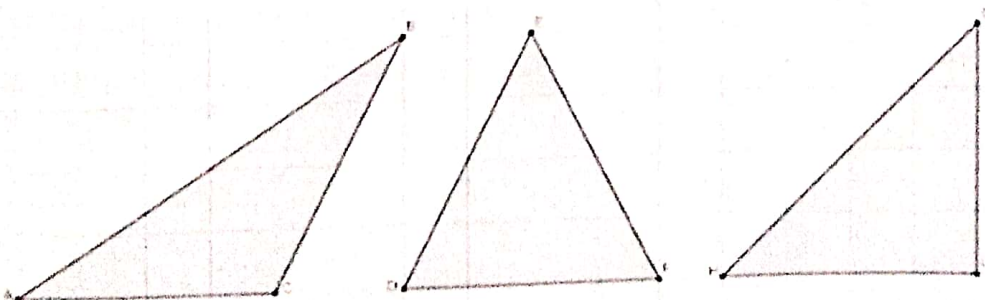
Equivalência de áreas

Duas superfícies são equivalentes quando possuem áreas iguais.

Exemplos 4

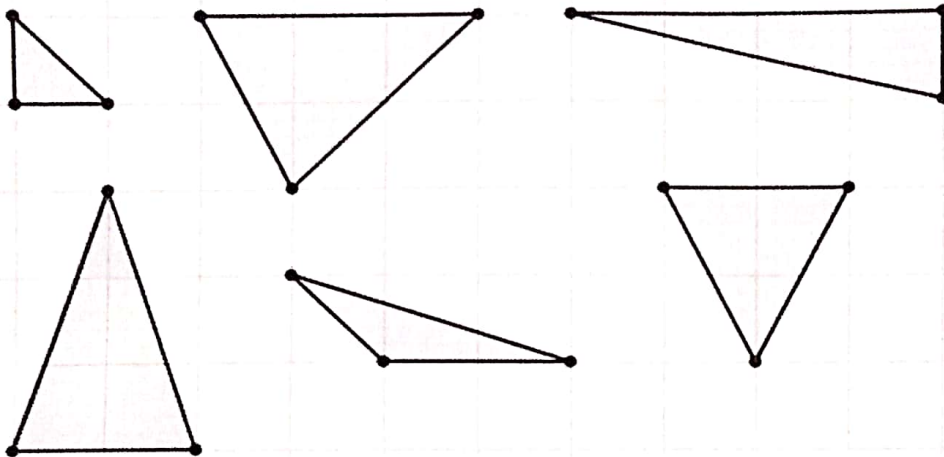


Exemplo



### Exercícios

1) De acordo com a figura abaixo, quais triângulos possuem a mesma área? Marque com X dentro dos triângulos.



**Nos Exercícios abaixo utilize o Geoplano para as construções.**

2) Construa um triângulo utilizando os pontos A1, D1 e D4 e outro triângulo utilizando os pontos D5, D8 e A6. Descreva o que você observou em relação às áreas das regiões limitadas por esses triângulos.

3) Construa um triângulo utilizando os pontos A1, D1 e D4 e outro triângulo utilizando os pontos G5, E7 e G10. Descreva o que você observou em relação a equivalência das regiões limitadas por esses triângulos.

4) Construa um triângulo de base 3 e altura 4.

5) Construa outro triângulo equivalente ao da questão anterior, porém com medidas de base e altura diferentes.

6) Construa dois triângulos equivalentes e de medidas diferentes.

7) Construa o triângulo de vértices F1, D1, F4 e outro triângulo obtusângulo equivalente ao primeiro.