

# **RELATÓRIO DO LEAMAT**

## **O NÚMERO $\pi$ : ORIGEM E APLICAÇÕES**

**ENSINO E APRENDIZAGEM DE GEOMETRIA**

**ANA CAROLINA PEREIRA BRAZ  
ANA LÍVIA PEREIRA DE AZEREDO  
ANDREYA LUIZA BATISTA DA SILVA  
PAULO RENATO DA SILVA CHAVES  
THAYS APARECIDA PEIXOTO DOS SANTOS**

**CAMPOS DOS GOYTACAZES - RJ  
2022.1**

ANA CAROLINA PEREIRA BRAZ  
ANA LÍVIA PEREIRA DE AZEREDO  
ANDREYA LUIZA BATISTA DA SILVA  
PAULO RENATO DA SILVA CHAVES  
THAYS APARECIDA PEIXOTO DOS SANTOS

# RELATÓRIO DO LEAMAT

## O NÚMERO $\pi$ : ORIGEM E APLICAÇÕES

ENSINO E APRENDIZAGEM DE GEOMETRIA

Trabalho apresentado ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense, *Campus* Campos Centro, como requisito parcial para conclusão da disciplina Laboratório de Ensino e Aprendizagem de Matemática do Curso de Licenciatura em Matemática.

Orientadora: Prof<sup>a</sup>. Dr<sup>a</sup>. Mylane dos Santos Barreto

## SUMÁRIO

<b>1 RELATÓRIO DO LEAMAT I</b>	<b>3</b>
1.1 Atividades desenvolvidas	3
1.2 Elaboração da sequência didática	6
1.2.1 Tema	6
1.2.2 Justificativa	6
1.2.3 Objetivo Geral	10
1.2.4 Público-alvo	10
<b>2 RELATÓRIO DO LEAMAT II</b>	<b>11</b>
2.1 Atividades desenvolvidas	11
2.2 Elaboração da sequência didática	11
2.2.1 Planejamento da sequência didática	11
2.2.2 Aplicação da sequência didática na turma do LEAMAT II	16
<b>3 RELATÓRIO DO LEAMAT III</b>	<b>22</b>
3.1 Atividades desenvolvidas	22
3.2 Elaboração da sequência didática	22
3.2.1 Versão final da sequência didática	22
<b>4 CONSIDERAÇÕES FINAIS</b>	<b>28</b>
<b>REFERÊNCIAS</b>	<b>29</b>
<b>APÊNDICES</b>	<b>31</b>
Apêndice A: Slides utilizados na sequência didática	32
Apêndice B: Roteiro História em Quadrinhos	50
Apêndice C: Tabela	54
Apêndice D: Material auxiliar (QUIZ)	56
Apêndice E: E-book publicado com a versão final da sequência didática	58

## 1 RELATÓRIO DO LEAMAT I

### 1.1 Atividades desenvolvidas

No primeiro encontro, 23 de agosto de 2021, ocorreu a apresentação da disciplina Laboratório de Ensino e Aprendizagem de Matemática (LEAMAT) com a orientadora Poliana Rodrigues nas duas linhas de pesquisa, Ensino e Aprendizagem de Álgebra e de Geometria. Foi exemplificado alguns textos que serão trabalhados, bem como os fichamentos semanalmente e suas discussões. Compreendendo que seja a primeira turma do componente curricular para elaborar uma sequência didática de forma remota e percebendo as limitações, a turma em grande parte estava muito entusiasmada e motivada para fazer a sequência. Houve discussões satisfatórias de muitos alunos, contribuindo para a aula.

No dia 24 de agosto de 2021, a orientadora Poliana Rodrigues continuou com as ilustrações das disciplinas, com isso contou com a participação da aluna Thaina que já havia concluído a disciplina, e estava presente para contar para os alunos como foi a experiência dela, seu trabalho gradativo na linha de Álgebra e para esclarecer algumas dúvidas dos alunos. Não estava no planejamento da aula, porém Thaina também mostrou seu trabalho na linha de Geometria. O trabalho de Thaina ficou a disposição na plataforma, Google Classroom, para acesso de todos e para sanar as dúvidas dos alunos.

No dia 31 de agosto de 2021, foi destinado para discutir o texto “Ensino de Geometria: Rumos da Pesquisa (1991-2011)” das autoras Sena e Dorneles (2013). O texto remete a falta de importância que a disciplina de geometria possui por não ser solicitada para uma instituição secundária, tendo que não era obrigatória, e além disso, ainda aponta que havia despreparo por parte dos professores. Sena e Dorneles (2013) expõe as grandes dificuldades que os professores tinham, pela falta de formação continuada, com isso acarreta em lacunas que serão transpassadas para seus alunos. Muitas vezes os professores buscam por deixar o conteúdo para o último semestre, a fim de apresentá-los caso haja tempo.

No dia 07 de setembro de 2021, não houve encontro síncrono, contudo Poliana disponibilizou dois textos para serem discutidos na semana posterior, os textos são “O modelo de Van Hiele de desenvolvimento do pensamento geométrico” do autor Crowley (1994) e o “O modelo de desenvolvimento do pensamento geométrico de

Van Hiele e possíveis contribuições da geometria dinâmica" dos autores Alves e Sampaio (2010).

No dia 14 de setembro de 2021, foi destinado para discussão de dois textos, que são "O modelo de Van Hiele de desenvolvimento do pensamento geométrico" do autor Crowley (1994) e o "O modelo de desenvolvimento do pensamento geométrico de Van Hiele e possíveis contribuições da geometria dinâmica" dos autores Alves e Sampaio (2010). No texto de Crowley (1994) apresenta as cinco fases da aprendizagem, cuja cada uma delas é apresentada com exemplificação, dedução e caracterização de forma detalhada. Com isso o texto possui algumas considerações complementares com o próximo texto.

Já o texto dos autores Alves e Sampaio (2010) retratam de maneira geral os modelos do Van Hiele em comparação com o texto de Crowley (1994), porém de maneira que ambos os textos se completam. No texto de Crowley (1994) são encontrados relatos e estudos com estatísticas dos níveis de aprendizagem, o texto apresenta algumas características gerais dos modelos, as quais remetem a passagem de um nível para o outro, que pode acontecer de forma gradativa ou não. Alunos da mesma sala podem estar em diferentes níveis de aprendizagem e cada aluno tem seu próprio tempo para alcançar níveis superiores, visto que não é fixo, porque cada aluno possui um pensamento.

No dia 21 de setembro de 2021, o grupo 1 apresentou o seminário sobre os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) referente aos anos finais do ensino fundamental relacionado ao ensino de geometria, no qual foi abordado sobre o que é o PCN, qual sua finalidade, seus objetivos, seus conteúdos abordados e entre outros. Já o grupo 3, ficou responsável por apresentar o seminário sobre a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) referente aos anos finais do ensino fundamental, mostrando a importância do papel do professor, do aluno, as competências e habilidades, com foco em geometria. Após o término, a turma fez algumas considerações e a orientadora Poliana completou com o aprofundamento do tema juntamente com a turma.

No dia 28 de setembro de 2021, o grupo 2 ficou destinado para a apresentação do seminário sobre os PCN do ensino médio referente ao ensino de geometria, com isso foi apresentado pelo grupo o papel do professor, do aluno, competências, habilidades e entre outras, a turma completou com algumas considerações. No mesmo dia foi apresentado pelo grupo 4 o seminário sobre a BNCC do ensino médio

no ensino de geometria, o grupo primeiramente relata o que é a BNCC, suas finalidades e as competências da matemática, o grupo realizou grandes contribuições. A BNCC é um grande norteador para os professores, pois contribui significativamente para a construção da identidade docente. A turma concluiu a aula com reflexões abrangentes sobre o tema.

No mesmo dia ficou destinado para discussão do texto "Por que não ensinar geometria?" do autor Lorenzato (1995), porém pela falta de tempo Poliana não conseguiu fazer suas considerações. Contudo o texto relata as dificuldades que os professores enfrentam, pois muitos não possuem o preparo suficiente para o ensino, a matéria é aplicada sem relevância e sem contexto com o cotidiano do aluno. A geometria é de fundamental importância, pois desenvolve o pensamento geométrico ou o raciocínio visual que é utilizado no dia a dia da sociedade. O autor complementa que o pensamento geométrico deve ser ensinado desde os anos iniciais, ora com imagens e ora com objetos, pois pode representar o nível de raciocínio e compreensão do aluno, e desenvolver seu desenvolvimento espacial, entre outras habilidades.

A partir do dia 05 de outubro de 2021, foi destinado para cada grupo separadamente um tempo com a orientadora, Poliana Rodrigues, para discutir a elaboração do tema, do relatório e dos slides para a apresentação. Ao longo das elaborações a professora fez as devidas orientações e correções.

No dia 29 de novembro foi realizada a apresentação dos trabalhos na linha de pesquisa de Geometria junto a turma e as professoras orientadoras. Todos os grupos apresentaram temas interessantes e bem elaborados.

Para este trabalho foi feito um comentário pela professora Ana Paula Rangel, que nos fez refletir sobre a elaboração da sequência didática no LEAMAT II. O comentário feito refere-se a quantidade de demonstrações em torno do tema do trabalho, se há apenas um tipo ou mais, e como será aplicada para o público-alvo, alertando o nível de compreensão que a demonstração exige do aluno.

A avaliação qualitativa foi realizada no dia 13 de dezembro com um encontro entre as professoras orientadoras da linha de Álgebra e de Geometria e os integrantes de cada grupo.

## 1.2 Elaboração da sequência didática

### 1.2.1 Tema

Estudo do número  $\pi$ , a partir do seu surgimento, evidenciando sua importância e dedução.

### 1.2.2 Justificativa

Nossa motivação em estudar o número  $\pi$  foi por ele possuir muitas aplicações em situações do cotidiano. E de acordo com Machado (2013), apesar de o número  $\pi$  ser muito utilizado no dia a dia e ser muito importante para a Matemática, muitos professores não dão a devida atenção ao seu estudo. Silva (2015) comenta que até hoje pesquisas estão sendo conduzidas com objetivo de aprender mais sobre o número  $\pi$ , ele continua sendo um mistério para cientistas e fascina profissionais e amadores, que tentam descobrir mais sobre esse número.

Dentro do estudo da Geometria, o  $\pi$  (pi) foi escolhido pelos autores deste trabalho, devido a ausência de aprofundamento desse conteúdo nas aulas de Matemática, conforme Machado (2013) relata. Este trabalho tem como objetivo deduzir o valor do número  $\pi$ , além de abordar a importância da utilização desse número, sua história e aplicações.

De acordo com Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) (1998), muitos alunos possuem dificuldades em conteúdos matemáticos, devido à forma rotineira, mecânica e descontextualizada que o professor ensina os conteúdos. Desta forma a demonstração se faz pertinente na construção do conhecimento, Abril (2016) afirma que:

A importância da demonstração vai muito além de se estabelecer uma verdade matemática. Nesse sentido, uma demonstração tem valor não só porque comprova um resultado, mas também porque pode apresentar novos métodos, ferramentas, estratégias e conceitos que tenham uma aplicabilidade mais ampla em matemática e aponta novas direções matemáticas. As demonstrações são indispensáveis para a ampliação de conhecimento matemático; o simples ato de planejar uma prova contribui para o desenvolvimento da matemática. As demonstrações produzem novas visões matemáticas, novas ligações contextualizadas, e novos métodos para resolver problemas, dando a elas um valor muito além de comprovar a veracidade de proposições (ALMOULOU, FUSCO, 2006 apud ABRIL, 2016, p.32).

Segundo Abril (2016) o trabalho das demonstrações constitui uma via de mão dupla, que por um lado auxilia no desenvolvimento do raciocínio, que é a base para a resolução de problemas, não só na Matemática, mas em outras áreas e em contextos fora da realidade escolar. Por outro lado, o hábito de resolver problemas envolve o raciocínio lógico, não só no âmbito específico da Matemática, além de auxiliar no desenvolvimento de práticas argumentativas e de demonstrações.

As demonstrações matemáticas contribuem para uma formação mais sólida do raciocínio lógico-dedutivo e do pensamento matemático dos alunos. Segundo Boavida (2001) uma boa demonstração tem o intuito de convencer, explicar e faz avançar na compreensão de uma ideia, problema ou resultado matemático.

Historicamente, muitos matemáticos tentaram chegar à dedução do número  $\pi$ . Um deles foi Arquimedes, que utilizou o método de exaustão entre polígonos inscritos e circunscritos em uma circunferência. Desta maneira a história da Matemática contribui para o ensino significativo. Oliveira, Alves e Neves (2008) afirmam que:

A História da Matemática pode ser um instrumento muito eficaz no processo de Ensino-Aprendizagem de Matemática, uma vez que permite entender conceitos a partir de sua origem, considerando todas suas modificações ao longo da história. Com isso, facilita a compreensão para o aluno, como também desperta sua curiosidade para futuras pesquisas (OLIVEIRA, ALVES e NEVES, 2008, p. 4).

Portanto, segundo Oliveira, Alves e Neves (2008), a história da Matemática no ensino pode ser usada como uma ferramenta motivadora nas aulas de Matemática, com objetivo de proporcionar uma aprendizagem significativa daquilo que se almeja. Corroborando, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) (BRASIL, 1998) afirmam que é importante utilizar a história da Matemática para o processo de ensino e aprendizagem da Matemática.

Ao revelar a Matemática como uma criação humana, ao mostrar necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, ao estabelecer comparações entre os conceitos e processos matemáticos do passado e do presente, o professor cria condições para que o aluno desenvolva atitudes e valores mais favoráveis diante desse conhecimento. Além disso, conceitos abordados em conexão com sua história constituem veículos de informação cultural, sociológica e antropológica de grande valor formativo. A História da Matemática é, nesse sentido, um instrumento de resgate da própria identidade cultural (BRASIL, 1998, p.42).

A história da Matemática em muitas situações segundo os PCN (BRASIL, 1998, p.43) “[...] pode esclarecer idéias matemáticas que estão sendo construídas pelo aluno, especialmente para dar respostas a alguns porquês e, desse modo, contribuir para a constituição de um olhar mais crítico sobre os objetos de conhecimento”.

A utilização de conceitos sem uma justificativa ou definição, pode acarretar em dificuldades nos alunos. Segundo Machado (2013), no estudo do número  $\pi$ , uma parte desta dificuldade ocorre por conta das definições que os professores e livros didáticos usam: um número, um número irracional, ou uma razão. Essas definições podem limitar o conceito de  $\pi$  e ainda confundir o aluno. Outro fator que ocasiona a dificuldade no ensino do  $\pi$  é por seus conceitos não serem mais aprofundados em sala de aula, muitas vezes seu estudo se limita a utilização das fórmulas. Machado (2013) afirma que:

Por isso é importante que conheçamos variadas formas para trabalhar com esse número em sala de aula. Cabe a nós, educadores, pensarmos em estratégias e propostas didáticas que proporcionem aos estudantes uma compreensão mais significativa acerca do número  $\pi$  (MACHADO, 2013, p.10).

Como afirma Machado (2013), o cálculo de  $\pi$  é realizado tanto em conteúdos matemáticos, quanto em conteúdos relacionados a outras áreas de estudo, como por exemplo: eletricidade, mecânica, engenharia, entre outras. Dessa forma, o estudo do  $\pi$  é de fundamental importância para a aprendizagem dos alunos, visto que este conteúdo está relacionado a várias situações do cotidiano que envolvem simetria circular e esférica. De acordo com Vieira (2017, p.2), temos que o número  $\pi$  possui “importância histórica para o desenvolvimento da Matemática e da ciência em geral”, pois diversas situações da realidade e da Matemática estão associadas “às ideias de simetria circular e esférica”, podemos citar por exemplo o cálculo de áreas e de volumes de objetos circulares, as trajetórias dos corpos celestes no espaço, o estudo de campos eletromagnéticos, entre outros.

Segundo Silva (2015), o cálculo do valor de  $\pi$  possui muitas aplicações, não só na área da Matemática, mas também em outras áreas do conhecimento e em várias situações do cotidiano. Alguns exemplos de aplicação do  $\pi$  na Matemática, são: cálculo do comprimento de uma circunferência, área de um círculo e volume de uma esfera. Na área de estudo da física, exemplos de aplicações são: fórmulas

gravitacionais e eletromagnetismo. Na área de computação, é possível testar e classificar os computadores através da construção de algoritmos com uma expansão decimal maior. Também possui aplicações nos estudos de fenômenos, por exemplo, a órbita dos satélites, o trajeto das estrelas no céu, o movimento de engrenagens, o crescimento de uma colônia de bactérias, o espalhamento de uma colônia de cogumelos, entre outras.

Desde o surgimento das tecnologias, elas se tornaram um recurso a favor do professor em sala de aula. De rádios a computadores, todos podem e devem ser usados em prol da aprendizagem significativa do aluno. De acordo com o PCN (BRASIL, 1998) a utilização de tecnologias e principalmente dos softwares é uma experiência muito rica para o aluno. Contudo, o professor tem que saber usá-la, para que sua aula seja significativa e seus alunos a partir dela possam aprender e saber usar o conteúdo ensinado.

Segundo Gladcheff, Zuffi e Silva (2001) apud Pacheco e Barros (2013, p.6) “[...] o uso dos softwares pode ser um importante aliado no desenvolvimento cognitivo de cada aluno facilitando um trabalho que se adapta a distintos ritmos de aprendizagens e permite que os educandos aprendam com seus erros”. Portanto, a função dos softwares não resulta na substituição do professor, mas para o auxílio em atividades conjuntas que propicia aos alunos interagir com as tecnologias do mundo (Pacheco e Barros 2013).

A utilização de softwares auxilia no ensino de Geometria, além disso cabe aos professores estimular o pensamento geométrico dos alunos. Segundo Tomio, Silva e Lopes (2020), por meio das relações do dia a dia os estudantes têm a possibilidade de desenvolver o pensamento geométrico, por meio de observações, manipulações e análises, aprimorando seu olhar sobre as figuras geométricas. Assim, Tomio, Silva e Lopes (2020) afirmam que:

[...] o ensino de geometria deve também priorizar a discussão, a representação, a construção, a utilização de recursos didáticos para que o estudante possa manipular, desenhar, visualizar e, aos poucos, formar a imagem mental do objeto estudado para então abstrair e, à medida que seu nível de escolaridade aumenta, atingir “níveis mais generalizados desse conceito, conseguindo pensar abstratamente sobre ele, com todas as suas propriedades e características, sem precisar ter o objeto na sua presença” (SANTOS; NACARATO, 2014 apud TOMIO; SILVA; LOPES, 2020, p.184).

Pretende-se apresentar aos alunos uma nova maneira de estudar o número  $\pi$ , construindo junto a eles a noção de definição deste número, abordando a história do surgimento do  $\pi$ , suas aplicações no cotidiano e sua importância para as diversas áreas de conhecimento. Além disso, será proposta uma dedução para o valor de  $\pi$  por meio de softwares que irão auxiliar na visualização.

### **1.2.3 Objetivo Geral**

Proporcionar ao aluno um estudo histórico sobre o surgimento do número  $\pi$ , apresentando a dedução e as suas diversas aplicações.

### **1.2.4 Público-Alvo**

8º ano do Ensino Fundamental.

## **2 RELATÓRIO DO LEAMAT II**

### **2.1 Atividades desenvolvidas**

No dia 07 de fevereiro de 2022, a professora orientadora, apresentou o componente curricular: Laboratório de Ensino e Aprendizagem de Matemática II (LEAMAT II), bem como os objetivos para o semestre. Neste encontro, foram tiradas algumas dúvidas dos alunos em relação a como seria feita a sequência didática.

No dia 14 de fevereiro a professora estabeleceu um cronograma para a sequência. Ficou determinado que o grupo entregasse partes separadas do trabalho, para enfim depois unir tudo, pois assim poderíamos nos organizar melhor. Entre os dias 14 de fevereiro a 20 de abril o trabalho foi direcionado para a elaboração da sequência didática.

Entre os dias 25 de abril até 11 de maio ocorreram as aplicações das sequências didáticas na turma do LEAMAT II, com o objetivo de testá-las. Todos os grupos que apresentaram as sequências tinham temas interessantes. Mesmo com o desafio de uma aplicação remota, foram utilizados vários recursos e as aplicações ocorreram sem problemas.

Os dias seguintes foram destinados para correção dos relatórios. No dia 06 de junho ocorreu a entrega dos relatórios, e no dia 08 de junho ocorreu a avaliação final.

### **2.2 Elaboração da sequência didática**

Nesta seção serão apresentados o planejamento da sequência didática e a aplicação da sequência didática na turma do LEAMAT II.

#### **2.2.1 Planejamento da sequência didática**

A sequência didática será proposta para aplicação em turmas do 8º ano do Ensino Fundamental. A sequência está dividida em 5 etapas (Quadro 1):

Quadro 1 - Etapas da sequência didática

Etapas	Objetivo
Conceitos	Relembrar conceitos de: circunferência, círculo, comprimento, diâmetro e raio.
História em quadrinhos	Apresentar alguns pontos importantes da história do número do $\pi$ e sua evolução de maneira lúdica.
Importância e aplicação	Mostrar a importância do número $\pi$ e suas diversas aplicações.
Demonstração	Demonstrar o valor do número $\pi$ manipulando objetos e utilizar o Geogebra como apoio gráfico para visualização e melhor compreensão.
Quiz	Perguntas e respostas para verificar os conhecimentos dos alunos sobre o conteúdo abordado.

Fonte: Elaboração própria.

Esta sequência didática utiliza dois tipos de recursos didáticos, os tecnológicos e os concretos. Os recursos tecnológicos, são slides e softwares: Geogebra (plataforma online de matemática dinâmica, que junta Álgebra e Geometria), Mentimeter (plataforma online que permite criar apresentações interativas) e Wordwall (plataforma online projetada para a criação de atividades personalizadas). Os recursos concretos são objetos circulares, fita métrica, fita e régua.

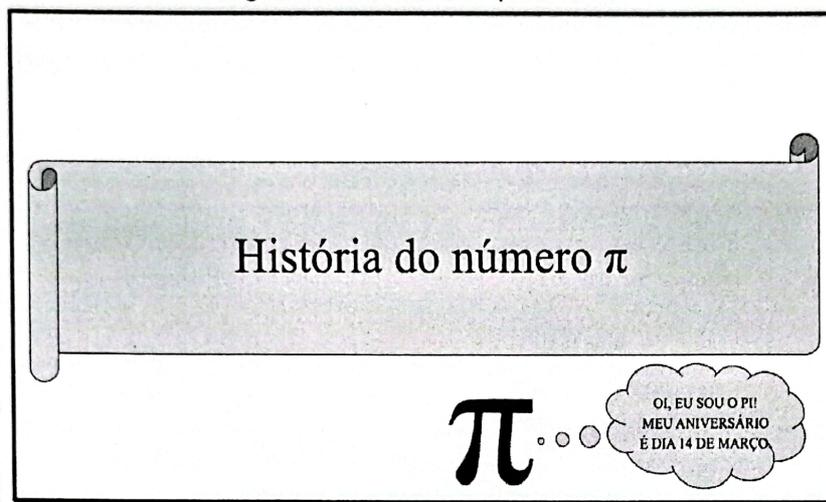
Na primeira etapa, utilizaremos o Mentimeter, que consiste em uma dinâmica conhecida como de "Brainstorming", "Nuvem de Palavras" ou "Explosão de Ideias", com o objetivo de avaliar os conhecimentos prévios dos alunos. Dessa forma iremos fazer a seguinte pergunta: "Quando falamos  $\pi$  (pi), o que vocês pensam?" e enviaremos um link pelo chat para que os alunos possam responder. De acordo com as respostas, elas irão aparecer em tempo real nos slides, as palavras mais recorrentes aparecerão maiores e as menos recorrentes menores.

A partir disso iremos questionar alguns pontos e faremos outras perguntas: "Você sabe o que é circunferência?", "O que é um círculo?", "O que é comprimento da circunferência?", "O que é um diâmetro de uma circunferência?", "E o que é o raio de uma circunferência?". Com isso, a cada pergunta aguardaremos as respostas dos

alunos, em seguida revisaremos os conceitos e corrigiremos possíveis erros, com o objetivo de retomar termos importantes que serão utilizados no decorrer da aula.

A segunda etapa consiste em falar sobre a história do número  $\pi$ , de forma a contextualizar o conteúdo abordado em sala de aula. Para contar sobre sua evolução durante os anos, usaremos uma história em quadrinhos (Apêndice B). O objetivo dessa etapa é falar de maneira lúdica sobre o surgimento do número  $\pi$  (Figura 1).

Figura 1 - História em quadrinhos



Fonte: Elaboração própria.

Em seguida, na terceira etapa, será falado sobre a importância do número  $\pi$  para a Matemática e para outras áreas do conhecimento - visto que esse número é bastante conhecido - com o objetivo de fazer o aluno entender que o cálculo desse número é utilizado em várias situações do cotidiano. Além disso, serão discutidos alguns exemplos de aplicações com este número, nas diversas situações do cotidiano e em diferentes áreas do conhecimento, com a finalidade de fazer o aluno compreender a relevância desse número.

Na quarta etapa, serão utilizados os materiais que deverão ser pedidos pelo mural do Google Sala de Aula alguns dias antes da aula, que são: barbante (fio dental, linha de crochê, entre outros), régua e objetos circulares de tamanhos variados (quaisquer objetos que possam ser utilizados para medição manual). Os alunos deverão utilizar barbante para medir o comprimento e o diâmetro da circunferência dos objetos, depois medir o comprimento do barbante utilizando a régua, com o objetivo de manipular os materiais concretos e deixar a aula mais prática. Após isso

será necessário anotar esses valores na tabela dada. Essa tabela tem o objetivo de auxiliar o entendimento dos alunos na demonstração (Tabela 1).

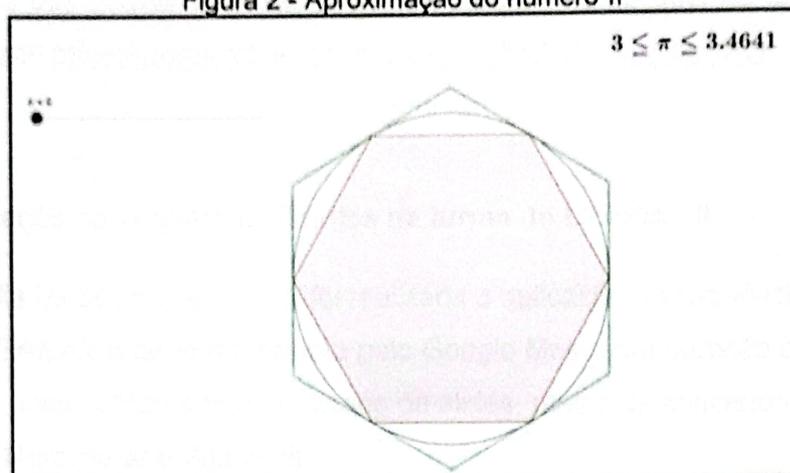
Tabela 1 - Medidas das circunferências

Tabela			
Objetos	Comprimento	Diâmetro	$\frac{C}{D}$

Fonte: Elaboração própria.

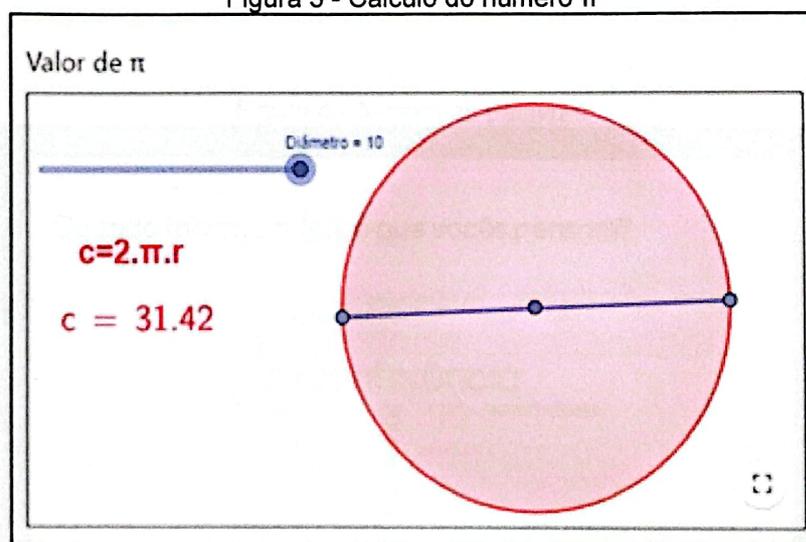
Pediremos aos alunos para dividir os valores encontrados por eles, ou seja, dividir o comprimento da circunferência pelo diâmetro. Os primeiros exemplos serão feitos com uma professora em formação para que os alunos possam entender o que se pede. Os demais exemplos que os alunos trouxerem, serão resolvidos pelos mesmos e corrigidos com o auxílio de uma professora em formação.

Depois, será utilizado o software Geogebra como apoio gráfico para uma melhor visualização do conceito com o objetivo de demonstrar o valor do número  $\pi$ . Iremos apresentar dois links, o primeiro (Figura 2) apresenta o método de exaustão proposto por Arquimedes, onde é dada uma circunferência com um polígono inscrito e outro polígono circunscrito a ela. Através do controle deslizante pode-se alterar o número de lados do polígono.

Figura 2 - Aproximação do número  $\pi$ 

Fonte: <https://www.geogebra.org/m/e3qR5eP9>.

Já o segundo (Figura 3) é sobre o cálculo do valor do número  $\pi$  onde é dada uma circunferência com as medidas de seu comprimento e diâmetro. Através do controle deslizante podemos alterar a medida do diâmetro e calcular o quociente entre comprimento e diâmetro para deduzir um valor aproximado de  $\pi$ .

Figura 3 - Cálculo do número  $\pi$ 

Fonte: <https://www.geogebra.org/m/xkphn2qc>.

Por fim, na última etapa será utilizado um quiz de perguntas e respostas através do site Wordwall, com o objetivo de verificar os conhecimentos adquiridos pelos alunos durante a aula. Todas as perguntas contidas no quiz estão relacionadas

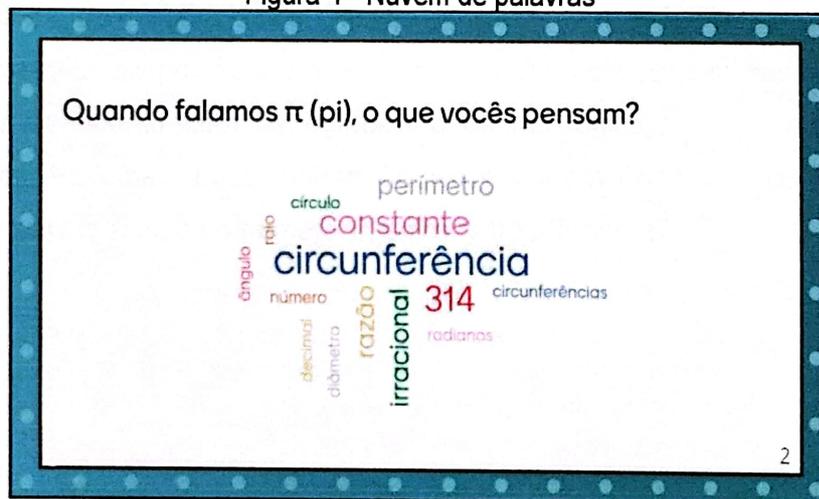
a cada uma das etapas da aula. Será colocado o link do quiz no chat, que está disponível em: <https://wordwall.net/pt/resource/31537226/quiz-do-π-pi>.

### 2.2.2 Aplicação da sequência didática na turma do LEAMAT II

No dia 09 de maio de 2022, foi realizada a aplicação da sequência didática na turma do LEAMAT II de forma remota pelo Google Meet com duração de 2 aulas de 50 minutos cada. Utilizamos os recursos de slides, materiais concretos e softwares: Geogebra, Mentimeter e Wordwall.

Iniciamos a sequência didática utilizando a técnica conhecida como “Brainstorming” ou “Nuvem de Palavras”, com a seguinte pergunta: “Quando falamos  $\pi$  (pi), o que vocês pensam?” e as palavras que os alunos colocaram foram: 314, circunferência, constante, razão, perímetro, círculo, raio, diâmetro, número, irracional, ângulo e radianos (Figura 4). Enquanto os alunos respondiam, as palavras apareciam no slide, as palavras com tamanho maior foram aquelas mais recorrentes e palavras menores tiveram menor frequência nas respostas.

Figura 4 - Nuvem de palavras

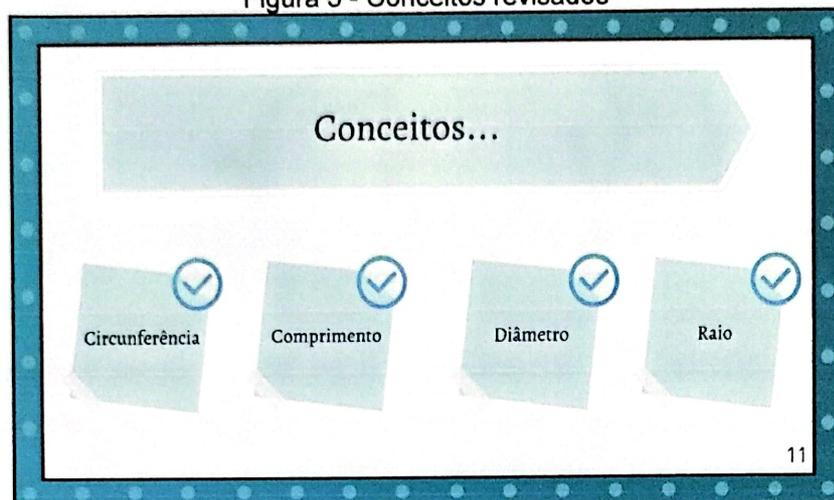


Fonte: Elaboração própria.

Em seguida perguntamos se os alunos sabiam o que é uma circunferência, todos sabiam e fizeram a comparação entre circunferência e círculo. Após essa discussão, as definições foram formalizadas.

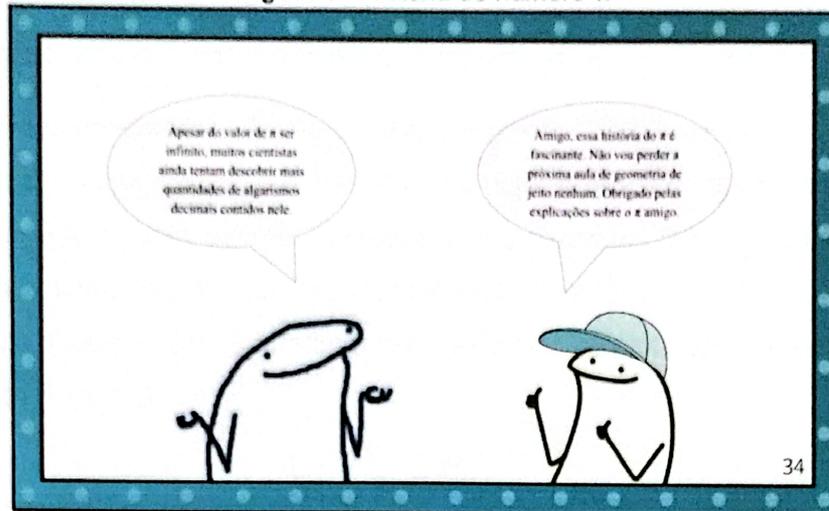
Logo após perguntamos o que significava o comprimento de uma circunferência, os alunos novamente souberam responder, outros conceitos foram indagados e todos foram respondidos sem haver dúvidas (Figura 5). A turma foi participativa, e os conceitos foram apenas revistos.

Figura 5 - Conceitos revisados



Fonte: Elaboração própria.

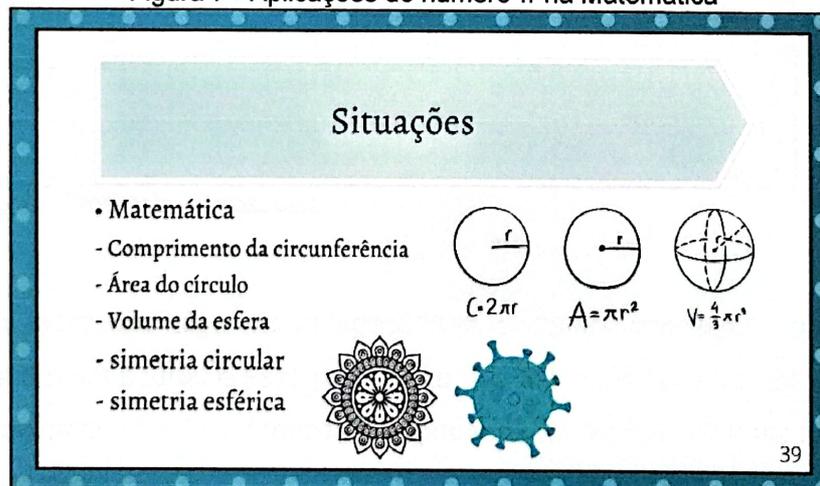
Logo após, utilizamos uma história em quadrinhos para contar sobre o surgimento e a evolução do número  $\pi$  ao longo dos anos, e a utilização desse número nos dias atuais, de maneira lúdica. Dessa forma, abordamos alguns pontos da história do número  $\pi$ , como por exemplo: o valor aproximado desse número; o valor do número  $\pi$  de acordo com os egípcios e os babilônios; o valor calculado por Arquimedes, Ptolomeu, Ludolph Van Ceulen e William Shanks; a contribuição da tecnologia para o estudo do número  $\pi$ ; entre outros (Figura 6).

Figura 6 - História do número  $\pi$ 

Fonte: Elaboração própria.

O próximo passo foi falar sobre a importância e as aplicações da constante matemática mais famosa da história, o número  $\pi$ . Começamos falando que esse número é tão famoso que tem até data comemorativa e perguntamos se os alunos sabiam que data era essa, eles nos responderam que sim e que se comemora no dia 14/03, a partir disso contamos algumas curiosidades sobre as comemorações.

Este número tem muita importância, não só para a Matemática, mas também para diversas áreas de conhecimento. Na Física o  $\pi$  é utilizado para o estudo dos fenômenos e nas fórmulas gravitacionais e eletromagnéticas (Figura 7).

Figura 7 - Aplicações do número  $\pi$  na Matemática

Fonte: Elaboração própria.

Posteriormente, pedimos aos alunos para elaborar uma tabela contendo os seguintes dados: objeto, comprimento (c), diâmetro (d) e  $\frac{C}{d}$ . Foram utilizados os materiais pedidos previamente: barbante, régua e objetos circulares. Dessa forma os alunos mediram o comprimento e o diâmetro dos objetos que tinham em casa e nos falaram quais objetos eles usaram. Tivemos como exemplo: tampa, desodorante, rolinho de fita e tampa de perfume. Fizemos as anotações dessas medidas na tabela, e calculamos a divisão entre o comprimento e o diâmetro de cada circunferência junto com os alunos (Figura 8).

Figura 8 - Tabela

Tabela			
Objetos	Comprimento	Diâmetro	$\frac{C}{D}$
Tampa	31 cm	10 cm	3,1 cm
Desodorante	14 cm	4,5 cm	3,111 cm
Rolinho de fita	18 cm	6 cm	3 cm
Tampa de perfume	13,5 cm	4,2 cm	3,2 cm

Fonte: Protocolo de pesquisa.

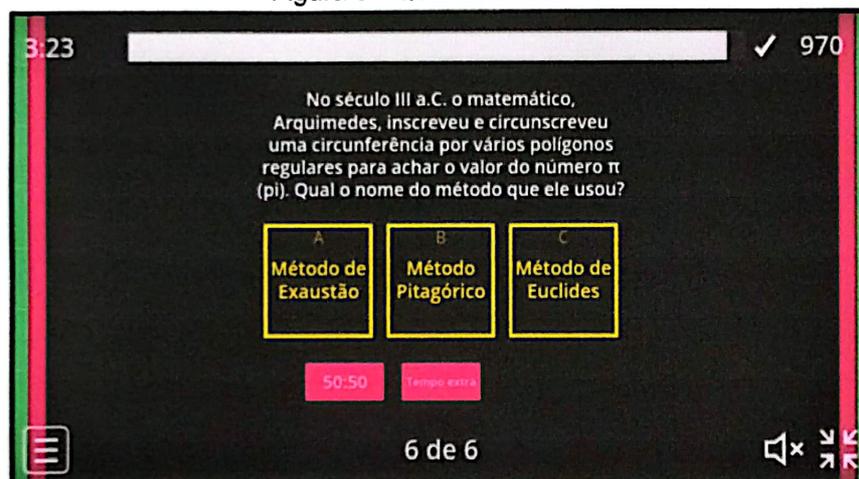
Foram realizadas algumas indagações e, portanto, concluímos que esses valores possuem um padrão e esse padrão é o número  $\pi$ . Através do uso da tabela os alunos “colocaram a mão na massa”, entendendo na prática uma das formas de determinar o número  $\pi$ .

Em seguida, utilizando o software Geogebra, foi demonstrado o valor do número  $\pi$  por dois meios: o primeiro foi o que mostramos anteriormente na tabela, o quociente entre comprimento e diâmetro de uma circunferência ( $\frac{C}{d}$ ) e o segundo pelo

método de exaustão elaborado por Arquimedes, onde são dados dois polígonos (um inscrito e outro circunscrito à uma circunferência). Para obter o valor aproximado do número  $\pi$ , basta calcular o perímetro dos polígonos circunscritos e inscritos na circunferência de raio 1. Arquimedes começou os cálculos com polígonos de seis lados (hexágono) e foi dobrando essa quantidade até chegar ao polígono de noventa e seis lados para achar a aproximação de  $\pi$ , posteriormente foi comprovado que quanto maior o número de lados dos polígonos circunscritos e inscritos, melhor será a aproximação do número  $\pi$ .

Por fim, utilizamos um quiz de perguntas e respostas, que apresentamos através do site Wordwall e disponibilizamos o link no chat para que cada aluno pudesse abrir e responder. Todos os alunos participaram, e foi possível verificar a aprendizagem adquirida por eles sobre o conteúdo abordado (Figura 9).

Figura 9 - Quiz do número  $\pi$



Fonte: Elaboração própria.

Segue abaixo a tabela de classificação do Quiz. Os alunos se divertiram em ver suas posições e pontuações no jogo (Figura 10).

Figura 10 - Tabela de classificação do Quiz

Tabela de classificação		
Posição	Nome	Pontuação
1o	Matheus de Barros	1088
2o	Ana Julia	843
3o	Isabela	836
4o	Juliana	823
5o	Amanda	819
6o	Julia	817
7o	Ellen	815
8o	r	741
9o	Tete	690
10o	NATHALIA	679

Fonte: Protocolo de pesquisa.

Após a aplicação da sequência didática na turma do LEAMAT II, foram sugeridas algumas alterações na sequência didática que serão realizadas no Laboratório de Ensino e Aprendizagem de Matemática III (LEAMAT III). As sugestões propostas estão descritas abaixo:

- Não falar desde o início que a divisão do comprimento de uma circunferência pelo diâmetro resulta em  $\pi$  (pi);
- Na história, seria interessante trazer o trecho bíblico que faz a referência ao número  $\pi$ ;
- Rever a pergunta: “Quem foi que descobriu o  $\pi$ ?”;
- Trocar o título da história em quadrinhos: em vez de “História do número  $\pi$ ”, alterar para “Curiosidades sobre o  $\pi$ ” ou “Curiosidades históricas sobre o  $\pi$ ”;
- Em aplicações, trocar “Situações” por “Aplicações”;
- Mostrar de que forma o  $\pi$  aparece na simetria circular e esférica;
- Na demonstração, utilizar objetos maiores, como por exemplo: pneu de uma bicicleta;
- Rever o título de demonstrações.

### **3 RELATÓRIO DO LEAMAT III**

#### **3.1 Atividades desenvolvidas**

No dia 11 de julho de 2022 a professora orientadora explicou como seria realizado o Laboratório de Ensino e Aprendizagem de Matemática III (LEAMAT III), além de questionar cada grupo sobre o que foi aplicado no decorrer do LEAMAT I e II, devido a troca de professora orientadora do LEAMAT II para o LEAMAT III. Com isto, foi necessário reler o texto e fazer algumas alterações no relatório.

No período do dia 25 de julho até 21 de outubro foi confeccionado o relatório do LEAMAT III, com base nas sugestões indicadas no LEAMAT II, e também o e-book elaborado a partir da sequência didática finalizada.

No período do dia 24 de outubro até 28 de outubro ficou destinado às apresentações finais dos grupos, onde cada grupo explicou a construção e a elaboração de toda a sequência didática.

No dia 31 de outubro foi realizada a avaliação final da disciplina.

#### **3.2 Elaboração da sequência didática**

Durante a aplicação da sequência didática na turma do LEAMAT II foram sugeridas algumas alterações. Aqui apresentaremos a versão final da sequência didática com as alterações sugeridas pelos participantes da aplicação e após uma nova leitura da sequência didática feita pela orientadora e pelos professores em formação. Tais alterações foram necessárias para adequar a sequência didática aos objetivos propostos e torná-la mais clara para os professores que irão aplicá-la.

##### **3.2.1 Versão final da sequência didática**

Esta sequência foi aplicada visando a modalidade de ensino remoto, porém pode ser utilizada em aulas presenciais. Para tal, serão abordadas algumas observações ao longo do texto.

A sequência didática é proposta para aplicação em turmas do 8º ano do Ensino Fundamental e está dividida em 5 etapas (Quadro 2):

Quadro 2 - Etapas da sequência didática

Etapas	Objetivo
Conceitos	Relembrar conceitos de: circunferência, círculo, comprimento, diâmetro e raio.
História em quadrinhos	Apresentar alguns pontos importantes da história do número do $\pi$ e sua evolução de maneira lúdica.
Importância e aplicação	Mostrar a importância do número $\pi$ e suas diversas aplicações.
Dedução	Deduzir o valor do número $\pi$ manipulando objetos e utilizar o Geogebra como apoio gráfico para visualização e melhor compreensão.
Quiz	Perguntas e respostas para verificar os conhecimentos dos alunos sobre o conteúdo abordado.

Fonte: Elaboração própria.

Esta sequência didática utiliza dois tipos de recursos didáticos: tecnológicos e concretos. Os recursos tecnológicos, são slides e softwares: Geogebra (plataforma online de matemática dinâmica, que junta Álgebra e Geometria), Mentimeter (plataforma online que permite criar apresentações interativas) e Wordwall (plataforma online projetada para a criação de atividades personalizadas). Os recursos concretos são objetos circulares, fita métrica, fita e régua.

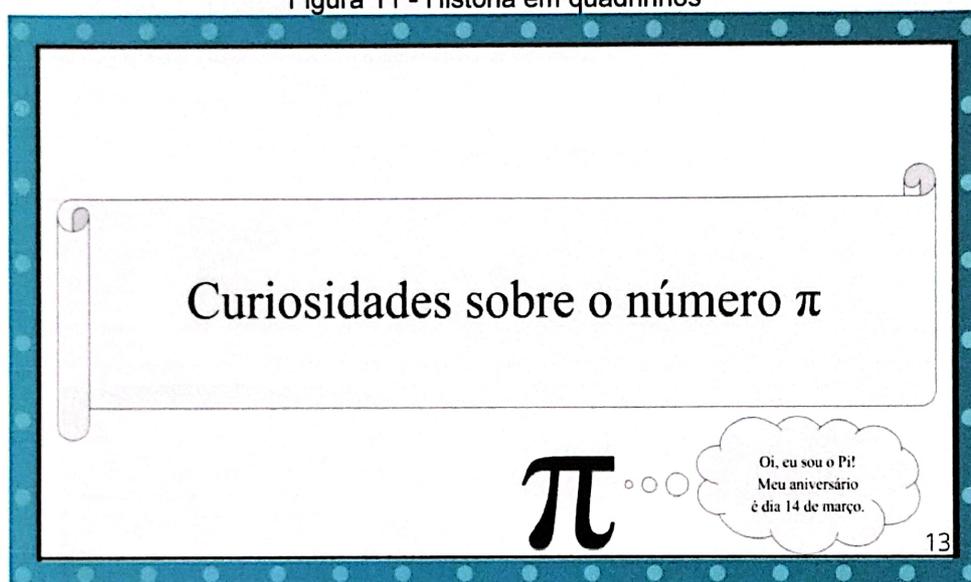
Na primeira etapa, deve ser utilizado o Mentimeter, que consiste em uma dinâmica conhecida como de “Brainstorming”, “Nuvem de Palavras” ou “Explosão de Ideias”. Assim, é possível avaliar os conhecimentos prévios dos alunos. Pergunte aos alunos: “Quando falamos  $\pi$  (pi), o que vocês pensam?” e envie um link por chat ou aplicativo para que os alunos possam responder. As respostas aparecem em tempo real nos slides. As palavras mais recorrentes em tamanho maior e as menos recorrentes menores. Além disso, o professor pode utilizar outros recursos como o quadro branco ou até mesmo desenvolver uma conversa com os alunos.

A partir daí, devem ser questionados pontos como: “Você sabe o que é circunferência?”, “O que é um círculo?”, “O que é comprimento da circunferência?”, “O que é um diâmetro de uma circunferência?”, “E o que é o raio de uma

circunferência?”. Com isso, analisando as respostas para cada pergunta os conceitos devem ser revisados para correção de possíveis erros. Assim será possível retomar termos importantes que foram utilizados no decorrer da aula. O professor pode levar para sala objetos que ilustrem a aula, como bambolê, fita crepe, caixa de pizza, entre outros.

A segunda etapa consiste em apresentar curiosidades sobre a história do número  $\pi$  de forma a contextualizar o conteúdo abordado em sala de aula. Para contar sobre sua evolução durante os anos, utilize uma história em quadrinhos (Apêndice B). O objetivo dessa etapa é falar de maneira lúdica sobre o surgimento do número  $\pi$  (Figura 11).

Figura 11 - História em quadrinhos



Fonte: Elaboração própria.

Em seguida, na terceira etapa, fale sobre a importância do número  $\pi$  para a Matemática e para outras áreas do conhecimento - visto que esse número é bastante conhecido - com o objetivo de fazer o aluno entender que o cálculo desse número é utilizado em várias situações do cotidiano. Além disso, discuta alguns exemplos de aplicações com este número, nas diversas situações do cotidiano e em diferentes áreas do conhecimento, com a finalidade de fazer o aluno compreender a relevância desse número. O professor poderá acrescentar ou retirar informações, se adequando a sua turma. É proveitoso que o professor escolha um dos exemplos citados que mais

se assemelhe a realidade de seus alunos e se aprofunde melhor, para que a aula se torne mais contextualizada para o aluno.

Na quarta etapa, utilize materiais que deverão ser pedidos pelo mural do Google Sala de Aula ou durante a aula presencial: barbante (fio dental, linha de crochê, entre outros), régua e objetos circulares de tamanhos variados (quaisquer objetos que possam ser utilizados para medição manual). Os alunos devem utilizar barbante para medir o comprimento e o diâmetro da circunferência dos objetos. Em seguida deverão medir o comprimento do barbante utilizando uma régua, com o objetivo de manipular os materiais concretos e deixar a aula mais dinâmica. Após isso será necessário anotar esses valores na tabela dada (Apêndice C). Essa tabela tem o objetivo de auxiliar o entendimento dos alunos na dedução (Tabela 2). É interessante que o professor faça manuseio dos objetos junto com a turma, caso algum aluno possa não ter compreendido a tarefa.

Tabela 2 - Medidas das circunferências

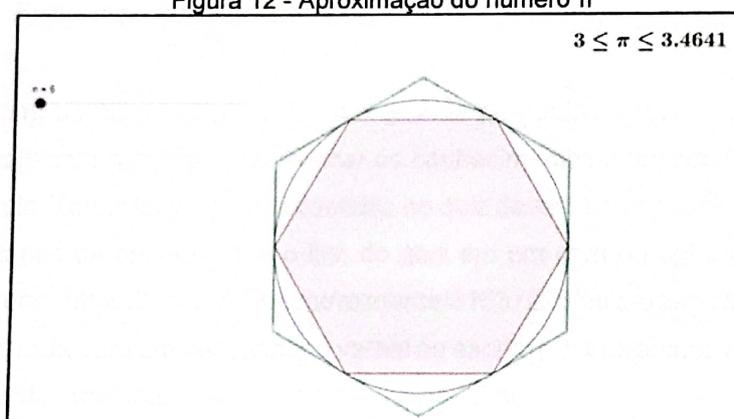
Tabela			
Objetos	Comprimento	Diâmetro	$\frac{C}{D}$

Fonte: Elaboração própria.

Solicite aos alunos que dividam os valores encontrados, ou seja, que dividam o comprimento da circunferência pelo diâmetro. Os primeiros exemplos devem ser realizados com um professor para que os alunos possam entender o que se pede. Os demais exemplos que os alunos trouxerem, devem ser resolvidos pelos mesmos e corrigidos com o auxílio do professor.

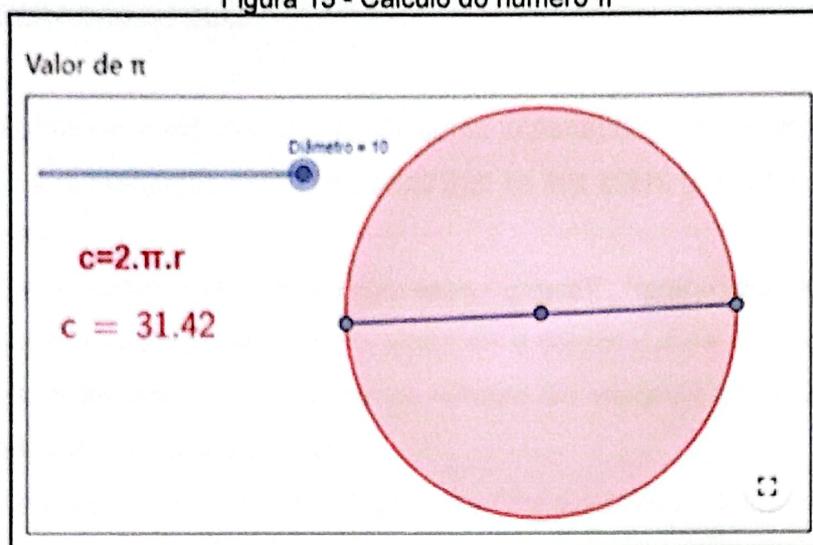
Em seguida utilize o software Geogebra como apoio gráfico para uma melhor visualização do valor do número  $\pi$ . Apresente dois links. O primeiro (Figura 12) indica o método de exaustão proposto por Arquimedes onde é dada uma circunferência com um polígono inscrito e outro polígono circunscrito a ela. Através do controle deslizante pode-se alterar o número de lados do polígono.

Figura 12 - Aproximação do número  $\pi$



Fonte: <https://www.geogebra.org/m/e3qR5eP9>.

O segundo link (Figura 13) apresenta o valor do número  $\pi$  por meio da divisão do comprimento e diâmetro de uma circunferência. Utilizando o controle deslizante é possível alterar a medida do diâmetro e calcular o quociente entre comprimento e diâmetro para deduzir um valor aproximado de  $\pi$ .

Figura 13 - Cálculo do número  $\pi$ 

Fonte: <https://www.geogebra.org/m/xkphn2qc>.

Por fim, na última etapa utilize um quiz de perguntas e respostas através do site Wordwall, com o objetivo de verificar os conhecimentos adquiridos pelos alunos durante a aula. Todas as perguntas contidas no quiz devem estar relacionadas a cada uma das etapas da aula. Indique o link do quiz em um chat ou aplicativo. Ele está disponível em: <https://wordwall.net/pt/resource/31537226/quiz-do-pi-pi>. Esta etapa pode ser alterada para um questionário verbal ou escrito para os alunos responderem, dependendo dos materiais disponíveis para o professor.

#### 4 CONSIDERAÇÕES FINAS

A realização deste trabalho foi de suma importância para os professores em formação e sua motivação partiu do pouco que se fala sobre o número  $\pi$  no Ensino Fundamental.

As perguntas do tipo “como surgiu esse número?”, “qual a história?”, “quais as curiosidades?” e “onde se aplica?” nos ajudaram a construir essa sequência didática. Nosso objetivo foi contar mais sobre esse número tão importante de um jeito que os alunos ainda não tinham visto antes.

A construção da sequência didática se deu a princípio com uma introdução sobre conceitos de circunferência, círculo, comprimento, diâmetro e raio, para sondar os conhecimentos prévios dos alunos sobre o conteúdo trabalhado e posteriormente ser aplicado na atividade da tabela. Foram apresentadas “Curiosidades sobre o número  $\pi$ ”, por meio de uma história em quadrinhos. Em seguida, foi descrita a importância e as aplicações do número  $\pi$  nas diversas áreas do conhecimento. Após isso, foi utilizada a tabela junto com os alunos para “Dedução do valor de  $\pi$ ” e para melhor visualização foram apresentados dois métodos utilizando o Geogebra. A sequência didática foi finalizada com um link de um quiz sobre o conteúdo que foi abordado para verificação da aprendizagem.

A aplicação ocorreu de forma remota para a turma do LEAMAT, utilizando slides, softwares (nuvem de palavras e quiz) e objetos concretos trazidos pelos alunos. O objetivo foi alcançado com sucesso, trazendo a importância de novos formatos de conhecimentos sobre o número  $\pi$  e do uso da tecnologia dentro da sala de aula. Um dos maiores desafios que o grupo enfrentou foi o de planejar a sequência didática totalmente para o ensino remoto. Outro desafio foi a falta de artigos que ajudassem a ter o embasamento teórico do conteúdo, priorizando a criatividade e inovação, além da adaptação para que o futuro professor possa usá-la no ensino presencial. É sugerido para pesquisas futuras, materiais didáticos que permitam trabalhar o número  $\pi$  concretamente, trabalhando também as aplicações deste número em um paralelo entre a Física e a Matemática.

## REFERÊNCIAS

- ABRIL, R.H. **Demonstração de fórmulas matemáticas no Ensino Médio**. 2016. Dissertação (Mestrado em Matemática) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Curitiba, 2016. Disponível em: <http://repositorio.utfpr.edu.br/jspui/handle/1/1700>. Acesso em: 05 out. 2021.
- ALVES, G.S.; SAMPAIO, F.F. O modelo de desenvolvimento do pensamento geométrico de Van Hiele e possíveis contribuições da geometria dinâmica. **Revista de Sistemas de Informação da FSMA**, Rio de Janeiro, n.5, pp.69-76, 2010. Disponível em: <http://www.fsma.edu.br/si/sistemas.html>. Acesso em: 08 set. 2021.
- ANGELO, M.S.; SANTOS, M.F.M.; BARBOSA, R.S.J. O ensino de geometria no Brasil: uma abordagem histórica. In: EDUCON, 14., 2020, São Cristóvão. **Anais [...]**. Sergipe: UFS, 24-25 de setembro de 2020. p.1-12. Disponível em: <https://www.coloquioeduccon.com/>. Acesso em: 15 set. 2021.
- BOAVIDA, A.M. Um olhar sobre o ensino da demonstração em matemática. **Educação e Matemática**. Portugal: ESE de Setúbal, n.63, 2001, p.11-15. Disponível em: <https://em.apm.pt/index.php/em/article/view/1006/1049>. Acesso em: 9 out. 2021.
- BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Matemática. Brasília: MEC/SEF, 2018. Disponível em: [http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC\\_EI\\_EF\\_110518\\_versaofinal\\_siste.pdf](http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_siste.pdf). Acesso em: 28 set. 2021
- BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Brasília: MEC/SEF, 1998. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/busca-geral/195-secretarias-112877938/seb-educacao-basica-2007048997/12657-parametros-curriculares-nacionais-5o-a-8o-series>. Acesso em: 28 set. 2021.
- BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Ciências da Natureza e Matemática e suas tecnologias**. Brasília: MEC/SEF, 2000. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/ciencian.pdf>. Acesso em: 28 set. 2021.
- CROWLEY, M.L. O modelo Van Hiele de desenvolvimento do pensamento geométrico. In: LINDQUIST, M.M.; SHULTE, A.P. **Aprendendo e ensinando geometria**. São Paulo: Atual, 1994. cap.1, p.1-20.
- DORNELES, B.V.; SENA, R.M. Ensino de Geometria: Rumos da Pesquisa (1991-2011). **REVEMAT**, Florianópolis (SC), v.08, n.1, p.138-155, 2013, ISSN 1981-1322. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.5007/1981-1322.2013v8n1p138>. Acesso em: 28 ago. 2021.
- LORENZATO, S. Por que não ensinar geometria? In: **A Educação Matemática em Revista**. Blumenau: SBEM, 3, n.4, 1995, p. 3-13. Disponível em:

<http://sbem.iuri0094.hospedagemdesites.ws/revista/index.php/emr/article/view/1311>.  
Acesso em: 22 set. 2021.

MACHADO, D. **Propostas didáticas para o ensino do número  $\pi$** . 2013. TCC (Licenciatura em Matemática) - Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2013. Disponível em:  
<https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/126609>. Acesso em: 15 out. 2021.

OLIVEIRA, J.S.B.; ALVES, A.X.; NEVES, S. S. M. **História da Matemática: Contribuições e descobertas para o ensino e aprendizagem de Matemática**. In: ENCONTRO REGIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2., 2009, Natal. II EREM, 2009. Disponível em: <https://docplayer.com.br/5142495-Historia-da-matematica-contribicoes-e-descobertas-para-o-ensino-aprendizagem-de-matematica.html>. Acesso em: 15 out. 2021

PACHECO, J. A. D.; BARROS, J. V. O Uso de Softwares Educativos no Ensino de Matemática. **Revista de Estudos Culturais e da Contemporaneidade**. n.º 8. 2013, Disponível em:  
[https://web.archive.org/web/20190104124154id\\_/http://www.revistadiálogos.com.br/Dialogos\\_8/Adson\\_Janaina.pdf](https://web.archive.org/web/20190104124154id_/http://www.revistadiálogos.com.br/Dialogos_8/Adson_Janaina.pdf). Acesso em: 04 nov. 2021.

SILVA, M.A. **A constante  $\pi$** . 2015. Dissertação (Mestrado em Matemática) - Universidade Federal Rural de Pernambuco, Recife, 2015. Disponível em:  
<http://www.tede2.ufrpe.br:8080/tede2/handle/tede2/6707>. Acesso em: 06 out. 2021.

TOMIO, T. L.; SILVA, V. C. DA; CAPOBIANCO LOPES, M. O desenvolvimento do "olhar" geométrico por meio do uso de materiais instrucionais e tecnologias digitais. **Teoria e Prática da Educação**, v. 23, n. 2, p. 183-201, 1 dez. 2020. Disponível em:  
<https://periodicos.uem.br/ojs/index.php/TeorPratEduc/article/view/53820/751375151340>. Acesso em: 05 nov. 2021.

VIEIRA, J.A.R. **O número  $\pi$ : seus encantamentos e aplicações ao longo do tempo**. 2017. Dissertação (Mestrado em Matemática) - Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, 2017. Disponível em:  
<http://tede.bc.uepb.edu.br/jspui/handle/tede/2770>. Acesso em: 06 out. 2021.

Campos dos Goytacazes (RJ), 31 de outubro de 2022.

Ana Carolina Pereira Braz  
 Ana Lívia Pereira de Aguiar  
 Anderson Guinã Baptista da Silva  
 Paulo Renato da Silva Araujo  
 Shay Copacabana Ribeiro dos Santos

# APÊNDICES

**Apêndice A: Slides utilizados na  
sequência didática**

$A = \pi r^2$

$C = 2\pi r$

$V = \frac{4}{3} \pi r^3$

$\pi \pi$

# Número $\pi$

Quando falamos  $\pi$  (pi), o que vocês pensam?

Link da nuvem de palavras:

<https://www.menti.com/2ee4s7is2w>

2

Acesse [www.menti.com](http://www.menti.com) e use o código 1190 6258

Quando falamos  $\pi$  (pi), o que vocês pensam?

circulo  
perimetro  
raio  
circunferência  
ângulo  
número  
diâmetro  
raizão  
irracional  
314  
radianos  
circunferências  
constante

3

### Conceitos...

Circunferência



Comprimento

Diâmetro

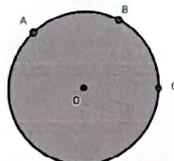
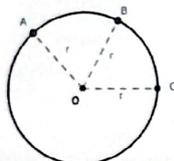
Raio

4

### Circunferência e círculo

A circunferência é um objeto circular, cujo os pontos da borda são equidistantes do ponto central.

$$OA=OB=OC=r$$



O círculo é a união da circunferência com sua área interna.

5

### Conceitos...

Circunferência



Comprimento



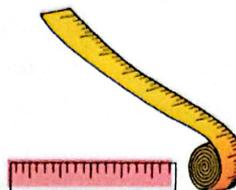
Diâmetro

Raio

6

## Comprimento

Tamanho ou medida da figura ou do objeto.



7

## Conceitos...

Circunferência

Comprimento

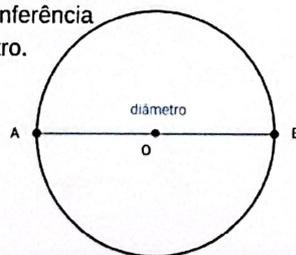
Diâmetro

Raio

8

## Diâmetro

Segmento de reta que toca uma circunferência em dois pontos e passa pelo seu centro.



9

Conceitos...

  
 Circunferência

  
 Comprimento

  
 Diâmetro

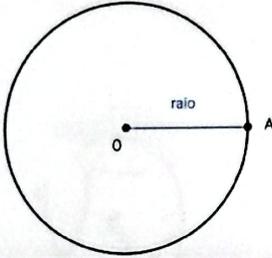
  
 Raio



10

Raio

Raio é a metade do diâmetro.



11

Conceitos...

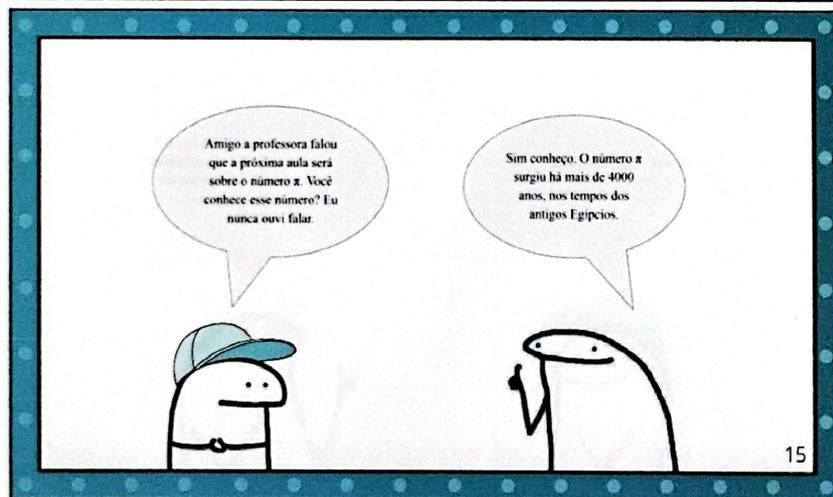
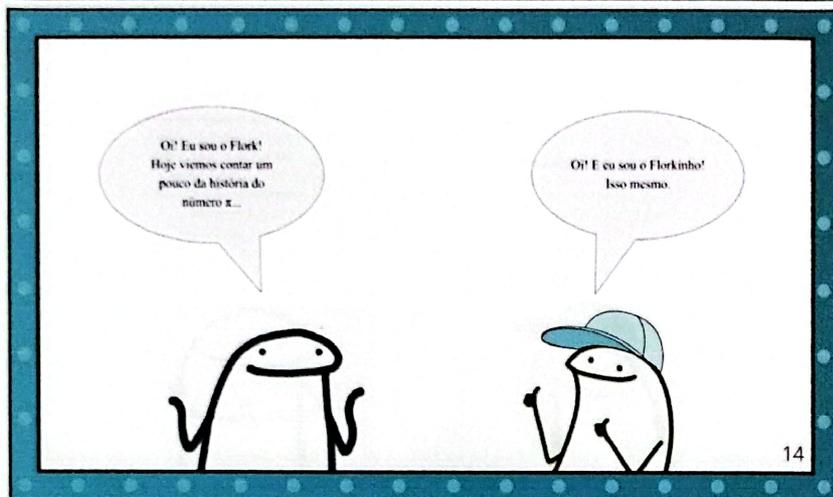
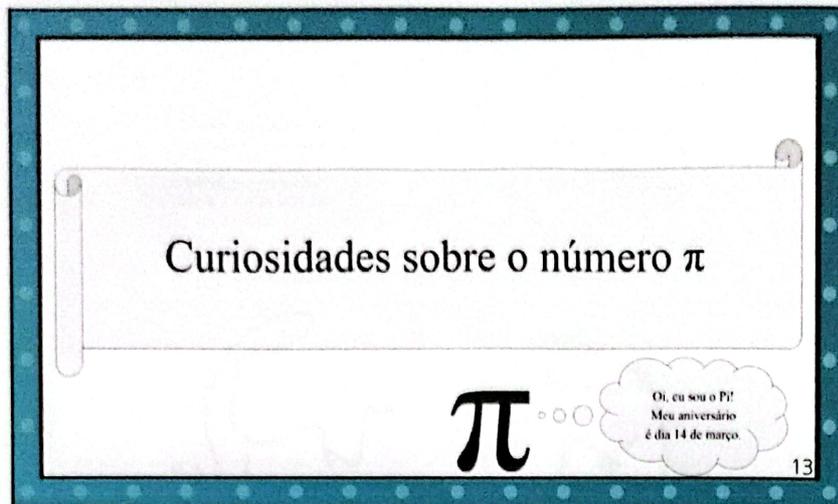
  
 Circunferência

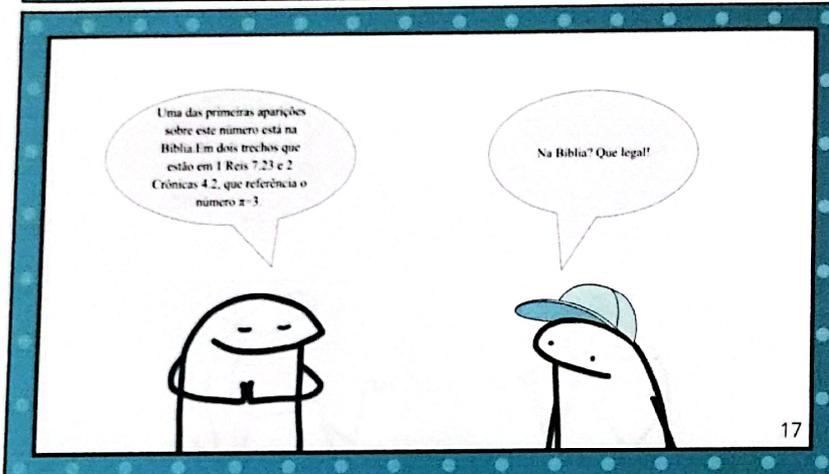
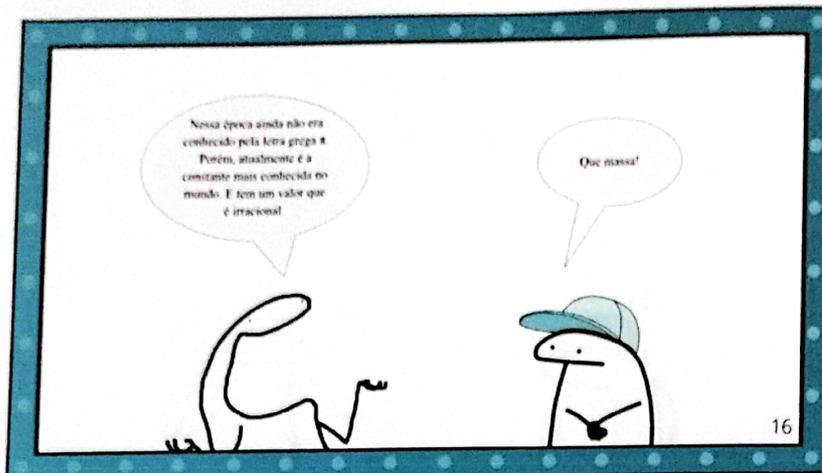
  
 Comprimento

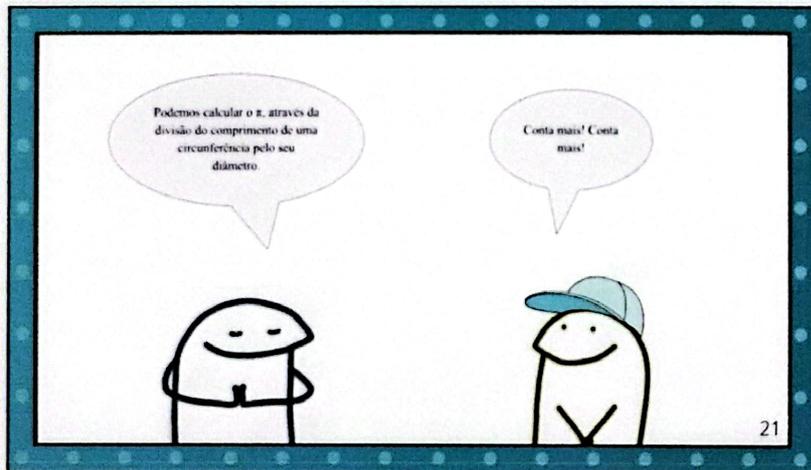
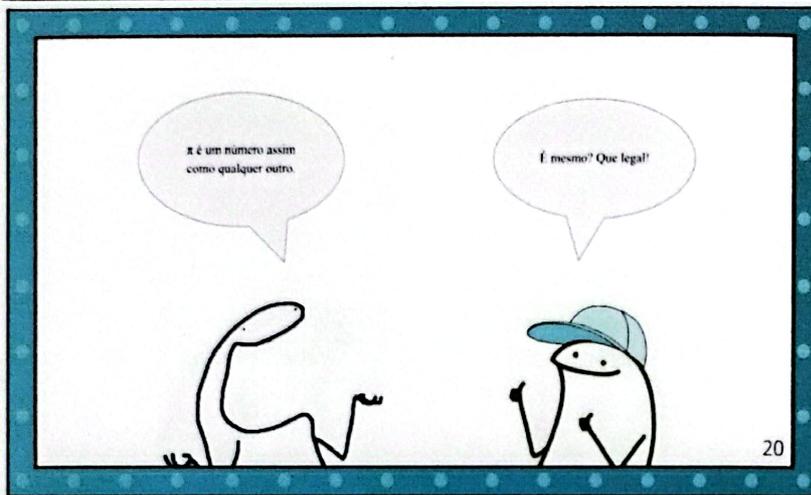
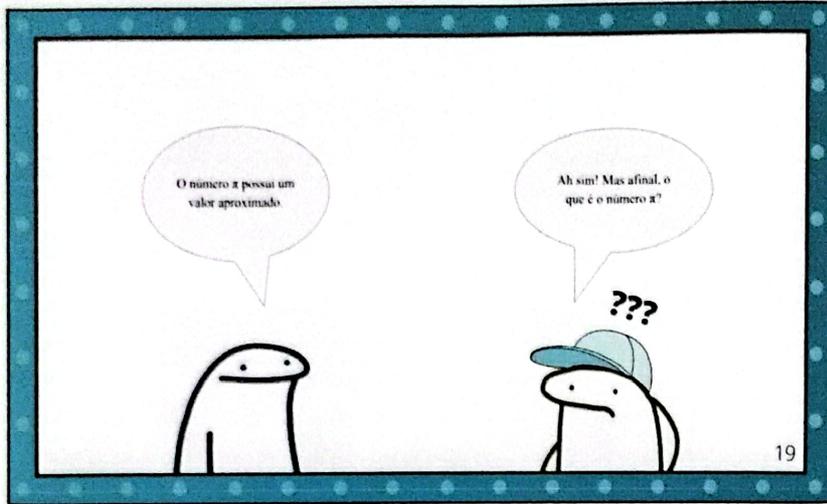
  
 Diâmetro

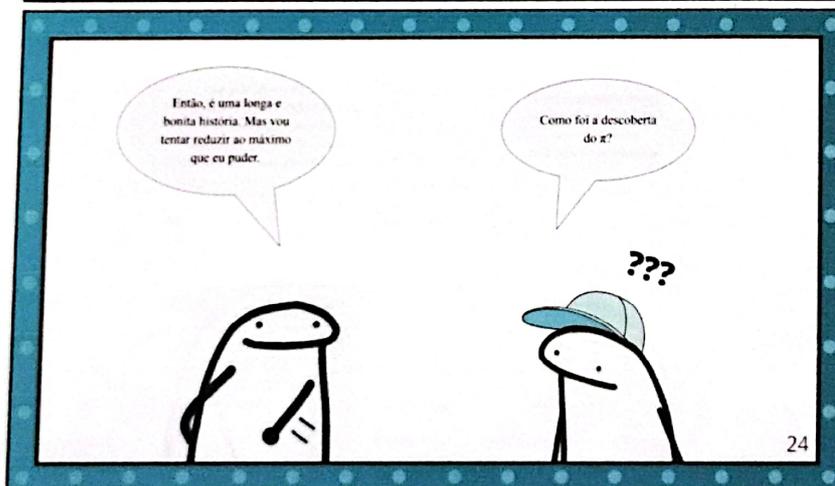
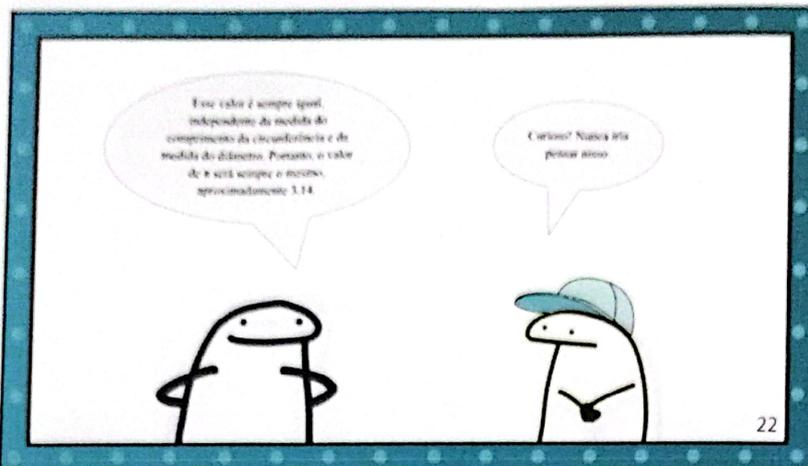
  
 Raio

12

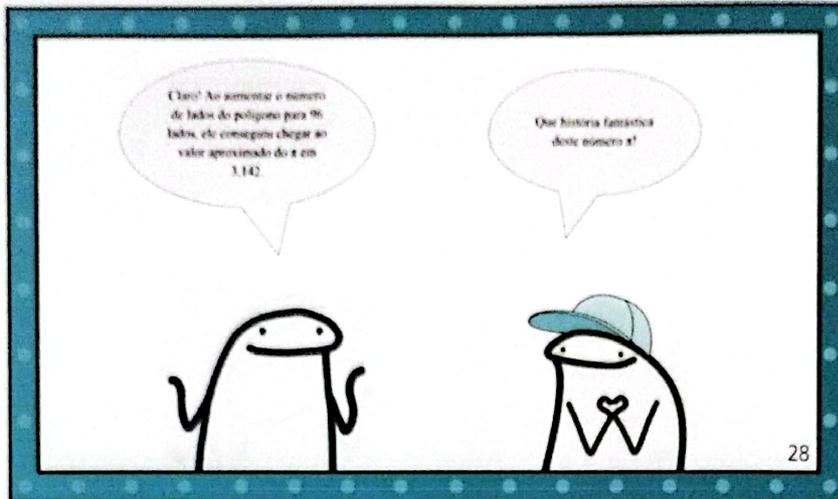




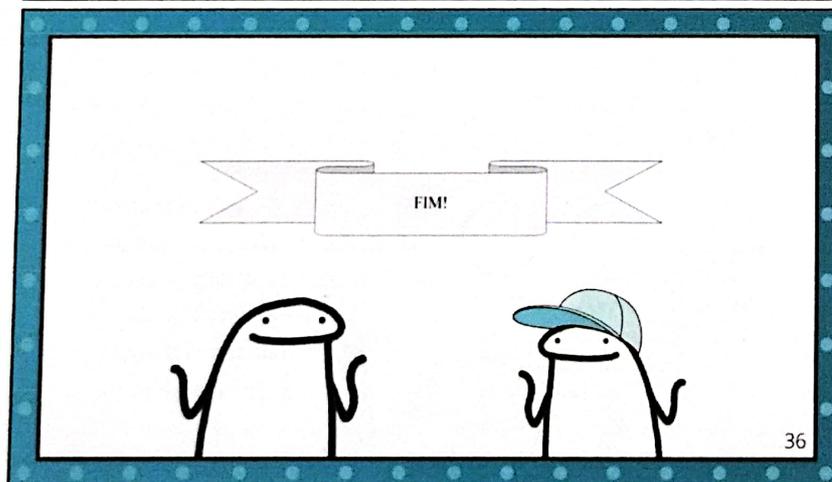
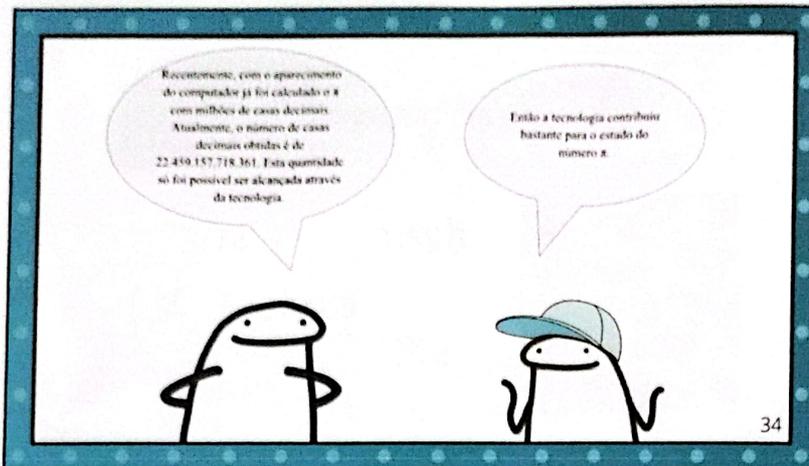












## Importância

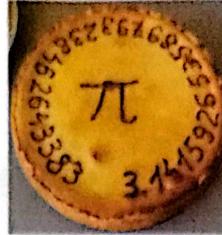


3/14

3,14159

1:59h

Pie



37

## Importância

- Matemática
- Outras áreas de conhecimento
- Situações do cotidiano

38

## Aplicações

- Matemática
- Comprimento da circunferência
- Área do círculo
- Volume da esfera
- simetria circular
- simetria esférica



$$C = 2\pi r$$



$$A = \pi r^2$$



$$V = \frac{4}{3}\pi r^3$$



39

Aplicações

- Física
- Estudos dos fenômenos
- Fórmulas gravitacionais
- Eletromagnetismo



40

Aplicações

- Tecnologia
- Funcionamento do GPS
- Celular



41

Aplicações

- Outros exemplos:
- Relógio de pêndulo



42

## Dedução do valor de $\pi$

43

### Tabela

Objetos	Comprimento	Diâmetro	$\frac{C}{D}$

44

### Deduções do valor de $\pi$

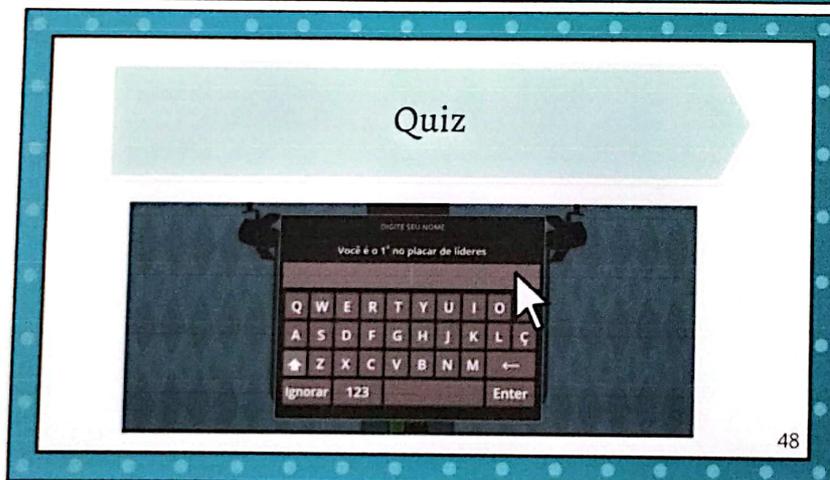
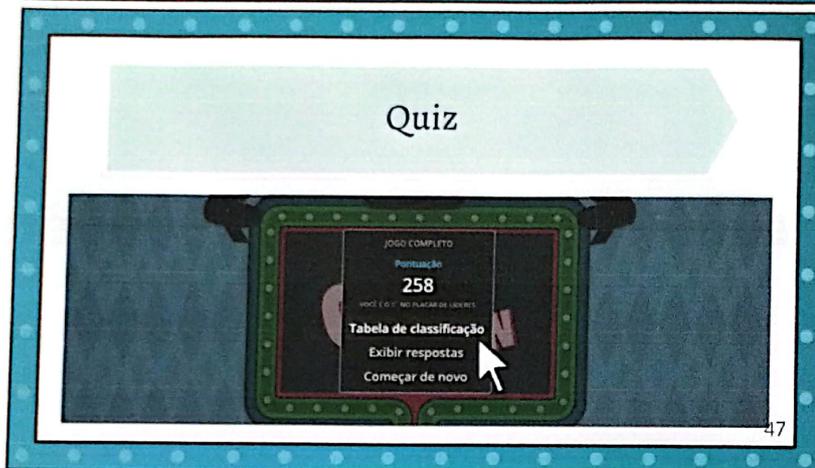
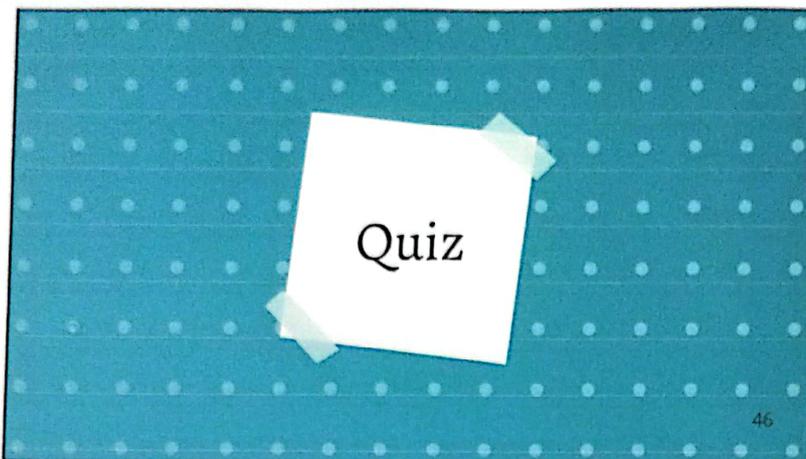
**Link do Geogebra:**

<https://www.geogebra.org/m/e3qR5eP9>

**Link do Geogebra:**

<https://www.geogebra.org/m/xkphn2qc>

45



## Apêndice B: Roteiro História em Quadrinhos

## Curiosidades sobre o número $\pi$

- **Personagem A:** Oi! Eu sou o Flork! Hoje viemos contar um pouco da história do número  $\pi$ ...
- **Personagem B:** Oi! E eu sou o Florkinho! Isso mesmo.
- **Personagem B:** Amigo a professora falou que a próxima aula será sobre o número  $\pi$ . Você conhece esse número? Eu nunca ouvi falar.
- **Personagem A:** Sim conheço. O número  $\pi$  surgiu há mais de 4.000 anos, nos tempos dos antigos Egípcios.
- **Personagem A:** Nessa época ainda não era conhecido pela letra grega  $\pi$ . Porém, atualmente é a constante mais conhecida no mundo. E tem um valor que é irracional.
- **Personagem B:** Que massa!
- **Personagem A:** Uma das primeiras aparições sobre este número está na Bíblia. Em dois trechos que estão em 1 Reis 7.23 e 2 Crônicas 4.2, que referência o número  $\pi=3$ .
- **Personagem B:** Na Bíblia? Que legal!
- **Personagem A:** Sim! Mas bem antes, entre os babilônicos e os egípcios foram encontrados cálculos que se aproximavam a  $\pi$ .
- **Personagem B:** Como assim aproximavam? Explica mais.
- **Personagem A:** O número  $\pi$  possui um valor aproximado.
- **Personagem B:** Ah sim! Mas afinal, o que é o número  $\pi$ ?
- **Personagem A:**  $\pi$  é um número assim como qualquer outro.
- **Personagem B:** É mesmo? Que legal!
- **Personagem A:** Podemos calcular o  $\pi$ , através da divisão do comprimento de uma circunferência pelo seu diâmetro.
- **Personagem B:** Conta mais! Conta mais!
- **Personagem A:** Esse valor é sempre igual, independente da medida do comprimento da circunferência e da medida do diâmetro. Portanto, o valor de  $\pi$  será sempre o mesmo, aproximadamente 3,14.
- **Personagem B:** Curioso! Nunca iria pensar nisso.

- **Personagem A:** A fórmula usada para calcular o comprimento de uma circunferência é  $C=2\pi r$  ou  $C=d\pi$ . Ou seja, o comprimento é o produto do diâmetro por  $\pi$ .
- **Personagem B:** Estou gostando muito da história desse tal de  $\pi$ .
- **Personagem B:** Como foi a descoberta do  $\pi$ ?
- **Personagem A:** Então, é uma longa e bonita história. Mas vou tentar reduzir ao máximo que eu puder.
- **Personagem A:** Muitas civilizações antigas tentaram chegar ao valor do  $\pi$ , o mais aproximado possível.
- **Personagem B:** E aí, alguém conseguiu?
- **Personagem A:** Os egípcios chegaram ao valor de 3,16 aproximadamente. Enquanto mais ou menos na mesma época os babilônicos chegaram ao valor de 3,125.
- **Personagem B:** Ficaram bem próximos os resultados dos dois povos.
- **Personagem A:** Lá pelo século III a.C. o matemático Arquimedes começou a calcular o perímetro de 2 hexágonos, um inscrito e o outro circunscrito a uma circunferência.
- **Personagem B:** Esse Arquimedes parece ser muito bom, né? Conta mais, está muito interessante essa história.
- **Personagem A:** Claro! Ao aumentar o número de lados do polígono para 96 lados, ele conseguiu chegar ao valor aproximado do  $\pi$  em 3,142.
- **Personagem B:** Que história fantástica deste número  $\pi$ !
- **Personagem A:** Ptolomeu com um polígono de 720 lados chegou ao valor de 3,1416 usando a mesma técnica de Arquimedes. Mais tarde, por volta do século V os chineses com um polígono de 3072 lados chegaram ao valor de 3,14159.
- **Personagem B:** Esses caras só deviam fazer isso na vida. KKK

- **Personagem A:** Os cálculos eram feitos à mão. No século XVI o holandês Ludolph Van Ceulen, encontrou o valor do  $\pi$  com 35 casas decimais. Demorou anos de trabalho.
- **Personagem B:** Então desse jeito só faziam isso mesmo na vida. Tá louco! KKK
- **Personagem A:** Em 1737, o matemático Euler passou a usar frequentemente o símbolo  $\pi$  para o número. Porém, poucos anos antes o matemático William Jones já usava este símbolo.
- **Personagem B:** Quero saber mais!
- **Personagem A:** No ano de 1873, William Shanks conseguiu calcular o  $\pi$  com 707 algarismos decimais. Já em 1947, descobriram que o cálculo de Shanks estava errado no 527º algarismo. E conseqüentemente os seus sucessores também estavam errados.
- **Personagem B:** Nossa, foi um trabalho perdido!
- **Personagem A:** Anos depois, foram calculados exatos 808 algarismos decimais, com a ajuda de uma máquina manual. Já com o avanço das tecnologias, foi possível em 1984 calcular 500.000 algarismos decimais exatos.
- **Personagem B:** Uau, quantos números!
- **Personagem A:** Recentemente, com o aparecimento do computador já foi calculado o  $\pi$  com milhões de casas decimais. Atualmente, o número de casas decimais obtidas é de 22.459.157.718.361. Esta quantidade só foi possível ser alcançada através da tecnologia.
- **Personagem B:** Então a tecnologia contribuiu bastante para o estudo do número  $\pi$ .
- **Personagem A:** Apesar do valor de  $\pi$  ser infinito, muitos cientistas ainda tentam descobrir mais quantidades de algarismos decimais contidos nele.

- **Personagem B:** Amigo, essa história do  $\pi$  é fascinante. Não vou perder a próxima aula de geometria de jeito nenhum. Obrigado pelas explicações sobre o  $\pi$ , amigo.

Fim!

Personagem C: Tabela

## **Apêndice C: Tabela**



## **Apêndice D: Material auxiliar (QUIZ)**

Perguntas do Quiz do  $\pi$  (jogo online trabalhado na sequência).

Link do jogo: <https://wordwall.net/pt/resource/31537226/quiz-do-%cf%80-pi>

- Podemos calcular o  $\pi$  ( $\pi$ ), através da divisão do comprimento da circunferência pelo seu diâmetro.

Resposta: Verdadeiro.

- Dada as medidas do comprimento de uma circunferência e de seu diâmetro, 31,45 cm e 10 cm, respectivamente. Qual é a razão entre o comprimento e o diâmetro ( $\frac{C}{D}$ ).

Resposta: 3,145

- Sobre as aplicações do número  $\pi$  ( $\pi$ ):

Resposta: B - Possui aplicações na área da Matemática, Física, Engenharia, Tecnologia e entre outras situações do cotidiano.

- Quais lugares tiveram o primeiro registro do número  $\pi$  ( $\pi$ )?

Resposta: Babilônia e Egito.

- Atualmente, o número de casas decimais obtidas é 22.459.718.361. É possível calcular mais casas decimais do número  $\pi$  ( $\pi$ )?

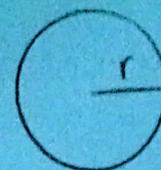
Respostas: Sim, pois o  $\pi$  ( $\pi$ ) é infinito.

- No século III a.C. o matemático, Arquimedes, inscreveu e circunscreveu uma circunferência por vários polígonos regulares para achar o valor do número  $\pi$  ( $\pi$ ). Qual o nome do método que ele usou?

Resposta: Método de exaustão.

**Apêndice D: E-book publicado com a  
versão final da sequência didática**

ANA CAROLINA PEREIRA BRAZ  
ANA LÍVIA PEREIRA DE AZEREDO  
ANDREYA LUIZA BATISTA DA SILVA  
PAULO RENATO DA SILVA CHAVES  
POLIANA FIGUEIREDO CARDOSO RODRIGUES  
THAYS APARECIDA PEIXOTO DOS SANTOS



$$C = 2\pi r$$

# O NÚMERO $\pi$ :

## Origem e aplicações

ISBN: 978-65-00-55936-1

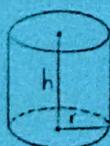
CAMPOS DOS GOYTACAZES/RJ

ORGANIZAÇÃO E EDIÇÃO  
MYLANE DOS SANTOS BARRETO

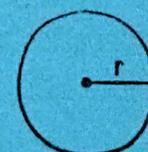
2022



$$V = \frac{4}{3}\pi r^3$$



$$V = \pi r^2 h$$



$$A = \pi r^2$$

1ª EDIÇÃO

Disponível em: <https://www.amazon.com.br/>