

RELATÓRIO DO LEAMAT

TEOREMA DE PITÁGORAS: DEMONSTRAÇÃO E GENERALIZAÇÃO

ENSINO E APRENDIZAGEM DE GEOMETRIA

ANA LAURA BARRETO DE ALMEIDA

DANÚSIA DE SALES SEBASTIÃO MARQUES

KATHELYN CODEÇO FIDELIS CORDEIRO

MICHELLE DA SILVA NUNES RIBEIRO

MICKAELLA DOS SANTOS PESSANHA

CAMPOS DOS GOYTACAZES - RJ

2022.2

ANA LAURA BARRETO DE ALMEIDA
DANÚSIA DE SALES SEBASTIÃO MARQUES
KATHELYN CODEÇO FIDELIS CORDEIRO
MICHELLE DA SILVA NUNES RIBEIRO
MICKAELLA DOS SANTOS PESSANHA

RELATÓRIO DO LEAMAT

TEOREMA DE PITÁGORAS: DEMONSTRAÇÃO E GENERALIZAÇÃO

ENSINO E APRENDIZAGEM DE GEOMETRIA

Trabalho apresentado ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense, *Campus Campos Centro*, como requisito parcial para conclusão da disciplina Laboratório de Ensino e Aprendizagem de Matemática do Curso de Licenciatura em Matemática.

Orientadora: Prof^a. Dr^a Mylane dos Santos Barreto

CAMPOS DOS GOYTACAZES - RJ

2022.2

SUMÁRIO

1	RELATÓRIO DO LEAMAT I	4
1.1	Atividades desenvolvidas	4
1.2	Elaboração da sequência didática	6
1.2.1	Tema	6
1.2.2	Justificativa	6
1.2.3	Objetivo Geral	8
1.2.4	Público Alvo	8
2	RELATÓRIO DO LEAMAT II	8
2.1	Atividades desenvolvidas	8
2.2	Elaboração da sequência didática	8
2.2.1	Planejamento da sequência didática	8
2.2.2	Experimentação da sequência didática na turma do LEAMAT II	11
3	RELATÓRIO DO LEAMAT III	12
3.1	Atividades Desenvolvidas	12
3.2	Elaboração da sequência didática	13
3.2.1	Versão final da sequência didática	13
3.2.2	Experimentação da sequência didática na turma regular	14
4	CONSIDERAÇÕES FINAIS	16
	REFERÊNCIAS	17
	APÊNDICE	20
	Apêndice A	21
	Apêndice B	32

1 RELATÓRIO DO LEAMAT I

1.1 Atividades desenvolvidas

No dia 07/02/2022 foram iniciadas as aulas da disciplina LEAMAT I - Geometria, na qual foi apresentado aos alunos o seu objetivo e o cronograma que será seguido durante o curso até o fim do período.

No dia 14/02/2022 sucedeu a aula para discussão do primeiro fichamento realizado pela turma. Tivemos como pauta o texto "Ensino de Geometria: Resumo das pesquisas (1991 - 2011)". O texto traz relatos e análises de pesquisas referente ao ensino de geometria no Brasil. Em aula, os alunos relataram suas experiências e dificuldades ao realizar o primeiro fichamento proposto. A professora Poliana esclareceu várias ideias e dúvidas apresentadas pelos alunos, como fazer a referência do artigo conforme a norma da ABNT, por exemplo.

No dia 21/02/22 trabalhamos em aula o fichamento do artigo "O Ensino De Geometria No Brasil: Uma Abordagem Histórica", podemos observar a importância do saber histórico da geometria como forma de entender o contexto da problematização atual do ensino da mesma e como esse conhecimento nos motiva em restabelecer a importância da geometria tanto na matemática quanto no desenvolvimento pessoal do saber do aluno. Foi estabelecida uma discussão sobre o artigo em que, como alunos, podemos observar e entender a defasagem da geometria nos nossos ensinamentos de educação básica e estabelecer metas para que depois de formados possamos vir a trabalhar geometria sem preconceitos e com toda a importância devida. Ao fim da aula foi sugerido a turma que fizessem a escolha de grupos compostos por 5 estudantes, para dar início a diferentes linhas de pesquisas entre os grupos.

Na aula do dia 07/03/2022, foi feito um debate sobre o artigo "O Modelo de Desenvolvimento do Pensamento Geométrico de Van Hiele e Possíveis Contribuições da Geometria Dinâmica", de ALVES, George de Souza; SAMPAIO, Fábio Ferrentini. O texto do artigo fala sobre um estudo que foi feito com o intuito de entender como a geometria é trabalhada no ensino fundamental através do método de Van Hiele, método esse que orienta o educador, que, antes de ensinar tal conteúdo para os educandos, seja feita uma análise do entendimento que eles já adquirem sobre tal assunto. O texto relata também, a importância da inclusão

tecnológica dentro de sala de aula, principalmente no ensino geométrico, facilitando o ensino das figuras e a percepção na diferença de cada um deles, porém, alguns educadores, geralmente em sua maioria, optam por ministrar suas aulas sempre da mesma forma, de muitos anos atrás, e isso acaba fazendo com que o entendimento dos educandos seja de uma maneira muito “rasa” e um pouco confusa, pois ao fazer pesquisas na internet, irá se deparar com diferentes explicações, fazendo com que aquilo explicado em sala de aula seja algo duvidoso. Também foi realizado o sorteio entre os grupos, fazendo a divisão dos temas sobre a BNCC e o PCN no ensino fundamental (anos finais) e no ensino médio para apresentação do seminário.

Na aula do dia 14/03/2022 ocorreu a discussão síncrona sobre o texto "Por que não ensinar geometria?", do autor Sergio Lorenzato. Nessa conversa foi falado que esse texto é rico em informações significativas, mostrando a história da geometria, além de fazer reflexões sobre as relações entre a geometria, a álgebra e aritmética. Foi discutido, também, sobre o papel do professor que vai além de responder às questões levantadas pelos alunos em relação a um dado conteúdo, mas sim que é importante que ele auxilie os alunos na construção de seus conhecimentos, de maneira que seja significativa. É visto que o professor tem um papel muito importante na vida de seus alunos, e proporciona experiências marcantes.

Outro ponto abordado durante a discussão foi a dificuldade que os alunos, em geral, apresentam em visualizar a geometria nas situações cotidianas, e que as questões que envolvem a geometria acabam sendo interpretadas apenas de maneira algébrica, sem que a própria linguagem geometria seja utilizada como deveria. Na sala de aula geralmente são abordados exercícios que não permitem diferentes análises e discussões sobre o assunto, mas apenas uma reprodução de um procedimento mecânico.

Na aula do dia 21/03/2022 foram realizadas as apresentações dos trabalhos referentes aos Parâmetros Curriculares Nacionais e à Base Nacional Comum Curricular dos anos finais do Ensino Fundamental e do Ensino Médio com enfoque em como a geometria é apresentada nesses documentos. Após o seminário, foi discutida a importância de integrar a geometria a outros temas, visando uma aprendizagem mais significativa. Além disso, foi levantada a percepção de que os PCN apresentam uma proposta de ensino voltado para a formação do indivíduo.

Entre os dias 28/03/2022 e 25/04/2022 ocorreram as discussões para a elaboração do relatório do LEAMAT I. Nesses encontros foram definidos o tema, o objetivo geral e o público alvo. Além disso, foram desenvolvidos tópicos sobre a justificativa do tema, a motivação e a escrita das atividades desenvolvidas em aula

Nos dias 17/05/2022 e 24/05/2022 foram feitas as apresentações acerca dos relatórios, que incluíram tema, objetivo geral, justificativa e público alvo, da disciplina LEAMAT I.

1.2 Elaboração da sequência didática

1.2.1 Tema

Teorema de Pitágoras.

1.2.2 Justificativa

A escolha do Teorema de Pitágoras se dá pela preocupação com a forma que esse tema vem sendo ensinado, de maneira mecanizada e excessivamente algébrica.

Muitas vezes esse Teorema torna-se apenas uma fórmula a ser decorada, sem que haja o verdadeiro entendimento do Teorema, pois normalmente os livros didáticos trazem o que é o Teorema de Pitágoras sem uma demonstração compreensível, limitando-se apenas a descobrir a medida dos lados dos catetos e sua hipotenusa (SANTOS; VIANA, 2010, p. 8 apud GALVÃO, 2021, p.44).

Nesse sentido, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) ressalta que a Geometria não pode ser apresentada apenas com aplicações de fórmulas, comprovando a necessidade da mudança da abordagem mecanizada. (BRASIL, 2018)

Pereira, Couto e Costa (2016) ressaltam a falta de compreensão na definição e identificação dos elementos de um triângulo retângulo e isso é um ponto que causa dificuldade na aplicação do Teorema de Pitágoras.

Segundo Mottin (2004), o estudo do Teorema de Pitágoras é importante por estar presente em diversas áreas, como arquitetura, engenharia, agronomia e em modelos matemáticos da física, entre outros. Sendo assim, o conhecimento de sua

existência e a compreensão de sua formulação devem ser ressaltadas nos anos iniciais escolares, para que os alunos possam perceber as suas aplicações no cotidiano e nas ciências. De acordo com a BNCC,

[...] a aprendizagem em Matemática está intrinsecamente relacionada à compreensão, ou seja, à apreensão de significados dos objetos matemáticos, sem deixar de lado suas aplicações. Os significados desses objetos resultam das conexões que os alunos estabelecem entre eles e os demais componentes, entre eles e seu cotidiano e entre os diferentes temas matemáticos. (BRASIL, 2018, p. 276)

Além disso, visando proporcionar aos alunos uma melhor aprendizagem sobre o Teorema de Pitágoras, Moreira (2011) afirma, com base nas ideias de Ausubel (1963), que a “Aprendizagem significativa é o processo através do qual uma nova informação (um novo conhecimento) se relaciona de maneira não arbitrária e substantiva (não-litera) à estrutura cognitiva do aprendiz.” (MOREIRA, 2011, p. 2).

Para que essa aprendizagem significativa ocorra, a utilização de Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC) podem auxiliar nesse processo.

[...] Jonassen (2000) diz que os recursos computacionais podem promover uma aprendizagem significativa na medida em que apoiam: i) a construção do conhecimento; ii) a exploração; iii) a aprendizagem pela prática; iv) a aprendizagem através da interação e v) a aprendizagem pela reflexão e desenvolvimento do pensamento cognitivo (JONASSEN, 2000 apud PEDRO, 2019, p. 11).

Dessa forma, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) orientam a utilização de recursos tecnológicos, como o computador e a calculadora, que podem auxiliar no processo de ensino e aprendizagem da matemática de forma que se torne uma atividade experimental mais proveitosa e que não impeçam o desenvolvimento do pensamento dos estudantes. (BRASIL, 1997)

De acordo com Pedro (2019), dentre essas tecnologias, o GeoGebra se destaca pela sua interface intuitiva e de fácil utilização, permitindo que as apresentações do software sejam realizadas de forma rápida e eficaz.

Segundo Lorenzatto (2010), material didático (MD) é toda ferramenta útil ao processo de ensino-aprendizagem. Um dos tipos de MD é o manipulável. A escolha por esse material se deu pela sua dinamicidade, que permite “transformações e

facilitam ao aluno a realização de redescobertas, a percepção de propriedades e a construção de uma efetiva aprendizagem” (LORENZATTO, 2010, p.53).

1.2.3 Objetivo Geral

Compreender uma das demonstrações do Teorema de Pitágoras, apresentando sua generalização e buscando uma aprendizagem significativa nos diversos contextos.

1.2.4 Público Alvo

1º ano do ensino médio

2 RELATÓRIO DO LEAMAT II

2.1 Atividades desenvolvidas

No dia 13/07/2022 foi feita a apresentação da disciplina, com a exposição do cronograma de atividades do LEAMAT II.

A partir do dia 20/07/2022 até o dia 24/08/2022 ocorreram as pesquisas e a elaboração da sequência didática. No dia 31/08/2022 iniciaram as apresentações das aplicações da sequência didática. As aplicações foram concluídas no dia 28/09/2022 e, a partir disso, as aulas foram voltadas para a elaboração e correção do relatório.

2.2 Elaboração da sequência didática

2.2.1 Planejamento da sequência didática

Com o intuito de atingir o objetivo geral, que consiste em abordar o teorema de Pitágoras de modo a compreender sua demonstração e generalização, foi estabelecido os seguintes objetivos específicos:

- Lembrar a definição de triângulo e suas classificações;
- Abordar os elementos do triângulo retângulo;
- Definir o teorema de Pitágoras;

- Propor atividades investigativas sobre a representação geométrica e algébrica do teorema;
- Apresentar a demonstração e a generalização do teorema de Pitágoras;
- Resolver questões de processos seletivos.

A sequência didática será iniciada a partir dos conceitos dos conceitos de triângulos, visando uma análise do triângulo retângulo com enfoque na demonstração e generalização do teorema de Pitágoras, sendo dividida em seis etapas para serem aplicadas no segundo ano do ensino médio.

A primeira etapa consiste em lembrar, por meio de slides (Apêndice A) e apostila (Apêndice B), a definição de triângulo, conceituando seus elementos, tais como vértice, ângulo e lado, e suas classificações quanto aos lados e aos ângulos.

Na segunda etapa será feita a introdução do Teorema de Pitágoras e os elementos de um triângulo retângulo, com os conceitos de hipotenusa e catetos.

A terceira etapa será composta por uma atividade investigativa individual, presente na apostila (Apêndice B), de modo que os estudantes compreendam o enunciado do Teorema de Pitágoras geometricamente como a soma das áreas dos quadrados.

Figura 1 - Atividade investigativa sobre o enunciado do teorema de Pitágoras

Atividades

Atividades do enunciado do Teorema de Pitágoras

I. Geometricamente o que significa a^2 ?

II. Geometricamente o que se entende por b^2 ?

III. Geometricamente o que se entende por c^2 ?

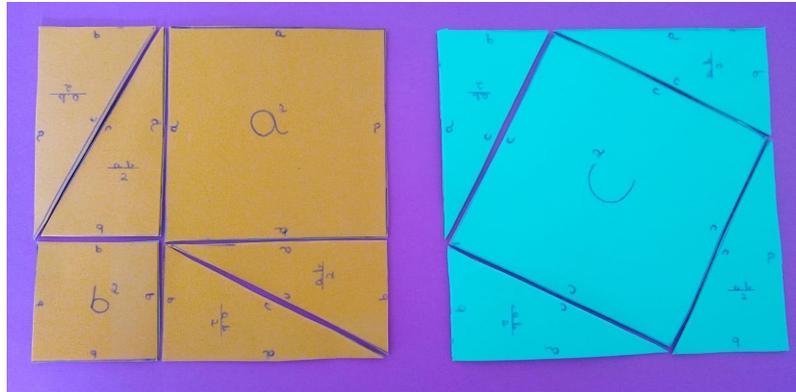
IV. Relacione geometricamente as respostas anteriores a igualdade $a^2 = b^2 + c^2$.

Fonte: Elaboração própria.

Na quarta etapa será realizada uma atividade investigativa em grupo, utilizando material didático manipulável, de forma que os alunos encontrem a relação do Teorema de Pitágoras por meio da demonstração geométrica. Para isso, será utilizado um kit contendo um quadrado de área a^2 , outro quadrado de área b^2 e

quatro triângulos retângulos iguais de área $\frac{ab}{2}$ e outro com um quadrado de área c^2 e quatro triângulos retângulos iguais de área $\frac{ab}{2}$.

Figura 2 - Atividade kits



Fonte: Elaboração própria.

Além disso, foram feitas perguntas aos estudantes com o intuito de orientá-los de forma que chegassem à dedução da relação entre as áreas dos kits.

Figura 3 - Atividade dos kits

Atividade dos kits

No kit 1 encontra-se um quadrado de área a^2 , outro quadrado de área b^2 e quatro triângulos retângulos iguais de área $\frac{ab}{2}$. No kit 2 encontra-se um quadrado de área c^2 e 4 triângulos retângulos iguais de área $\frac{ab}{2}$.

- I. Com os dois kits em mãos, forme dois quadrados de mesma área, sem misturar as peças de cada kit. Quais as áreas dos quadrados construídos?

- II. Relacione a área do quadrado presente no kit 1 com as áreas dos quadrados presentes no kit 2.

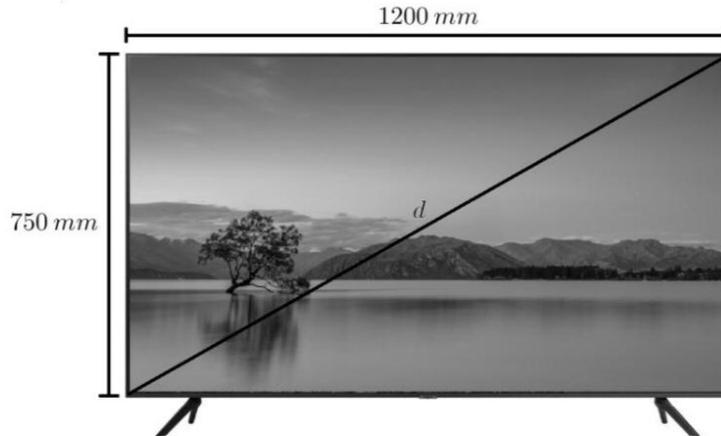
Fonte: Elaboração própria.

Em seguida, será trabalhada a demonstração formal do Teorema de Pitágoras, iniciada na atividade anterior, no quadro, conjuntamente com os alunos. Após a demonstração, na quinta etapa, será apresentada a generalização da relação entre as áreas de triângulos equiláteros construídos sobre os lados de um triângulo retângulo.

Na sexta etapa, serão realizadas duas questões do processo seletivo do IFF que envolvem a aplicação e a generalização do Teorema de Pitágoras, sendo corrigidas posteriormente conjuntamente com os educandos.

Figura 4 - Questões do processo seletivo do IFF

01- (IFF, 2022) As telas das televisões de LED são medidas em polegadas. A polegada (") é uma unidade de medida de comprimento e equivale a aproximadamente 2,54 cm. O tamanho da televisão é calculado pelo valor da diagonal da tela, sem considerar as bordas. A figura a seguir mostra uma TV com dimensões de 750 mm x 1200 mm. (utilize: $\sqrt{89} \cong 9,4$)

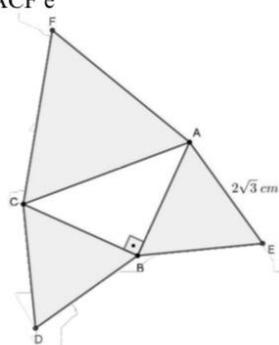


Qual é o tamanho aproximado, em polegadas, dessa TV?

- a) 42".
- b) 50".
- c) 55".
- d) 58".
- e) 60".

02- (IFF, 2019 - Adaptada) Sobre cada um dos lados do triângulo isósceles ABC retângulo em B foi construído um triângulo equilátero conforme a figura a seguir. Podemos afirmar que a área, em centímetros quadrados, do triângulo equilátero ACF é

- a) $\frac{3\sqrt{3}}{4}$ cm²
- b) $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ cm².
- c) $3\sqrt{3}$ cm².
- d) $4\sqrt{3}$ cm².
- e) $6\sqrt{3}$ cm².



Fonte: Elaboração própria.

2.2.2 Experimentação da sequência didática na turma do LEAMAT II

No dia 21/09/2022, foi realizada a aplicação da sequência didática sobre Teorema de Pitágoras: Demonstração e Generalização na turma do LEAMAT II.

Foram entregues aos alunos apostilas, como material de apoio e a apresentação foi guiada por meio de slides seguindo a sequência presente na apostila.

Iniciamos a apresentação a partir da definição, dos elementos e dos tipos de triângulos baseado em seus lados e ângulos, dando ênfase no triângulo retângulo.

Após a explicação, foi proposta uma atividade para que os alunos relacionassem geometricamente a igualdade $a^2 = b^2 + c^2$, com o objetivo de que eles compreendessem o teorema como a soma da área de quadrados. Nessa tarefa foi observado que os alunos apresentaram dificuldades em compreender o enunciado, sendo necessário intervir. Logo após, foi feita a apresentação do enunciado do teorema.

Posteriormente, foi entregue aos alunos dois kits para que pudessem montar quadrados de mesma área de forma que deduzissem a relação apresentada no teorema de Pitágoras $a^2 + b^2 = c^2$. Os licenciandos não apresentaram grandes dificuldades, alcançando o resultado esperado. Em sequência, utilizando o quadro, foi feita a explicação formal da demonstração do teorema de Pitágoras por meio da área de quadrado.

Em seguida, realizamos a generalização da relação entre as áreas de triângulos equiláteros construídos sobre um triângulo retângulo utilizando o quadro.

Finalizamos a sequência com questões de processos seletivos do IFF que envolviam aplicação e generalização do Teorema de Pitágoras, que depois foram corrigidas junto à turma.

Ao finalizarmos a apresentação da sequência foram sugeridas algumas alterações:

- Fazer modificações no applet do GeoGebra retirando a malha quadriculada.
- Trazer a imagem da demonstração clássica pronta para otimizar o tempo da apresentação.
- Mudar os valores da primeira questão a fim de facilitar sua resolução.

3 RELATÓRIO DO LEAMAT III

3.1 Atividades desenvolvidas

No dia 21 de novembro de 2022 começaram as aulas da linha de pesquisa Ensino e Aprendizagem de Geometria. Na primeira aula foram indicados os procedimentos para a aplicação do trabalho em uma turma regular. A partir desse dia, foram iniciadas as alterações recomendadas no relatório, nos slides e na apostila.

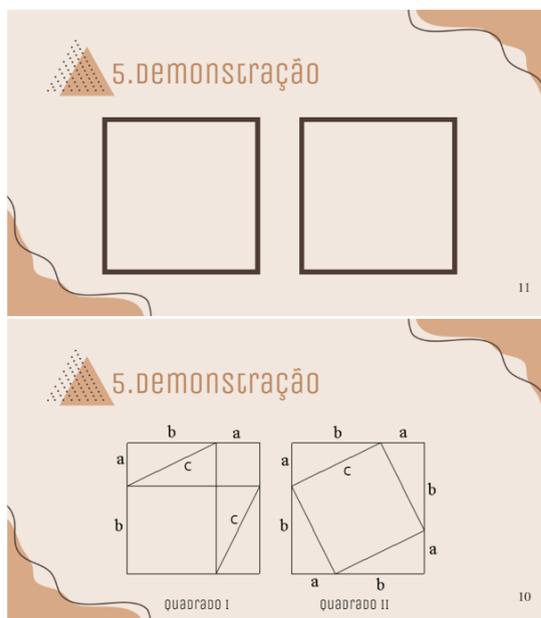
3.2 Elaboração da sequência didática

3.2.1 Versão final da sequência didática

A sequência didática apresentada foi elaborada para o ensino presencial, tendo como público-alvo os alunos do Ensino Médio que previamente já tenham estudado triângulos e suas classificações quanto aos lados e aos ângulos com ênfase no triângulo retângulo. Os materiais necessários são os slides (APÊNDICE C), a apostila (APÊNDICE D). Esses materiais sofreram alterações diante das sugestões dadas durante a aplicação da sequência didática na turma do LEAMAT II.

Durante o LEAMAT II, foi sugerido adicionar nos slides fotos da demonstração clássica, visando otimizar o tempo da apresentação.

Figura 5 - Slide da demonstração clássica

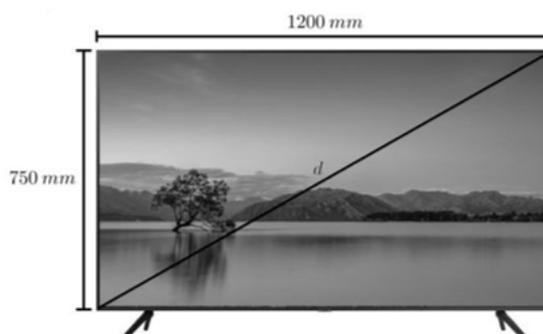


Fonte: Elaboração própria.

Além disso, foi recomendado a substituição dos valores da primeira questão (Figura 6), objetivando facilitar a sua resolução.

Figura 6 - Mudança na questão 1

01- (IFF, 2022) As telas das televisões de LED são medidas em polegadas. A polegada (") é uma unidade de medida de comprimento e equivale a aproximadamente 2,54 cm. O tamanho da televisão é calculado pelo valor da diagonal da tela, sem considerar as bordas. A figura a seguir mostra uma TV com dimensões de 750 mm x 1200 mm. (utilize: $\sqrt{89} \cong 9,4$)



01- (IFF, 2022 - Adaptada) As telas das televisões de LED são medidas em polegadas. A polegada (") é uma unidade de medida de comprimento e equivale a aproximadamente 2,54 cm. O tamanho da televisão é calculado pelo valor da diagonal da tela, sem considerar as bordas. A figura a seguir mostra uma TV com dimensões de 600 mm x 1200 mm. Considerando a televisão um retângulo perfeito, seu tamanho aproximado em polegadas é (utilize: $\sqrt{5} \cong 2,23$)



Fonte: Elaboração própria.

O restante da sequência didática não foi alterado, seguindo o planejamento anterior, como aplicado no LEAMAT II.

3.2.2 Experimentação da sequência didática na turma regular

A sequência didática foi aplicada no dia 15 de março de 2023 em uma turma de primeiro ano do Ensino Médio de uma instituição de ensino do município de Campos dos Goytacazes. A aula teve duração total de 100 minutos.

Ao chegar na sala de aula, foi preciso esperar os 10 primeiros minutos para a turma se acomodar, pois a aula se deu após um horário vago.

O grupo foi apresentado pela professora regular para a turma e logo foi iniciada a aplicação do trabalho, a partir dos conceitos de triângulos e suas classificações quanto aos lados e aos ângulos com ênfase no triângulo retângulo (Figura 7).

Figura 7 - Apresentação das classificações de triângulos



Fonte: Protocolo de pesquisa.

A turma estava interagindo de forma moderada. Durante a aula, a classe foi dividida em grupos de 4 a 5 pessoas e foram distribuídos os kits para que eles montassem dois quadrados de mesma área (Figura 8). Enquanto isso, cada grupo foi orientado por uma das professoras em formação. Nessa etapa, os alunos não apresentaram grandes dificuldades.

Figura 8 - Montagem dos kits na turma regular



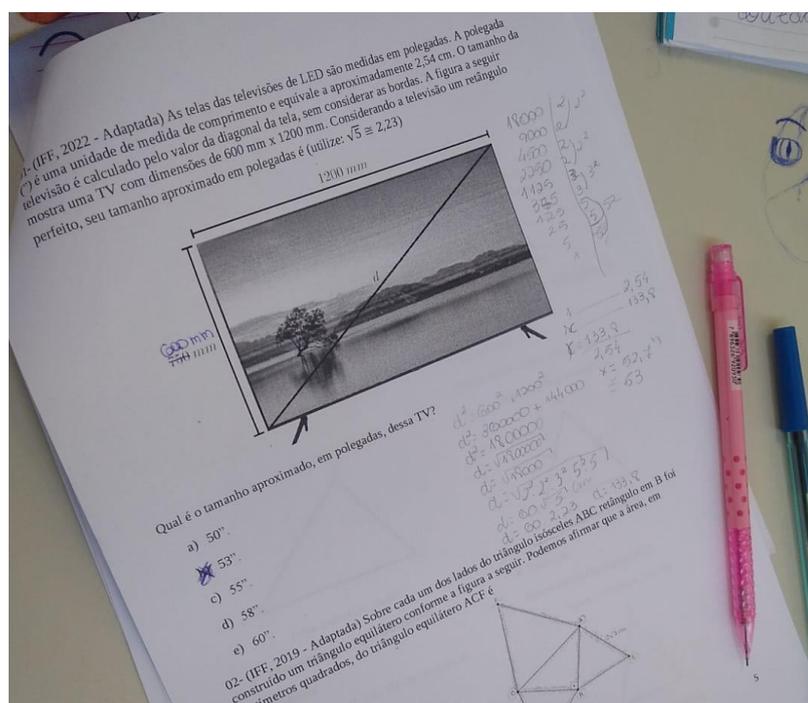
Fonte: Protocolo de pesquisa.

Após a realização da atividade, foi feita a demonstração clássica do teorema de Pitágoras no quadro, utilizando área de quadrados. Durante a explicação, os

estudantes manifestaram agitação e conversas paralelas, visto que ainda estavam dispostos em grupos. Quando questionados sobre a inquietação, eles responderam que teriam prova após a aplicação.

Em seguida, foi apresentada a generalização do teorema de Pitágoras relacionando a área de triângulos equiláteros. Logo após, foi concedido aos alunos alguns minutos para a realização das questões presentes na apostila (Figura 9). Foram constatadas algumas dificuldades, como a conversão de milímetro para centímetro e a fatoração de raízes quadradas.

Figura 9 - Resolução dos exercícios



Fonte: Protocolo de pesquisa.

Posteriormente, esses exercícios foram corrigidos no quadro e essas dúvidas foram sanadas.

CONCLUSÃO

O trabalho cumpriu seu objetivo de proporcionar aos alunos a compreensão sobre a demonstração do Teorema de Pitágoras, apresentando sua generalização e buscando uma aprendizagem significativa. A aplicação permitiu ao grupo de professores em formação a experiência do primeiro contato com a sala de aula, além da elaboração aprofundada de uma sequência didática.

A aula proporcionou aos alunos uma visão mais ampla do Teorema de Pitágoras. A experiência foi gratificante pois os alunos compreenderam o conteúdo como planejado. A desenvoltura dos alunos com a atividade dos kits favoreceu na aprendizagem. O grupo observou que o domínio da turma e a postura em frente ao quadro poderiam ser melhorados, visto que essa foi a primeira experiência das licenciandas em sala de aula como professoras.

REFERÊNCIAS

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br>. Acesso em: 23 Abr. 2022.

BRASIL. Ministério da Educação. **Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Fundamental**. Brasília. MEC/SEF, 1998. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/matematica.pdf>. Acesso em: 23 abr. 2022.

GALVÃO, Janaína Teodoro dos Santos. **O ensino do Teorema de Pitágoras: Concepções de professores e uma proposta de abordagem**. 2021. 126f. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática - PPGECEM) - Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande-PB, 2022. Disponível em: <http://tede.bc.uepb.edu.br/jspui/handle/tede/4157>. Acesso: 23 abr. 2022.

MOREIRA, Marco Antonio. Aprendizagem significativa: um conceito subjacente. Aprendizagem Significativa em **Revista/Meaningful Learning Review**, Porto Alegre: UFRGS, v. 1, n. 3, p. 25-46, 2011. Disponível em: http://www.if.ufrgs.br/asr/artigos/Artigo_ID16/v1_n3_a2011.pdf. Acesso em: 22 abr. 2022.

MOTTIN, Elisandra. **A utilização de material didático-pedagógico em ateliês de matemática, para o estudo do teorema de Pitágoras**. 2004. 117 f. Dissertação (Mestrado em Ciências e Matemática) - Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2004. Disponível em: <https://tede2.pucrs.br/tede2/handle/tede/3526>. Acesso em: 21 abr. 2022.

PASSOS, Carmen Lúcia Brancaglioni. Materiais manipuláveis como recursos didáticos na formação de professores de matemática. **O Laboratório de ensino de matemática na formação de professores**. Sergio Lorenzato (org.). 3ed. Campinas, SP: Autores Associados, 2010.

PEDRO, Sandra Maria Silva Reis. **A aprendizagem do Teorema de Pitágoras com o recurso do GeoGebra**. 2019. 134f. Dissertação (Mestrado em Utilização Pedagógica: TIC) – Escola Superior de Educação e Ciências Sociais, Instituto Politécnico de Leiria, Portugal, 2019. Disponível em: <http://hdl.handle.net/10400.8/4013>. Acesso em: 21 abr. 2022.

PEREIRA, Mayara Gabriella Grangeiro; COUTO, Ana Paula Nascimento Pegado; COSTA, Acylena Coelho. **Análise de Erros em Questões de Teorema de Pitágoras: Um estudo com alunos do Ensino Fundamental.** *In:* ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 12. 2016, São Paulo. Anais Eletrônicos [...] São Paulo: UNICSUL - Campus Anália Franco, 2016. p.1-12. Disponível em: http://www.sbem.com.br/enem2016/anais/pdf/5481_4329_ID.pdf. Acesso em: 24 abr. de 2022.

Campos dos Goytacazes (RJ), ____ de _____ de 2022.

APÊNDICES

Apêndice A: Material didático aplicado na turma do LEAMAT II

Diretoria de Ensino Superior das Licenciaturas Licenciatura em Matemática

Disciplina: Laboratório de Ensino e Aprendizagem em Matemática

Linha de Pesquisa: Geometria

Licenciandos: Ana Laura Barreto de Almeida, Danúzia de Sales Sebastião Marques, Kathelyn Codeço Fidelis Cordeiro, Michelle da Silva Nunes Ribeiro, Mickaella dos Santos Pessanha.

Orientador: Prof^a. Dr^a. Mylane dos Santos Barreto

Aluno: _____

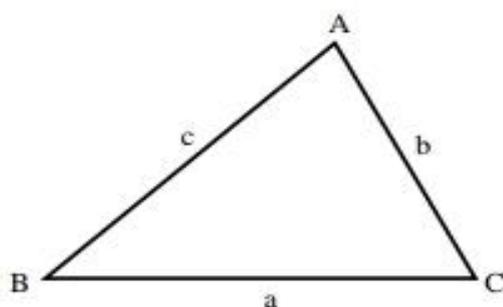
Data: ____/____/____

❖ Introdução

↳ Definição de triângulo

Dados três pontos, A, B e C, não colineares, a reunião dos segmentos AB, AC e BC chama-se triângulo ABC.

Figura 1 – Elementos de um triângulo



Fonte: Elaboração própria

↳ Elementos de um triângulo

• Vértice

Os pontos A, B e C são os vértices do triângulo ABC.

• Lados

Os segmentos \overline{AB} (de medida c), \overline{AC} (de medida b), \overline{BC} (de medida a) são os lados do triângulo.

• Ângulos

Os ângulos \widehat{BAC} ou \widehat{A} , \widehat{ABC} ou \widehat{B} , \widehat{ACB} ou \widehat{C} são os ângulos do triângulo ABC.

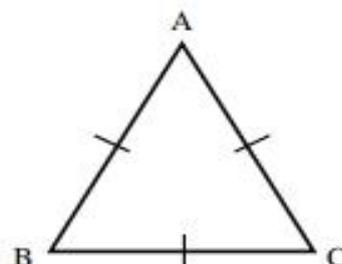
↳ Tipos de triângulo

Quanto aos lados, os triângulos se classificam em:

• Equilátero

Possui os três lados congruentes.

Figura 2 – Triângulo equilátero

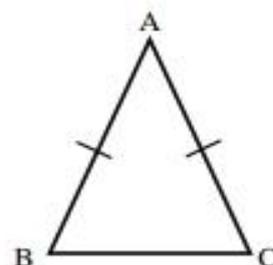


Fonte: Elaboração própria

• Isósceles

Possui dois lados congruentes.

Figura 3 – Triângulo isósceles

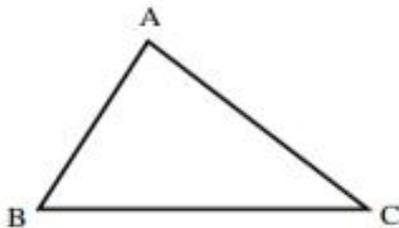


Fonte: Elaboração própria

• Escaleno

Não possui lados congruentes.

Figura 4 – Triângulo escaleno



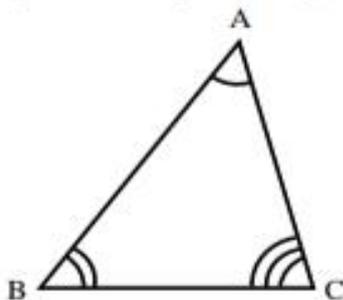
Fonte: Elaboração própria

Quanto aos ângulos, os triângulos se classificam em:

• Acutângulos

Possui os três ângulos agudos, ou seja, um ângulo com medida menor do que 90° .

Figura 5 – Triângulo acutângulo

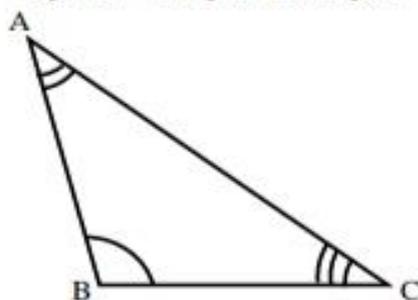


Fonte: Elaboração própria

• Obtusângulos

Possui um ângulo obtuso, ou seja, um ângulo com medida maior do que 90° .

Figura 6 – Triângulo obtusângulo

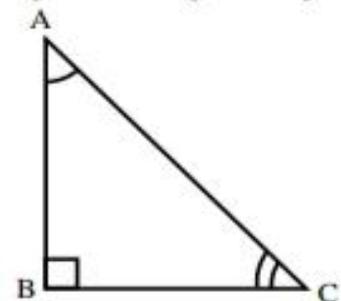


Fonte: Elaboração própria

• Retângulos

Possui um ângulo reto, ou seja, um ângulo com medida 90° .

Figura 7 – Triângulo retângulo

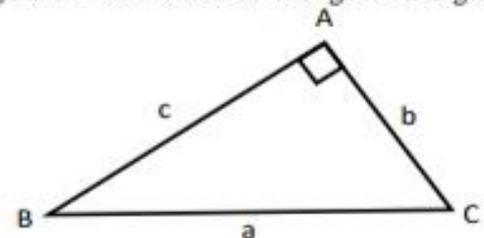


Fonte: Elaboração própria

❖ Teorema de Pitágoras

↳ Elementos do triângulo retângulo

Figura 8 – Elementos do triângulo retângulo



Fonte: Elaboração própria

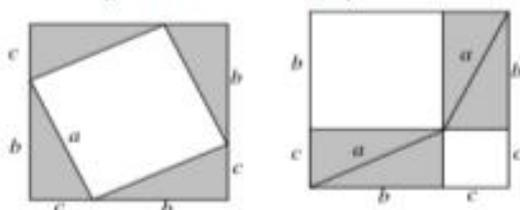
- **Hipotenusa:** $\overline{BC} = a$
- **Cateto:** $\overline{AC} = b$
- **Cateto:** $\overline{AB} = c$

↳ O Enunciado do Teorema de Pitágoras

A soma dos quadrados dos catetos é igual ao quadrado da hipotenusa. Considerando a a medida da hipotenusa e b e c os catetos, o enunciado do Teorema de Pitágoras afirma que $a^2 = b^2 + c^2$.

↳ Demonstração

Figura 10 – Demonstração clássica



Fonte:

<http://www.obmep.org.br/docs/apostila3.pdf>

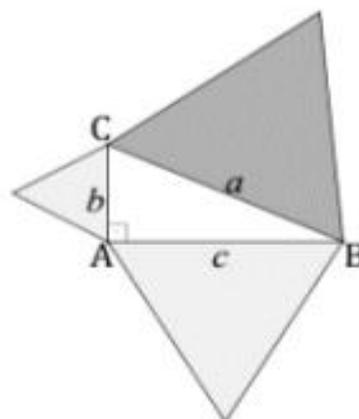
Dado um triângulo retângulo de hipotenusa a e catetos b e c , considere o quadrado cujo lado é $b + c$. Na figura da esquerda, retiramos do quadrado de lado $b + c$ quatro triângulos iguais ao triângulo retângulo dado, restando um quadrado de lado a . Na figura da direita, retiramos também do quadrado de lado $b + c$ os quatro triângulos iguais ao triângulo retângulo dado, restando um quadrado de lado b e um quadrado de lado c . Logo, a área do quadrado de lado a é igual à soma das áreas dos quadrados cujos lados medem b e c .

↳ Generalização

A partir das informações anteriores, abordaremos a generalização da relação entre as áreas de triângulos equiláteros construídos sobre os lados de um triângulo retângulo.

Proposição 1: A área do triângulo equilátero, construído sobre a hipotenusa de um triângulo retângulo, equivale à soma das áreas dos triângulos equiláteros construídos sobre os catetos deste triângulo.

Figura 11 - Representação da área de triângulos equiláteros sobre os lados de um triângulo retângulo



Fonte:

<http://www.obmep.org.br/docs/apostila3.pdf>

Seja ABC um triângulo retângulo em A , com hipotenusa a e catetos b e c . Sejam S_a , S_b e S_c as áreas dos triângulos equiláteros construídos, respectivamente, sobre a hipotenusa e os catetos deste triângulo.

Dessa forma, sabendo que a fórmula da área de um triângulo equilátero é igual a $\frac{l^2\sqrt{3}}{4}$ então temos que $S_a = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$, $S_b = \frac{b^2\sqrt{3}}{4}$ e $S_c = \frac{c^2\sqrt{3}}{4}$. Somando $S_b + S_c$ obtemos $S_b + S_c = \frac{b^2\sqrt{3}}{4} + \frac{c^2\sqrt{3}}{4} = \frac{(b^2+c^2)\sqrt{3}}{4}$. Pelo Teorema de Pitágoras sabemos que $a^2 = b^2 + c^2$. Sendo assim, encontraremos $S_b + S_c = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = S_a$. Com isso, conclui-se que a soma das áreas dos triângulos equiláteros construídos sobre os catetos de um triângulo retângulo é igual a área do triângulo equilátero construído sobre a hipotenusa.

REFERENCIAS

IEZZI, Gelson. C. Fundamentos da Matemática Elementar: Geometria Plana. 9.ed. v. 9. São Paulo: Atual, 2013.

WAGNER, Eduardo. Teorema de Pitágoras e áreas. Rio de Janeiro: IMPA, 2015. Disponível em: <http://www.obmep.org.br/docs/apostila3.pdf>. Acesso em: 1 set. 2022.

Diretoria de Ensino Superior das Licenciaturas Licenciatura em Matemática

Disciplina: Laboratório de Ensino e Aprendizagem em Matemática

Linha de Pesquisa: Geometria

Licenciandos: Ana Laura Barreto de Almeida, Danúzia de Sales Sebastião Marques, Kathelyn Codeço Fidelis Cordeiro, Michele da Silva Nunes Ribeiro, Mickaella dos Santos Pessanha.

Orientador: Prof^a. Dr^a. Mylane dos Santos Barreto

Aluno: _____

Data: ____/____/____

Atividades

Atividades do enunciado do Teorema de Pitágoras

I. Geometricamente o que significa a^2 ?

II. Geometricamente o que se entende por b^2 ?

III. Geometricamente o que se entende por c^2 ?

IV. Relacione geometricamente as respostas anteriores a igualdade $a^2 = b^2 + c^2$.

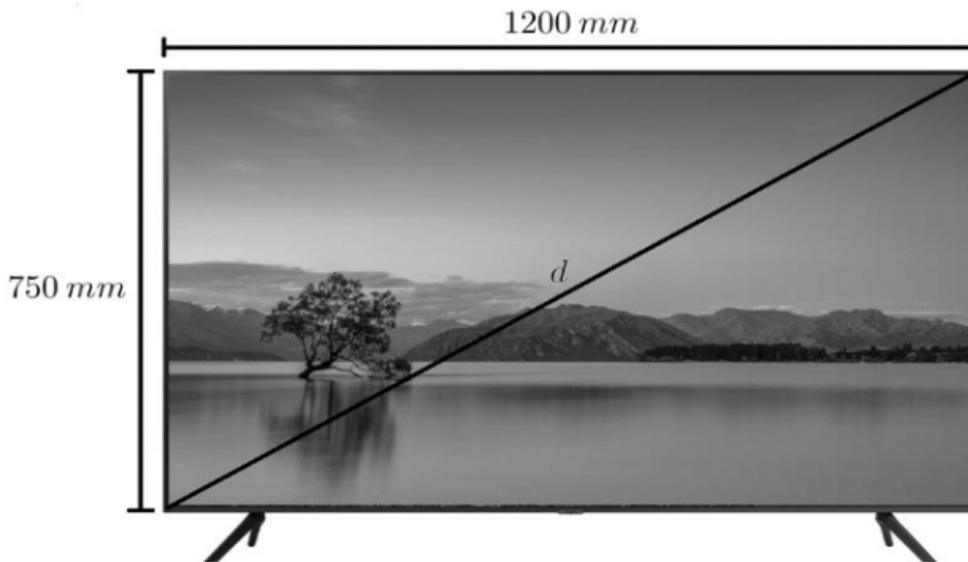
Atividade dos kits

No kit 1 encontra-se um quadrado de área a^2 , outro quadrado de área b^2 e quatro triângulos retângulos iguais de área $\frac{ab}{2}$. No kit 2 encontra-se um quadrado de área c^2 e 4 triângulos retângulos iguais de área $\frac{ab}{2}$.

I. Com os dois kits em mãos, forme dois quadrados de mesma área, sem misturar as peças de cada kit. Quais as áreas dos quadrados construídos?

II. Relacione a área do quadrado presente no kit 1 com as áreas dos quadrados presentes no kit 2.

01- (IFF, 2022) As telas das televisões de LED são medidas em polegadas. A polegada (") é uma unidade de medida de comprimento e equivale a aproximadamente 2,54 cm. O tamanho da televisão é calculado pelo valor da diagonal da tela, sem considerar as bordas. A figura a seguir mostra uma TV com dimensões de 750 mm x 1200 mm. (utilize: $\sqrt{89} \cong 9,4$)

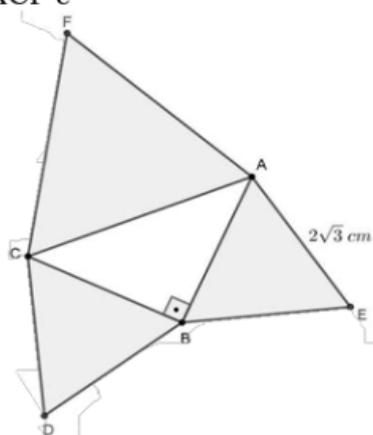


Qual é o tamanho aproximado, em polegadas, dessa TV?

- a) 42".
- b) 50".
- c) 55".
- d) 58".
- e) 60".

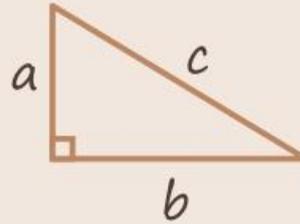
02- (IFF, 2019 - Adaptada) Sobre cada um dos lados do triângulo isósceles ABC retângulo em B foi construído um triângulo equilátero conforme a figura a seguir. Podemos afirmar que a área, em centímetros quadrados, do triângulo equilátero ACF é

- a) $\frac{3\sqrt{3}}{4} \text{ cm}^2$
- b) $\frac{3\sqrt{3}}{2} \text{ cm}^2$.
- c) $3\sqrt{3} \text{ cm}^2$.
- d) $4\sqrt{3} \text{ cm}^2$.
- e) $6\sqrt{3} \text{ cm}^2$.



TEOREMA DE PITÁGORAS

DEMONSTRAÇÃO E GENERALIZAÇÃO



Grupo: Ana Laura Barreto, Danúzia Sales, Kathelyn Codeço,
Michelle da Silva, Mickaella dos Santos



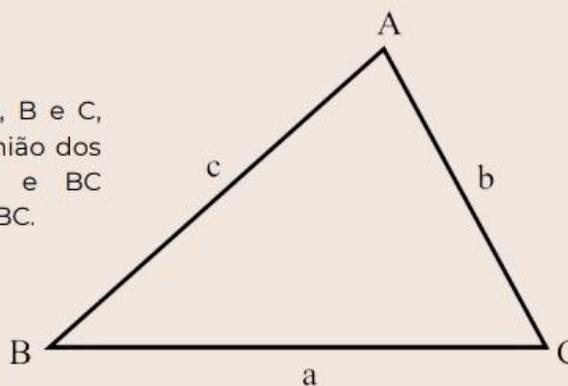
SUMÁRIO

1 Definição de triângulo.....	03
2 Elementos do triângulo.....	04
3 Tipos de triângulo.....	05
4 Teorema de Pitágoras.....	07
4.1 Elementos do triângulo retângulo.....	07
4.2 O enunciado do teorema de Pitágoras.....	08
5 Demonstração.....	11
6 Generalização.....	12
Referências.....	13



1. DEFINIÇÃO DE TRIÂNGULO

Dados três pontos, A, B e C, não colineares, a reunião dos segmentos AB, AC e BC chama-se triângulo ABC.





2. ELEMENTOS DO TRIÂNGULO

- Vértice

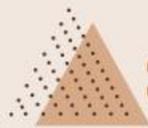
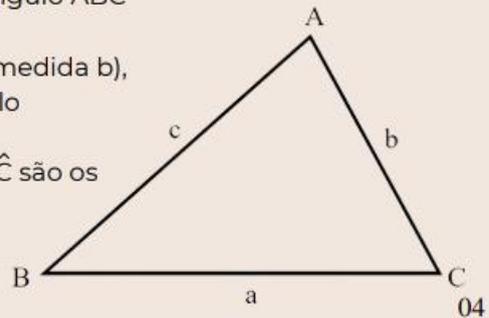
Os pontos A, B e C são os vértices do triângulo ABC

- Lados

Os segmentos \overline{AB} (de medida c), \overline{AC} (de medida b), \overline{BC} (de medida a) são os lados do triângulo

- Ângulos

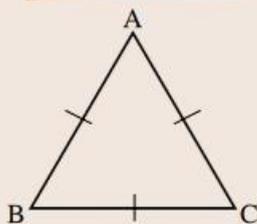
Os ângulos \widehat{BAC} ou \widehat{A} , \widehat{ABC} ou \widehat{B} , \widehat{ACB} ou \widehat{C} são os ângulos do triângulo ABC



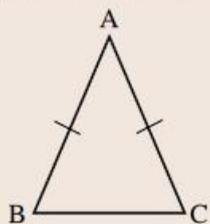
3. TIPOS DE TRIÂNGULO

Quanto aos lados, os triângulos se classificam em:

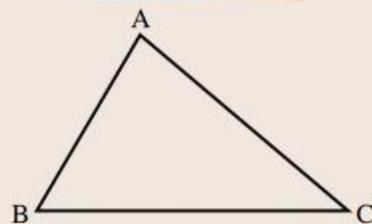
EQUILÁTERO



ISOSCELES



ESCALENO



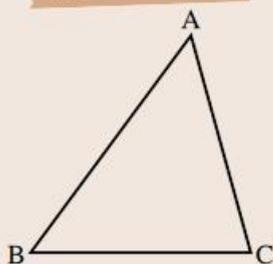
05



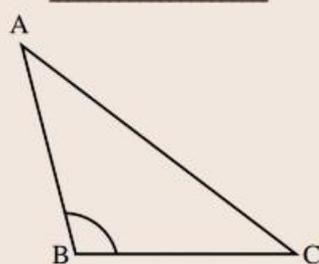
3. TIPOS DE TRIÂNGULO

Quanto aos ângulos, os triângulos se classificam em:

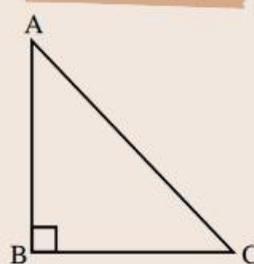
ACUTÂNGULO



OBTUSÂNGULO



RETÂNGULO



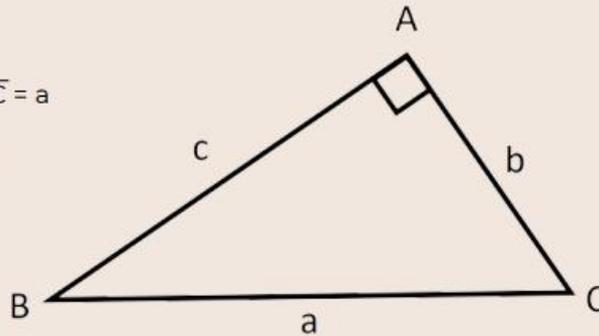
06



4. TEOREMA DE PITÁGORAS

4.1 ELEMENTOS DO TRIÂNGULO RETÂNGULO

- Hipotenusa: $\overline{BC} = a$
- Cateto: $\overline{AC} = b$
- Cateto: $\overline{AB} = c$



07



4. TEOREMA DE PITÁGORAS

4.2 O ENUNCIADO DO TEOREMA DE PITÁGORAS

- A soma dos quadrados dos catetos é igual ao quadrado da hipotenusa. Considerando a a medida da hipotenusa e b e c os catetos, o enunciado do Teorema de Pitágoras afirma que $a^2 = b^2 + c^2$.

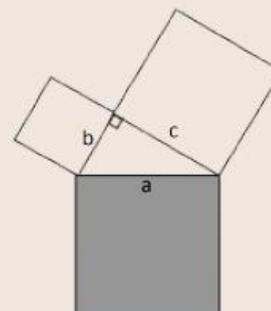
08



4. TEOREMA DE PITÁGORAS

4.2 O ENUNCIADO DO TEOREMA DE PITÁGORAS

- Em qualquer triângulo retângulo, a área do quadrado cujo lado é a hipotenusa é igual à soma das áreas dos quadrados que têm como lados cada um dos catetos.
- Considerando a a medida da hipotenusa e b e c os catetos, o enunciado do Teorema de Pitágoras afirmar que $a^2 = b^2 + c^2$.



09

TEOREMA DE PITAGORAS
 área de A+B= área de C
 $100 + 60.84 = 160.84$
 $160.84 = 160.84$

Area de = 100
 Area de = 160.84
 Area de = 60.84
 altura = 10
 base = 7.8

10



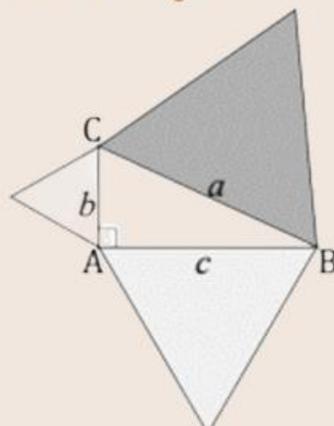
4. demonstração



11



5. generalização



12



REFERÊNCIAS

IEZZI, Gelson. C. Fundamentos da Matemática Elementar: Geometria Plana. 9.ed. v. 9. São Paulo: Atual, 2013.

RAMOS, Valéria. Teorema de Pitágoras. GeoGebra Disponível em: <https://www.geogebra.org/m/ebf38jrj>. Acesso em: 1 set. 2022

WAGNER, Eduardo. Teorema de Pitágoras e áreas. Rio de Janeiro: IMPA, 2015. Disponível em: <http://www.obmep.org.br/docs/apostila3.pdf>. Acesso em: 1 set. 2022.

YEPES, Luis; LÓPES, Vicente Martín Torres. Demostración Teorema de Pitágoras. GeoGebra. Disponível em: <https://www.geogebra.org/m/ejksydc8>. Acesso em: 1 set. 2022

Apêndice B: Versão final do material elaborado

Diretoria de Ensino Superior das Licenciaturas Licenciatura em Matemática

Disciplina: Laboratório de Ensino e Aprendizagem em Matemática

Linha de Pesquisa: Geometria

Licenciandos: Ana Laura Barreto de Almeida, Danúzia de Sales Sebastião Marques, Kathelyn Codeço Fidelis Cordeiro, Michelle da Silva Nunes Ribeiro, Mickaella dos Santos Pessanha.

Orientador: Prof^o. Dr^a. Mylane dos Santos Barreto

Aluno: _____

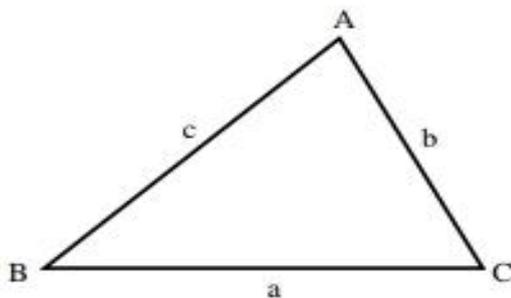
Data: ____/____/____

❖ Introdução

↳ Definição de triângulo

Dados três pontos, A, B e C, não colineares, a reunião dos segmentos AB, AC e BC chama-se triângulo ABC.

Figura 1 – Elementos de um triângulo



Fonte: Elaboração própria

↳ Elementos de um triângulo

• Vértice

Os pontos A, B e C são os vértices do triângulo ABC.

• Lados

Os segmentos \overline{AB} (de medida c), \overline{AC} (de medida b), \overline{BC} (de medida a) são os lados do triângulo.

• Ângulos

Os ângulos \widehat{BAC} ou \widehat{A} , \widehat{ABC} ou \widehat{B} , \widehat{ACB} ou \widehat{C} são os ângulos do triângulo ABC.

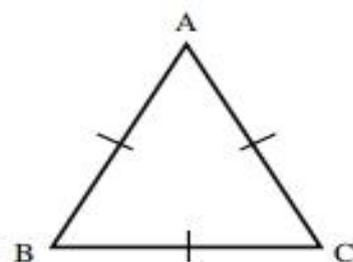
↳ Tipos de triângulo

Quanto aos lados, os triângulos se classificam em:

• Equilátero

Possui os três lados congruentes.

Figura 2 – Triângulo equilátero

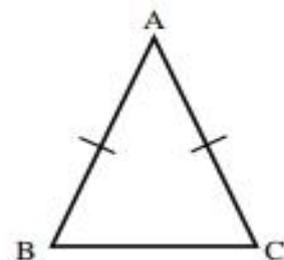


Fonte: Elaboração própria

• Isósceles

Possui dois lados congruentes.

Figura 3 – Triângulo isósceles

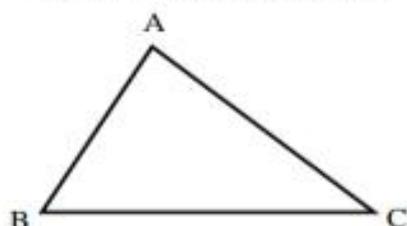


Fonte: Elaboração própria

• Escaleno

Não possui lados congruentes.

Figura 4 – Triângulo escaleno



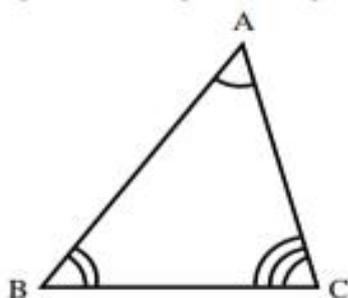
Fonte: Elaboração própria

Quanto aos ângulos, os triângulos se classificam em:

• Acutângulos

Possui os três ângulos agudos, ou seja, um ângulo com medida menor do que 90° .

Figura 5 – Triângulo acutângulo

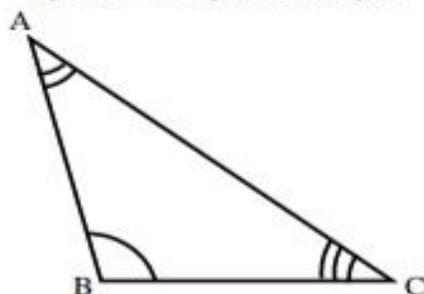


Fonte: Elaboração própria

• Obtusângulos

Possui um ângulo obtuso, ou seja, um ângulo com medida maior do que 90° .

Figura 6 – Triângulo obtusângulo

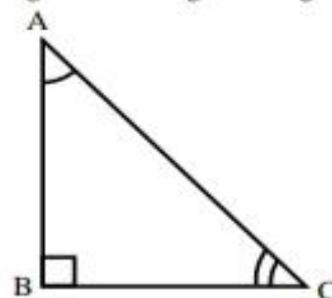


Fonte: Elaboração própria

• Retângulos

Possui um ângulo reto, ou seja, um ângulo com medida 90° .

Figura 7 – Triângulo retângulo

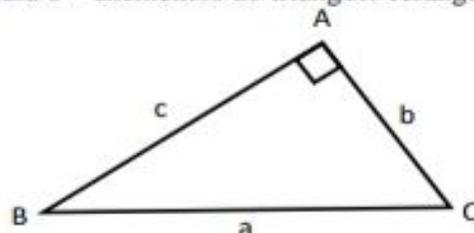


Fonte: Elaboração própria

❖ Teorema de Pitágoras

↳ Elementos do triângulo retângulo

Figura 8 – Elementos do triângulo retângulo



Fonte: Elaboração própria

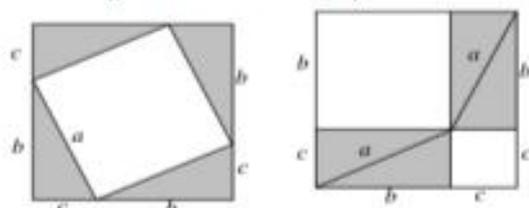
- **Hipotenusa:** $\overline{BC} = a$
- **Cateto:** $\overline{AC} = b$
- **Cateto:** $\overline{AB} = c$

↳ O Enunciado do Teorema de Pitágoras

A soma dos quadrados dos catetos é igual ao quadrado da hipotenusa. Considerando a a medida da hipotenusa e b e c os catetos, o enunciado do Teorema de Pitágoras afirma que $a^2 = b^2 + c^2$.

↳ Demonstração

Figura 10 – Demonstração clássica



Fonte:

<http://www.obmep.org.br/docs/apostila3.pdf>

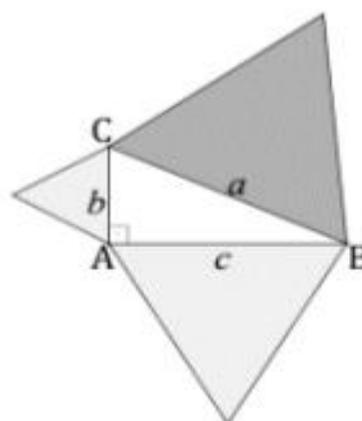
Dado um triângulo retângulo de hipotenusa a e catetos b e c , considere o quadrado cujo lado é $b + c$. Na figura da esquerda, retiramos do quadrado de lado $b + c$ quatro triângulos iguais ao triângulo retângulo dado, restando um quadrado de lado a . Na figura da direita, retiramos também do quadrado de lado $b + c$ os quatro triângulos iguais ao triângulo retângulo dado, restando um quadrado de lado b e um quadrado de lado c . Logo, a área do quadrado de lado a é igual à soma das áreas dos quadrados cujos lados medem b e c .

↳ Generalização

A partir das informações anteriores, abordaremos a generalização da relação entre as áreas de triângulos equiláteros construídos sobre os lados de um triângulo retângulo.

Proposição 1: A área do triângulo equilátero, construído sobre a hipotenusa de um triângulo retângulo, equivale à soma das áreas dos triângulos equiláteros construídos sobre os catetos deste triângulo.

Figura 11 - Representação da área de triângulos equiláteros sobre os lados de um triângulo retângulo



Fonte:

<http://www.obmep.org.br/docs/apostila3.pdf>

Seja ABC um triângulo retângulo em A , com hipotenusa a e catetos b e c . Sejam S_a , S_b e S_c as áreas dos triângulos equiláteros construídos, respectivamente, sobre a hipotenusa e os catetos deste triângulo.

Dessa forma, sabendo que a fórmula da área de um triângulo equilátero é igual a $\frac{l^2\sqrt{3}}{4}$ então temos que $S_a = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$, $S_b = \frac{b^2\sqrt{3}}{4}$ e $S_c = \frac{c^2\sqrt{3}}{4}$. Somando $S_b + S_c$ obtemos $S_b + S_c = \frac{b^2\sqrt{3}}{4} + \frac{c^2\sqrt{3}}{4} = \frac{(b^2+c^2)\sqrt{3}}{4}$. Pelo Teorema de Pitágoras sabemos que $a^2 = b^2 + c^2$. Sendo assim, encontraremos $S_b + S_c = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = S_a$. Com isso, conclui-se que a soma das áreas dos triângulos equiláteros construídos sobre os catetos de um triângulo retângulo é igual a área do triângulo equilátero construído sobre a hipotenusa.

REFERENCIAS

IEZZI, Gelson. C. Fundamentos da Matemática Elementar: Geometria Plana. 9.ed. v. 9. São Paulo: Atual, 2013.

WAGNER, Eduardo. Teorema de Pitágoras e áreas. Rio de Janeiro: IMPA, 2015. Disponível em: <http://www.obmep.org.br/docs/apostila3.pdf>. Acesso em: 1 set. 2022.

Diretoria de Ensino Superior das Licenciaturas Licenciatura em Matemática

Disciplina: Laboratório de Ensino e Aprendizagem em Matemática

Linha de Pesquisa: Geometria

Licenciandos: Ana Laura Barreto de Almeida, Danúzia de Sales Sebastião Marques, Kathelyn Codeço Fidelis Cordeiro, Michele da Silva Nunes Ribeiro, Mickaella dos Santos Pessanha.

Orientador: Prof^o. Dr^a. Mylane dos Santos Barreto

Aluno: _____

Data: ____/____/____

Atividades

Atividades do enunciado do Teorema de Pitágoras

I. Geometricamente o que significa a^2 ?

II. Geometricamente o que se entende por b^2 ?

III. Geometricamente o que se entende por c^2 ?

IV. Relacione geometricamente as respostas anteriores a igualdade $a^2 = b^2 + c^2$.

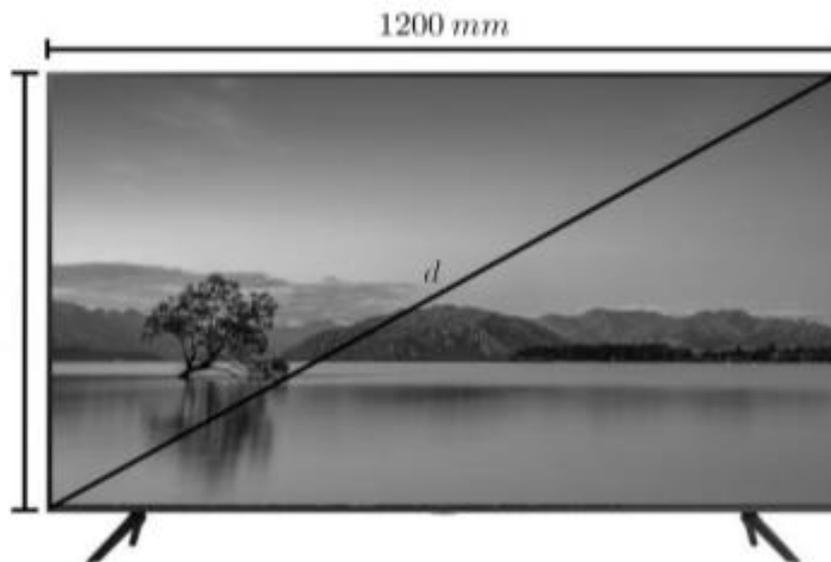
Atividade dos kits

No kit 1 encontra-se um quadrado de área a^2 , outro quadrado de área b^2 e quatro triângulos retângulos iguais de área $\frac{ab}{2}$. No kit 2 encontra-se um quadrado de área c^2 e 4 triângulos retângulos iguais de área $\frac{ab}{2}$.

I. Com os dois kits em mãos, forme dois quadrados de mesma área, sem misturar as peças de cada kit. Quais as áreas dos quadrados construídos?

II. Relacione a área do quadrado presente no kit 1 com as áreas dos quadrados presentes no kit 2.

01- (IFF, 2022 - Adaptada) As telas das televisões de LED são medidas em polegadas. A polegada (") é uma unidade de medida de comprimento e equivale a aproximadamente 2,54 cm. O tamanho da televisão é calculado pelo valor da diagonal da tela, sem considerar as bordas. A figura a seguir mostra uma TV com dimensões de 600 mm x 1200 mm. Considerando a televisão um retângulo perfeito, seu tamanho aproximado em polegadas é (utilize: $\sqrt{5} \cong 2,23$)

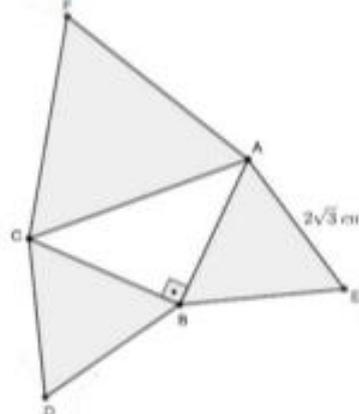


Qual é o tamanho aproximado, em polegadas, dessa TV?

- a) 50".
- b) 53".
- c) 55".
- d) 58".
- e) 60".

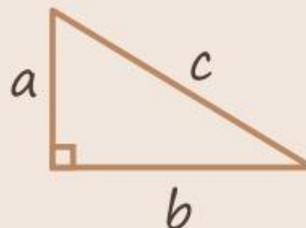
02- (IFF, 2019 - Adaptada) Sobre cada um dos lados do triângulo isósceles ABC retângulo em B foi construído um triângulo equilátero conforme a figura a seguir. Podemos afirmar que a área, em centímetros quadrados, do triângulo equilátero ACF é

- a) $\frac{3\sqrt{3}}{4} \text{ cm}^2$
- b) $\frac{3\sqrt{3}}{2} \text{ cm}^2$.
- c) $3\sqrt{3} \text{ cm}^2$.
- d) $4\sqrt{3} \text{ cm}^2$.
- e) $6\sqrt{3} \text{ cm}^2$.



TEOREMA DE PITÁGORAS

DEMONSTRAÇÃO E GENERALIZAÇÃO



Grupo: Ana Laura Barreto, Danúsia Sales, Kathelyn Codeço,
Michelle da Silva, Mickaella dos Santos



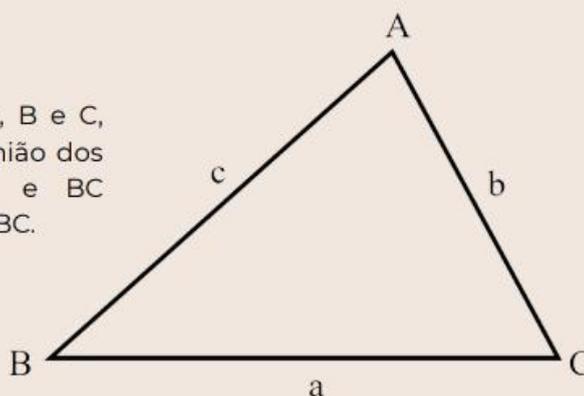
SUMÁRIO

1 Definição de triângulo.....	03
2 Elementos do triângulo.....	04
3 Tipos de triângulo.....	05
4 Teorema de Pitágoras.....	07
4.1 Elementos do triângulo retângulo.....	07
4.2 O enunciado do teorema de Pitágoras.....	08
5 Demonstração.....	10
6 Generalização.....	12
Referências.....	15



1. DEFINIÇÃO DE TRIÂNGULO

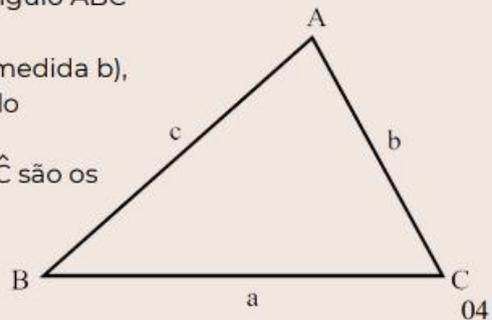
Dados três pontos, A, B e C, não colineares, a reunião dos segmentos AB, AC e BC chama-se triângulo ABC.





2. ELEMENTOS DO TRIÂNGULO

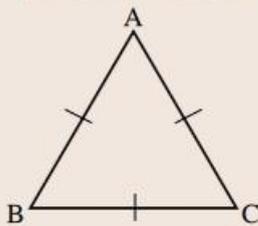
- Vértice
Os pontos A, B e C são os vértices do triângulo ABC
- Lados
Os segmentos \overline{AB} (de medida c), \overline{AC} (de medida b), \overline{BC} (de medida a) são os lados do triângulo
- Ângulos
Os ângulos \widehat{BAC} ou \widehat{A} , \widehat{ABC} ou \widehat{B} , \widehat{ACB} ou \widehat{C} são os ângulos do triângulo ABC



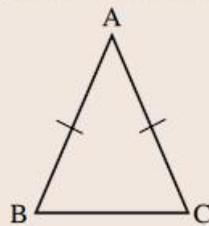
3. TIPOS DE TRIÂNGULO

Quanto aos lados, os triângulos se classificam em:

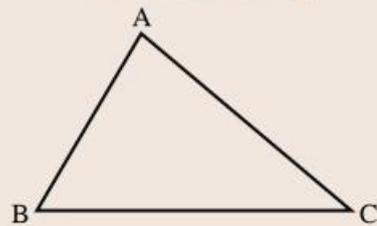
EQUILÁTERO



ISÓSCELES



ESCALENO



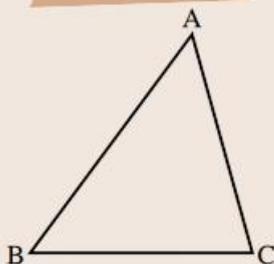
05



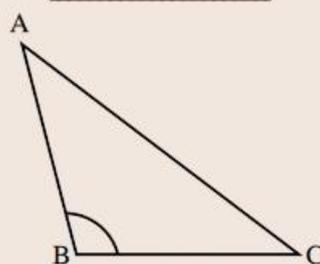
3. TIPOS DE TRIÂNGULO

Quanto aos ângulos, os triângulos se classificam em:

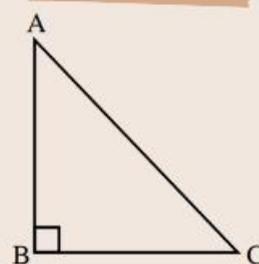
ACUTÂNGULO



OBTUSÂNGULO



RETÂNGULO



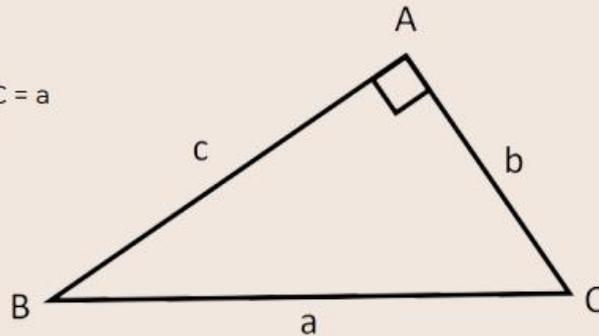
06



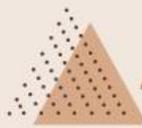
4. Teorema de Pitágoras

4.1 Elementos do triângulo retângulo

- Hipotenusa: $BC = a$
- Cateto: $AC = b$
- Cateto: $AB = c$



07



4. Teorema de Pitágoras

4.2 O enunciado do teorema de Pitágoras

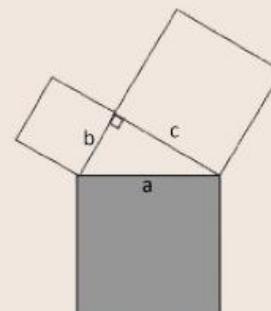
08



4. Teorema de Pitágoras

4.2 O enunciado do teorema de Pitágoras

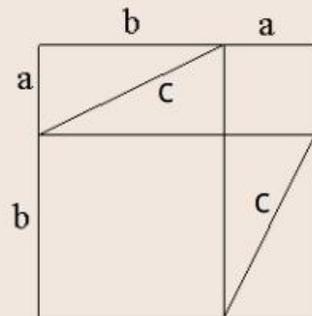
- Em qualquer triângulo retângulo, a área do quadrado cujo lado é a hipotenusa é igual à soma das áreas dos quadrados que têm como lados cada um dos catetos.
- Considerando a a medida da hipotenusa e b e c os catetos, o enunciado do Teorema de Pitágoras afirma que $a^2 = b^2 + c^2$.



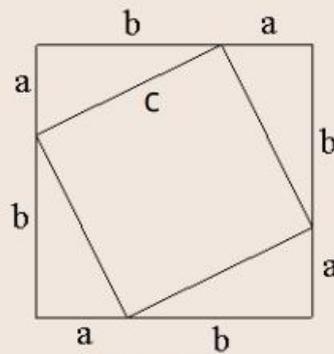
09



5. Demonstração



QUADRADO I

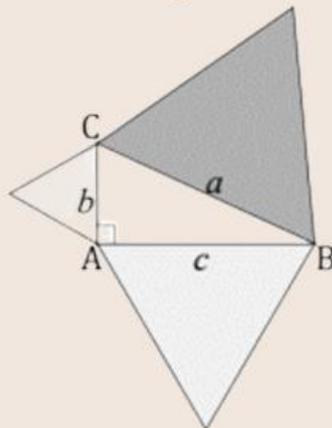


QUADRADO II

10



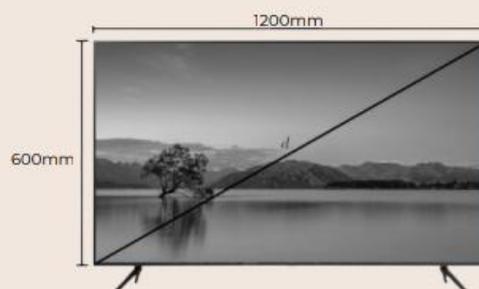
6. Generalização



11

(IFF, 2022) As telas das televisões de LED são medidas em polegadas. A polegada (") é uma unidade de medida de comprimento e equivale a 2,54 cm. O tamanho da televisão é calculado pelo valor da diagonal da tela, sem considerar as bordas. A figura a seguir mostra uma TV com dimensões de 600 mm x 1200 mm. Considerando a televisão um retângulo perfeito, seu tamanho aproximado em polegadas é (utilize: $\sqrt{5} \cong 2,23$)

- a) 50".
- b) 53".
- c) 55".
- d) 58".
- e) 60".



12

02- (IFF, 2019 - Adaptada) Sobre cada um dos lados do triângulo isósceles ABC retângulo em B foi construído um triângulo equilátero conforme a figura a seguir. Podemos afirmar que a área, em centímetros quadrados, do triângulo equilátero ACF é:

- a) $\frac{3\sqrt{3}}{4}$ cm².
- b) $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ cm².
- c) $3\sqrt{3}$ cm².
- d) $4\sqrt{3}$ cm².
- e) $6\sqrt{3}$ cm².



13



REFERÊNCIAS

- IEZZI, Gelson. C. Fundamentos da Matemática Elementar: Geometria Plana. 9.ed. v. 9. São Paulo: Atual, 2013.
- RAMOS, Valéria. Teorema de Pitágoras. GeoGebra Disponível em: <https://www.geogebra.org/m/ebf38jrj>. Acesso em: 1 set. 2022
- WAGNER, Eduardo. Teorema de Pitágoras e áreas. Rio de Janeiro: IMPA, 2015. Disponível em: <http://www.obmep.org.br/docs/apostila3.pdf>. Acesso em: 1 set. 2022.
- YEPES, Luis; LÓPEZ, Vicente Martín Torres. Demostración Teorema de Pitágoras. GeoGebra. Disponível em: <https://www.geogebra.org/m/ejksydc8>. Acesso em: 1 set. 2022

14