RELATÓRIO DO LEAMAT

O USO DO EIXO DE REVOLUÇÃO PARA DETERMINAR ÁREA E VOLUME DE SÓLIDOS COM AUXÍLIO DO GEOGEBRA.

ENSINO E APRENDIZAGEM DE GEOMETRIA

ARTHUR SOUZA MANHÃES
LAIS MASSENA DE SOUZA
LARISSA FERREIRA BARRETO MANHÃES
MAYARA MOREIRA GUIMARÃES
THAMIRES AZEREDO GOMES

CAMPOS DOS GOYTACAZES - RJ
2019.2

ARTHUR SOUZA MANHÃES
LAÍS MASSENA DE SOUZA
LARISSA FERREIRA BARRETO MANHÃES
MAYARA MOREIRA GUIMARÃES
THAMIRES AZEREDO GOMES

RELATÓRIO DO LEAMAT

O USO DO EIXO DE REVOLUÇÃO PARA DETERMINAR ÁREA E VOLUME DE SÓLIDOS COM AUXÍLIO DO GEOGEBRA.

ENSINO E APRENDIZAGEM DE GEOMETRIA

Trabalho apresentado ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense, *campus* Campos Centro, como requisito parcial para conclusão da disciplina Laboratório de Ensino e Aprendizagem de Matemática do Curso de Licenciatura em Matemática.

Orientador: Prof. Cleuber Eduardo

CAMPOS DOS GOYTACAZES – RJ
2019.2

SUMÁRIO

1) Relatório do LEAMAT I

1.1) Atividades desenvolvidas

No dia 17/09/2019 foi realizada a apresentação da disciplina LEAMAT com todos os orientadores responsáveis pelas respectivas frentes de estudo Álgebra, Geometria e Educação Matemática Inclusiva. Foi apresentado o *Schoology*, onde seriam postados os textos para discussão e fichamentos feitos pelos alunos.

No encontro do dia 24/09/2019 o professor Cleuber apresentou materiais didáticos utilizados no semestre anterior do LEAMAT. Também houve uma discussão e cada aluno expôs um pouco sobre sua experiência pessoal com a Geometria no Ensino Fundamental e Médio.

Na aula do dia 08/10/2019 o orientador leu trechos do artigo “Ensino da Geometria rumos da pesquisa” após a leitura foi discutido o início da formação do professor no Brasil e defasagem do ensino da Geometria no país em que o aluno se torna um mero reprodutor do conteúdo apresentado.

No dia 22/10/2019 ocorreu uma conversa sobre mestrado em Matemática e alunos superdotados, tendo em foco a forma que o professor os incentiva sobre o estudo. Também falamos sobre os PCN (Parâmetros Curriculares Nacionais) onde tiramos dúvidas sobre o documento e o docente Cleuber apresentou o vídeo “Projeto Âncora (Brasil) | Destino: Educação - Escolas Inovadoras” e discutimos sobre essa diferente maneira de ensinar e aprender.

Na aula do dia 12/11/2019 o mestre Cleuber expôs livros didáticos que poderiam nos auxiliar futuramente como docentes, nesse mesmo dia os grupos do LEAMAT começaram a sugerir temas para a apresentação.

No encontro do dia 26/11/2019 houve outra conversa sobre os temas escolhidos e finalizamos as dúvidas referentes as apresentações.

Nos dias 17/12/2019 e 20/12/2019 ocorreram as apresentações dos temas do LEAMAT dos grupos B1, A2 e A1, A3, B2 respectivamente. Porém o grupo B1 já havia apresentado o tema de geometria no dia 10/12/2019 e no dia 17/12/2019 apresentou o tema de álgebra.

1.2) Elaboração da sequência didática

1.2.1) Tema:

O estudo da rotação de triângulos e quadriláteros em torno de um eixo de revolução com o suporte do GeoGebra.

1.2.2) Justificativa:

O trabalho tem como base os Sólidos de Revolução, pois é um conteúdo pouco abordado no Ensino Médio, que, segundo Dantas e Mathias:

> São formas obtidas pela rotação de uma região de um plano em torno de uma reta desse plano, chamado eixo de revolução ou rotação, que toca a fronteira da região ou não intersecta a região em nenhum ponto. (Dantas, Mathias, 2016).

A motivação para escolha do tema foi o fato de que devemos mostrar diferentes meios para chegar no mesmo resultado, sendo esse resultado a área e volume de sólidos, como está prescrito na Base Nacional Comum Curricular (BNCC).

> Empregar diferentes métodos para a obtenção da medida da área de uma superfície (reconfigurações, aproximação por cortes etc.) e deduzir expressões de cálculo para aplicá-las em situações reais (como o remanejamento e a distribuição de plantações, entre outros), com ou sem apoio de tecnologias digitais. (BRASIL, 2016).

> A escolha do aplicativo GeoGebra como recurso se deu pelo fato da importância do mesmo no auxílio da visualização espacial, fazendo com que o aluno tenha melhor compreensão do assunto abordado.

> Surgindo como expoente nesse contexto de tecnologias educacionais, o software de matemática dinâmica GeoGebra² permite, além de muitas outras funcionalidades, trabalhar conceitos da Geometria Euclidiana Espacial em um ambiente virtualizado de caracterização tridimensional, proporcionando ao estudante uma melhor compreensão e interpretação dos conceitos matemáticos estudados. (Pereira, 2017).

Pensando na forma de representar os sólidos de revolução de uma nova perspectiva e dada a importância do GeoGebra na visualização espacial.

> Na busca por novas formas de apresentação dos sólidos de revolução que não se limitassem a girar um fio (do fone de ouvido, por exemplo) em sala de aula, assistir vídeos de alguma máquina reproduzindo o efeito ou desenhar em duas dimensões e imaginar como seria o resultado em três dimensões, a nova funcionalidade do Geogebra, a janela de visualização 3D, foi a solução encontrada.(Dos Santos, 2018).

Utilizando figuras planas e o eixo de revolução, criaremos uma sequência onde o aluno poderá compreender o conceito de sólidos de revolução.

> ...partindo de conceitos da geometria plana e desenvolvendo várias atividades, pretende-se levar o aluno a identificar por meio de sua observação e visualização, e, a seguir, através de argumentações lógicas informais e posteriormente formais, estabelecer o conceito de sólido de revolução. (Kelef, Sá, de Toledo, 2008).

1.2.3) Objetivo Geral:

Permitir melhor visualização de sólidos de revolução para cálculo de áreas e volumes de cones e cilindros.

1.2.4) Público Alvo:

Alunos do 3º ano do Ensino Médio.

2) Relatório do LEAMAT II

2.1) Atividades desenvolvidas

O primeiro encontro ocorreu no dia 23/08/2021 onde o orientador explicou como funcionaria a disciplina e no dia 30/08/2021 o grupo optou por trocar de tema para se adequar melhor ao Ensino Remoto Emergencial. O tema anterior era Aplicações da Geometria na Construção Civil Visando a Acessibilidade e, o grupo optou pelo seguinte tema no LEAMAT II: O Uso do Eixo de Revolução para Determinar a Área e Volume de Sólidos com o Auxílio do Geogebra.

No dia 13/09/2021 o grupo apresentou o novo tema para a turma e o orientador, após esse momento o grupo se dedicou entre os dias 20/09/2021 e 15/11/2021 para elaboração da sequência didática.

A apresentação da sequência didática ocorreu no dia 22/11/2021 e, após a apresentação, os orientadores e a turma compartilharam suas observações e sugestões para o aprimoramento do trabalho.

2.2) Elaboração da sequência didática

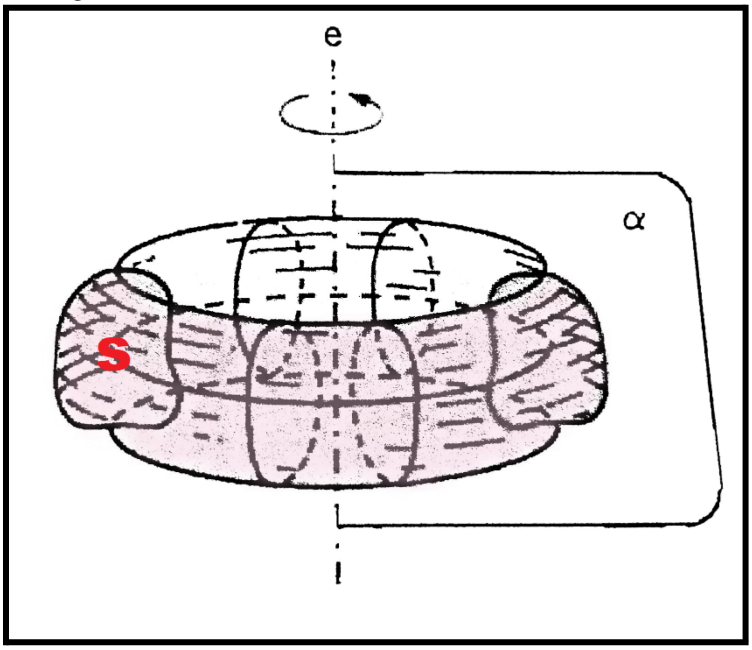
Nos tópicos a seguir será abordado como foi elaborada e planejada a sequência didática. No item 2.1 é explicado de forma detalhada, o planejamento da sequência, do Geogebra e da apostila com atividades, que serão utilizados na apresentação da aula, com o objetivo de desenvolver a visualização espacial dos alunos, fazendo com que consigam ao final resolver questões de sólidos de revolução. Já no item 2.2 é relatada a aplicação da sequência na turma do LEAMAT II com as observações da turma e os resultados obtidos nas atividades.

2.2.1) Planejamento da sequência didática

A sequência didática foi elaborada para ser aplicada de forma remota, visto que a mesma foi desenvolvida durante uma pandemia, à alunos que estejam no terceiro ano do ensino médio, tendo em vista que já tenham estudado Geometria Espacial.

No primeiro momento será enviada uma apostila (Apêndice A) para que os alunos acompanhem o que será trabalhado no decorrer da aula. Em seguida, será feita uma introdução com as definições de eixo e revolução e logo após será explicado o significado de Sólido de Revolução. Utilizaremos a definição de Osvaldo Dolce e José Nicolau Pompeo: “Consideremos um semiplano de origem *e* (eixo) e nele uma superfície S; girando o semiplano em torno de *e*, a superfície S gera um sólido chamado sólido de revolução”, ou seja, um sólido rotacionando em torno de um eixo (Figura 1).

Figura 1: Sólido rotacionando em torno de um eixo

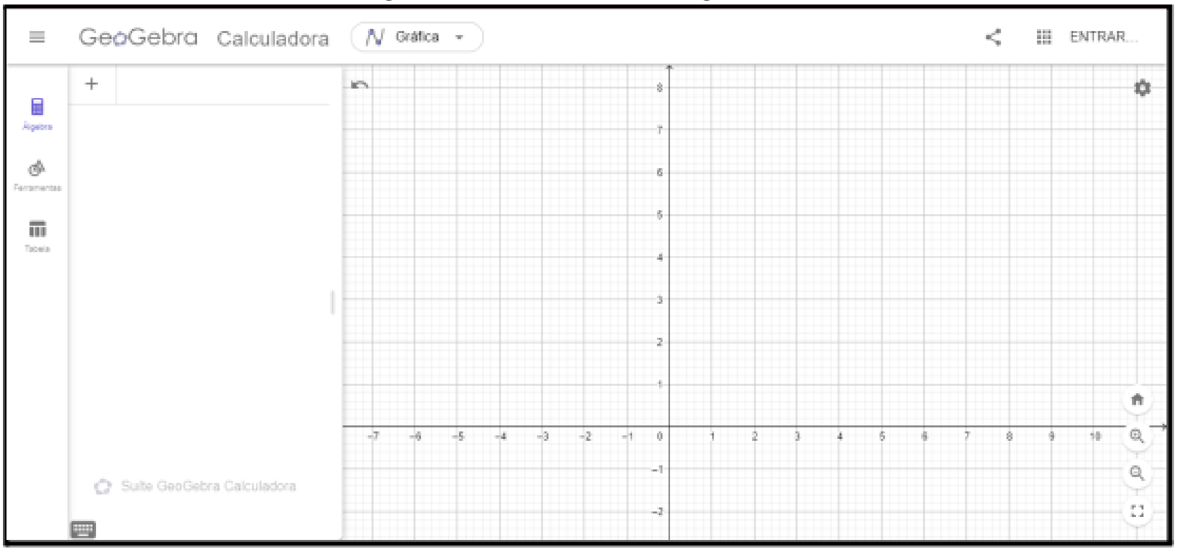


Fonte: Livro Fundamentos da Matemática Elementar

Explicamos pausadamente a definição de eixo, revolução e depois, Sólido de Revolução para conseguirmos normalizar a ideia de que um Sólido de Revolução nada mais é do que pegar uma figura plana e rotacioná-la em torno de um eixo. A introdução é concluída destacando algumas observações importantes, como "o eixo e a figura devem estar no mesmo plano" e "o eixo pode estar em um lado do polígono ou ser um eixo dado".

Para auxiliar na apresentação do trabalho será utilizado o *Software* GeoGebra, sendo o mesmo um *software* de matemática dinâmica para todos os níveis de ensino que reúne geometria, álgebra, folhas de cálculo, gráficos, estatística e cálculo simbólicos com aplicação fácil de utilizar. A interface do GeoGebra (Figura 2) é bem intuitiva e de fácil manuseio.

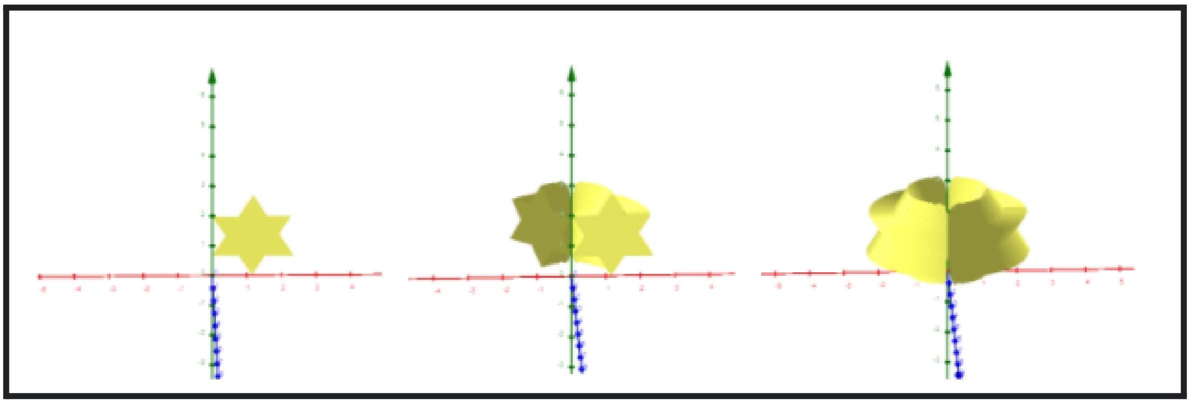
Figura 2: Interface do Geogebra



Fonte: Captura de tela.

No *GeoGebra* será apresentado uma estrela de seis pontas com duas de suas pontas intersectando o eixo Y, cujo objetivo é mostrar que ao rotacionar qualquer figura plana será gerado um sólido de revolução, inclusive uma não convencional, como por exemplo a Revolução de uma estrela (Figura 3)

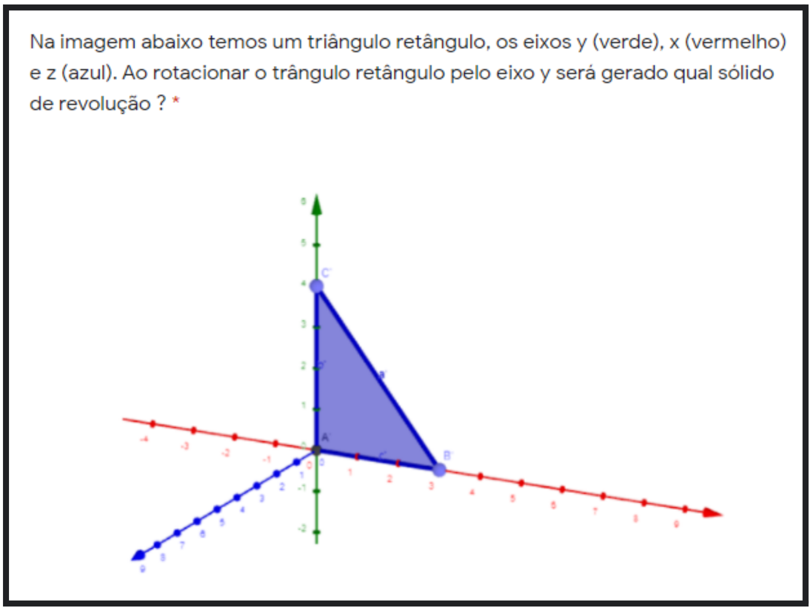
Figura 3: Revolução de uma Estrela



Fonte: Construção Própria.

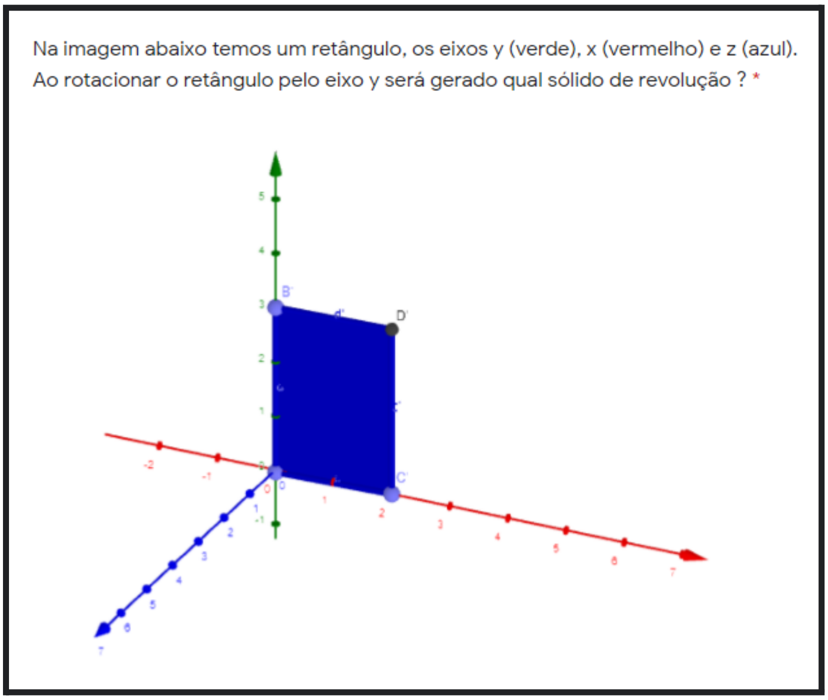
Logo após, será enviado o Formulário 1, com a questão 1 do formulário 1 (Figura 4) e a questão 2 do formulário 1 (Figura 5) , produzido na plataforma *Google Forms,* que pode ser acessado pelo link: https://forms.gle/9tmhcruWJNMVQ2eE7. O mesmo é composto por duas atividades, em ambas as questões foram apresentadas figuras planas convencionais que seriam rotacionadas em torno de um eixo. A proposta era verificar se os alunos identificavam quais sólidos seriam formados por meio da revolução.

Figura 4: Questão 1 do formulário 1



Fonte: Construção própria

Figura 5: Figura do formulário



Fonte: Construção própria

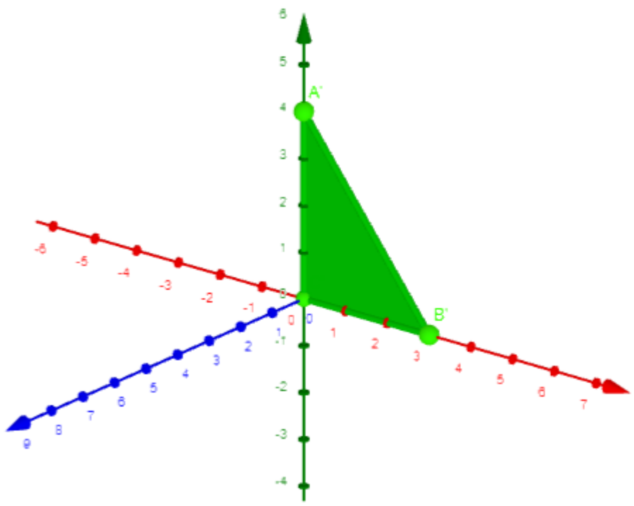
Em seguida, será apresentado a revolução das figuras planas, respectivamente: triângulo retângulo e retângulo em torno do eixo Y por meio do *Software* GeoGebra com o intuito de responder o que foi questionado no Formulário 1. As construções podem ser acessadas nos seguintes links:

- https://www.geogebra.org/m/af5vng7m
- https://www.geogebra.org/m/hexcffcv

Depois de apresentadas as figuras rotacionando pelo eixo Y, será enviado o Formulário 2 composto por 5 questões (Figuras 6 - 10) para que seja evidenciado o que foi compreendido pelos alunos.

Figura 6: Questão 1 do formulário 2

Na imagem abaixo temos um triângulo retângulo, os eixos y (verde), x (vermelho) e z (azul). Ao rotacionar o trângulo retângulo pelo eixo x será gerado qual sólido de revolução ? *



Fonte: Construção própria

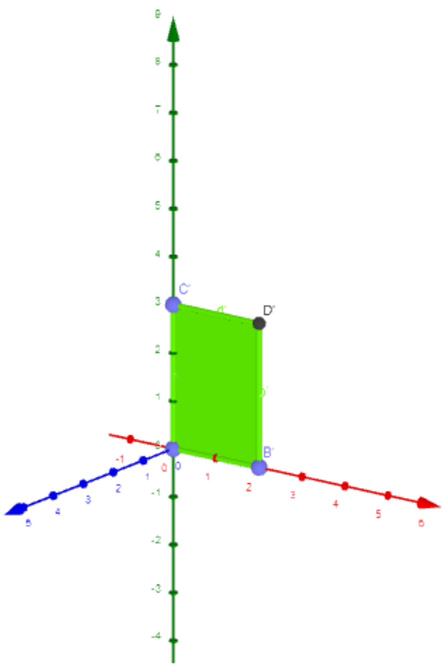
Figura 7: Questão 2 do formulário 2.

Ao rotacionar o mesmo triângulo retângulo pelo eixo y e pelo eixo x, você consegue identificar alguma diferença nos sólidos de revolução que serão formados ? *

Fonte: Construção Própria

Figura 8: Questão 3 do formulário 2

Na imagem abaixo temos um retângulo, os eixos y (verde), x (vermelho) e z (azul). Ao rotacionar o retângulo pelo eixo x será gerado qual sólido de revolução ? *



Fonte: Construção própria

Figura 9: Questão 4 do formulário 2

Ao rotacionar o mesmo retângulo pelo eixo y e pelo eixo x, você consegue identificar alguma diferença nos sólidos de revolução que serão formados ? *

Fonte: Construção própria

Figura 10: Questão 5 do formulário 2

Marque Verdadeiro ou Falso para a seguinte afirmação: É possível gerar um sólido de revolução se, e somente se ocorrer uma rotação pelos eixos x ou y. *

- Verdadeiro
- Falso

Fonte: Construção própria

Posteriormente, serão mostradas as mesmas figuras que foram mostradas anteriormente, porém rotacionando no eixo x. As construções podem ser acessadas nos seguintes links:

- https://www.geogebra.org/m/pp2zwgeh
- https://www.geogebra.org/m/ejjvqnnv
- https://www.geogebra.org/m/rqjp6ckf

Por conseguinte, serão apresentadas as principais características dos sólidos de revolução, como calcular o seu volume, a sua área e a interferência do eixo de revolução no resultado dos mesmos. Para isso, serão apresentados os sólidos, para que seja possível visualizar os elementos que determinarão a área e o volume através da fórmula. Em seguida, será mostrado como a variação da posição do eixo de revolução pode alterar tanto a área quanto o volume dos sólidos. Seguidamente, uma Atividade de Verificação será enviada com 5 questões (Figuras 11 - 15) sobre o que foi ensinado no decorrer da aula.

Figura 11: Questão 1 da Atividade de Verificação

1) Das alternativas seguintes, escolha aquela que não representa um corpo redondo. *

- a) Esfera
- b) Cone
- c) Cilindro
- d) Circulo
- e) Tronco de cone

Fonte: Construção própria

Figura 12: Questão 2 da Atividade de Verificação

2) (SEE-AC-FUNCAB-2010) No ensino de geometria, nas séries iniciais, tem sua importância social o reconhecimento do universo tridimensional. Pensando nisso, uma professora levou para uma de suas aulas os objetos abaixo:

I. Uma caixa de sapato (paralelepípedo).

II. Uma lata de leite em pó (cilindro).

III. Uma bola de futebol (esfera).

- a) Poliedro, sólido de revolução e poliedro
- b) Sólido de revolução, poliedro e poliedro
- c) Sólido de revolução, sólido de revolução e poliedro
- d) Poliedro, sólido de revolução e sólido de revolução
- e) Sólido de revolução, sólido de revolução e sólido de revolução

Fonte: Construção própria

Figura 13: Questão 3 da Atividade de Verificação

3) (UNICAMP-SP-2014) Considere um cilindro circular reto. Se o raio da base for reduzido pela metade e a altura for duplicada,o volume do cilindro: *

- a) É reduzido em 50%
- b) Aumenta em 50%
- c) Permanece o mesmo
- d) É reduzido em 25%

Fonte: Construção própria

Figura 14: Questão 4 da Atividade de Verificação

4 - Dado um triângulo retângulo ABC de catetos AB = 4 e BC = 3, determine seu volume e área quando:

a) O eixo de revolução coincide com o lado AB

Adicionar arquivo

b) O eixo de revolução coincide com o lado BC

Adicionar arquivo

Fonte: Formulário do Google

Figura 15: Questão 5 da Atividade de Verificação

5 - Dado o retângulo ABCD, de lado AB = CD = 4cm e BC = AD = 2cm, determine o volume e a área do sólido gerado quando:

a) O eixo de revolução coincide com o lado AB

Adicionar arquivo

b) O eixo de revolução coincide com o lado BC

Adicionar arquivo

Fonte: Formulário do Google

Após as atividades serem entregues pelos alunos, será feita a correção das atividades presentes no formulário a fim de que os mesmos saibam se tiveram êxito nas respostas.

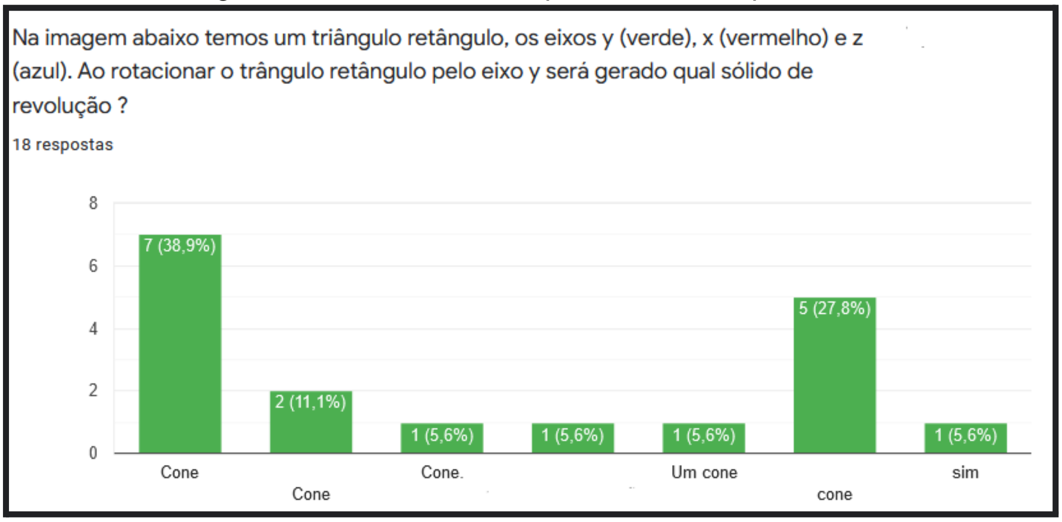
2.2.2) Experimentação da sequência didática na turma do LEAMAT II

A sequência didática foi aplicada na turma do LEAMAT II no dia 19 de novembro de 2021 de forma remota por meio da plataforma *Google Meet*, em uma turma do quinto período de Licenciatura em Matemática.

A aula durou cerca de uma hora e quinze minutos, onde todos os membros do grupo participaram. Durante a aula o grupo fazia constantemente perguntas para adquirir a participação da turma, com objetivo de saber se a mesma estava acompanhando o andamento da aula. Ao longo da aula, foram aplicados 4 formulários distintos: O Formulário 1, Formulário 2, Atividade de Verificação e o Formulário de Avaliação Final, no qual o grupo receberia as críticas e sugestões da turma.

No Formulário 1, tivemos duas questões, ambas com o objetivo de fazer com que o aluno visualize qual sólido será formado com a rotação de uma figura plana, sendo perguntado com corpo será formado ao rotacionarmos, respectivamente, um triângulo retângulo (questão 1) e um retângulo (questão 2). Na questão de número um, obtivemos 18 respostas, porém uma dessas foi deixada em branco e a outra obteve uma resposta inconclusiva, portanto, consideramos 16 acertos, como pode ser visto pelo resumo das respostas obtidas na questão 1 (Figura 17), resultado esse expresso através de um gráfico de colunas.

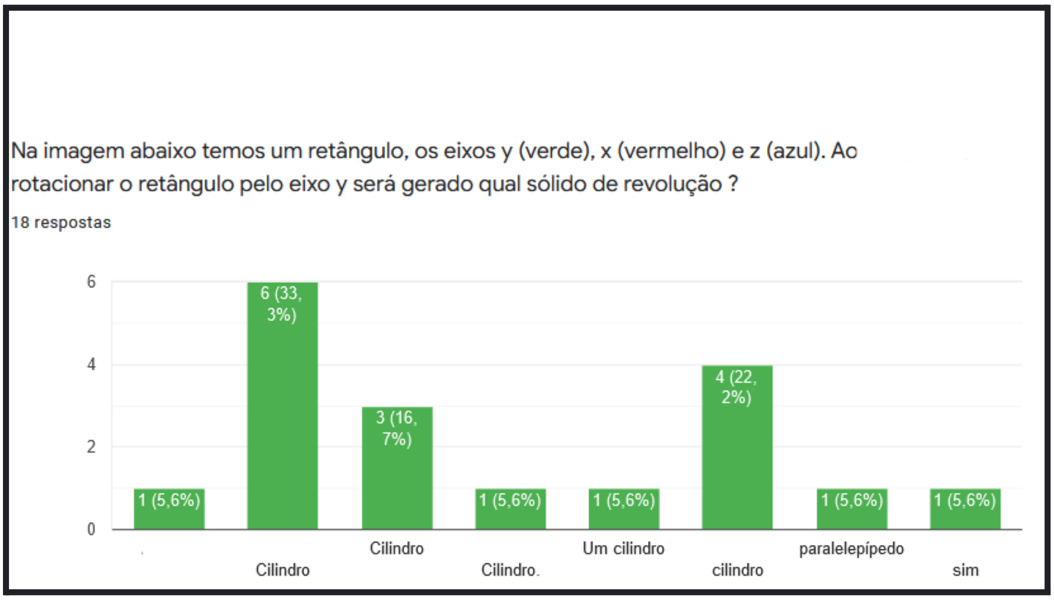
Figura 17: Resumo das respostas obtidas questão 1



Fonte: Formulário do Google

Na questão de número 2, obtivemos novamente 18 respostas, dessa vez com 1 resposta inconclusiva (sim), 1 erro e 1 resposta em branco, como pode ser observado no resumo das respostas obtidas na questão 2 (Figura 18), através de um gráfico de colunas.

Figura 19: Resumo das respostas obtidas na questão 2

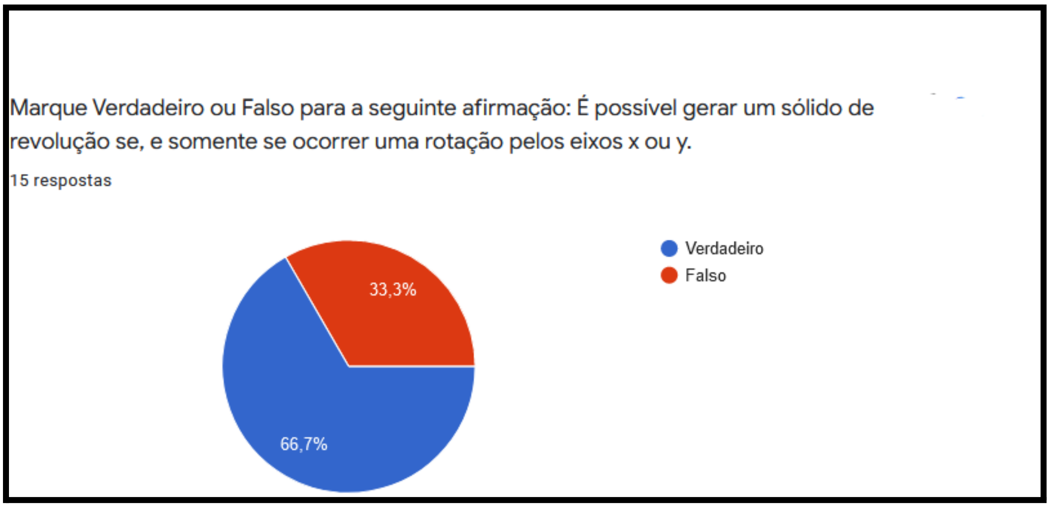


Fonte: Formulário do Google

Já no Formulário 2, são trabalhadas 5 questões, para que o aluno reflita a diferença no sólido gerado se trocarmos o lado que coincide com o eixo de revolução. Foram obtidas 15 respostas e todos os alunos acertaram as questões que apenas perguntavam qual sólido seria gerado novamente, mas nas questões 2 e 4, que questionavam a diferença entre os sólidos que seriam gerados com o eixo estando em outro lado, foi possível perceber que houve certa dúvida nos alunos, visto que 4 alunos não conseguiram responder em ambas as questões.

As questões 1 e 3 são semelhantes às do Formulário 1, com a diferenciação de que antes a figura era rotacionada pelo eixo y e agora é pelo eixo x. Na questão 5, que perguntava sobre a possibilidade de gerar um sólido de revolução com o eixo de revolução não estando nos eixos x ou y, foi possível perceber grande dificuldade dos alunos com base no resumo das respostas da questão 5 do formulário 2 (Figura 19).

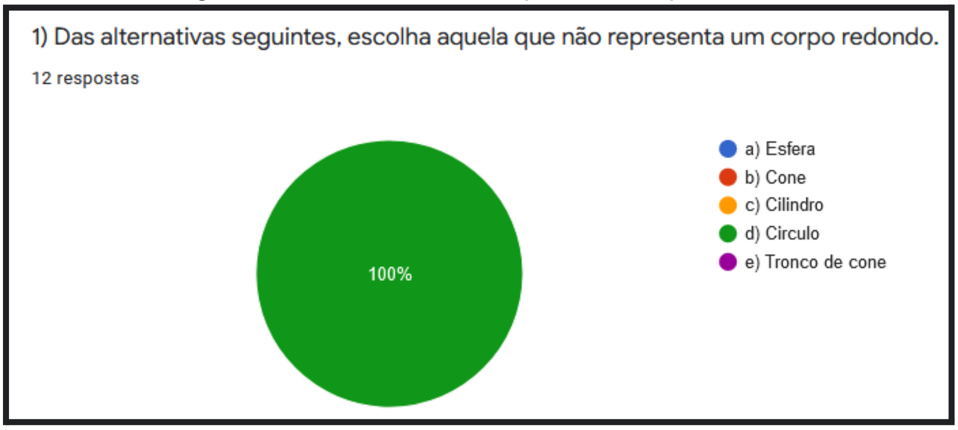
Figura 19: Resumo das respostas obtidas na questão 5



Fonte: Formulário do Google

Ao concluir os assuntos da aula, foi aplicada uma Atividade de Verificação, com 5 questões. O resumo das respostas da questão 1 (Figura 20), com as respostas, foi gerado um gráfico circular com as 12 respostas obtidas, no qual todos os alunos acertaram a pergunta

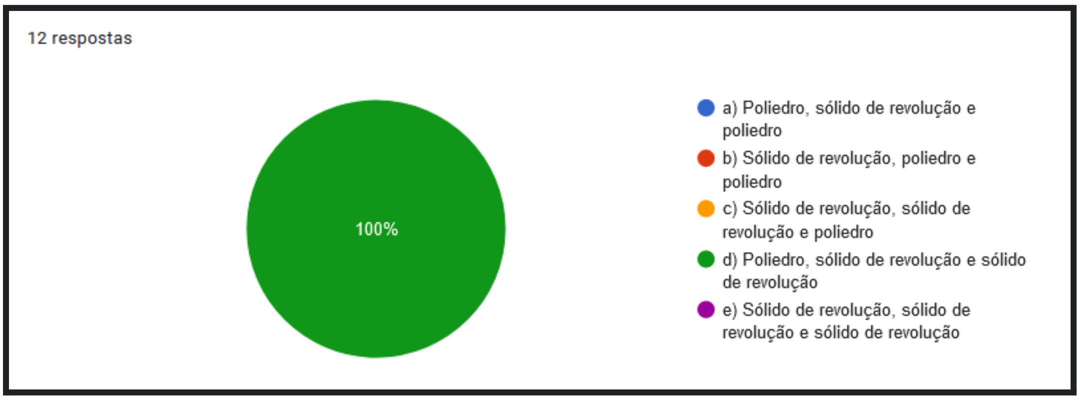
Figura 20: Resumo das respostas da questão 1



Fonte: Protocolo de Pesquisa

A questão era considerada simples pelo grupo que a aplicou e bastava o aluno conhecer os sólidos de revolução, que também podem ser chamados de corpos redondos. Como o círculo não se trata de um sólido e sim de uma figura plana, não pode ser considerado um corpo redondo. Na questão 2, os alunos foram questionados sobre quais categorias se encaixam: paralelepípedo, cilindro e esfera, respectivamente. Foram obtidas 12 respostas e, novamente, todos os alunos acertaram, como pode ser visto pelo resumo das respostas da questão 2 (Figura 21) através do gráfico circular.

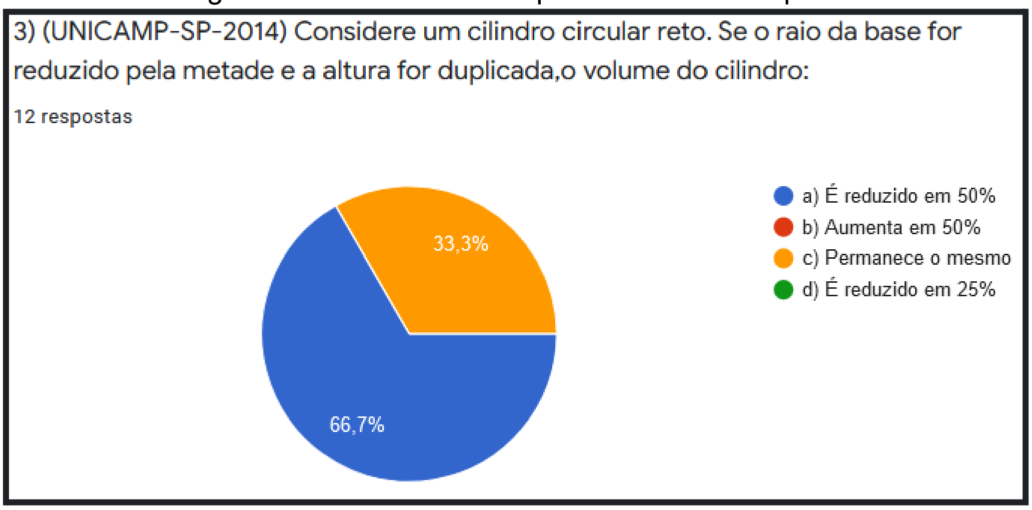
Figura 21: Resumo das respostas da questão 2



Fonte: Formulário do Google

A terceira questão do formulário da Atividade de Verificação causou uma maior divisão e dúvida nos alunos, como pode ser visto no resumo das respostas obtidas na questão 3 (Figura 22). Por ser a primeira questão que necessita de conta, tal imprecisão dos alunos foi esperada normal.

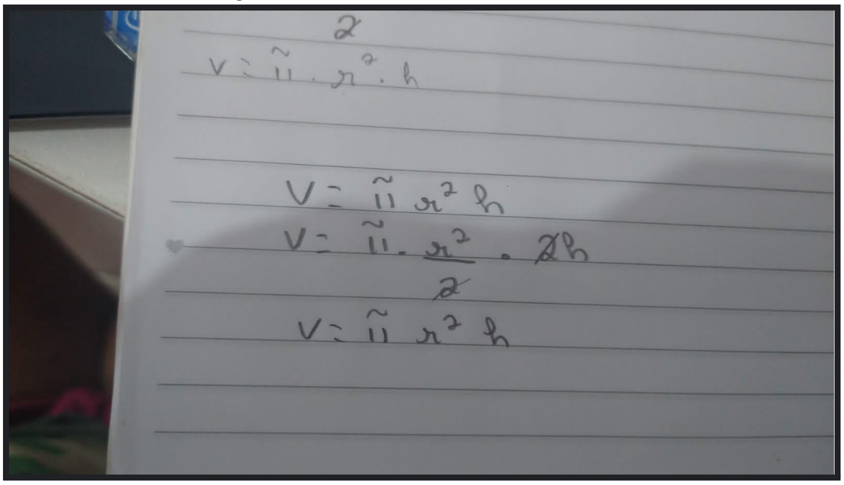
Figura 22: Resumo das respostas obtidas na questão 3



Fonte: Formulário do Google

Ao analisarmos as resoluções anexas da questão, observamos que o erro que foi feito pelos alunos que marcaram a letra C (opção errada) foi o mesmo nas 4 contas, que pode ser visto na resolução do aluno A (Figura 23)

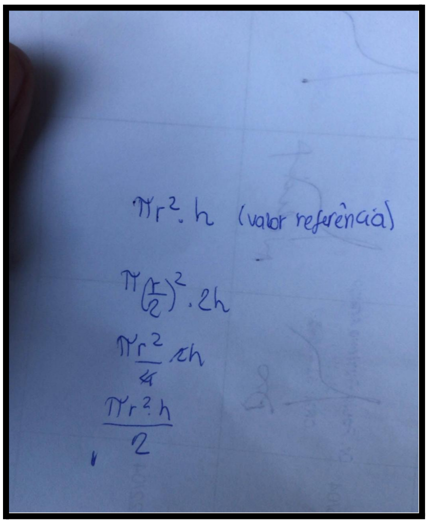
Figura 23: Resolução do aluno A



Fonte: Protocolo de Observação

O erro cometido pelo aluno A, assim como pelos outros 3, é conquistado por não elevar corretamente o raio ao quadrado, esquecendo do denominador da fração, resultando assim em um erro em um conteúdo anterior ao que foi trabalhado em nossa aula. Utilizando a resolução correta, temos como exemplo a resolução do aluno B (Figura 24)

Figura 24: Resolução do aluno B



Fonte: Protocolo de Observação

As duas últimas questões, 4 e 5, não foram realizadas em sala de aula por conta do tempo, que foi reduzido devido à situações extraordinárias. Recomendamos fortemente que tais questões sejam feitas, pois realizamos essas duas junto com os alunos e tivemos um retorno positivo acerca da situação.

Por fim, foi enviado um formulário onde a turma poderia contribuir com críticas para aperfeiçoar a sequência, como foi feito no depoimento do aluno C (Figura 25)

Figura 25: Depoimento do aluno C

Novamente, quero parabenizar o grupo pela construção da aula e o cuidado que vocês tiveram com todos os participantes. A sequência foi muito bem pensada. Acredito que o GeoGebra foi uma ferramenta riquíssima e me ajudou muito na visualização do conteúdo. A apostila está incrível e o slide também.

Fonte: Formulário do Google

3) RELATÓRIO LEAMAT III

3.1) Atividades Desenvolvidas

No dia 23/02/2022 ocorreu o primeiro encontro com o orientador, visto que o mesmo tirou licença por motivos pessoais. Ele informou que os grupos teriam encontros individuais e nos esclareceu como aconteceria o LEAMAT III, explicando assim, que seria elaborado um e-Book com o trabalho que foi desenvolvido no LEAMAT I e II.

Nos encontros do dia 09/03/2022 até o dia 23/03/2022 foi desenvolvido a apresentação e a introdução do e-Book. O orientador nos auxiliou no processo e trouxe contribuições e sugestões, como por exemplo, acrescentar mais aportes teóricos na introdução.

Do dia 30/03/2022 ao dia 13/04/2022 foi desenvolvido o tópico 2 do e-Book, Planejamento da Sequência Didática e Aplicação da Sequência Didática respectivamente. Os quais foram desenvolvidos manuseando o trabalho do LEAMAT I e II, assim, utilizaram-se todos os formulários e a apostila utilizada na aula.

Nos encontros do dia 20/04/2022 ao dia 05/05/2022 o orientador leu e fez considerações sobre o item 3, Proposta didática, que o grupo escreveu ao longo das semanas. Além disso, o grupo fez as devidas correções que eram necessárias no relatório.

3.2) Elaboração da sequência didática

Nos tópicos a seguir será abordado a elaboração e planejamento da sequência didática. No item 2.1 é explanado, de forma detalhada, este planejamento visando o material feito no *GeoGebra* e a apostila com atividades os quais serão utilizados na apresentação da aula. O objetivo é desenvolver a visualização espacial dos alunos, permitindo que consigam ao final resolver atividades de volume e área de sólidos de revolução. Já no item 2.2 é relatada a aplicação da sequência na turma do LEAMAT II com as observações da turma e os resultados obtidos nas atividades.

3.2.1) Versão final da sequência didática

A sequência didática está dividida em quatro etapas, sendo:

1.º etapa: Estudo da Definição de Sólidos de Revolução;

2.º etapa: Identificação das características de um Sólido de revolução em conjunto com a Geometria Plana;

3.º etapa: Como calcular área e volume desses sólidos a partir da figura plana;

4.º etapa: - Realização da Atividade de Verificação

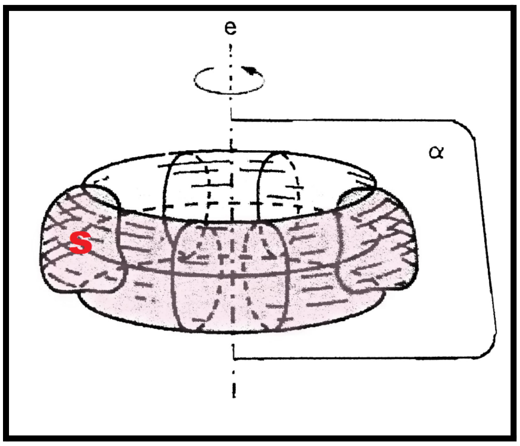
1.º etapa: Estudo da Definição de Sólidos de Revolução

O objetivo da primeira etapa é preparar o aluno para as definições que virão a seguir. Para isso, será estudado o que é o eixo e o significado de revolução pois os estudantes precisam desses conceitos para compreenderem o que é um Sólido de Revolução.

Inicialmente deve-se definir eixo como “a linha principal que divide um corpo em segmentos simétricos e equilibrados", para em seguida apresentar um exemplo. Sugerimos a utilização dos eixos das abscissas e das ordenadas, pois os alunos já os conhecem, portanto, é mais simples para eles assimilarem a definição. Após a compreensão da primeira definição, deve ser esclarecido que uma revolução é um giro em torno de um eixo.

Depois dos alunos entenderem tais conceitos, estarão aptos para estudar um Sólido de Revolução, para tal utilizaremos a definição de Osvaldo Dolce e José Nicolau Pompeo: “Consideremos um semiplano de origem *e* (eixo) e nele uma superfície S; girando o semiplano em torno de *e*, a superfície S gera um sólido chamado sólido de revolução”, ou seja, um sólido rotacionando em torno de um eixo (Figura 26).

Figura 26: Sólido Rotacionando em torno de um eixo



Fonte: Livro Fundamentos da Matemática Elementar V

A primeira etapa é finalizada ressaltando algumas observações importantes, como “o eixo e a figura devem estar no mesmo plano” e “o eixo pode estar em um lado do polígono ou ser um eixo dado”. Ao final deste momento, os alunos estarão preparados para dar continuidade ao estudo desses sólidos especiais.

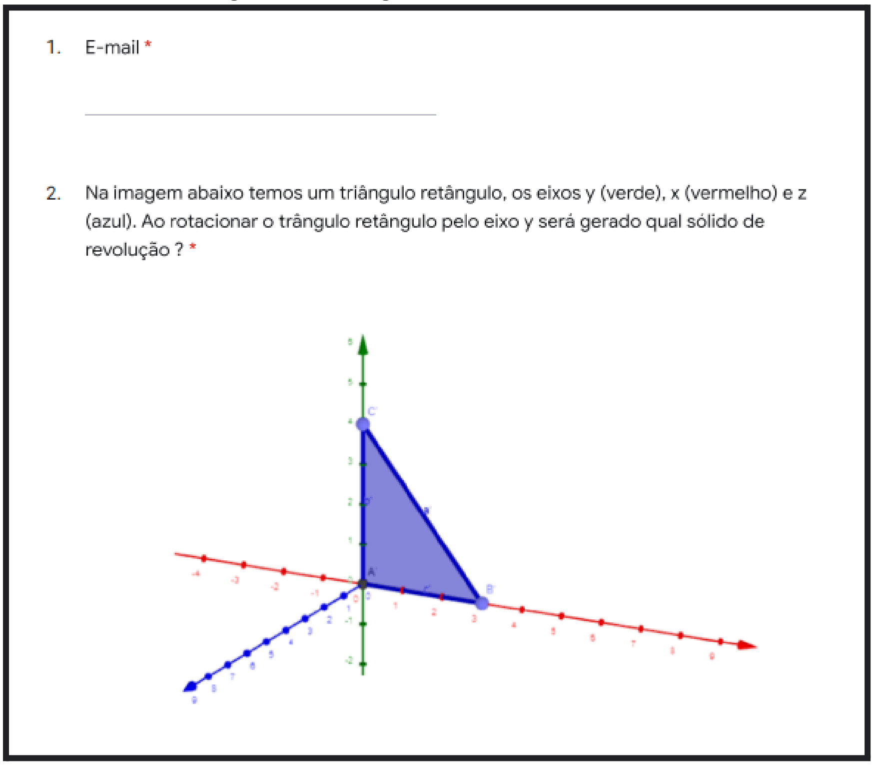
2.º etapa: Identificação das características de um Sólido de revolução em conjunto com a Geometria Plana

No segundo momento, deverá ser explicado que para uma revolução existir, basta rotacionar uma figura plana em torno de um eixo, podendo essa figura ser convencional, como um triângulo retângulo e não convencional, visando, dessa forma, não limitar a visualização de Sólidos de Revolução apenas ao cone reto e o cilindro reto.

Para essa explicação, é proposto um applet no *GeoGebra* disponível em https://www.geogebra.org/m/vtyamcpc que é composto por uma estrela amarela de seis pontas, ao animar o applet os alunos deverão ser chamados a observar algumas características dos Sólidos de revolução, como o seu formato circular.

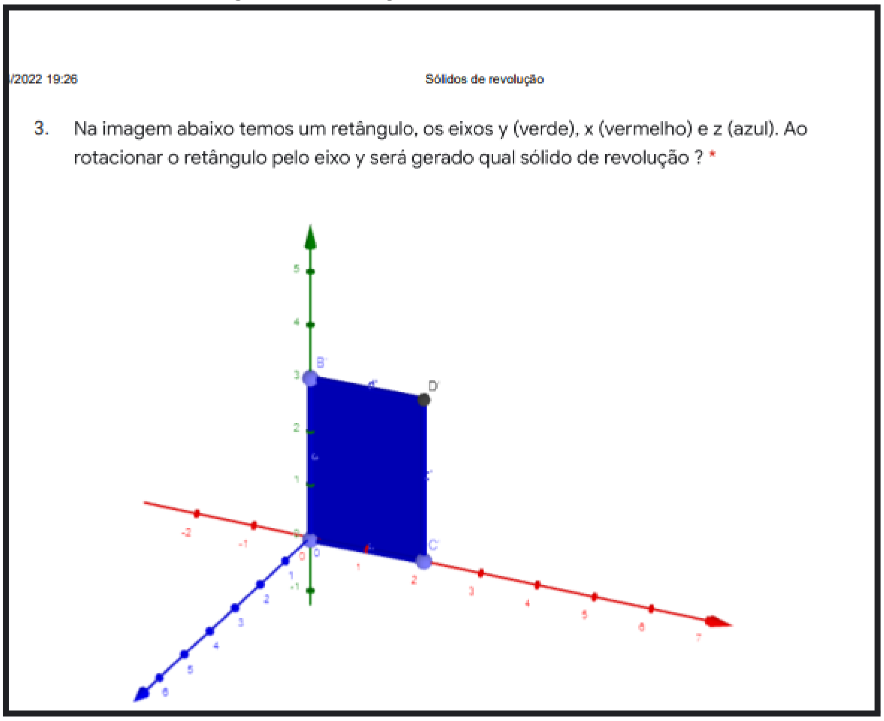
Após essa iniciação com o *GeoGebra,* deverá ser enviado um formulário (Formulário 1) para os alunos se o formato da aula foi pela internet, o mesmo terá como objetivos analisar os conhecimentos que os alunos já tinham antes da aula e incentivar os alunos a pensarem sobre as situações apresentadas, caso seja uma aula no formato presencial, o formulário poderá ser substituído por uma folha a ser distribuída para os alunos com as mesmas perguntas vistas na página 1 do Formulário 1(Figuras 26 e 27).

Figura 26: Página 1 do Formulário 1



Fonte: Construção própria

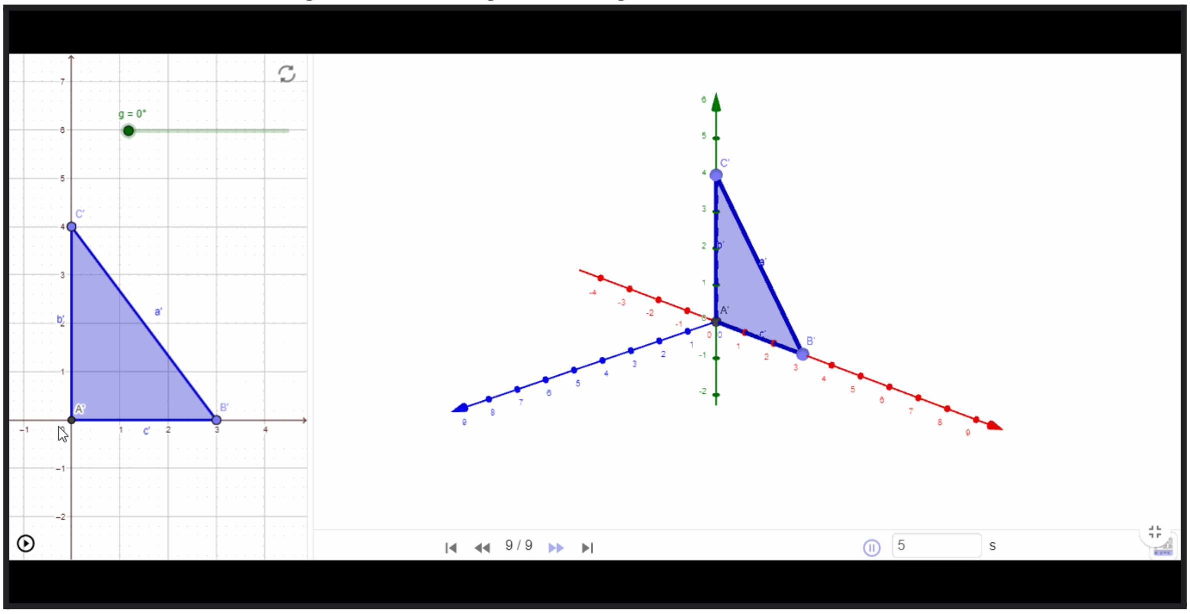
Figura 27: Página 1 do Formulário 1



Fonte: Construção própria

Após a turma preencher o formulário será utilizado outro applet no *GeoGebra,* esse segundo material consiste em um triângulo retângulo que irá rotacionar em torno do eixo Y, formando um Cone reto (Figura 28)

Figura 28: Triângulo retângulo formando cone reto



Fonte: Construção própria

Nesse momento, cabe ao professor ressaltar que:

- A base do triângulo apresentado gerará a base do sólido de revolução;
- A altura do triângulo será a mesma altura que a do cone formado.

No segundo arquivo, será apresentado um retângulo que também será rotacionado em torno do eixo Y, formando um Cilindro reto, de maneira análoga ao Cone visto anteriormente

.Nesse momento, cabe ao professor ressaltar que:

- A base do retângulo apresentado gerará a base do sólido de revolução;
- A altura do retângulo será a mesma altura que a do cilindro formado**.**

3ª etapa: Como calcular área e volume desses sólidos a partir da figura plana

Por conseguinte, serão apresentadas as principais características dos sólidos de revolução, como calcular o seu volume, a sua área e a interferência do eixo de revolução no resultado dos mesmos. Para isso, serão apresentados os sólidos, para que seja possível visualizar os elementos que determinarão a área e o volume através da fórmula. Em seguida, será mostrado como a variação da posição do eixo de revolução pode alterar tanto a área quanto o volume dos sólidos.

O professor deve sempre deixar claro qual sólido está sendo trabalhado e a relação deste com uma figura plana, para que o aluno consiga enxergar os elementos na rotação, facilitando com que ele entenda o porquê de cada fórmula e o motivo de uma possível variação no volume ou área tendo a mesma figura plana sendo rotacionada por um novo eixo de revolução.

O principal objetivo desta etapa é fazer com que o aluno consiga entender que o lado coincidente com o eixo de revolução será a altura do sólido e que a altura relativa a esse lado será o raio da base, desta forma, o professor deve mostrar que o maior volume do sólido ocorre quando a figura plana é rotacionada em volta de seu menor lado, pois o maior será o raio, que sofre variação ao quadrado, como pode ser visto pelas fórmulas de volume e área do Cone e Cilindro (Figura 29)

Figura 29: Fórmulas de Volume e Área do Cone e do Cilindro

$$Volume\ do\ cone:\ \frac{\pi r^2 h}{3};\ Área\ do\ cone:\ \pi r^2 + r\pi g$$

$$Volume\ do\ cilindro:\ \pi r^2 h;\ Área\ do\ cilindro:\ 2\pi r^2 + 2\pi r h$$

Fonte: Elaborado pelo autor

4ª etapa: Realização da Atividade de Verificação.

Na etapa 4 é enviado um formulário com 5 questões. É dado um tempo de 30 minutos para que os alunos enviem suas respostas. Após o tempo ser encerrado, é iniciada a resolução.

O objetivo da atividade é avaliar se os alunos conseguem solucionar as questões utilizando os conceitos de sólidos de revolução.

Na primeira questão (Figura 30) o objetivo é que o aluno consiga identificar qual das alternativas não representa um corpo redondo. Tendo como base a explicação dada anteriormente na aula.

Figura 30: Primeira questão

1) Das alternativas seguintes, escolha aquela que não representa um corpo redondo.

- a) Esfera
- b) Cone
- c) Cilindro
- d) Circulo
- e) Tronco de cone

Fonte: Formulário do google

Na segunda questão (Figura 31) o objetivo é que o aluno consiga indicar, respectivamente, o que é o paralelepípedo, o cilindro e a esfera dentre as opções dadas tendo como base as características dos sólidos de revolução apresentadas na aula.

Figura 31: Segunda questão

2) (SEE-AC-FUNCAB-2010) No ensino de geometria, nas séries iniciais, tem sua importância social o reconhecimento do universo tridimensional. Pensando nisso, uma professora levou para uma de suas aulas os objetos abaixo:

I. Uma caixa de sapato (paralelepípedo).

II. Uma lata de leite em pó (cilindro).

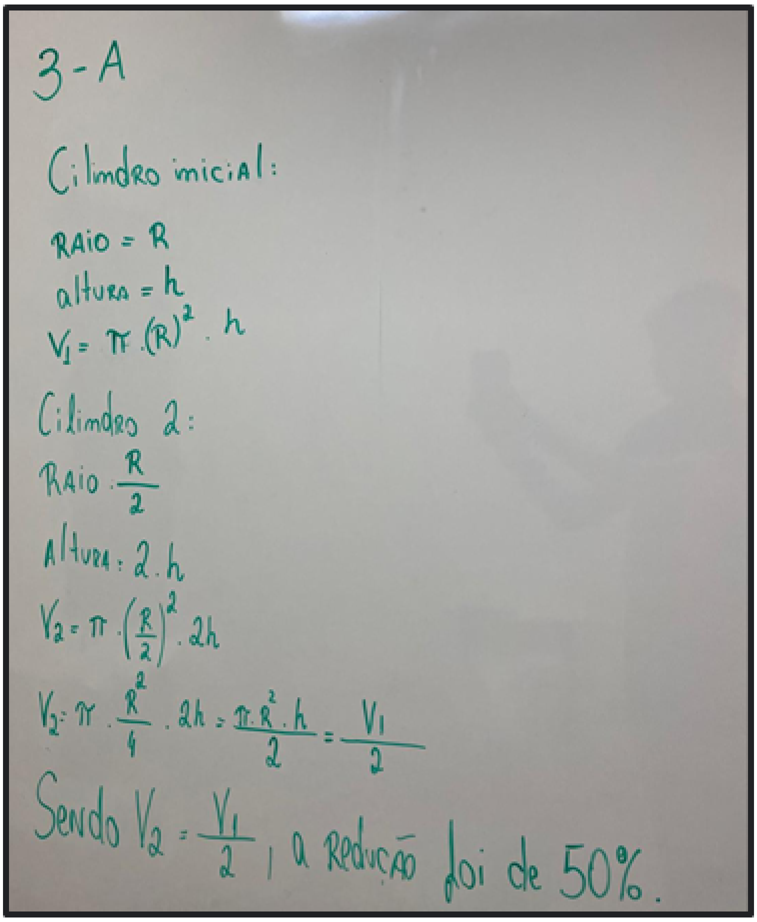
III. Uma bola de futebol (esfera).

- a) Poliedro, sólido de revolução e poliedro
- b) Sólido de revolução, poliedro e poliedro
- c) Sólido de revolução, sólido de revolução e poliedro
- d) Poliedro, sólido de revolução e sólido de revolução
- e) Sólido de revolução, sólido de revolução e sólido de revolução

Fonte: Formulário do google

Na terceira questão o objetivo é que o aluno consiga descobrir o volume do cilindro reto se o raio da base for reduzido pela metade e a altura for duplicada utilizando a fórmula do volume do cilindro apresentada na aula para resolução da questão (Figura 32).

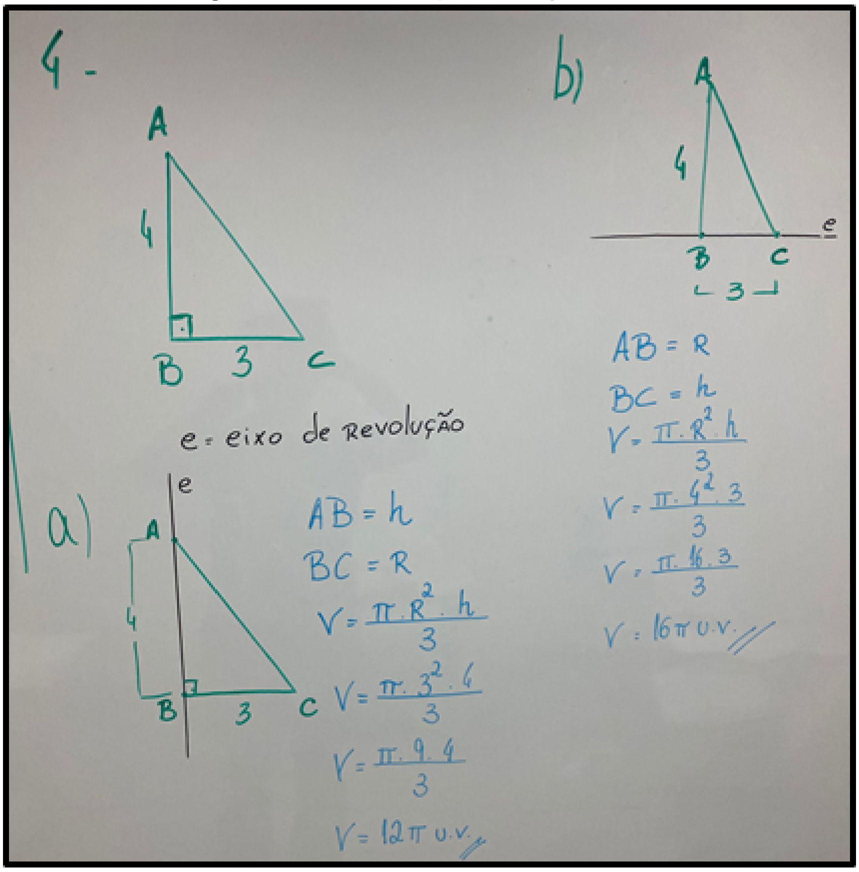
Figura 32: Resolução da questão 3



Fonte: Elaboração própria

Na quarta questão o objetivo é visualizar a diferença entre a área e o volume do sólido de revolução formado quando o eixo de revolução coincide com lados distintos do triângulo, sendo executada por meio das fórmulas da área e do volume do cone, como foi feito na resolução da questão 4 (Figura 33).

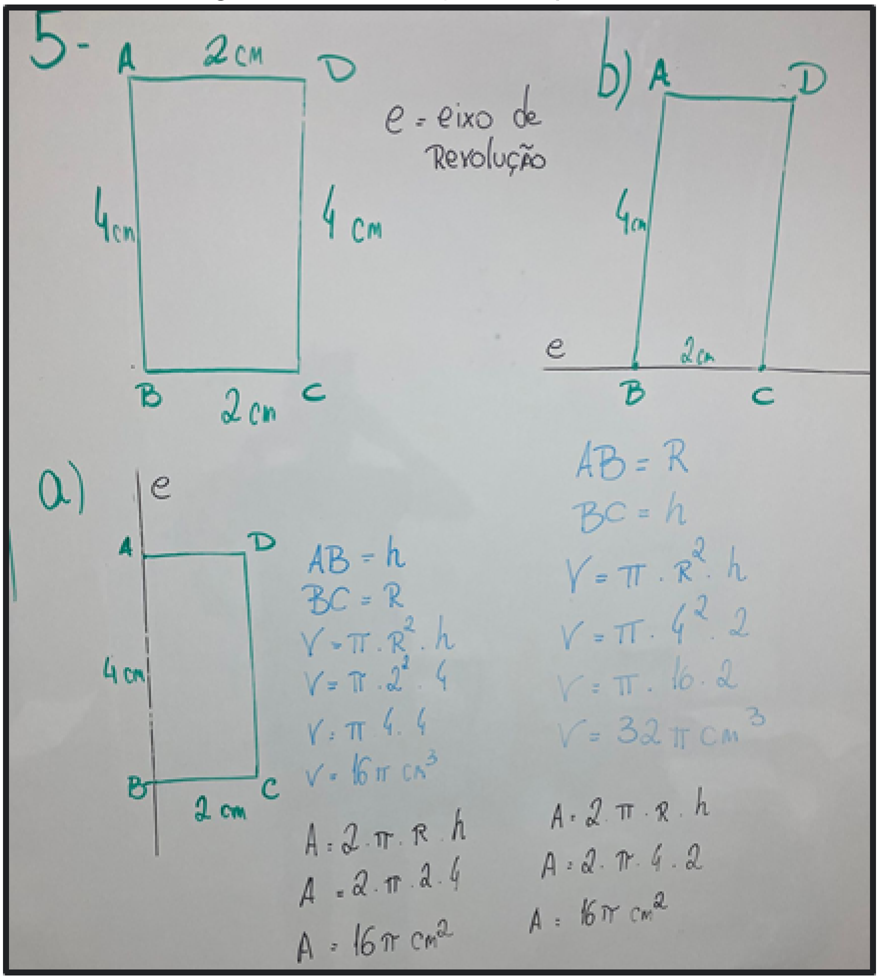
Figura 33: Resolução da questão 4



Fonte: Elaboração própria

Na quinta questão o objetivo é visualizar, assim como na questão quatro, a diferença entre a área e o volume do sólido formado quando o eixo de rotação coincide com lados distintos do retângulo, sendo resolvida por meio das fórmulas da área e do volume do cilindro, como pode ser visto na resolução da questão (Figura 34).

Figura 34: Resolução da questão 5



Fonte: Elaboração própria

3) CONSIDERAÇÕES FINAIS

Com a apresentação da sequência didática, o grupo A1 concluiu que o trabalho cumpriu com o seu objetivo de permitir uma melhor visualização de sólidos de revolução para cálculo de áreas e volumes de cones e cilindros.

Podemos observar que a aula atingiu as expectativas e o auxílio do GeoGebra tornou o conteúdo mais claro e objetivo, visto que os licenciandos poderiam observar de fato o que estava acontecendo e não apenas imaginar ou deduzir por meio de uma foto.

Referências:

Aprenda as Formas Simples Colorido Folhas de Flashcards. **Canva**. Disponível em: https://www.canva.com/pt_br/modelos/EAEIIdf3EPs-aprenda-as-formas-simples-colorido-folhas-de-flashcards/. Acesso: 20/10/2021.

DOLCE, O.; POMPEO, J. N. **Fundamentos de Matemática Elementar**: geometria espacial. São Paulo: Atual, 1998, v.10.

Eixo. **Significados**, 2021. Disponível em: https://www.significados.com.br/eixo/. Acesso em: 15/10/2021.

Exercícios - Cilindro. **Infoescola**, 2021. Disponível em: https://www.infoescola.com/geometria-espacial/cilindro/exercicios/. Acesso em: 10/11/2021.

OLIVEIRA, Raul. Exercícios sobre sólidos geométricos. **MUNDO EDUCAÇÃO**. Disponível em: https://exercicios.mundoeducacao.uol.com.br/exercicios-matematica/exercicios-sobre-solidos-geometricos.htm. Acesso em: 05/11/2021;

Questões de concurso. **Qconcursos**, 2021. Disponível em: https://www.qconcursos.com/questoes-de-concursos/questoes/d29c30b0-f0.
Acesso em: 05/11/2021.