

CARLOS MAGNO LISBOA SIQUEIRA  
CLEUBER EDUARDO DO NASCIMENTO SILVA  
ESTHÉFANO ESTEVÃO DE CARVALHO  
JADE DE OLIVEIRA AQUINO  
LUIZ FERNANDO DOS SANTOS BRAGANÇA  
PABLO LIMA DA COSTA  
SARA DE SOUZA CARVALHO

# **UMA PROPOSTA PARA O ENSINO DA TRANSFORMAÇÃO GEOMÉTRICA DE ROTAÇÃO NO PLANO CARTESIANO**

1<sup>a</sup>. edição

ISBN: 978-65-00-37000-3

Campos dos Goytacazes/RJ

Organização e edição: Cleuber Eduardo do Nascimento Silva

2021

## APRESENTAÇÃO

Esse trabalho foi desenvolvido na disciplina Laboratório de Ensino e Aprendizagem de Matemática (LEAMAT), que é ofertada no curso de Licenciatura em Matemática no Instituto Federal Fluminense na cidade de Campos dos Goytacazes - RJ. A disciplina é um diferencial da instituição e transcorre por 3 períodos distintos no curso.

O LEAMAT é composto por 3 linhas de pesquisas: Geometria, Álgebra e Educação Inclusiva. E cada linha de pesquisa possui um professor responsável pela mediação e condução dos nossos estudos.

No LEAMAT 1, que acontece no segundo período do curso, somos conduzidos em diversas atividades, estudos e leitura de artigos, e neste trabalho, o estudo foi relativo ao ensino de geometria, com o objetivo de termos alguma inspiração para a escolha de um tema, e a partir disso, possamos desenvolver e explorar esse tema para apresentarmos à uma turma do ensino fundamental.

No terceiro período, é cursado o LEAMAT 2, e nesta fase, é o momento em que aprofunda-se no tema escolhido e delimita-se no plano de ensino quais recursos e métodos serão utilizados para a aula a ser ministrada. Todo o trabalho é supervisionado pelo professor mediador de cada linha de pesquisa.

Após finalizar o LEAMAT 2, no início de 2020, a OMS decretou a situação de Pandemia, e desde então, o curso precisou ser remodelado. No LEAMAT 3, deveria ser colocado em prática, todo o desenvolvimento realizado em cada uma das linhas de pesquisa, os temas escolhidos presencialmente em sala de aula, em uma turma dos anos finais do ensino fundamental, porém, com esta situação de Pandemia, esta etapa sofreu adaptação e, para concluir a atividade, o trabalho foi voltado para a elaboração deste e-Book.

## SUMÁRIO

	4
<b>2 ELABORAÇÃO DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA</b>	8
2.1 Planejamento da sequência didática	8
2.2 Teste exploratório da sequência didática	13
<b>3 PROPOSTA DIDÁTICA</b>	16
<b>4 CONSIDERAÇÕES FINAIS</b>	22
<b>REFERÊNCIAS</b>	23
<b>APÊNDICE</b>	24

## **1 INTRODUÇÃO**

Previamente a escolha do tema, realizou-se a leitura de textos relacionados à Geometria. Inicialmente nas discussões, o estudo sobre geometria, destaca-se o seu desenvolvimento aqui no Brasil, que teve origem com a necessidade de preparo militar,

a partir de 1648. Em 1824, onde surgiu a primeira tentativa de incluir noções geométricas, no primário, infrutíferas em virtude de não haver professores preparados.

Em 1889, tornou-se obrigatório o ensino do desenho técnico e geométrico em todo o país, haja vista o caráter científico e positivista destes saberes, expressão do rigor e da precisão. Instrumentos foram criados para se obter uma representação gráfica rigorosa a fim de aprimorar o traçado à mão livre. O vínculo com a matemática e a peculiaridade de servir de elemento preciso na representação das idéias hipotéticas consolidaram a posição do desenho, considerado como imprescindível para o estudo das demais ciências (CAMPOS, 2000). Portanto, até a década de 30, foi denominado por Fiorentini (1995) tendência formalista clássica, a partir desta década tendência empírico-ativista, esse período foi marcado pela reforma educacional e a criação das primeiras instituições de ensino, destinadas à formação de professores de escolas secundárias.

Nas décadas de 60 e 70, chega ao Brasil, depois do golpe militar, o tecnicismo, uma tendência que nada mais é do que a tentativa de implantar na educação as técnicas usadas na indústria capitalista, tendo como base o positivismo e o cientificismo.

Sendo assim, utilizou recursos como, por exemplo, a separação do setor de planejamento e de execução do trabalho, transformando o professor num técnico que obedecia um planejamento elaborado por outros técnicos. Como consequência, a ênfase às tecnologias de ensino, e redução da Matemática a um conjunto de técnicas, regras e algoritmos, sem preocupação com justificativas e fundamentações. Após esse período, o Brasil começa a ser influenciado pelas ideias construtivistas, que enxergavam a Matemática como uma construção humana. Com base nos estudos de Freire, a matemática deixa de ser vista como conhecimento pronto e acabado, e passa a ser concebida como saber prático e dinâmico. Sobre este processo de ensino e aprendizagem, Freire (2000, p. 77) nos esclarece:

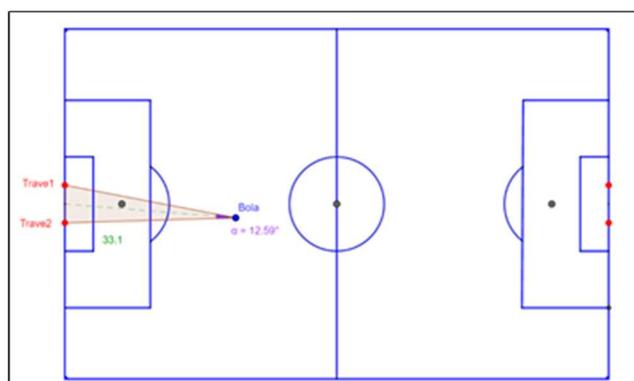
Mulheres e homens somos os únicos seres que, social e historicamente, nos tornamos capazes de aprender. Por isso, somos os únicos em quem aprender é uma aventura criadora, algo, por isso mesmo muito mais rico do que meramente repetir a lição dada. Aprender para nós é construir, reconstruir, constatar para mudar o que não se faz sem abertura ao risco e à aventura do espírito.

As pesquisas em educação matemática no Brasil tiveram três momentos:

- Quando aparecem pesquisas stricto sensu no campo da psicometria, relativas, quase que exclusivamente, ao ensino primário;
- O surgimento da Educação Matemática como campo profissional;
- O aparecimento de uma comunidade de educadores matemáticos e a aplicação da Educação Matemática.

Dessa forma, um dos trabalhos práticos realizados no decorrer das aulas, foi a aplicação da geometria em outras disciplinas (conceito de interdisciplinaridade), utilizando o software de geometria dinâmica **Geogebra**, para mostrar geometricamente para os alunos de educação física as medidas e formas geométricas dos campos de futebol, formações táticas usadas por times e seleções famosas e também o ângulo que o jogador tem para acertar o gol de diferentes posições do campo (Figura 1).

Figura 1 – Campo de futebol no Geogebra



Fonte: Elaboração própria

Também a partir deste trabalho, ocorreu a ideia para a escolha do tema “Transformação geométrica de rotação no plano cartesiano”, pois durante a construção do campo de futebol no Geogebra, identificou-se a ocorrência de uma das transformações geométricas, a Reflexão. Quando construído um lado do campo, basta refletir este lado em relação a reta do meio de campo. Assim obteve-se a outra metade do campo com todas as propriedades conservadas (tamanho da pequena e grande área, marca do pênalti, meia lua, etc.).

Em virtude da grande dificuldade no âmbito da geometria, em muitos casos, por falta de preparo dos professores e as próprias dificuldades e barreiras enfrentadas pelos alunos por não terem uma boa estruturação de conhecimentos geométricos em

anos primários. Somado a isso, existe também uma estruturação incorreta da importância do conteúdo de geometria nos livros didáticos, que em sua grande maioria estão nas últimas páginas dos livros o que leva a não apresentação do conteúdo ou de forma não aprofundada.

Para Costa e Souza (2014),

[...] no âmbito educacional que os conteúdos de geometria vêm sendo pouco trabalhado, e por vezes até mesmo deixado de lado por grande parte dos educadores matemáticos. Diante desse cenário, os aspectos fundamentais residem nos seguintes motivos: falta de tempo para preparar uma aula adequada; por obrigatoriedade a cumprir o currículo da matemática pura e algébrica; ou mesmo por se encontrar em livros e cronogramas didáticos, apenas no final dos capítulos o conteúdo geométrico, sendo desta forma impedido de ser conceituado por cumprir tal sequência.

Trabalhar a Geometria no Ensino Fundamental, possibilita ao aluno ter uma visão diferenciada do universo em que vivemos. Dessa forma, é fato que o aluno se interessa pelo conteúdo à medida que o professor se utiliza de materiais que possibilitam a interação.

É o que diz Ripplinger (2006),

A Geometria é uma parte da ciência Matemática que poderia ser mais explorada no Ensino Fundamental. A Geometria oportuniza que trabalhe de maneira mais dinâmica, em movimento. Um dos aspectos do trabalho pedagógico pode ser o uso do material manipulativo, possibilitando estimular assim o desenvolvimento do pensamento geométrico. Quando nos propomos a trabalhar, neste nível de ensino, com alguns conceitos, enfocando a Simetria, o leque de possibilidades se abre.

O estudo da simetria no Ensino Fundamental, contribui para a construção do pensamento geométrico, principalmente quando trabalhado com materiais concretos, que possibilitam o manuseio dos alunos.

De acordo com VIEIRA (2011),

[...], a possibilidade de abordar o tema simetria como um campo fértil para explorar aspectos intuitivos de uma área de conhecimento - a geometria - que vem sendo relegada ou deixada em segundo plano. No que se refere à aprendizagem matemática, considera-se o trabalho com simetria relevante,

pois favorece a compreensão das ideias de congruência e semelhança de figuras geométricas (isometrias e homotetias) previstas no currículo do Ensino Fundamental. Entendemos que o trabalho com simetria se revela importante, ainda, para a produção do conhecimento geométrico, na medida em que contribui para o reconhecimento de aspectos que permanecem invariantes, como forma e tamanho.

[...], há pesquisas que vêm sendo desenvolvidas com o objetivo de apresentar recursos para a abordagem do tema simetria (que envolvem o uso de materiais manipulativos, obras de arte, malhas quadriculadas, software de geometria dinâmica, entre outros).

A proposta dessa atividade tem como objetivo geral, auxiliar no processo de ensino e aprendizagem da transformação isométrica Rotação, a partir de conceitos e percepções, utilizando-se de materiais que possibilitam o manuseio dos alunos do 8º ano do ensino fundamental.

## **2 ELABORAÇÃO DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA**

Este capítulo irá abordar a elaboração da sequência didática referente ao conteúdo de “Rotação de pontos e figuras no plano cartesiano”. Estipulando um roteiro que foi aplicado para a turma de LEAMAT II, composto de uma apostila (Apêndice) e o Geoplano (material manipulável). Além da construção da questão desafio, com o propósito de verificação de aprendizagem.

Por fim, foi analisado o resultado de todo o planejamento, bem como sugestões apresentadas pelos professores e colegas de turma.

### **2.1 Planejamento da sequência didática**

Primeiramente serão retomados alguns conceitos importantes para o desenvolvimento das atividades propostas. Estes conceitos deverão ser expressos através de uma apostila, contendo tais informações.

I - O plano cartesiano será definido da seguinte forma: A linha vertical é chamada de eixo das ordenadas ( $y$ ). Já a linha horizontal é chamada de eixo das abscissas ( $x$ ). Com a intersecção dessas linhas temos a formação de 4 quadrantes.

É importante notar que no plano cartesiano os números podem ser positivos ou negativos. Ou seja, os números positivos vão para cima ou para a direita, dependendo do eixo (x ou y). Já os números negativos, vão para a esquerda ou para baixo.

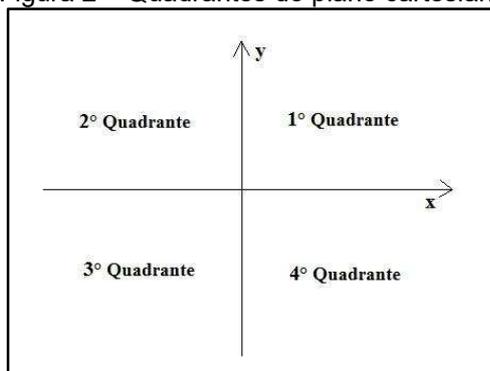
1.º quadrante: os números sempre serão positivos:  $x > 0$  e  $y > 0$  (x, y).

2.º quadrante: os números são negativos ou positivos:  $x < 0$  e  $y > 0$  (x, y).

3.º quadrante: os números são sempre negativos:  $x < 0$  e  $y < 0$  (x, y).

4.º quadrante: os números podem ser positivos ou negativos:  $x > 0$  e  $y < 0$  (x, y).

Figura 2 – Quadrantes do plano cartesiano

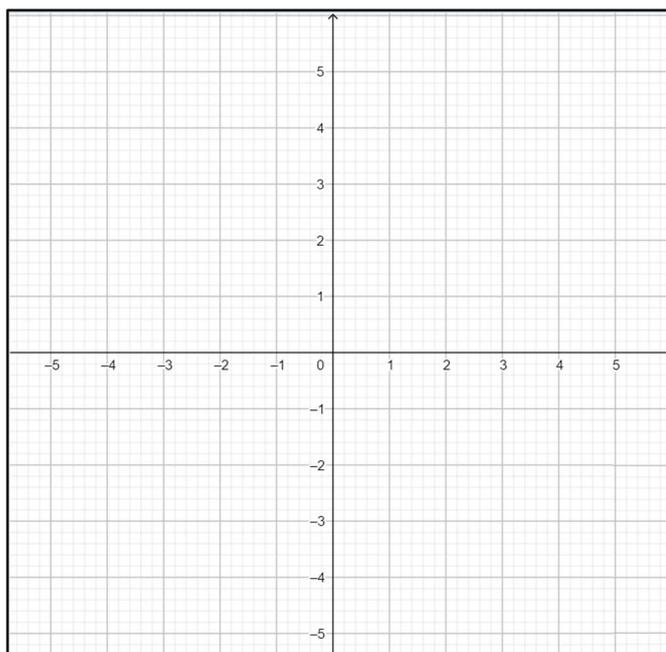


Fonte: Elaboração própria

II - As coordenadas cartesianas são representadas por dois números reais entre parênteses:

A: (4, 1); B: (-2, -3); C: (-2, 2); D: (4, -4);

Figura 3 – Plano cartesiano



Fonte: Elaboração própria

Esses elementos  $(x,y)$  formam um “par ordenado”, onde “ $x$ ” representa a abscissa do par, enquanto “ $y$ ” a ordenada. O primeiro elemento corresponde ao eixo das abscissas ( $x$ ). Já o segundo elemento corresponde ao eixo das ordenadas ( $y$ ).

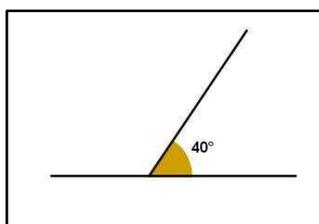
Note que o ponto em que os eixos se encontram é chamado de “origem” e corresponde ao par ordenado  $(0, 0)$ .

III - Noções importantes de ângulos, abordando os seguintes conceitos: Chama-se ângulo a região entre duas semi retas que partem de uma mesma origem. Podemos dizer ainda, que um ângulo é a medida da abertura de duas semi retas que partem da mesma origem.

Os ângulos podem ser classificados da seguinte forma:

- **Ângulo agudo:** ângulo com medida maior que  $0^\circ$  e menor que  $90^\circ$  (Figura 4).

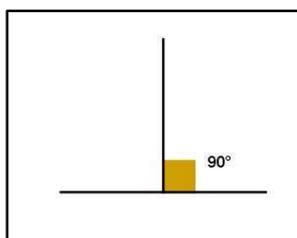
Figura 4: Ângulo agudo



Fonte: Elaboração própria

- **Ângulo reto:** ângulo com medida igual a  $90^\circ$  (Figura 5).

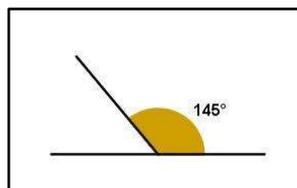
Figura 5: Ângulo reto



Fonte: Elaboração própria

- **Ângulo obtuso:** ângulo com medida maior que  $90^\circ$  e menor que  $180^\circ$  (Figura 6).

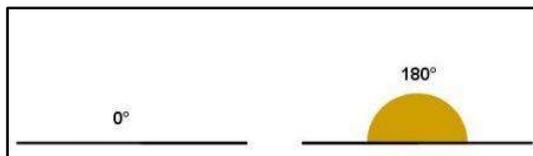
Figura 6: Ângulo obtuso



Fonte: Elaboração própria

- **Ângulo raso ou nulo:** ângulo raso com medida igual a  $180^\circ$  ou nulo igual a  $0^\circ$  (Figura 7).

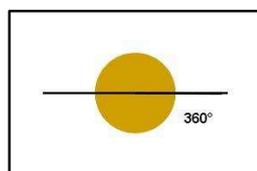
Figura 7: Ângulo raso ou nulo



Fonte: Elaboração própria

- **Ângulo completo ou de uma volta:** ângulo com medida igual a  $360^\circ$  (Figura 8).

Figura 8: Ângulo completo ou de uma volta



Fonte: Elaboração própria

A partir deste momento onde já foram introduzidos todos os pré-requisitos, iniciou-se a abordagem do objetivo principal da aula que é a rotação de pontos no plano cartesiano. Para que o aluno conseguisse aplicar a rotação no plano cartesiano era necessário explorar alguns objetivos intermediários, tais como:

IV - O sentido de rotação (Figura 9), que é denotado através do sinal do ângulo. Se o ângulo for positivo, o sentido de rotação será anti-horário, mas se o ângulo for negativo, dizemos que o sentido de rotação é o sentido horário.

Figura 9 – Sentido de rotação.



Fonte: Elaboração própria

V - O centro de rotação, que é essencial para realizarmos o movimento de rotação de uma figura no plano. Ele determina o vértice referencial para formação do ângulo para rotacionar uma figura. O centro de rotação poderá estar externo à figura, em seu vértice, ou em pontos internos.

Duas atividades guiadas deverão ser propostas, que serão: (i) rotacionar o ponto A no Geoplano (seguindo orientações do professor) e escrever abaixo as coordenadas obtidas a cada rotação, bem como o quadrante em que o ponto ficou localizado; (ii) rotacionar um triângulo a partir das coordenadas dos seus vértices.

Material usado e desenvolvido: Geoplano com sistema de coordenadas cartesianas e demarcadores dos ângulos  $45^\circ$ ,  $90^\circ$  e  $180^\circ$  em EVA (Figura 10) para as rotações de pontos e do triângulo.

Figura 10 – Geoplano e sistema de coordenadas cartesianas e demarcadores de ângulos.



Fonte: Elaboração própria.

Após a realização da atividade guiada pelo professor, está previsto realizar um desafio onde todos os conceitos serão explorados concomitantemente.

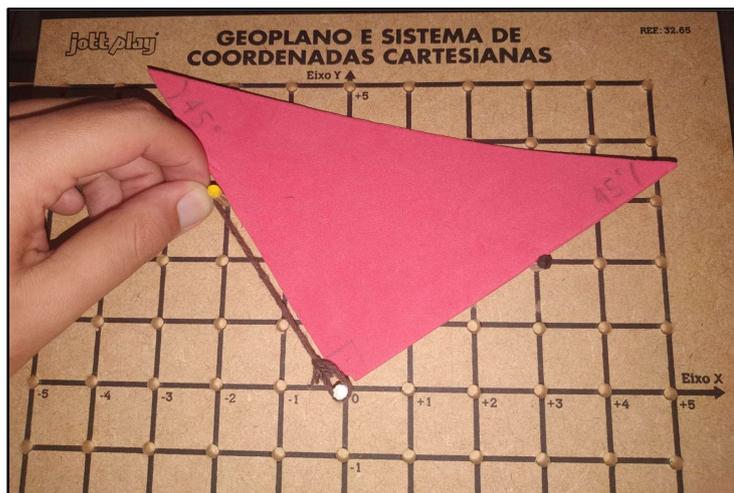
## 2.2 Teste exploratório da sequência didática

O teste exploratório foi aplicado em Janeiro de 2020, na turma de LEAMAT II. Tendo como objetivo analisar o comportamento da turma durante a aplicação da sequência didática, verificar se o material manipulável ajudou no processo de entendimento do conteúdo, se o material estava adequado para os alunos, e ouvir sugestões sobre a sequência didática elaborada e aplicada.

A aplicação começou com a entrega das apostilas aos colegas de turma, para que fizessemos a introdução dos conceitos considerados como pré-requisitos para realização da atividade.

Em seguida foi solicitado aos alunos que os mesmos marcassem alguns pontos no Geoplano (Figura 11), para que logo depois, fosse realizada a rotação destes mesmos pontos com auxílio de um demarcador de ângulo, confeccionado com material EVA.

Figura 11 – Atividade 1.



Fonte: Protocolo de Pesquisa

Após a primeira atividade, foi pedido que os alunos marquem 3 pontos no Geoplano, que são os vértices de um triângulo. Em seguida, foi solicitado (Figura 12) que rotacionarem cada um dos vértices e compararem as propriedades (ângulo de cada vértice e lados) do triângulo original, com o rotacionado.

Figura 12 – Atividade 2.



Fonte: Protocolo de Pesquisa

Por fim, foi proposto um desafio, onde uma caixa mágica contendo brindes está com um cadeado de segredo. O segredo é composto por 3 números: o primeiro número, é o valor de  $y$  do ponto  $A'$  rotacionado em  $90^\circ$  da primeira atividade realizada no Geoplano, o segundo número, é o valor de  $x$  do vértice  $C'$  do triângulo rotacionado em  $-90^\circ$ , e o terceiro número se refere ao quadrante em que o triângulo rotacionado em  $-90^\circ$  ficou localizado.

A turma reagiu muito bem a sequência didática que apresentamos, seguimos fielmente a apostila que confeccionamos e algumas retificações tiveram que ser feitas a partir de comentários e sugestões feitas, tais como:

- a) “O” não é ponto zero mas a origem e é necessário explicar que o crescimento do eixo das abscissas é para a direita, já para as ordenadas o crescimento é para cima;
- b) Quando for desenhar o plano cartesiano no quadro é necessário especificar e escrever  $1^\circ$ ,  $2^\circ$ ,  $3^\circ$  e  $4^\circ$  quadrantes;
- c) Ao falarmos da representação das coordenadas cartesianas citamos que são números racionais quando na verdade são reais;
- d) Ao representarmos as coordenadas na apostila colocamos que o ponto  $A:(4,1)$  quando a nomenclatura correta é  $A=(4,1)$ ;

- e) Referente a noções de ângulos apresentamos a medida de ângulo igual a zero, ângulo zero não existe, na verdade é o ângulo raso;
- f) Apresentamos o ângulo côncavo mas de acordo com nossa sequência didática decidimos retirar da apostila e não apresentar aos alunos;
- g) Com relação ao material que confeccionamos foram necessárias algumas modificações, são elas: fazer dentes ou cortes no emborrachado dos ângulos de rotação;
- h) A atividade 02 da apostila foi suprimida por questões de tempo e ser um conceito muito amplo para ser trabalhado no tempo estipulado;
- i) Na atividade denominada como desafio, foi redigido que a senha do cadeado é a abscissa dos três pontos obtidos no desafio, seguindo a ordem.

### **3 PROPOSTA DIDÁTICA**

No LEAMAT III estava previsto a aplicação da sequência didática já com as alterações sugeridas, em uma turma de uma escola do município de Campos dos Goytacazes. Entretanto, no início de 2020, a Organização Mundial da Saúde (OMS) decretou a situação de Pandemia, e desde então, o curso precisou ser remodelado. Sendo assim, o LEAMAT III também precisou sofrer uma adaptação.

Diante do exposto, a coordenação do curso de Licenciatura em Matemática propôs como produto final da disciplina a elaboração de um e-Book para cada linha de pesquisa. Sendo assim, este período foi voltado para a escrita do livro digital e elaboração da versão final da sequência didática.

Esta sequência didática foi elaborada para alunos do 8º ano do Ensino Fundamental que ainda.

Para a experimentação desta proposta são necessários, no mínimo, dois horários de aula, cada um com tempo de 50 minutos. A sala deve ser arrumada em grupos contendo no máximo 4 pessoas.

A aplicação da sequência didática se dá com a utilização do material didático manipulável denominado Geoplano e sistema de coordenadas cartesianas, que consiste em uma base de madeira, contendo as demarcações de furos representando

coordenadas do plano cartesiano, demarcadores de ângulos, confeccionados em emborrachado, pinos, elásticos e barbante (Figura 13). O objetivo dessa sequência didática é o desenvolvimento do aluno no entendimento das propriedades que envolvem a rotação de pontos e figuras no plano cartesiano, além de colaborar com a familiarização do mesmo com o próprio, que será utilizado com frequência em anos posteriores, utilizando o material manipulável para essa finalidade.

Figura 13 - Geoplano e acessórios (pinos, barbante, ângulos e elástico).



Fonte: Elaboração própria.

Foi elaborada uma apostila, que ficou dividida em duas etapas: (i) contendo conceitos bases para o desenvolvimento da atividade, conceitos estes que já deveriam ter sido explorados anteriormente, mas optou-se por relembrar os mesmos com auxílio da apostila; (ii) contendo as atividades propostas para realização de suas soluções.

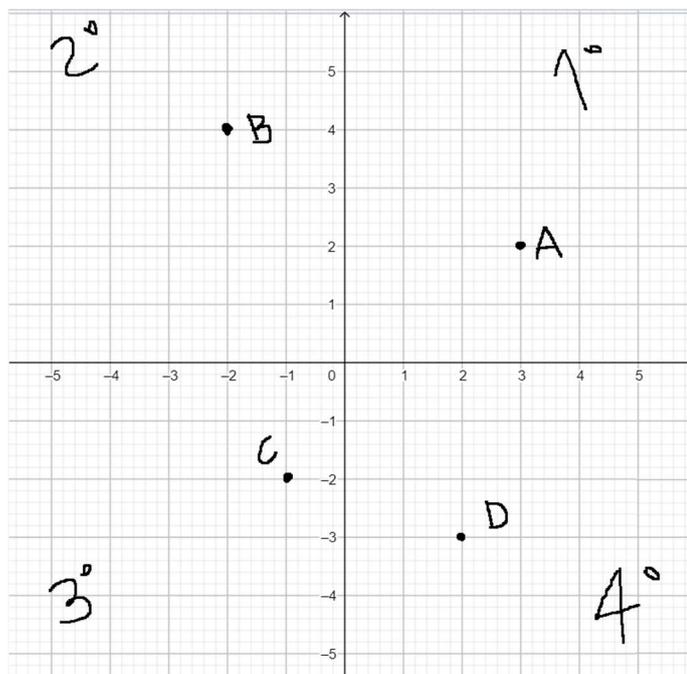
Os conceitos bases explorados na primeira etapa são:

- Plano cartesiano e coordenadas no plano: Neste tópico exploramos ideias que serão importantes para realização das atividades como, a marcação de pontos, coordenadas, eixo x, eixo y e quadrantes.
- Noções de ângulos: Exploramos aqui prioritariamente os ângulos de  $90^\circ$ ,  $180^\circ$  e  $270^\circ$  que serão utilizados.
- Sentido de rotação: Apresentamos as possibilidades de sentidos de rotação (horário e anti-horário) e suas representações (sinal positivo e sinal negativo).
- Centro de rotação: Apresentamos a ideia principal sobre o centro de rotação e sua importância para a realização da atividade.

Após a apresentação dos conceitos bases, iniciamos a segunda etapa da apostila, que consiste na realização das atividades propostas.

Na primeira atividade, os alunos deverão marcar a caneta, 4 pontos distintos no plano cartesiano, inserido na própria apostila (Figura 14). As coordenadas dos pontos são  $A=(3, 2)$ ,  $B=(-2, 4)$ ,  $C=(-1, -2)$  e  $D=(2, -3)$ . Essa atividade servirá para o professor identificar possíveis dificuldades dos alunos em relação à marcação de pontos no plano cartesiano a partir de coordenadas fornecidas e trabalhar a ideia de localização dos pontos, no que diz respeito ao quadrante em que cada ponto está.

Figura 14 - Atividade 1 da apostila.



Fonte: Protocolo de pesquisa.

Em seguida, deve-se entregar o Geoplano juntamente com os demais materiais que serão necessários para a realização da atividade, como os demarcadores de ângulos, elásticos, barbante e os pinos. Como o material em suas mesas, pode-se avançar para a segunda atividade, solicitando aos alunos que marquem o centro de rotação no ponto  $C=(0, 0)$  e o ponto  $A=(3, 2)$ , que será rotacionado a um ângulo de  $90^\circ$  sentido anti-horário.

Em seguida repetir a rotação do ponto A, porém a um ângulo de  $180^\circ$  e depois  $270^\circ$ , utilizando o mesmo centro de rotação (Figura 15). Em cada rotação de cada atividade, o aluno deverá anotar na apostila, as coordenadas de cada ponto após a rotação, bem como o quadrante que ficou localizado o mesmo, pois estas informações serão importantes para a atividade denominada como desafio.

Figura 15 - Atividade 2 da apostila.



Fonte: Protocolo de pesquisa.

Espera-se alcançar com essa atividade, que os alunos percebam através das coordenadas resultantes de cada rotação do ponto A ( $90^\circ$ ,  $180^\circ$  e  $270^\circ$ ) um padrão (Figura 16) de alternância de sinais a cada  $180^\circ$ , e a alteração entre x e y com mudança de sinal do y a cada  $90^\circ$ .

Figura 16 - Percepção de padrão.

A (Original)	A' $90^\circ$	A' $180^\circ$	A' $270^\circ$
(3, 2)	(-2, 3)	(-3, -2)	(2, -3)

Fonte: Protocolo de pesquisa

Caso esta percepção não seja alcançada através do ponto A, pode-se realizar mais uma rodada de rotações a partir do ponto B, em que os alunos demarcaram na apostila. É importante frisar que o padrão percebido é válido neste caso, pois o centro de rotação está no ponto de origem do plano cartesiano (0,0).

Finalizando a segunda atividade, deve-se iniciar a terceira atividade, que consiste em demarcar os vértices da figura geométrica triângulo, para que em seguida, seja realizada a rotação da mesma no plano cartesiano. Os vértices serão marcados no Geoplanos com pinos de cores diferentes, e, além dos vértices, o centro de rotação  $C=(0, 0)$  também deverá ser marcado As coordenadas dos vértices são:  $A=(2, 1)$  pino Azul;  $P=(2, 4)$  pino Preto;  $V=(5, 1)$  pino Vermelho.

Com as marcações dos vértices realizados, os alunos deverão utilizar elásticos coloridos para ligar os próprios vértices, e assim formar os lados do triângulo. Em

seguida, o professor deverá solicitar que os alunos rotacionem o triângulo no plano cartesiano em  $-90^\circ$ .

Ao utilizar um ângulo negativo nesta atividade, é importante acompanhar os alunos que poderão ter alguma dificuldade na interpretação deste ângulo. É importante frisar que, na rotação de uma figura geométrica, todos os seus pontos são rotacionados, portanto, é recomendável que se utilize os vértices do triângulo para realizar as rotações dos mesmos com o auxílio do demarcador de ângulo ( $90^\circ$ ) e um pedaço de barbante para demarcar a amplitude (distância dos pontos A, P e V ao ponto C, distintamente), e por fim, demarcar o triângulo rotacionado em  $-90^\circ$  (Figura 17).

Figura 17 - Atividade 3 da apostila.



Fonte: Protocolo de pesquisa.

Após rotacionar o triângulo, solicitar aos alunos que comparem o tamanho dos respectivos lados dos triângulos (original e rotacionado). Espera-se com essa atividade que o aluno perceba a rotação da figura geométrica por completo, seus vértices e todos os outros pontos (lados do triângulo), e que, apesar de rotacionada, a figura mantém todas as suas medidas, seus lados e seus ângulos internos.

Para finalizar, propor um desafio aos alunos, denominado de Caixa Mágica. A ideia inicial é levar uma caixa de acrílico com um brinde dentro dela, fechada por um cadeado onde os segredos são três números. Para conseguir abrir os cadeados e conquistar o brinde, os alunos devem resolver os 3 desafios, os dígitos do segredo do cadeado serão dados por:

- Primeiro dígito: o valor de y do ponto A' rotacionado em  $90^\circ$  da primeira atividade realizada no Geoplano.

- Segundo dígito: o valor de  $x$  do vértice  $C'$  do triângulo rotacionado em  $-90^\circ$ .
- Terceiro dígito: o quadrante em que o triângulo rotacionado em  $-90^\circ$  ficou localizado.

O grupo que conseguir resolver o desafio primeiro fica com o brinde, é recomendado aplicar o desafio em uma folha separada da apostila para que os grupos não tentem resolver antes do momento correto.

Espera-se que essa atividade motive os alunos e finalize a aula de forma dinâmica e criativa.

#### **4 CONSIDERAÇÕES FINAIS**

Para a realização deste estudo foi de suma importância todas as atividades exploratórias e de pesquisas durante a fase de elaboração, que nos motivaram a desenvolver uma sequência didática, que teve como objetivo central, auxiliar no processo de ensino e aprendizagem da transformação isométrica Rotação, a partir de conceitos e percepções, utilizando-se de materiais que possibilitem o manuseio dos alunos.

É pertinente destacar, também, a importância do teste exploratório para entendermos os pontos fortes e os de aprimoramento, que foram percebidos ou sugeridos durante a aplicação na nossa própria turma. Esta última citada, tendo um papel fundamental para processo de avaliação da sequência didática, que só foi possível devido ao engajamento dos participantes.

Com a execução das atividades, foi feita a análise avaliativa do desempenho prático requerido, bem como da sua eficácia no processo de ensino-aprendizagem sobre o recorte da temática rotação no plano cartesiano. Esta análise nos permitiu caracterizar este projeto como bem sucedido, por extrair os objetivos iniciais, trabalhando os recursos manipuláveis como forma de gerar uma aprendizagem com muito mais significado.

A proposta prevê trabalho em grupo, o que maximiza a interação entre os alunos na produção do conhecimento e resolve o problema da limitação dos recursos didáticos disponíveis na escola ou na quantidade que será confeccionada pelos professores. Entretanto, é sugerido que a distribuição dos grupos seja feita unindo alunos com

dificuldades aos mais desenvolvidos, a fim de gerar uma atmosfera de colaboração e impulsionamento coletivo.

O papel do docente é conduzir a prática das atividades de forma clara e intuitiva, gerando um ambiente de autonomia para execução por parte dos alunos. Esta autonomia não isenta o papel observador, que é fundamental, para identificar problemas de desempenho e erros individuais ou coletivos, o que permitirá uma intervenção mais efetiva.

Todavia, o projeto aqui descrito não pode ter fim em si mesmo, precisa ser continuado e dar sequência no plano de ensino. Portanto, como sugestão de novos trabalhos e projetos, destacamos o uso de jogos interativos para inserção de outras isometrias no plano cartesiano, inclusive, trabalhando-se algebricamente.

Por fim, toda esta experiência que vivenciamos no decorrer desta disciplina foi grandemente satisfatória, por incentivar o papel do professor pesquisador, o qual permite o aperfeiçoamento de todos os envolvidos no processo.

## REFERÊNCIAS

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN)**. Terceiro e Quarto Ciclos do Ensino Fundamental - Matemática. Brasília: MEC/SEF, 1998.

SILVA, P. H. Transformações Geométricas no Contexto Escolar: Uma Experiência de Aprendizagem no 8º ano do Ensino Fundamental. **Universidade Federal de Juiz de Fora**. Minas Gerais. Disponível em: [http://www.ufjf.br/ebapem2015/files/2015/10/gd2\\_pedro\\_silva.pdf](http://www.ufjf.br/ebapem2015/files/2015/10/gd2_pedro_silva.pdf). Acesso em: 05 jul. 2021.

COSTA, W. R. J.; SOUZA, F. S. Construindo o conceito de simetria na educação de jovens e adultos. **Revista de Educação, Ciências e Matemática**. São Paulo, set./dez. 2014. Disponível em: <http://publicacoes.unigranrio.edu.br/index.php/recm/article/download/2489/1262>. Acesso em: 11 jul. 2021.

RIPPLINGER, H. M. G. A Simetria nas Práticas Escolares. **Dissertação de Mestrado**. (Pós-Graduação em Educação - UFPR), 2006. Disponível em: <https://acervodigital.ufpr.br/bitstream/handle/1884/3951/Grzybowski%20Ripplinger%2c%20H.M..pdf?sequence=1&isAllowed=y>. Acesso em: 11. jul. 2021.

VIEIRA, G. Simetria no ensino fundamental através da resolução de problemas: possibilidades para um trabalho em sala de aula. **Universidade Cruzeiro do Sul (UNICSUL)**. São Paulo. Disponível em: [http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S0103-636X2013000300018](http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0103-636X2013000300018). Acesso em: 27 jul. 2021.

FREIRE, P. **Pedagogia da autonomia: saberes necessários à prática educativa**. 16. ed. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 2000.

# APÊNDICE

**Material Didático Elaborado**

# Apêndice: Apostila Transformação geométrica Rotação no Plano Cartesiano



Disciplina: Laboratório de Ensino e Aprendizagem de Matemática  
 Professores em Formação: Carlos Magno Lisboa, Esthéfano Carvalho, Jade Aquino, Luiz Fernando Bragança, Sara Carvalho e Pablo Lima.  
 Orientadora: Prof. Cleuber Eduardo do Nascimento Silva  
 Nome: \_\_\_\_\_ Data: \_\_\_/\_\_\_/\_\_\_

## Transformação geométrica Rotação no Plano Cartesiano

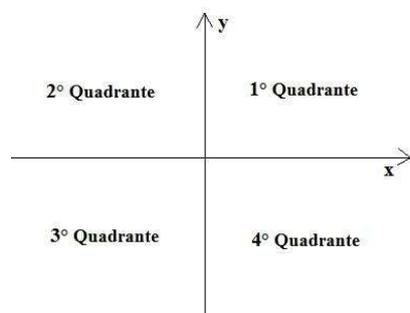
### INTRODUÇÃO

Retomando alguns conceitos importantes para o desenvolvimento das atividades.

- Plano Cartesiano e Coordenadas no Plano

A linha vertical é chamada de eixo das ordenadas ( $y$ ). Já a linha horizontal é chamada de eixo das abscissas ( $x$ ). Com a intersecção dessas linhas temos a formação de 4 quadrantes:

É importante notar que no plano cartesiano os números podem ser positivos ou negativos.



Ou seja, os números positivos vão para cima ou para a direita, dependendo do eixo ( $x$  ou  $y$ ). Já os números negativos, vão para a esquerda ou para baixo.

1.º quadrante: os números sempre serão positivos:  $x > 0$  e  $y > 0$ .

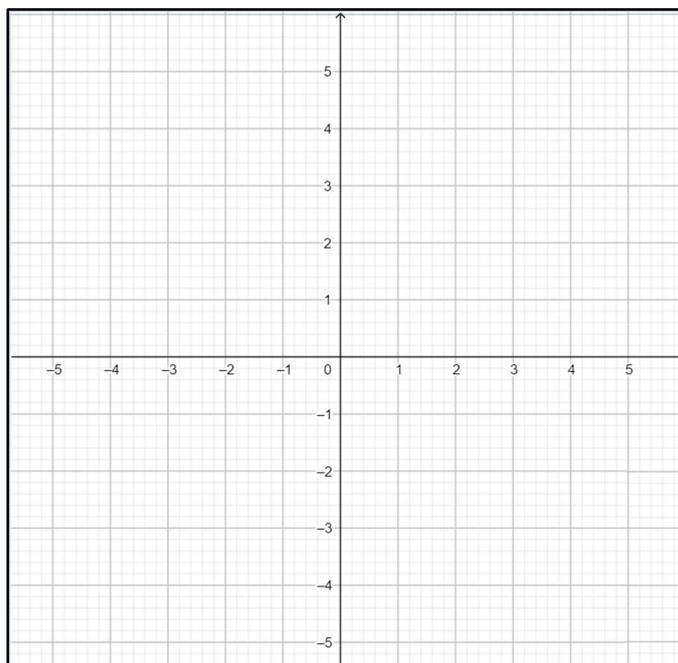
2.º quadrante: os números são negativos ou positivos:  $x < 0$  e  $y > 0$ .

3.º quadrante: os números são sempre negativos:  $x < 0$  e  $y < 0$ .

4.º quadrante: os números podem ser positivos ou negativos:  $x > 0$  e  $y < 0$ .

As coordenadas cartesianas são representadas por dois números racionais entre parênteses, os quais são chamados de elementos:

$A=(4, 7)$ ;  $B=(8, -9)$ ;  $C=(-2, 2)$ ;  $D=(-5, -4)$ ;  $E=(5, 3)$



### ***Plano Cartesiano (Atividade 1)***

Esses elementos formam um “par ordenado”. O primeiro elemento corresponde ao eixo das abscissas ( $x$ ). Já o segundo elemento corresponde ao eixo das ordenadas ( $y$ ).

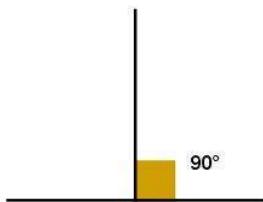
Note que o ponto em que os eixos se encontram é chamado de “origem” e corresponde ao par ordenado  $(0, 0)$ .

- Noção de ângulo

Chama-se ângulo a região entre duas semirretas que partem de uma **mesma origem**. Podemos dizer, ainda que um ângulo é a medida da abertura de duas semirretas que partem da mesma origem.

Os ângulos podem ser classificados de acordo com a sua medida. Para realizarmos nossa atividade iremos utilizar os ângulos a seguir:

Ângulo reto: ângulo com medida igual a  $90^\circ$ .



Ângulo raso: ângulo com medida igual a  $0^\circ$  ou  $180^\circ$ .



- Sentido de Rotação



O sentido de rotação é denotado através do sinal do ângulo. Se o ângulo for positivo, o sentido de rotação será anti-horário. Mas se o ângulo for negativo, dizemos que o sentido de rotação é o sentido horário.

- Centro de Rotação

O centro de rotação é essencial para realizarmos o movimento de rotação de uma figura no plano. Ele determina o vértice referencial para formação do ângulo que iremos rotacionar uma figura.

O centro de rotação poderá estar externo à figura, em seu vértice, ou em pontos internos.

## EXERCÍCIOS

1. No plano cartesiano disponibilizado na apostila, marque com caneta os seguintes pontos:  $A=(3,2)$ ,  $B=(-2,4)$ ,  $C=(-1,-2)$  e  $D=(2,-3)$ .
2. Utilizando o Geoplano entregue, marque os pontos  $C=(0, 0)$ , com o pino branco e  $A=(3, 2)$ , com o pino preto.
  - a. Agora, com o auxílio do demarcador de ângulo e um barbante, realize a rotação do ponto A no sentido anti-horário em  $90^\circ$ , tendo como centro de

rotação o ponto C. Anote aqui a coordenado no ponto A rotacionado e em qual quadrante ele ficou:  $A' 90^\circ =$  \_\_\_\_\_. Quadrante: \_\_\_\_\_.

- b. Retorne ao ponto A e rotacione o mesmo no sentido anti-horário em  $180^\circ$ , tendo como centro de rotação o ponto C e em qual quadrante ele ficou. Anote aqui a coordenado no ponto A rotacionado:  $A' 180^\circ =$  \_\_\_\_\_. Quadrante: \_\_\_\_\_.
- c. Retorne novamente ao ponto A e rotacione o mesmo no sentido anti-horário em  $270^\circ$ , tendo como centro de rotação o ponto C. Anote aqui a coordenado no ponto A rotacionado e em qual quadrante ele ficou:  $A' 270^\circ =$  \_\_\_\_\_. Quadrante: \_\_\_\_\_.

3. Agora, vamos marcar novos pontos no Geoplano. Marquem os vértices de um triângulo com as seguintes coordenadas:  $A=(2, 1)$  pino Azul;  $P=(2, 4)$  pino Preto;  $V=(5, 1)$  pino Vermelho. Marcaremos também o ponto C  $(0, 0)$  pino Branco, que será o centro de rotação.

- a. Ligue os vértices usando os elásticos coloridos da seguinte maneira: AP = elástico Azul; PV = elástico Preto; VA = elástico Azul.
- b. Rotacione o triângulo APV em  $-90^\circ$ , usando como centro de rotação o ponto C.
- c. Ligue os pontos do triângulo rotacionado com os elásticos coloridos respeitando a mesma regra do item a.
- d. Informe aqui as coordenadas dos vértices do triângulo rotacionado e em qual quadrante eles ficaram:  $A'$  \_\_\_\_\_;  $P'$  \_\_\_\_\_;  $V'$  \_\_\_\_\_. Quadrante: \_\_\_\_\_.
- e. Com o auxílio do barbante, compare as medidas dos lados do triângulo original, e o triângulo rotacionado e descreva o que você percebeu com esta atividade neste sentido.

---



---



---



---

4. Iremos propor agora um desafio, onde trouxemos uma caixa mágica com um cadeado de segredo com 3 números. O primeiro número, é o valor de y do ponto  $A'$  rotacionado em  $90^\circ$  da primeira atividade realizada no Geoplano. O segundo número, é o valor de x do vértice  $V'$  do triângulo rotacionado em  $-90^\circ$ . E o terceiro número se refere ao quadrante em que o triângulo rotacionado em  $-90^\circ$  ficou localizado.

