INSTITUTO FEDERAL
Fluminense
Campus
Campos Centro

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
GOVERNO FEDERAL
BRASIL
UNIÃO E RECONSTRUÇÃO

RELATÓRIO DO LEAMAT

A ÁREA DO TRIÂNGULO É OBTIDA SOMENTE PELA FÓRMULA $\frac{(base)\,.\,(altura)}{2}$?

ENSINO E APRENDIZAGEM DE GEOMETRIA

AYLA ALVES SALES ABREU
LIVIA DOS SANTOS RANGEL
MARIA CLARA CAMPOS VAZ

CAMPOS DOS GOYTACAZES - RJ

2023.2

AYLA ALVES SALES ABREU
LIVIA DOS SANTOS RANGEL
MARIA CLARA CAMPOS VAZ

RELATÓRIO DO LEAMAT

A ÁREA DO TRIÂNGULO É OBTIDA SOMENTE PELA FÓRMULA $\frac{(base)\,.\,(altura)}{2}$?

ENSINO E APRENDIZAGEM DE GEOMETRIA

Trabalho apresentado ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense, *Campus* Campos Centro, como requisito parcial para conclusão da disciplina Laboratório de Ensino e Aprendizagem de Matemática do Curso de Licenciatura em Matemática.

Orientadora: Profª. Me. Schirlane dos Santos Aguiar Rodrigues

CAMPOS DOS GOYTACAZES - RJ

2023.2

SUMÁRIO

1 RELATÓRIO DO LEAMAT I

1.1 ATIVIDADES DESENVOLVIDAS

O primeiro encontro foi no dia 21 de novembro de 2022, no qual foi apresentada a ementa do Laboratório de Ensino e Aprendizagem de Matemática (LEAMAT) - Geometria. A professora incentivou uma conversa sobre a disciplina, esclarecendo algumas dúvidas e, em seguida, mostrou o planejamento semestral do componente curricular com datas.

No dia 12 de dezembro de 2022, houve a apresentação do Ambiente Virtual de Aprendizagem (AVA) Google Classroom, contendo as normas da ABNT NBR 6023, orientando como referenciar textos, artigos e como fazer citações. E, também, mostrou o “Guia para elaboração de referências” feito por José Almeida Plácido Amadei e Valéria Cristina Trindade Ferraz (Amadei; Ferraz, 2019). Nesse mesmo dia, os alunos foram instruídos a fazer o primeiro fichamento, seguindo as orientações da professora quanto ao modelo e a forma correta de preenchê-lo.

Na aula seguinte, no dia 19 de dezembro de 2022, a turma entregou o fichamento feito durante a semana sobre o texto “Um panorama histórico do ensino de Geometria no Brasil: de 1500 até os dias atuais” escrito por Marlova Caldatto e Regina Pavanello. Este artigo apresenta uma análise da história do ensino da Geometria no Brasil. Com isso, foi possível entender como o processo de constituição do ensino da Geometria ocorreu no Brasil, e de que modo ele se entrelaça com as mudanças políticas e sociais que foram acontecendo ao longo desse tempo (Caldatto; Pavanello, 2015).

No dia 30 de janeiro de 2023, ocorreu a entrega do fichamento solicitado via AVA na última semana letiva de dezembro. O artigo utilizado foi “Por que não ensinar Geometria?” do autor Sérgio Lorenzato, que tem como objetivo compreender as causas da omissão da Geometria no Brasil e estimular a busca por mudanças nesse quadro (Lorenzato, 1995). Após a entrega, foi feita uma roda de conversa para debate das considerações feitas sobre o artigo. A partir de cada tópico, foram feitos questionamentos, como: O que é o pensamento geométrico? Quais as motivações para o ensino da Geometria? Quais as principais propostas curriculares dos livros didáticos para o ensino de Geometria?. Além disso, os alunos puderam apresentar temas para possíveis pesquisas fundamentadas durante a discussão.

No encontro do dia 13 de fevereiro de 2023, aconteceu a divisão dos grupos, a discussão para a escolha do tema e uma escrita inicial para definir o objetivo e a justificativa do tema escolhido. O tema definido foi “Diferentes formas de encontrar a área de um triângulo”, cujo objetivo é ajudar alunos de ensino médio a resolverem questões de áreas de triângulo de diferentes maneiras resolvendo, assim, questões de vestibular de maneira mais simples.

Na aula do dia 27 de fevereiro de 2023, foram discutidos os temas escolhidos por cada grupo e ajustes no cronograma curricular. Foi feita uma apresentação geral dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) e da Base Nacional Comum Curricular (BNCC). Estes materiais foram disponibilizados no AVA. Além disso, foram dadas orientações sobre a elaboração da lista de referências e sobre o início da escrita do relatório.

As aulas posteriores permaneceram com a organização dos grupos no Laboratório de Informática do Bloco G, sala 210, o que ocorreu até o dia 17 de abril de 2023. A participação ocorria por meio das pesquisas feitas nos computadores, tendo como foco autores e artigos que embasam a linha de pesquisa deste trabalho e discussões sobre o desenvolvimento do relatório com a professora.

No dia 17 de abril de 2023, houve a correção do relatório pelo grupo, de acordo com as observações feitas no arquivo pela professora. Foram feitas alterações na estrutura do texto e também em seu conteúdo. No mesmo dia, iniciou-se a elaboração da apresentação de slides, de acordo com o relatório, selecionando as partes mais importantes para serem desenvolvidas na apresentação.

No dia 24 de abril, ocorreu o ensaio com a presença da professora orientadora. Foram feitos alguns elogios sobre o template e as citações utilizadas. Porém, também foram feitas algumas observações, como colocar o número da página nos slides, retirar parte dos conteúdos selecionados por não ter ligação com o trabalho e consertar algumas referências que não estavam de acordo com as normas da ABNT. Alguns comentários foram feitos sobre o nervosismo por parte dos autores. A professora deu dicas para desenvolver melhor a fala durante a apresentação.

No dia 25 de abril, ocorreram as apresentações dos trabalhos dos 4 grupos do LEAMAT - Geometria, contando com a presença das professoras Ana Paula Rangel e Schirlane dos Santos Aguiar Rodrigues. O grupo 1 com a temática

“Jogando com formas: uma análise do uso de figuras geométricas nos esportes”, mostrou a relação da geometria com os esportes, em especial, o uso das figuras geométricas. Com o grupo 2, “Explorando as Unidades de Medidas com o uso de Materiais Manipuláveis e Jogos”, foi possível analisar a importância visual e sensitiva no estudo da Geometria, por meio do uso de materiais manipuláveis, para que os alunos consigam ver a Geometria no dia a dia. O grupo 4, com o tema “Construções Geométricas com artes”, mostrou a influência da Geometria na área artística, além de falar da importância das construções geométricas (com o auxílio de compasso, régua e par de esquadros) no ensino fundamental, já que muitos alunos chegam no ensino médio e na faculdade sem saber utilizar os materiais necessários.

O grupo 3, autor do vigente trabalho, que tem como temática: “A área do triângulo é somente $\frac{b\,.\,h}{2}$?”, debateu, na apresentação, sobre a importância da utilização de diferentes maneiras e fórmulas de descobrir a área de um triângulo, o que é muito válido para os alunos no vestibular. A professora Ana Paula fez considerações sobre a motivação, em que sentiu a ausência da fala do grupo sobre as diferentes fórmulas de encontrar a área do triângulo. A professora Schirlane evidenciou que as referências continham erros, como a ausência de links e o cabeçalho não estava adequado. Foram feitos elogios em relação à argumentação e apresentação consistente do grupo.

Os relatórios finais foram entregues no dia 02 de maio e a avaliação da disciplina foi realizada no dia 04 de maio.

1.2 ELABORAÇÃO DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA

1.2.1 Tema

Diferentes maneiras de calcular a área de um triângulo qualquer.

1.2.2 Justificativa

O trabalho foi proposto tendo em vista a importância do conceito de área para a Geometria e as dificuldades de sua interpretação em relação às grandezas e medidas geométricas, evidenciada no Programa Internacional de Avaliação de Alunos (PISA) 2015 (Brasil, 2016). O mesmo identificou que a categoria de maior dificuldade entre os brasileiros envolve as propriedades das figuras geométricas, como área e perímetro e características das figuras espaciais. Dessa maneira, os autores chegaram à conclusão que os desafios dos alunos no estudo de área se relacionam com a limitação dos mesmos às fórmulas, quando essas são apresentadas sem fundamento teórico.

É preciso ressaltar que as fórmulas simplificam os exercícios, facilitando a solução de problemas matemáticos, entretanto, surgem dificuldades dos discentes para resolver as questões quando só a fórmula não é suficiente, por isso, afirma-se que:

> [...] o cálculo de área é usualmente ensinado através de fórmulas de área, que são funções que fornecem a medida da área, em termos do comprimento de segmentos associados à figura. Este procedimento é indispensável para o cálculo de áreas, mas, em sua utilização, têm sido verificadas persistentes dificuldades entre os alunos. Uma delas é a confusão entre área e perímetro; outra é a extensão indevida da validade das fórmulas de área: a área de um paralelogramo é o produto dos lados. (Bellemain; Lima, 2002, p.27 apud Costa; Machado; Quaresma, 2020, p.259)

Para Teles (2007), as questões de vestibular sobre áreas podem ser categorizadas, isso ocorre a partir da análise da utilização das fórmulas. Tendo em vista a representação simbólica, os conceitos e operações, os problemas podem ser solucionados com a aplicação direta da fórmula ou a aplicação de outros elementos, como a interpretação das figuras. O que reforça a importância de estimular os alunos a resolver uma questão considerando múltiplas situações, para que encontrem uma resolução mais viável. Teles (2007, p.104) explica que:

> [...] para a construção do significado das fórmulas é preciso abordar múltiplas situações. Que situações seriam estas? Quais os tipos de usos para as fórmulas nestas situações? Que invariantes operatórios e representações simbólicas estariam envolvidos no tratamento destas situações? Estes questionamentos conduzem a olhar a fórmula como um "conceito".

Sendo enfatizado pelos autores do trabalho, o distanciamento dos alunos em relação ao conceito de área é prejudicial, tanto para alcançar êxito nos vestibulares, quanto para o exercício em sua vida prática. Pois, como afirma Batista (2014, p.7), “A necessidade de se determinar a medida da área de uma região veio do fato de que os agricultores das margens do Rio Nilo pagavam ao faraó um imposto pelo uso da terra, que era proporcional à região de terra cultivada". Dessa forma, atualmente, perpetua-se a necessidade de calcular distâncias, dimensões e áreas, dentre elas, a figura geométrica do triângulo.

Para Bellemain e Lima (2002), a aprendizagem de área e perímetro de figuras planas é de grande importância no ensino da matemática para a formação do cidadão, tendo em vista atividades comuns da Geometria no dia-a-dia, como em medidas de área de terrenos, casas e aplicações na arquitetura. Além da relevância utilitária, o conceito de área interliga outros pilares da Matemática e por suas aplicações em outras áreas do conhecimento. Porém, Dante e Viana (2020) afirmam que "[...] nem sempre é simples determinar a medida de área de certas superfícies, sendo necessária a utilização de diferentes métodos para a obtenção dessa medida" (Dante; Viana, 2020, p.11).

Tendo isso em vista, pode-se evidenciar a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (Brasil, 2018), que destaca a importância da utilização de diferentes táticas para obter a área de uma superfície, além de aplicar expressões para cálculo de área em situações reais, com ou sem a ajuda de tecnologias digitais. Assim, a BNCC (Brasil, 2018, p. 536) prevê como habilidade:

> Empregar diferentes métodos para a obtenção da medida da área de uma superfície (reconfigurações, aproximação por cortes etc.) e deduzir expressões de cálculo para aplicá-las em situações reais (como o remanejamento e a distribuição de plantações, entre outros), com ou sem apoio de tecnologias digitais.

Em relação ao estudo de triângulos, as habilidades trabalhadas também estão relacionadas às relações métricas, como lei do seno e lei do cosseno, congruência e semelhança de triângulos, para que os problemas matemáticos envolvidos possam ser resolvidos de diferentes maneiras (Brasil, 2018).

As Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN+) (Brasil, 2006) afirmam que dentro da unidade temática da Geometria no Ensino Médio, é proposta uma habilidade a ser desenvolvida que consiste em "Identificar e fazer uso de diferentes formas para realizar medidas e cálculos" (Brasil, 2006, p. 125). Na perspectiva deste trabalho, constata-se a importância de proporcionar significado no processo de ensino e aprendizagem da área do triângulo, para isso, é relevante apresentar diferentes possibilidades de calcular a mesma.

Em suas pesquisas, Fonda e Silva (2019) observaram que a maneira mais usada para calcular a área de triângulos é a utilização da fórmula que considera o produto da medida de um lado por sua respectiva altura. “A fórmula de Heron, por exemplo, foi citada em apenas um dos livros didáticos analisados” (Fonda; Silva, 2019, p. 51). Estas autoras destacam, também, que se faz necessário pesquisas que busquem explorar outros aspectos, em especial relacionando a geometria e álgebra, para a construção de diferentes fórmulas para o cálculo de áreas, principalmente a de triângulos, e evidenciam a importância das diferentes estratégias de ensino de modo a favorecer uma aprendizagem efetiva do aluno (Fonda; Silva, 2019).

1.2.3 Objetivo Geral

Usar diferentes maneiras para calcular a área de um triângulo na resolução de questões de vestibular.

1.2.4 Público-Alvo

Alunos do terceiro ano do Ensino Médio.

2 RELATÓRIO DO LEAMAT II

2.1 ATIVIDADES DESENVOLVIDAS

Iniciamos o componente curricular dia 06 de junho de 2023 quando a professora Schirlane nos mostrou a definição de sequência didática. Vimos a diferença entre sequência didática e plano de aula, além de entender mais sobre o uso da mesma.

No dia 13 de junho de 2023, a professora trouxe uma etapa para cada grupo fazer. Para nosso trabalho ela trouxe uma atividade que precisávamos da área do triângulo para achar a resposta final. Porém, não conseguimos resolver de maneira mais fácil. Por isso, deixamos para resolver com ajuda da professora.

Na aula do dia 20 de junho de 2023, foi apresentado novamente a atividade, porém, dessa vez, chegamos no resultado final por meio do uso de determinantes. Mas nem todos tinham estudado essa matéria nos anos anteriores, por isso, marcamos uma reunião online para estudar mais sobre determinantes.

Na semana seguinte, no dia 27 de junho de 2023, foi solicitado de cada grupo, um quadro como resumo da sequência didática planejada. Assim teríamos um rascunho da aula e, na próxima semana, começaríamos a trabalhar nos detalhes.

O encontro online com os integrantes deste grupo foi marcado para o dia 29 de junho de 2023. Nesta aula, a professora fez uma revisão do conteúdo de determinantes e resolveu algumas questões de vestibular sobre área de triângulos usando o conteúdo estudado. Algumas destas questões foram resolvidas de diferentes maneiras explorando, também, as fórmulas para cálculo de áreas de triângulos da Geometria Plana.

As semanas posteriores foram dedicadas para a escrita do relatório e elaboração da sequência didática com o auxílio da professora.

Entre os dias 29 de agosto e 19 de setembro, os grupos apresentaram suas sequências didáticas para a turma do LEAMAT II. Após cada aplicação, licenciandos e orientadores fizeram comentários positivos e negativos sobre a sequência didática de cada grupo.

No dia 19 de setembro foi aplicada a sequência didática apresentada neste trabalho.

No dia 03 de outubro ocorreu a avaliação final do LEAMAT II. Neste encontro, as professoras orientadoras destacaram pontos relevantes para o desenvolvimento do trabalho, como o aproveitamento do tempo de aula para a execução de tarefas, a entrega do material no prazo correto e a interação entre os componentes do grupo nas atividades.

2.2 ELABORAÇÃO DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA

2.2.1 PLANEJAMENTO DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA

A sequência didática foi planejada tendo como público-alvo os alunos do terceiro ano do Ensino Médio, para, assim, atender o objetivo inicial que é: Usar diferentes maneiras para calcular a área de um triângulo na resolução de questões de vestibular.

Os recursos elaborados incluem um problema inicial (Apêndice A-1), uma lista de atividades destinadas a avaliar o progresso dos alunos (Apêndice A-2) e uma apresentação de slides (Apêndice A-3) explorando diversas abordagens para o cálculo de área de um triângulo. As autoras desenvolveram em etapas, conforme consta no Quadro 1.

Quadro 1 - Etapas, atividades e objetivos

Etapas	Atividades	Objetivos
1	Problema inicial	Analisar uma situação problema de cálculo de área de triângulo, percebendo que não é fácil resolvê-la por $\frac{(base)\,.\,(altura)}{2}$.
2	Revisão de fórmulas para cálculo da área de um triângulo	Revisar diferentes fórmulas e formas de achar área de um triângulo.
3	Resolução de questões de vestibular	Resolver questões de vestibular utilizando as fórmulas revisadas, visando a maneira mais proveitosa e rápida de resolução.

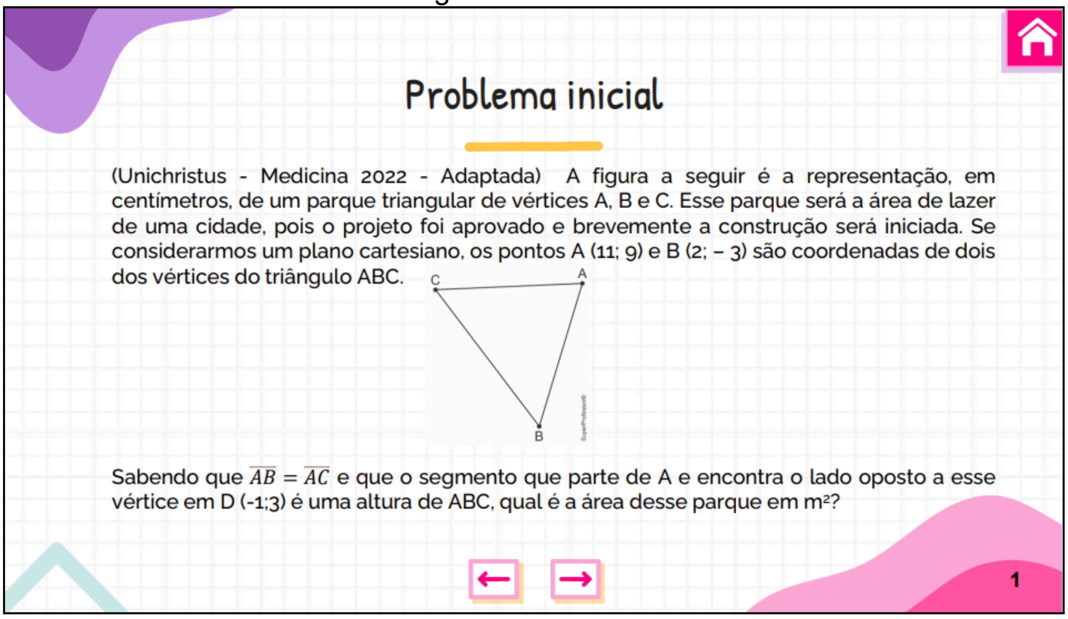
Fonte: Elaboração própria.

Em seguida, será detalhada como a aula deve ser conduzida de acordo com o quadro:

Na etapa 1, o professor em formação divide a turma em grupos, de quatro ou cinco alunos, e começa a apresentação de slides com uma questão de vestibular sobre cálculo de área de triângulo (Figura 1), cuja solução não pode ser obtida, imediatamente, pela fórmula $S = \frac{(base)\,.\,(altura)}{2}$.

O professor em formação também distribui aos alunos o problema inicial impresso (Apêndice A-1). Assim, é solicitado aos alunos que tentem resolvê-lo.

Figura 1 - Problema Inicial



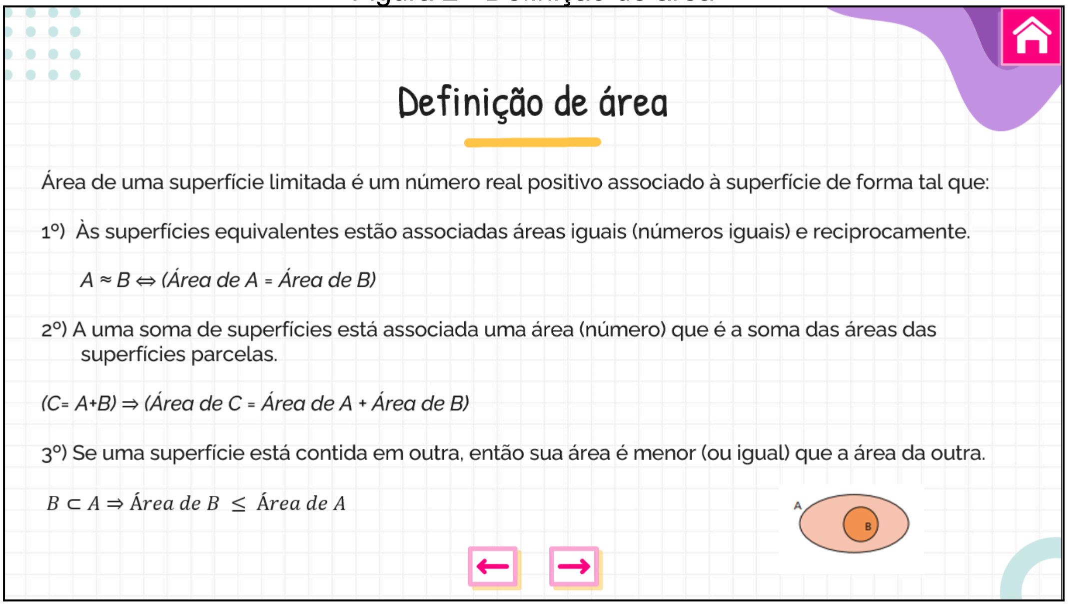
Fonte: Elaboração própria.

Após alguns minutos, é pedido para que os componentes do grupo falem como eles resolveram e, caso não tenham resolvido, quais dúvidas tiveram. O professor deverá falar que existe mais de uma forma de encontrar a área de um triângulo e que tentar usar a fórmula mais conhecida pode ser mais trabalhosa, uma vez que tem maneiras mais rápidas e práticas para resolver determinadas situações.

Na etapa 2, o professor em formação relembra o conceito de área e algumas propriedades, usando a apresentação de slides (Figura 2)

.

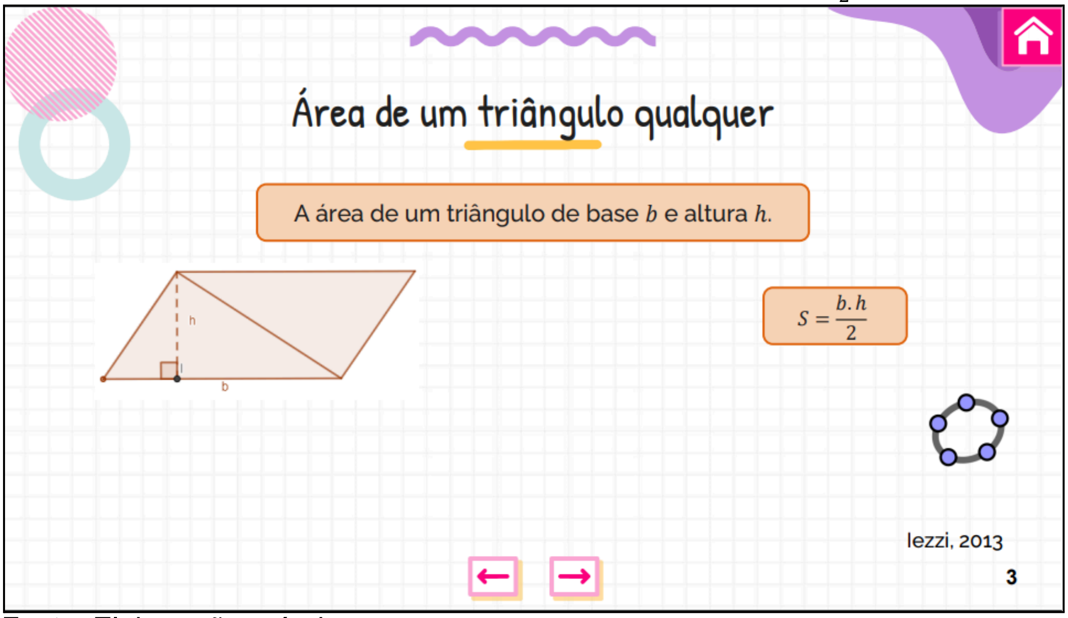
Figura 2 - Definição de área



Fonte: Elaboração própria.

Em seguida, o professor em formação deduz a fórmula mais conhecida para o cálculo da área de um triângulo $S = \frac{(base)\,.\,(altura)}{2}$. Essa fórmula é obtida a partir da área do paralelogramo. (Figura 3).

Figura 3 - Apresentação da fórmula $S = \frac{(base)\,.\,(altura)}{2}$



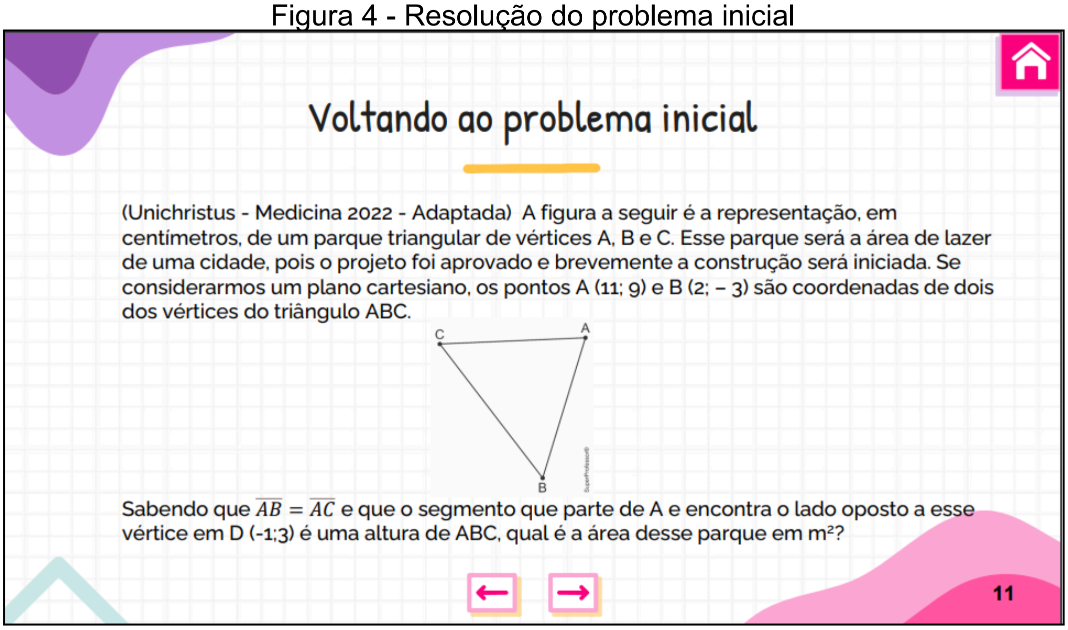
Fonte: Elaboração própria.

Dando continuidade à aula, a fórmula para cálculo da área de um triângulo equilátero é demonstrada, ressaltando que ela não pode ser usada para calcular a área de outros triângulos.

Neste momento, o professor em formação aponta que nem sempre temos a medida da altura em um triângulo qualquer. É válido, portanto, saber calcular a área sem depender da altura. Assim, são apresentadas diferentes fórmulas para calcular a área de triângulo.

Após fazer a explicação de diferentes maneiras de se achar a área de um triângulo, o professor volta à questão inicial para resolver junto com os alunos aplicando os métodos aprendidos. Os alunos devem perceber que a maneira mais prática de resolver esta questão é usando determinante (Figura 4).

Figura 4 - Resolução do problema inicial



Fonte: Elaboração própria.

Na etapa 3, o professor entrega uma lista de questões de vestibular para os alunos resolverem utilizando as fórmulas vistas em aula (Apêndice A-2). Após os alunos terem resolvido, todas as questões são projetadas no quadro com o auxílio dos slides (Apêndice A-3) e corrigidas pelos professores em formação.

2.2.2 APLICAÇÃO DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA NA TURMA DO LEAMAT II

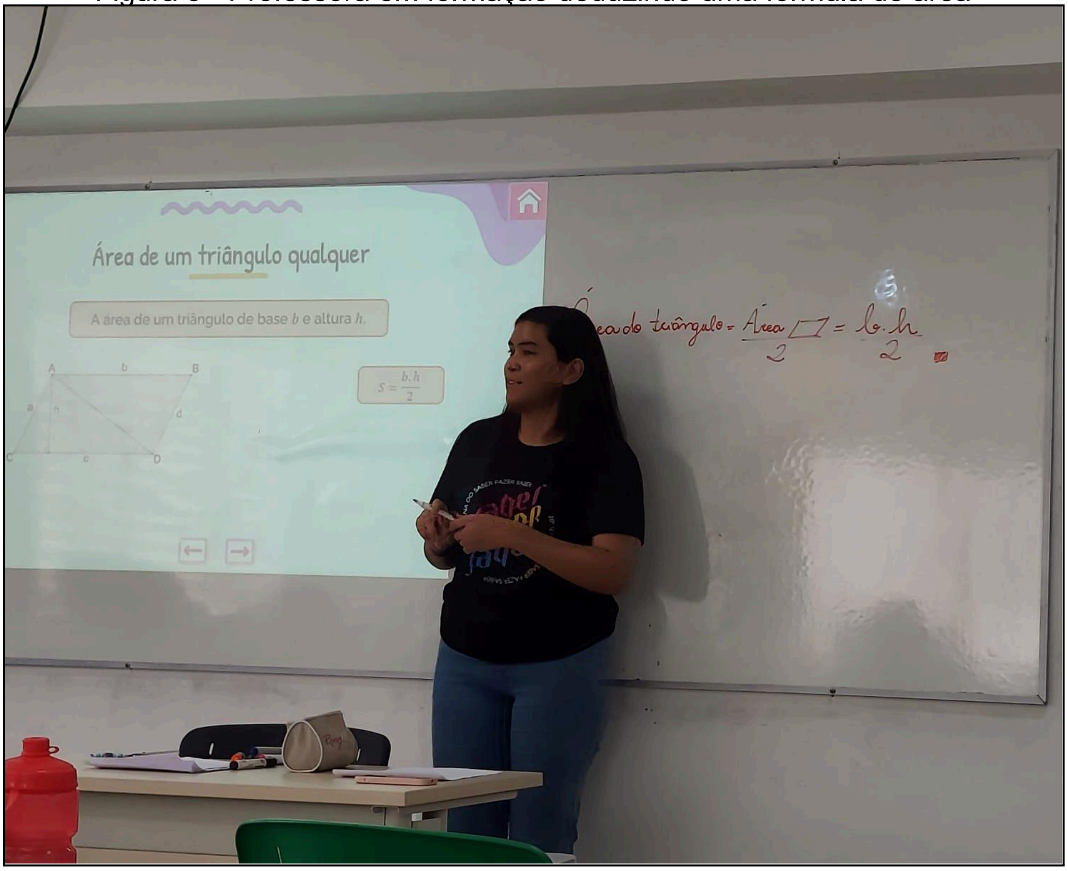
No dia 26 de setembro de 2022, foi aplicada a sequência didática para a turma do LEAMAT II. Além dos autores deste trabalho, estavam presentes todos os 9 alunos do componente curricular e as duas orientadoras. A aplicação teve como objetivo testar a sequência didática para, se necessário, aprimorá-la .

Na etapa 1 da sequência didática, o professor em formação começou explicando o porquê do título escolhido e que, provavelmente, a primeira fórmula de área de triângulo que eles aprenderam foi a $S = \frac{(base).(altura)}{2}$. Seguindo isso, foi proposto uma questão de vestibular que pedia a área de triângulo e os licenciandos deveriam tentar resolver. Após um tempo proposto para eles resolverem, os licenciandos foram indagados sobre como eles tentaram começar a questão. Alguns não conseguiram resolver e outros até começaram a tentar algo, porém, sem sucesso.

O professor em formação explicou aos licenciandos que eles iriam voltar à questão inicial posteriormente, para resolvê-la de forma rápida e eficiente. Assim, iniciou-se a etapa 2 da sequência didática com a definição de área e suas propriedades.

Em seguida, o professor em formação faz a dedução da fórmula mais comum no cálculo de área do triângulo $S = \frac{(base).(altura)}{2}$. Esta fórmula foi obtida a partir da área do paralelogramo (Figura 5).

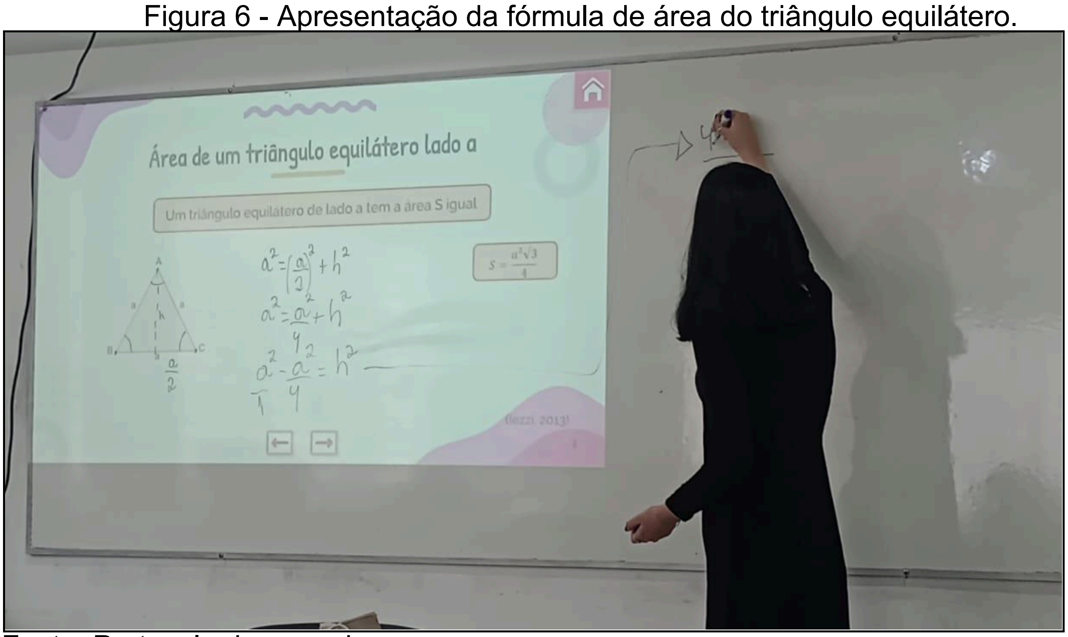
Figura 5 - Professora em formação deduzindo uma fórmula de área



Fonte: Protocolo de pesquisa.

Dando sequência à aula, foram apresentadas outras fórmulas e algumas demonstrações com o intuito de fazer os licenciandos relembrarem delas, pois já haviam sido estudadas pelos próprios (Figura 6).

Figura 6 - Apresentação da fórmula de área do triângulo equilátero.



Fonte: Protocolo de pesquisa.

Foram relembradas todas as fórmulas com os licenciandos, eles seguiram sem dúvidas, visto que todos já tinham aprendido sobre o conteúdo apresentado. Porém, na fórmula que utiliza determinante, foi percebido uma atenção maior, uma vez que os licenciandos já tinham percebido que a questão inicial seria resolvida utilizando a mesma. A parte teórica foi finalizada com um resumo das fórmulas relembradas.

Com todas as fórmulas propostas apresentadas, o professor em formação retornou ao problema inicial. A questão foi resolvida somente por instruções dos licenciandos, eles falaram para utilizar a fórmula que utiliza o determinante e, assim, foi seguindo até achar a área do triângulo.

Para finalizar a aula, os licenciandos receberam uma folha com quatro questões de vestibular que, por falta de tempo, não foi possível responder em sala de aula.

Após o término da aplicação da sequência didática, a professora orientadora passou a palavra aos licenciandos para fazerem suas considerações e sugestões.

Os licenciandos falaram sobre a falta de tempo para resolver os exercícios, sugerindo também o auxílio das fórmulas na hora de resolvê-los. Além de repararem que um slide estava com a numeração repetida, mas elogiaram o trabalho por começar com um problema e por apresentar diferentes formas de resolver questões.

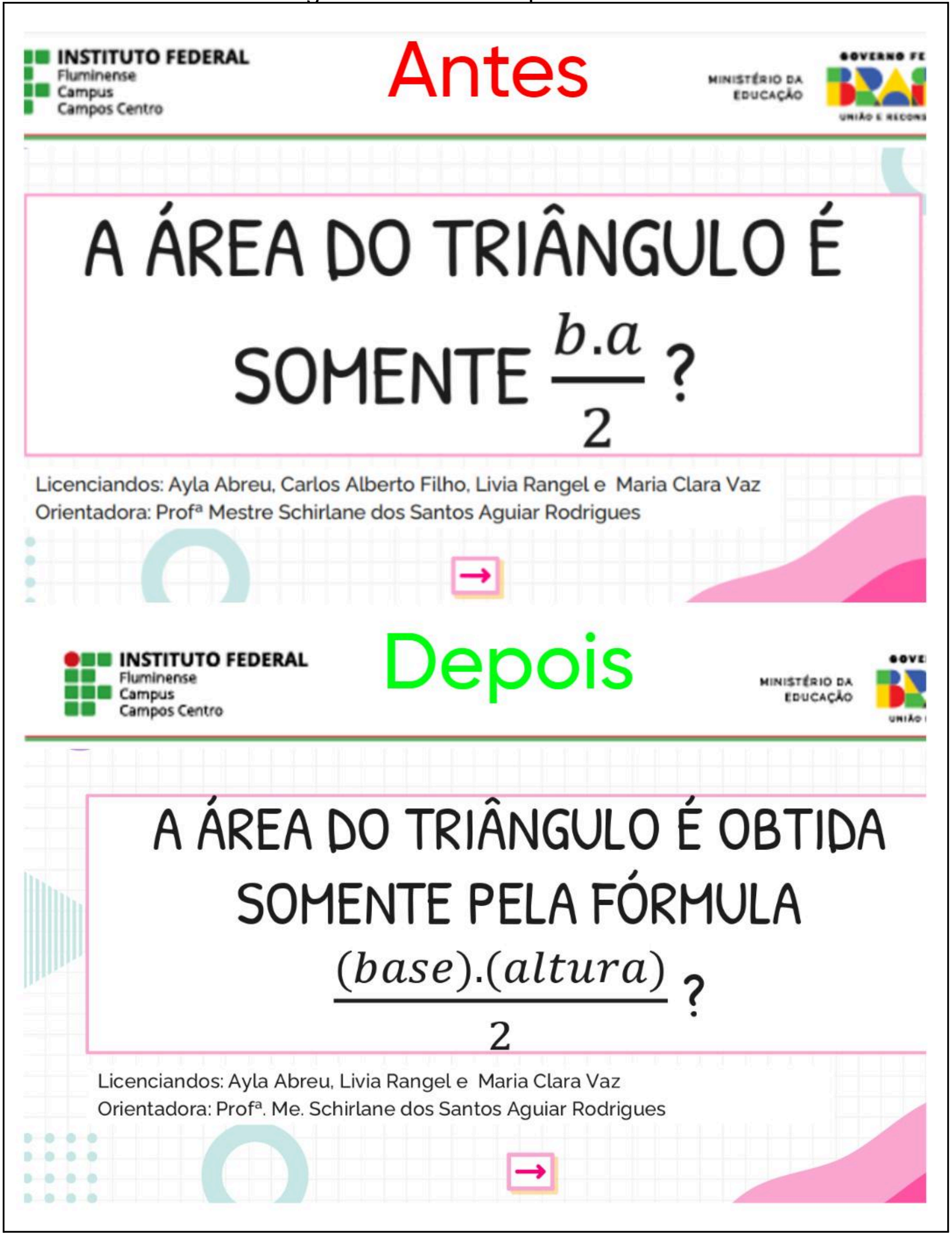
Em seguida, a professora orientadora Ana Paula, sugeriu a revisão do título, já que a área é diferente de fórmula. Falou, também, sobre a definição de altura e uma definição mais simples de área. Além de comentar sobre o tempo da apresentação, que deve ser arrumado para que a resolução de exercícios seja possível e, para isso, recomendou que fossem retiradas as demonstrações.

A professora orientadora Schirlane, comentou sobre o cuidado com as palavras “semelhança” e “congruência”, além de falar da diferença entre a definição de superfície e área. O uso de canetas coloridas no quadro, também, deve ser um cuidado do grupo, pois algumas cores ficam claras e difíceis de serem vistas, de acordo com a professora.

As sugestões dadas foram acatadas. Assim, os materiais foram modificados conforme descritos a seguir.

A primeira mudança a ser destacada é em relação ao título que inicialmente era "A área do triângulo é somente $S = \frac{b\,.\,h}{2}$?". Como foi dito anteriormente, fórmula é diferente de área, assim o título do trabalho passou a ser, "A área do triângulo é obtida somente pela fórmula $S = \frac{(base)\,.\,(altura)}{2}$?" (Figura 7).

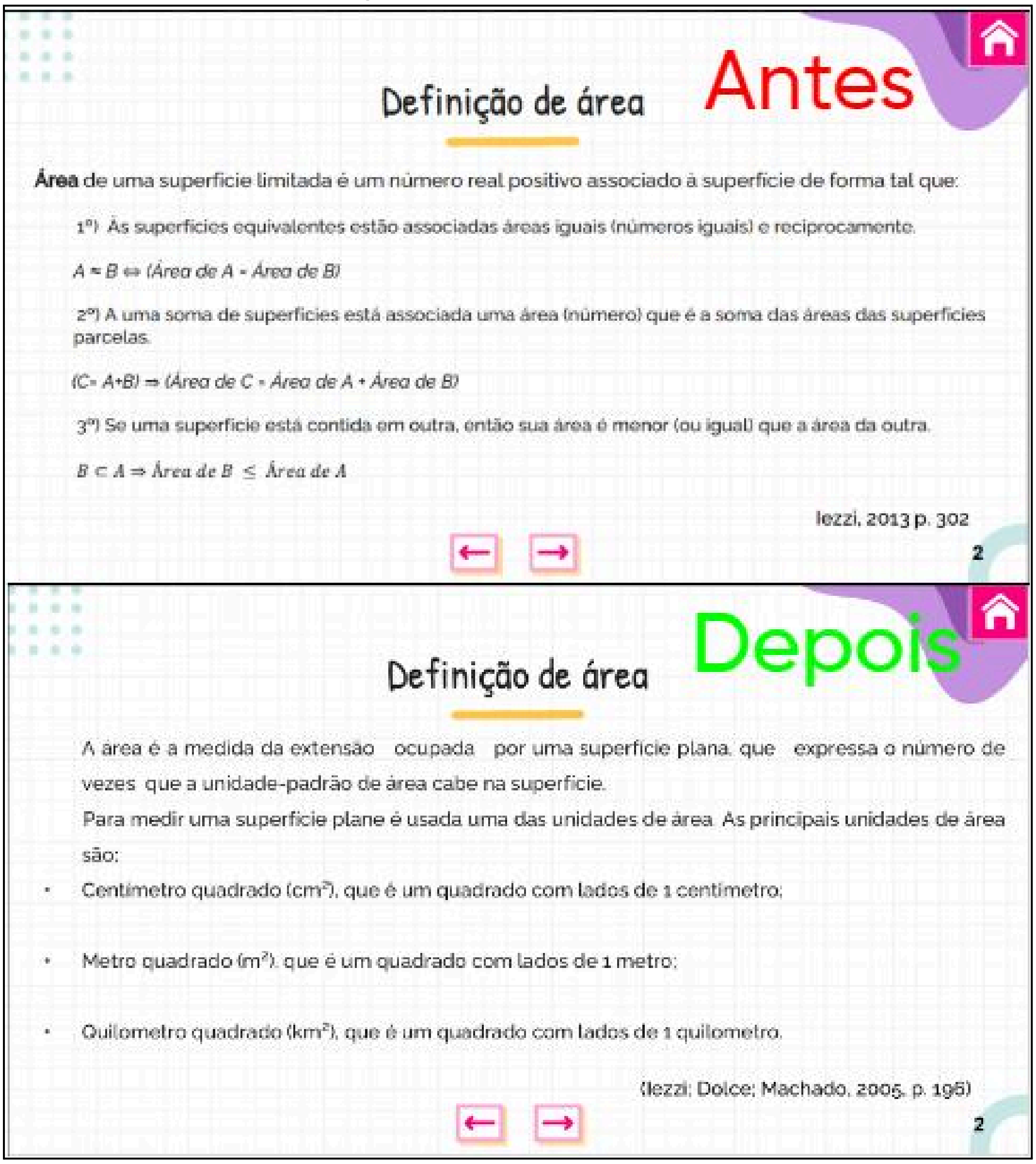
Figura 7 - Antes e depois do título.



Fonte: Elaboração própria

Outra mudança acatada foi a alteração na definição de área usada (Figura 8).

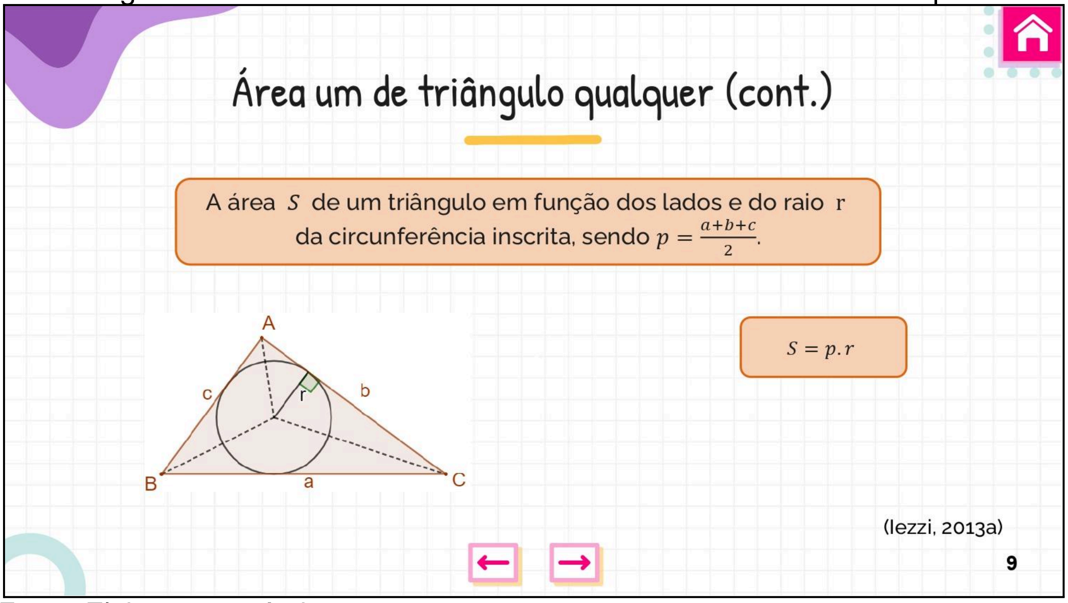
Figura 8 - Definição de área.



Fonte: Elaboração própria.

Foi adicionada, à sequência didática e à apresentação de slides, a fórmula que utiliza o raio da circunferência inscrita no triângulo e o seu semiperímetro. Essa alteração foi feita devido à aplicabilidade desta fórmula na resolução de várias questões (Figura 9).

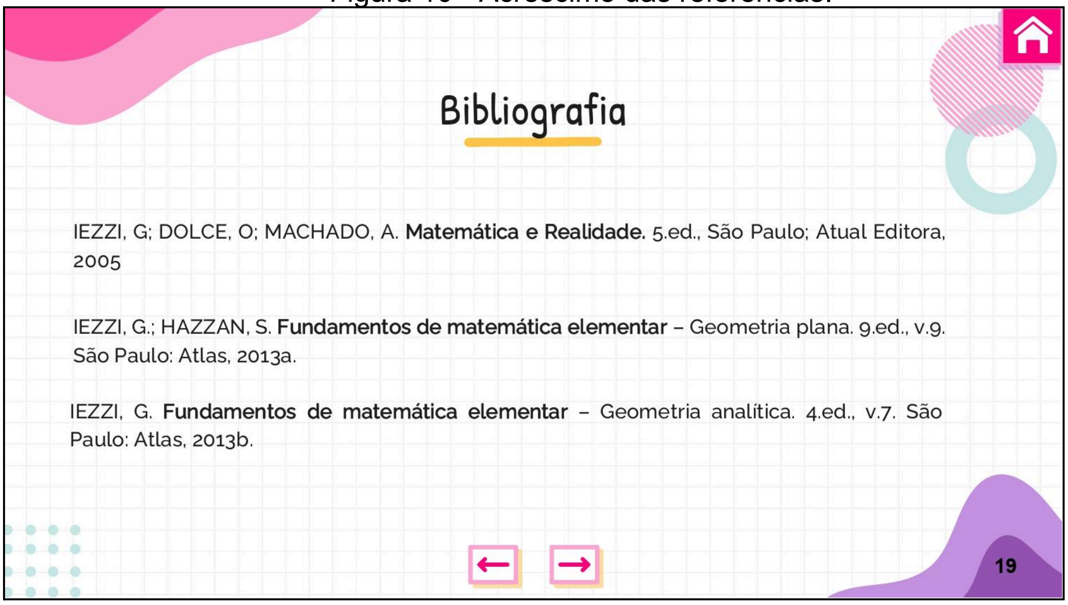
Figura 9 - Fórmula com o raio da circunferência inscrita e o semiperímetro.



Fonte: Elaboração própria.

Assim como a nova fórmula, também foi adicionado, ao final dos slides, as referências (Figura 10).

Figura 10 - Acréscimo das referências.

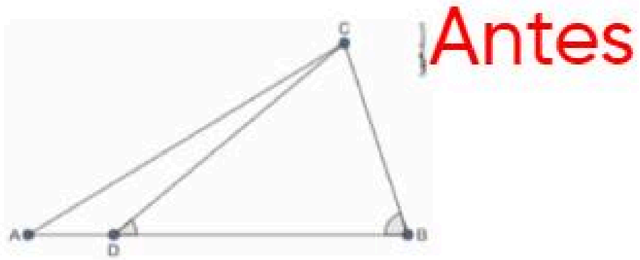


Fonte: Elaboração própria.

Outra alteração realizada nos materiais foi a substituição da última questão da lista de atividades, pois a resolução envolve trigonometria que não é o foco deste trabalho (Figura 11).

Figura 11 - Troca da última questão

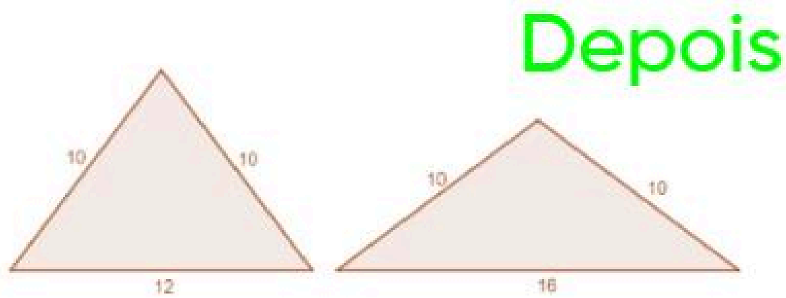
4. (Acafe 2023) No triângulo ABC da figura, fora de escala, AB = 10 cm, BC = 5 cm. O ponto D é marcado sobre o lado AB de modo que CD = 8 cm e a medida do ângulo $D\widehat{B}C$ é o dobro da medida do ângulo $B\widehat{D}C$.



Assinale a alternativa que contém a área do triângulo ABC.

a) 25 cm²
b) 16 cm²
c) 24 cm²
d) 20 cm²
e) 20 cm²

4. (UFR-RJ)



Sendo S_1 e S_2 as áreas das figuras I e II, respectivamente, podemos afirmar que:

a) $S_1 = S_2$

b) $S_1 = \frac{3S_2}{4}$

c) $S_1 = 3S_2$

d) $S_1 = 2S_2$

e) $S_1 = \frac{4S_2}{3}$

Fonte: Elaboração própria.

Como última alteração realizada, foi adicionada à sequência didática a entrega do resumo de fórmulas de forma impressa, para auxiliar na resolução das questões entregues (Figura 12).

Figura 12 - Resumo de fórmulas

INSTITUTO FEDERAL
Fluminense

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
GOVERNO FEDERAL
BRASIL
UNIÃO E RECONSTRUÇÃO

Diretoria de Ensino Superior
Disciplina: Laboratório de Ensino e Aprendizagem de Matemática
Linha de Pesquisa: Ensino e Aprendizagem em Geometria
Licenciandos: Ayla Alves Sales Abreu, Livia dos Santos Rangel e Maria Clara Campos Vaz

Nome: ____ Data: 13/03/2024

Resumo de algumas fórmulas de área de triângulo

$$S = \frac{b.h}{2}$$

$$S = \frac{1}{2}bc\,.\,sen\,\hat{A}$$

$$S = \frac{1}{2}ac\,.\,sen\,\hat{B}$$

$$S = \frac{1}{2}ab\,.\,sen\,\hat{C}$$

$$S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

$$S = p.r$$

$$S = \frac{1}{2}ah_a$$

$$S = \frac{1}{2}bh_b$$

$$S = \frac{1}{2}ch_c$$

$$S = \frac{1}{2}.|D_{ABC}|$$

Fonte: Elaboração própria.

3 RELATÓRIO DO LEAMAT III

3.1 ATIVIDADES DESENVOLVIDAS

As aulas do LEAMAT III tiveram início no dia 08 de novembro de 2023. A professora deu orientações gerais para todos os grupos, tais como: arrumar a parte do apêndice, enviar os arquivos em pdf para a mesma pelo e-mail, ajustar as imagens e confirmou a data dos próximos encontros, bem como as tarefas a serem realizadas.

Dia 22 de novembro de 2023, foi exclusivamente para finalizar o relatório do LEAMAT I, já que as normas da ABNT sobre citação sofreram alterações. Também foram ajustadas a justificativa e realizadas algumas complementações no planejamento da sequência didática do LEAMAT II.

Do dia 28 de novembro de 2023 até o dia 20 de dezembro de 2023 foram dedicados ao ajuste da sequencia didática para experimentação em turma do ensino regular.

No dia 22 de dezembro, o relatório parcial foi entregue e contemplou até a seção 3.2.1, além das referências e dos apêndices. Já as semanas seguintes foram destinadas a ensaios e aplicações das sequências didáticas de cada grupo.

Os dias 31 de janeiro de 2024 e 07 de fevereiro de 2024 foram dedicados à finalização dos slides, das apostilas e atualização dos apêndices no relatório.

No dia 21 de fevereiro foi realizado um ensaio entre os professores em formação e a orientadora deste trabalho para treinar falas, posturas, verificação da apresentação de slides no quadro, entre outras questões. Como foi observado que precisávamos ajustar algumas falas e alterar alguns materiais, a professora orientadora agendou um encontro para a semana seguinte.

Assim, no dia 28 de fevereiro o grupo se reuniu no laboratório de informática, sala G 210, para os ajustes finais nos materiais.

No dia 13 de março foi realizada a experimentação da sequência didática para uma turma da terceira série do Ensino Médio da escola pública Colégio Estadual Constantino Fernandes.

As aulas seguintes foram destinadas à finalização do relatório com auxílio da orientadora. A avaliação final do componente curricular ocorreu no dia 04 de abril de 2024.

3.2 ELABORAÇÃO DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA

3.2.1 VERSÃO FINAL DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA

A sequência didática foi planejada tendo como público-alvo os alunos do terceiro ano do Ensino Médio, para, assim, atender o objetivo inicial que é: Usar diferentes maneiras para calcular a área de um triângulo na resolução de questões de vestibular.

Os recursos elaborados incluem um problema inicial (Apêndice B-1), uma lista de atividades destinadas a avaliar o progresso dos alunos (Apêndice B-2) e uma apresentação de slides (Apêndice B-3) explorando diversas abordagens para o cálculo de área de um triângulo. As autoras desenvolveram em etapas, conforme consta no Quadro 1.

Quadro 1 - Etapa, atividades e objetivos

Etapas	**Atividade**	**Objetivos**
1	Problema inicial	Analisar uma situação problema de cálculo de área de triângulo, percebendo que não é fácil resolvê-la por $\frac{b.a}{2}$.
2	Revisão de fórmulas para cálculo da área de um triângulo	Revisar diferentes fórmulas e formas de achar área de um triângulo.
3	Resolução de questões de vestibular	Resolver questões de vestibular utilizando as fórmulas revisadas, visando a maneira mais proveitosa e rápida de resolução.

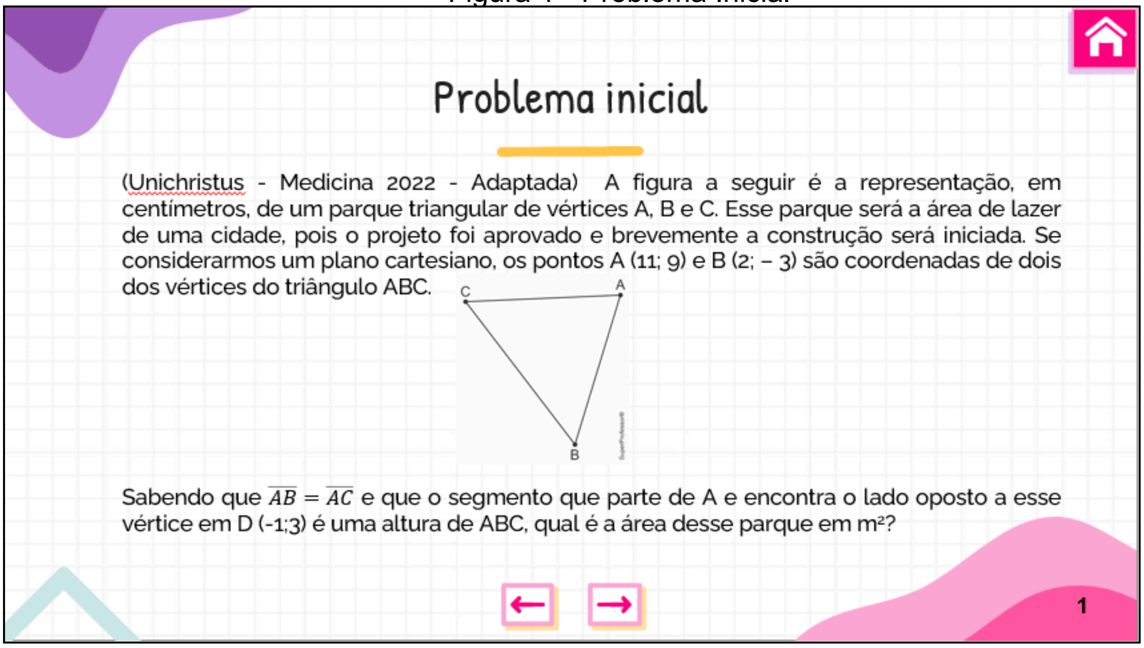
Fonte: Elaboração própria.

Em seguida será detalhada como a aula deve ser conduzida de acordo com o quadro:

Na etapa 1, o professor em formação divide a turma em grupos, de quatro ou cinco alunos, e começa a apresentação de slides com uma questão de vestibular sobre cálculo de área de triângulo (Figura 1), cuja solução não pode ser obtida, imediatamente pela fórmula $S = \frac{(base).(altura)}{2}$.

O professor em formação também distribui aos alunos o problema inicial impresso (Apêndice A-1). Assim, é solicitado aos alunos que tentem resolvê-lo.

Figura 1 - Problema Inicial

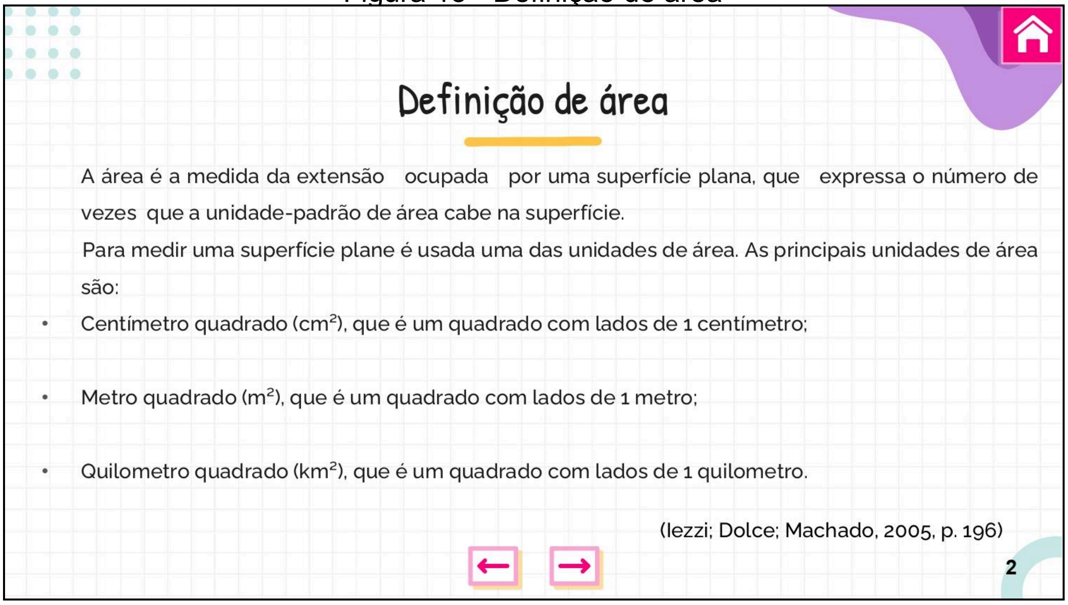


Fonte: Elaboração própria.

Após alguns minutos, é pedido para que os componentes do grupo falem como eles resolveram e, caso não tenham resolvido, quais dúvidas tiveram. O professor deverá falar que existe mais de uma forma de encontrar a área de um triângulo e que tentar usar a fórmula mais conhecida pode ser mais trabalhosa, uma vez que tem maneiras mais rápidas e práticas para resolver determinadas situações.

Na etapa 2, o professor em formação relembra o conceito de área e algumas propriedades, usando a apresentação de slides (Figura 13).

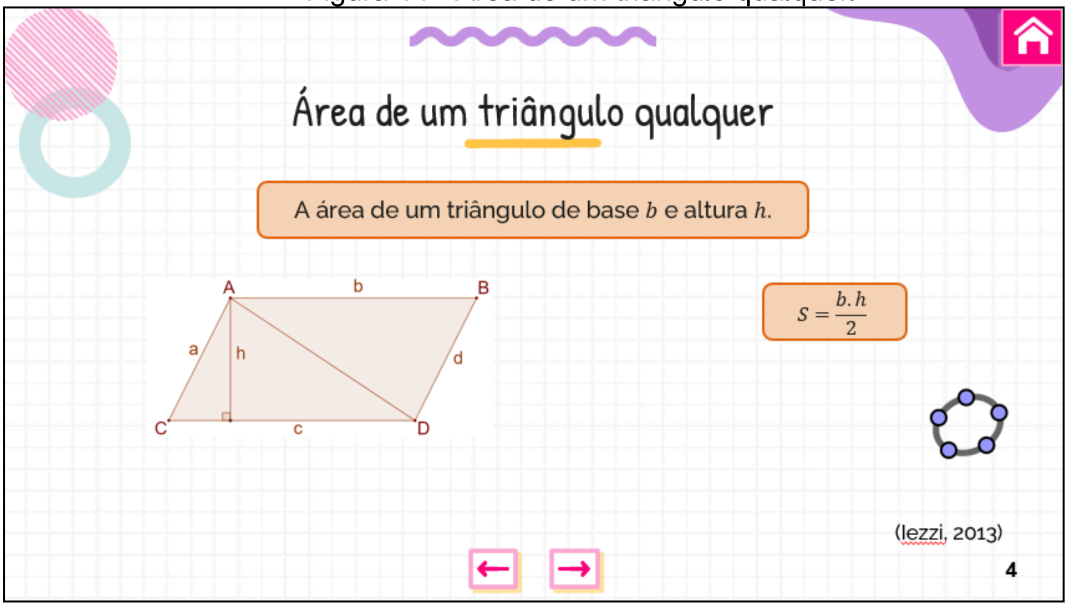
Figura 13 - Definição de área



Fonte: Elaboração própria.

Em seguida, o professor em formação deduz a fórmula mais conhecida para o cálculo da área de um triângulo $S = \frac{(base)\,.\,(altura)}{2}$. Essa fórmula é obtida a partir da área do paralelogramo. (Figura 14).

Figura 14 - Área de um triângulo qualquer.



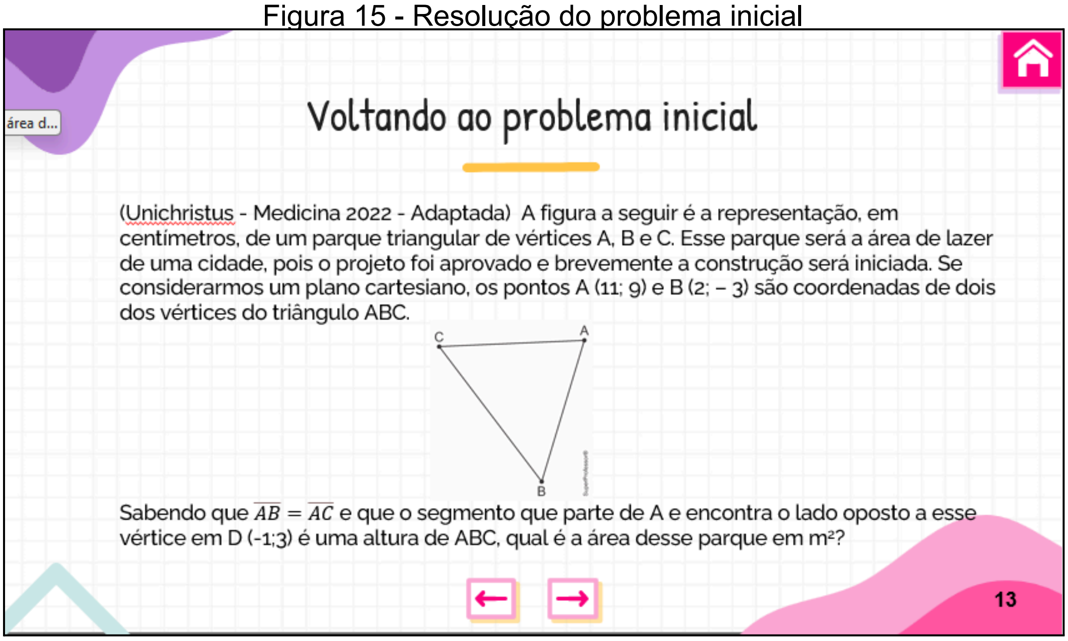
Fonte: Elaboração própria.

Após fazer a explicação das diferentes maneiras de se achar a área de um triângulo qualquer, é mostrado a fórmula para cálculo da área de um triângulo equilátero, ressaltando que ela não pode ser usada para calcular a área de outros triângulos.

Neste momento, o professor em formação aponta que nem sempre temos a medida da altura em um triângulo qualquer. É válido, portanto, saber calcular a área sem depender da altura. Assim, são apresentadas diferentes fórmulas para calcular a área de triângulo.

Após fazer a explicação de diferentes maneiras de se achar a área de um triângulo, o professor volta à questão inicial para resolver junto com os alunos aplicando os métodos aprendidos. Os alunos devem perceber que a maneira mais prática de resolver esta questão é usando o determinante (Figura 15).

Figura 15 - Resolução do problema inicial



Fonte: Elaboração própria.

Na etapa 3, o professor entrega uma lista de questões de vestibular para os alunos resolverem utilizando as fórmulas vistas em aula (Apêndice B-2). Após os alunos terem resolvido, todas as questões são projetadas no quadro com o auxílio dos slides (Apêndice B-3) e corrigidas pelos professores em formação.

Nesta sequência didática foram utilizadas diferentes fórmulas e maneiras para calcular a área de um triângulo. Inicialmente, foi apresentada a área S de um triângulo de base b e altura h, que é a fórmula mais conhecida $S = \frac{b \cdot h}{2}$. Em seguida, foram apresentadas as fórmulas para cálculo da área S de um triângulo:

- em função dos lados e suas respectivas alturas;
- em função de dois lados e do seno compreendido entre eles;
- em função dos lados e seu semiperímetro;
- em função do semiperímetro e o raio da circunferência inscrita ao triângulo;
- em função as coordenadas dos seus vértices;
- área do triângulo equilátero.

É importante ressaltar que o professor pode adaptar esta sequência didática, adicionando ou retirando fórmulas, de acordo com a realidade de sua turma.

3.2.2 EXPERIMENTAÇÃO FINAL DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA NA TURMA REGULAR

A sequência didática foi aplicada para o 3° ano do Ensino Médio, no Colégio Estadual Constantino Fernandes em Campos dos Goytacazes, com média de 30 alunos e carga horária de duas aulas de 45 minutos cada.

As autoras, juntamente com a orientadora desse trabalho, chegaram um pouco antes para organizar os materiais na sala de aula, já que a mesma não tinha projetor.

Antes da aula começar, a professora orientadora apresentou o que é o componente curricular LEAMAT e uma professora em formação explicou o porquê da escolha do tema.

Inicialmente, foi distribuída uma questão de vestibular sobre área de triângulo para cada aluno, o plano inicial seria dividir a turma em grupos, mas a sala onde a experimentação estava ocorrendo era pequena e tinham muitos alunos. Foi dado um tempo para os alunos tentarem fazer, mas ninguém conseguiu fazer, já que os alunos não conseguiam achar uma maneira de usar a fórmula conhecida, $S = \frac{(base)\,.\,(altura)}{2}$ para a resolução da questão. Foi explicado aos alunos que aquele problema inicial seria resolvido depois da revisão de fórmulas. Após o problema inicial, foi explicada a definição de área.

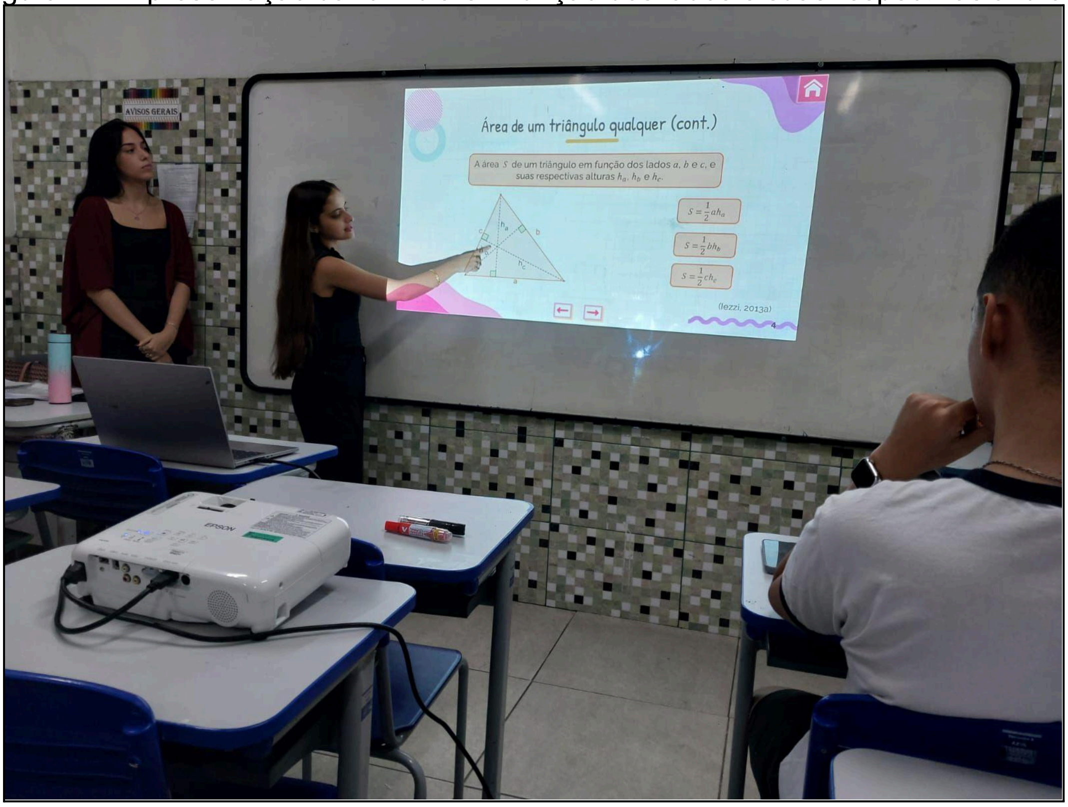
Em seguida, a professora em formação faz a dedução da fórmula mais comum no cálculo de área do triângulo $S = \frac{(base)\,.\,(altura)}{2}$. Esta fórmula foi obtida a partir da área do paralelogramo (Figura 16).

Figura 16 - Apresentando da fórmula em relação à base e a altura.

Fonte: Protocolo de pesquisa.

Em seguida, foi mostrada a fórmula relativa à base e suas respectivas alturas, a fim de que os alunos pudessem resolver as questões considerando a base do triângulo como o lado mais conveniente, sendo aquele que possui o valor dado pela questão ou sendo mais fácil de ser encontrado, assim como a altura perpendicular à base definida. A turma ressaltou que não sabia que era possível considerar qualquer lado do triângulo sendo a base (Figura 17).

Figura 17 - Apresentação da fórmula em função dos lados e suas respectivas alturas.



Fonte: Protocolo de pesquisa.

A fórmula de área em função de dois lados e do seno compreendido entre eles foi apresentada e seguida por um exemplo que foi resolvido na aula. Aconteceu o mesmo com a fórmula de Heron, que é a fórmula em função dos lados. Após esses slides, foi apresentada a fórmula em função do semiperímetro e do raio da circunferência inscrita.

Da mesma maneira, foi mostrada a fórmula da área do triângulo utilizando o cálculo do determinante a partir das coordenadas dos seus vértices, seguidamente, foi feito um exemplo em conjunto com os alunos. Posteriormente, apresentou-se a fórmula da área do triângulo equilátero (Figura 18).

Figura 18 - Apresentação da fórmula da área do triângulo equilátero.

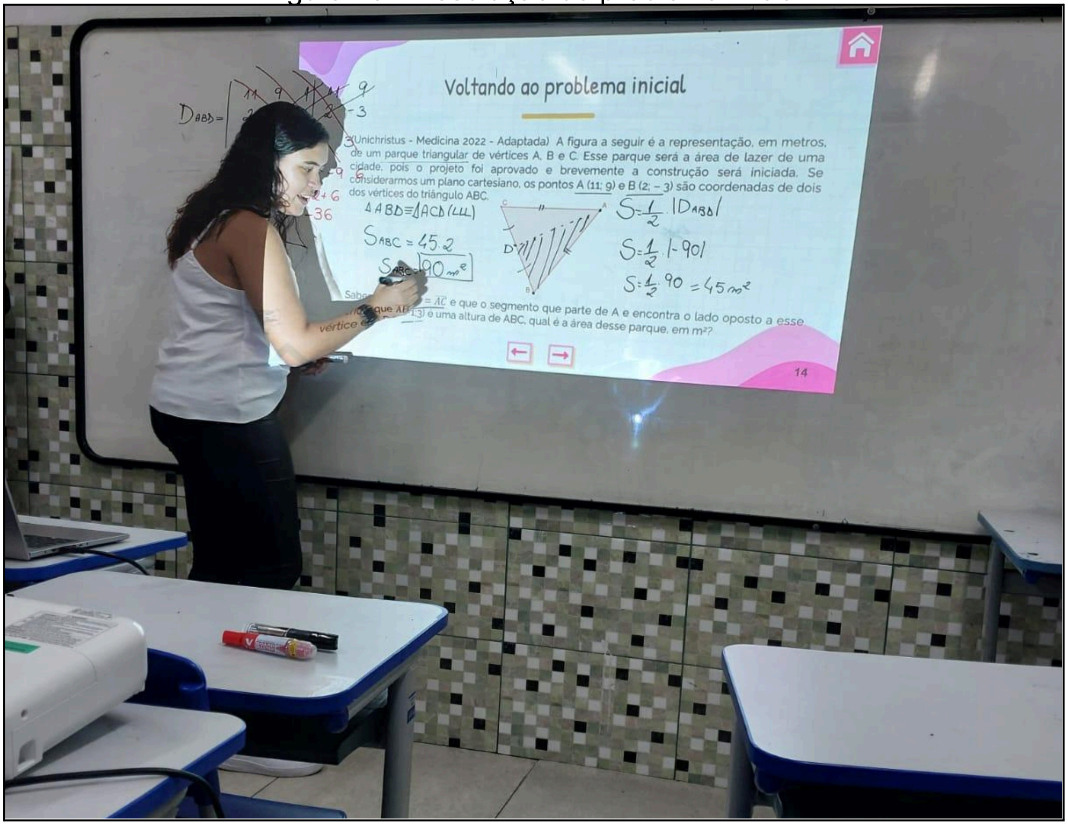
Fonte: Protocolo de pesquisa.

Os alunos verbalizam que não conheciam e nem estudaram tais fórmulas, o que fez com que tivessem o primeiro contato com o conteúdo.

Dando continuidade, foi projetado o slide com o resumo das fórmulas revisadas, assim como a entrega deste resumo impresso em folha A4 para que a turma pudesse consultar nos próximos momentos da aula.

Após mostrar as principais fórmulas de área do triângulo, retornou-se à questão inicial, fazendo o questionamento aos alunos de qual fórmula apresentada seria mais viável para resolver a questão. Eles apontaram a fórmula utilizando o determinante, uma vez que no enunciado desta questão havia dados que permitia obter as coordenadas dos vértices do triângulo. Sendo assim, a questão que antes aparentava não ter uma solução para eles, foi facilmente resolvida (Figura 19).

Figura 19 - Resolução do problema inicial



Fonte: Protocolo de pesquisa.

No último momento, foram entregues as listas de questões para os alunos, contendo quatro questões de vestibular. Eles tiveram 15 minutos para resolver e, após esse tempo, os professores em formação corrigiram no quadro as questões propostas (Figura 20).

Figura 20 - Resolução da lista de exercícios no quadro.

Fonte: Protocolo de pesquisa.

Mesmo que o objetivo do trabalho fosse revisar as fórmulas para encontrar a área do triângulo, os alunos ressaltaram, no final da aula, que não conheciam e nem tinham domínio sobre as fórmulas apresentadas. Por isso, a participação dos alunos durante a aula foi reduzida.

Os comentários dos alunos foram positivos. A turma agradeceu e destacou que viram o conteúdo pela primeira vez.

4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O tema do trabalho, escolhido no LEAMAT I, foi algo bastante requisitado entre as autoras e, ter visto a sequência didática sendo construída e concluída, foi algo fantástico, já que é um assunto importante para os alunos do Ensino Médio. Do LEAMAT I até o LEAMAT III ocorreu o amadurecimento dos integrantes do grupo, em relação à escrita do relatório, à pesquisa e à aplicação, em que foi possível ajustar a demanda necessária para enriquecer o trabalho. A partir da apresentação em sala de aula para a turma de professores em formação do LEAMAT II foi possível identificar diversas possibilidades de melhorias para a aula, sendo necessário alterar questões, adicionar novas fórmulas e readequar o tempo da apresentação. Tudo isso foi crucial no LEAMAT III, em que foi levada a aplicação para os alunos da escola Colégio Estadual Constantino Fernandes.

O objetivo do trabalho era revisar algumas fórmulas para encontrar a área do triângulo, a fim de facilitar a resolução das questões na hora do vestibular. No entanto, como os alunos não tinham visto o conteúdo abordado, foi necessário explicar as fórmulas e não revisar. Tal aspecto, apesar de imprevisível, mostra a vivência prática da realidade educacional pública. Cenário que poderá ser encontrado, futuramente, pelas autoras do trabalho.

A participação dos alunos, mesmo que pouca, também foi algo importante para o trabalho, já que, por meio deste, foi possível ver se eles realmente estavam entendendo o que era explicado.

Conclui-se, que o trabalho foi essencial para a vida acadêmica e futura vida profissional das autoras, professoras em formação. Foi possível adquirir conhecimento, experiência e a vivência de planejar e aplicar uma sequência didática com os recursos necessários.

REFERÊNCIAS

AMADEI, J. R. P.; FERRAZ, V. C. T. **Guia para elaboração de referências:** ABNT NBR 6023:2018. Bauru, 2018. 54 p.

BATISTA, F. S. **UM ESTUDO SOBRE ÁREA DE TRIÂNGULOS E POLÍGONOS CONVEXOS E NÃO-CONVEXOS.** 2016. Dissertação (Mestrado) - Curso de Pós-Graduação em Matemática, Universidade Federal de Campina Grande, Campina Grande, 2014. Disponível em: http://dspace.sti.ufcg.edu.br:8080/jspui/handle/riufcg/2183. Acesso em: 27 mar. 2023.

BELLEMAIN, P. M. B.; LIMA, P. F.. **Um estudo da noção de grandeza e implicações no Ensino Fundamental.** Natal: Editora da SBHMat, 2002. v. 1.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular.** Brasília, DF: MEC, 2018. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/abase/. Acesso em: 27 mar. 2023.

BRASIL, Ministério da Educação. **Brasil no PISA 2015:** análises e reflexões sobre o desempenho dos estudantes brasileiros.São Paulo: Fundação Santillana, 2016. Disponível em: https://download.inep.gov.br/acoes_internacionais/pisa/resultados/2015/pisa2015_completo_final_baixa.pdf. Acesso em: 27 mar. 2023.

BRASIL, **Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN+).** Ciências da Natureza e Matemática e suas tecnologias. Brasília: MEC, 2006, p. 125. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/CienciasNatureza.pdf. Acesso em: 28 mar. 2023.

CALDATTO, M.; PAVANELLO, R. Um panorama histórico do ensino de geometria no Brasil: de 1500 até os dias atuais. **Quadrante**, São Paulo, v. 240, n.1, p. 103-128, 14 de abril de 2015.

COSTA, B. R.; MACHADO, S.; QUARESMA, A. A utilização da história da matemática como alternativa metodológica de ensino de geometria plana área e perímetro: Área e perímetro. **Boletim Cearense de Educação e História da Matemática**, *[S. l.]*, v. 7, n. 20, p. 253–265, 2021.

DANTE, L. R.; VIANA, F. **Matemática em contextos**: Geometria plana e Geometria espacial. 1. ed. São Paulo: Ática, 2020.

FONDA, C. R. S.; SILVA, M. J. F. Um panorama das pesquisas sobre área de triângulos. **Revista de Produção Discente em Educação Matemática**, São Paulo v.8, n.1, p. 37-53, 05, 2019.

LORENZATO, S. Por que não ensinar geometria?. **Educação Matemática em Revista**, Campinas, v. 3, n. 4, p. 3-13, maio, 2018.

TELES, R. **Imbricações entre campos conceituais na matemática escolar:** Um estudo sobre as fórmulas de área de figuras geométricas planas. Tese (Doutorado em Educação) - Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2007. Disponível em: https://repositorio.ufpe.br/bitstream/123456789/4125/1/arquivo5518_1.pdf. Acesso em: 20 mar. 2023.

APÊNDICES

Apêndice A: Material didático aplicado na turma do LEAMAT II

Apêndice A-1: Problema inicial

Diretoria de Ensino Superior

Licenciatura em Matemática

Disciplina: Laboratório de Ensino e Aprendizagem de Matemática

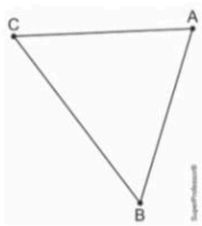
Linha de Pesquisa: Ensino e Aprendizagem em Geometria

Licenciandos: Ayla Alves Sales Abreu, Carlos Alberto Leite Bello Filho, Livia dos Santos Rangel e Maria Clara Campos Vaz

Nome: ____ Data:___/___/2023

Apostila I - Problema inicial

(Unichristus - Medicina 2022 - Adaptada) A figura a seguir é a representação, em centímetros, de um parque triangular de vértices A, B e C. Esse parque será a área de lazer de uma cidade, pois o projeto foi aprovado e brevemente a construção será iniciada. Se considerarmos um plano cartesiano, os pontos A (11; 9) e B (2; – 3) são coordenadas de dois dos vértices do triângulo ABC.



Sabendo que AB = AC e que o segmento que parte de A e encontra o lado oposto a esse vértice em D (-1;3) é uma altura de ABC, qual é a área desse parque em m^2?

Apêndice A-2: Lista de exercícios

Diretoria de Ensino Superior

Licenciatura em Matemática

Disciplina: Laboratório de Ensino e Aprendizagem de Matemática

Linha de Pesquisa: Ensino e Aprendizagem em Geometria

Licenciandos: Ayla Alves Sales Abreu, Carlos Alberto Leite Bello Filho, Livia dos Santos Rangel e Maria Clara Campos Vaz

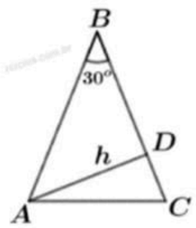
Nome: ____ Data:___/___/2023

Apostila II - Atividades

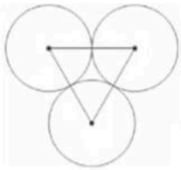
1. (UFPR - 2016) Um triângulo possui lados de comprimento 2 cm e 6 cm e área de 6 cm². Qual a medida do terceiro lado desse triângulo?

a)$2\sqrt{6}$
b)$2\sqrt{10}$
c)5
d)$5\sqrt{2}$
e)7

2. (UNICAMP – SP – 2020 - Adaptada) A figura abaixo representa um triângulo ABC, em que AB=BC e AD é uma altura de comprimento h. A área do triângulo ABC é igual a:

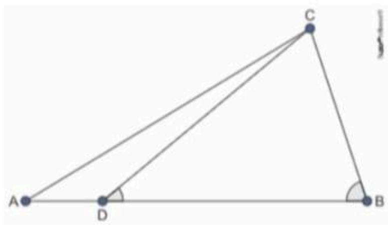


3. (Uece 2022) Situadas em um plano, três circunferências, cujas medidas do raio de cada uma delas é 3 cm, tangenciam-se mutuamente externamente. Assim, pode-se afirmar corretamente que a medida, em cm² , da área do triângulo cujos vértices são os centros das circunferências é igual a:



a) 73.
b) 63.
c) 93.
d) 83.

4. (Acafe 2023) No triângulo ABC da figura, fora de escala, AB = 10 cm, BC = 5 cm. O ponto D é marcado sobre o lado AB de modo que CD = 8 cm e a medida do ângulo $D\widehat{B}C$ é o dobro da medida do ângulo $B\widehat{D}C$.



Assinale a alternativa que contém a área do triângulo ABC.
a) 25 cm²
b) 16 cm²
c) 24 cm²
d) 20 cm²
e) 20 cm²

Apêndice A-3: Apresentação de Slides

INSTITUTO FEDERAL
Fluminense
Campus
Campos Centro

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO

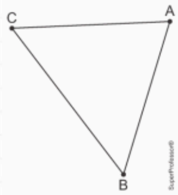
GOVERNO FEDERAL
BRASIL
UNIÃO E RECONSTRUÇÃO

A ÁREA DO TRIÂNGULO É SOMENTE $\frac{b.a}{2}$?

Licenciandos: Ayla Abreu, Carlos Alberto Filho, Livia Rangel e Maria Clara Vaz
Orientadora: Profª Mestre Schirlane dos Santos Aguiar Rodrigues

Problema inicial

(Unichristus - Medicina 2022 - Adaptada) A figura a seguir é a representação, em centímetros, de um parque triangular de vértices A, B e C. Esse parque será a área de lazer de uma cidade, pois o projeto foi aprovado e brevemente a construção será iniciada. Se considerarmos um plano cartesiano, os pontos A (11; 9) e B (2; – 3) são coordenadas de dois dos vértices do triângulo ABC.



Sabendo que $\overline{AB} = \overline{AC}$ e que o segmento que parte de A e encontra o lado oposto a esse vértice em D (-1;3) é uma altura de ABC, qual é a área desse parque em m²?

1

Definição de área

Área de uma superfície limitada é um número real positivo associado à superfície de forma tal que:

1º) Às superfícies equivalentes estão associadas áreas iguais (números iguais) e reciprocamente.

A ≈ B ⇔ (Área de A = Área de B)

2º) A uma soma de superfícies está associada uma área (número) que é a soma das áreas das superfícies parcelas.

(C= A+B) ⇒ (Área de C = Área de A + Área de B)

3º) Se uma superfície está contida em outra, então sua área é menor (ou igual) que a área da outra.

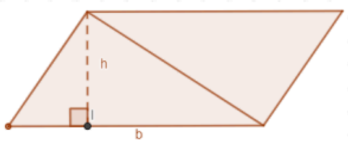
$B \subset A \Rightarrow \text{Área de } B \leq \text{Área de } A$

Iezzi, 2013 p. 302

2

Área de um triângulo qualquer

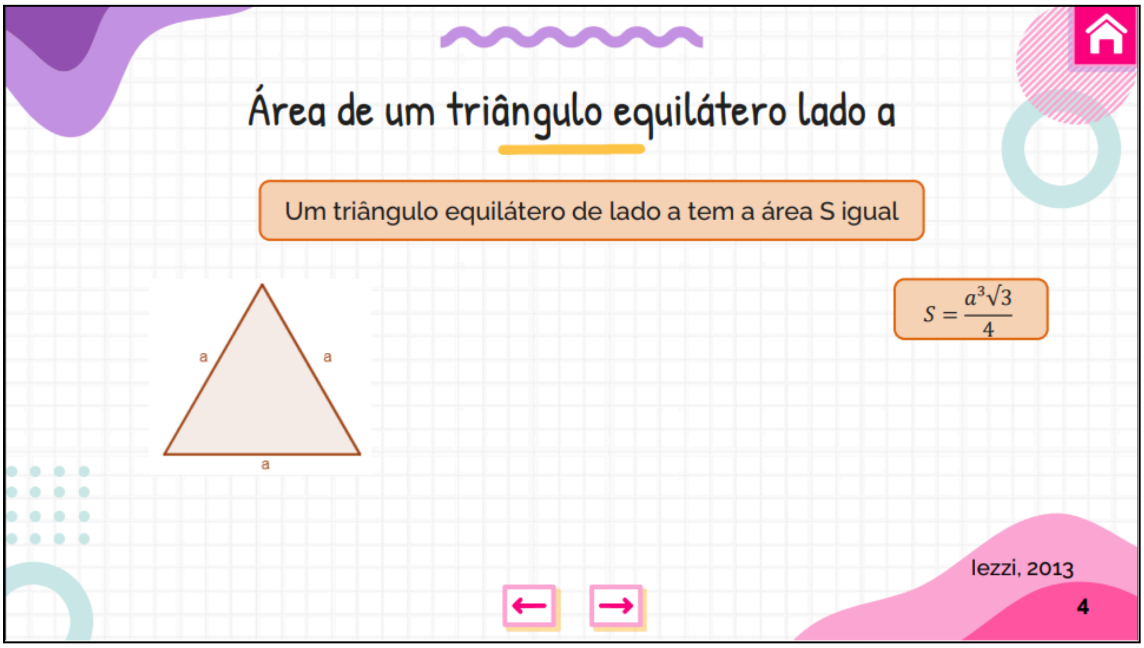
A área de um triângulo de base b e altura h.

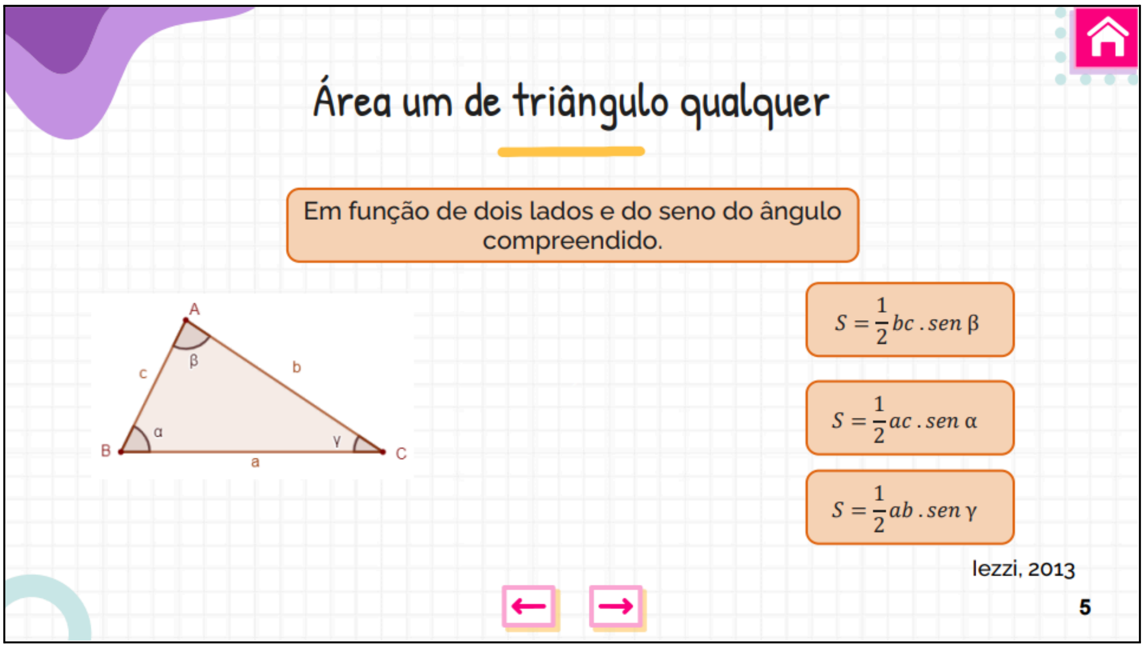


$$S = \frac{b.h}{2}$$

Iezzi, 2013

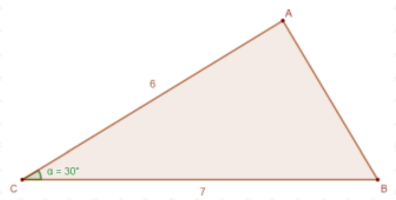
3


Área de um triângulo equilátero lado a
Um triângulo equilátero de lado a tem a área S igual
$S = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$
a
a
a
Iezzi, 2013
4


Área um de triângulo qualquer
Em função de dois lados e do seno do ângulo compreendido.
A
B
C
a
b
c
α
β
γ
$S = \frac{1}{2} bc \,.\, sen\,\beta$
$S = \frac{1}{2} ac \,.\, sen\,\alpha$
$S = \frac{1}{2} ab \,.\, sen\,\gamma$
Iezzi, 2013
5

Área de um triângulo qualquer

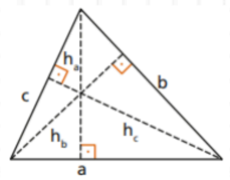
Ache a área do triângulo, sabendo que AC mede 6, BC mede 7 e o ângulo entre eles vale 30°.



Iezzi, 2013

Área de um triângulo qualquer

Em função dos lados e respectivas alturas.

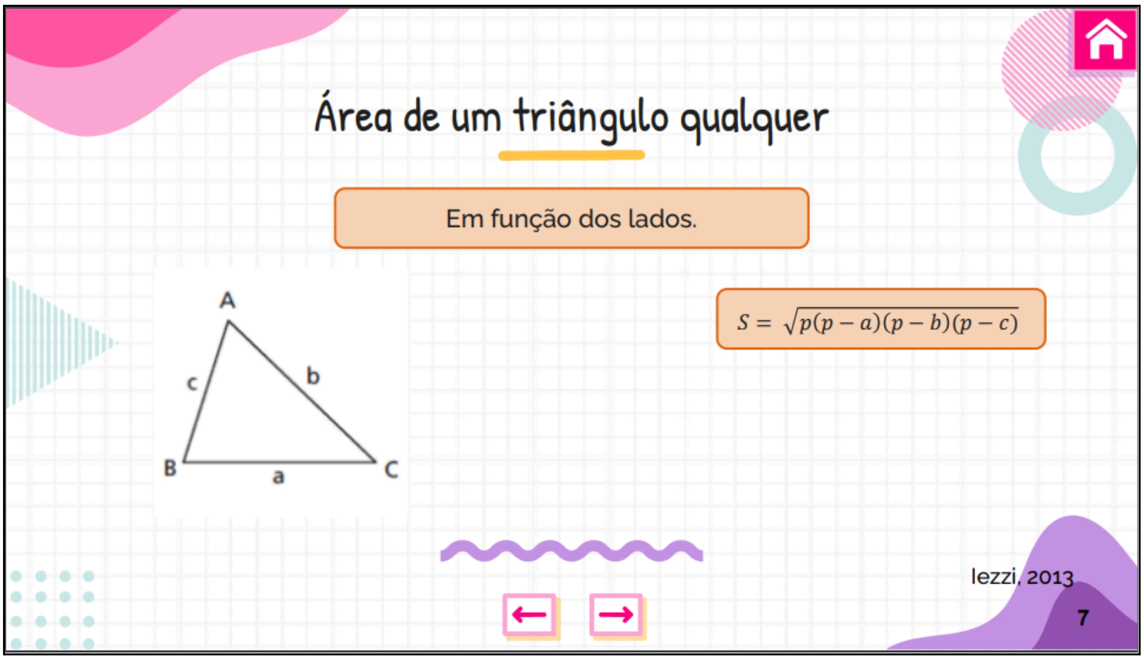


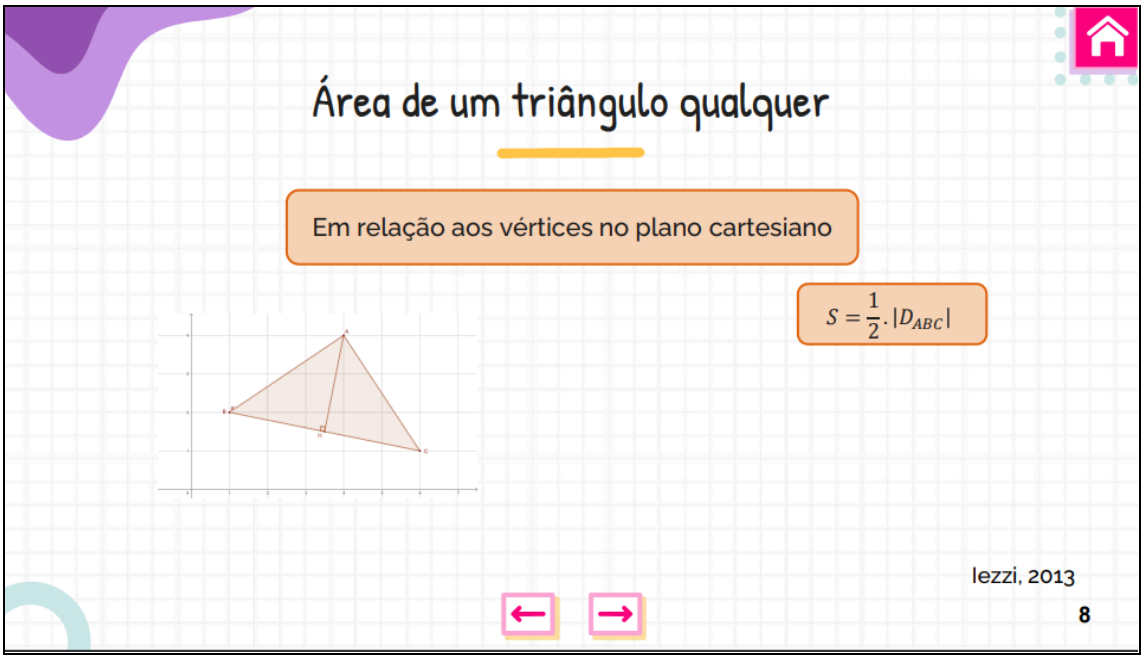
$$S = \frac{1}{2} a h_a$$

$$S = \frac{1}{2} b h_b$$

$$S = \frac{1}{2} c h_c$$

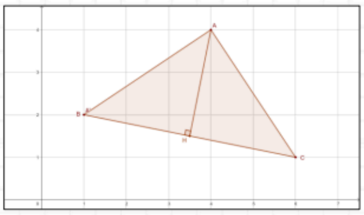
Iezzi, 2013


Área de um triângulo qualquer
Em função dos lados.
A
B
C
a
b
c
$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$
Iezzi, 2013
7


Área de um triângulo qualquer
Em relação aos vértices no plano cartesiano
$S = \frac{1}{2} . |D_{ABC}|$
Iezzi, 2013
8

Determinante de ABC

Por exemplo, a área do triângulo cujos vértices são A(4, 4), B(1, 2) e C(6, 1) é:



$$D = \begin{vmatrix} x_A & y_a & 1 \\ x_B & y_B & 1 \\ x_C & y_C & 1 \end{vmatrix}$$

9

Resumo das fórmulas de área de triângulo

$$S = \frac{b.h}{2}$$

$$S = \frac{1}{2} bc\,.\,sen\,\hat{A}$$

$$S = \frac{1}{2} ac\,.\,sen\,\hat{B}$$

$$S = \frac{1}{2} ab\,.\,sen\,\hat{C}$$

$$S = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$$

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

$$S = \frac{1}{2}.\,|D_{ABC}|$$

$$S = \frac{1}{2} a h_a$$

$$S = \frac{1}{2} b h_b$$

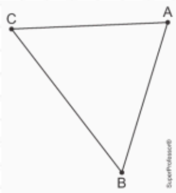
3

$$S = \frac{1}{2} c h_c$$

10

Voltando ao problema inicial

(Unichristus - Medicina 2022 - Adaptada) A figura a seguir é a representação, em centímetros, de um parque triangular de vértices A, B e C. Esse parque será a área de lazer de uma cidade, pois o projeto foi aprovado e brevemente a construção será iniciada. Se considerarmos um plano cartesiano, os pontos A (11; 9) e B (2; – 3) são coordenadas de dois dos vértices do triângulo ABC.



Sabendo que $\overline{AB} = \overline{AC}$ e que o segmento que parte de A e encontra o lado oposto a esse vértice em D (-1;3) é uma altura de ABC, qual é a área desse parque em m²?

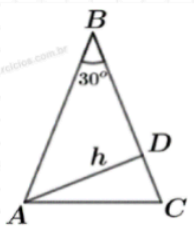
Exercícios

1. (UFPR - 2016) Um triângulo possui lados de comprimento 2 cm e 6 cm e área de 6 cm². Qual a medida do terceiro lado desse triângulo?

a) $2\sqrt{6}$
b) $2\sqrt{10}$
c) 5
d) $5\sqrt{2}$
e) 7

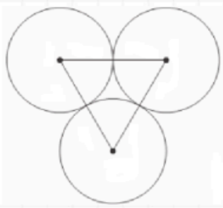
Exercícios

2. (UNICAMP – SP – 2020 - Adaptada) A figura abaixo representa um triângulo ABC, em que AB=BC e AD é uma altura de comprimento h. A área do triângulo ABC é igual a:



Exercícios

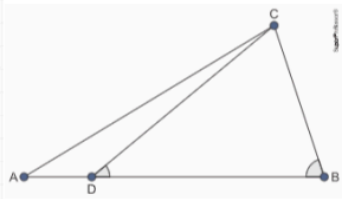
3. (Uece 2022) Situadas em um plano, três circunferências, cujas medidas do raio de cada uma delas é 3 cm, tangenciam-se mutuamente externamente. Assim, pode-se afirmar corretamente que a medida, em cm 2 , da área do triângulo cujos vértices são os centros das circunferências é igual a:



a) 73.
b) 63.
c) 93.
d) 83.

Exercícios

4. (Acafe 2023) No triângulo ABC da figura, fora de escala, AB = 10 cm, BC = 5 cm. O ponto D é marcado sobre o lado AB de modo que CD = 8 cm e a medida do ângulo DBC é o dobro da medida do ângulo BDC.



Assinale a alternativa que contém a área do triângulo ABC.

a) 25 cm^2
b) 16 cm^2
c) 24 cm^2
d) 20 cm^2
e) 20 cm^2

Apêndice B: Material didático experimentado na turma regular

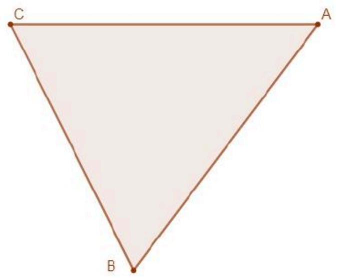
Apêndice B-1: Problema inicial

Diretoria de Ensino Superior
Licenciatura em Matemática
Disciplina: Laboratório de Ensino e Aprendizagem de Matemática
Linha de Pesquisa: Ensino e Aprendizagem em Geometria
Licenciandos: Ayla Alves Sales Abreu, Livia dos Santos Rangel e Maria Clara Campos Vaz

Nome: ____ Data:13/03/2024

Problema inicial

(Unichristus - Medicina 2022 - Adaptada) A figura a seguir é a representação, em metros, de um parque triangular de vértices A, B e C. Esse parque será a área de lazer de uma cidade, pois o projeto foi aprovado e brevemente a construção será iniciada. Se considerarmos um plano cartesiano, os pontos A (11; 9) e B (2; – 3) são coordenadas de dois dos vértices do triângulo ABC.



Sabendo que AB = AC e que o segmento que parte de A e encontra o lado oposto a esse vértice em D (-1;3) é uma altura de ABC, qual é a área desse parque em m^2?

Apêndice B-2: Lista de exercícios

Diretoria de Ensino Superior
Disciplina: Laboratório de Ensino e Aprendizagem de Matemática
Linha de Pesquisa: Ensino e Aprendizagem em Geometria
Licenciandos: Ayla Alves Sales Abreu, Livia dos Santos Rangel e Maria Clara Campos Vaz

Nome: ____ Data: 13/03/2024

Lista de atividades

1. (UFPR - 2016) Um triângulo possui lados de comprimento 2 cm e 6 cm e área de 6 cm². Qual a medida do terceiro lado desse triângulo?

a)$2\sqrt{6}$

b)$2\sqrt{10}$

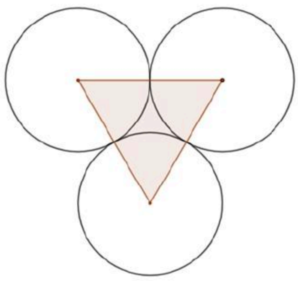
c)5

d)$5\sqrt{2}$

e)7

2. (Uece 2022) Situadas em um plano, três circunferências, cujas medidas do raio de cada uma delas é 3 cm, tangenciam-se mutuamente externamente. Assim, pode-se afirmar corretamente que a medida, em cm², da área do triângulo cujos vértices são os centros das circunferências é igual a:

a) 73.
b) 63.
c) 93.
d) 83.



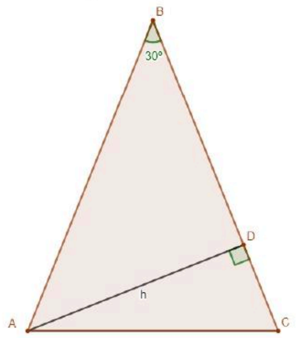
3. (UNICAMP – SP – 2020 - Adaptada) A figura abaixo representa um triângulo ABC, em que AB=BC e AD é uma altura de comprimento h. A área do triângulo ABC é igual a:

a) h^2

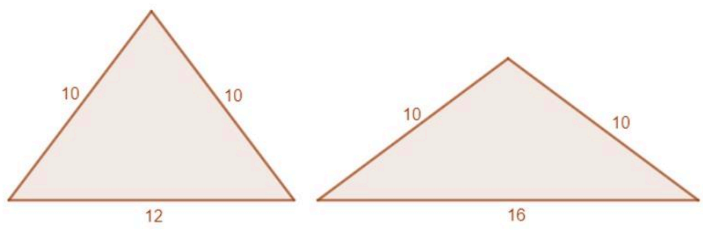
b) $\sqrt{2}h^2$

c) $\sqrt{3}h^2$

d) $2h^2$



4. (UFR-RJ)



Sendo S_1 e S_2 as áreas das figuras I e II, respectivamente, podemos afirmar que:

a) $S_1 = S_2$

b) $S_1 = \frac{3S_2}{4}$

c) $S_1 = 3S_2$

d) $S_1 = 2S_2$

e)$S_1 = \frac{4S_2}{3}$

Diretoria de Ensino Superior
Disciplina: Laboratório de Ensino e Aprendizagem de Matemática
Linha de Pesquisa: Ensino e Aprendizagem em Geometria
Licenciandos: Ayla Alves Sales Abreu, Livia dos Santos Rangel e Maria Clara Campos Vaz

Nome: ____ Data: 13/03/2024

Resumo de algumas fórmulas de área de triângulo

$S = \frac{b.h}{2}$

$S = \frac{1}{2}bc \,.\, sen\, \hat{A}$

$S = \frac{1}{2}ac \,.\, sen\, \hat{B}$

$S = \frac{1}{2}ab \,.\, sen\, \hat{C}$

$S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$

$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$

$S = p.r$

$S = \frac{1}{2}ah_a$

$S = \frac{1}{2}bh_b$

$S = \frac{1}{2}ch_c$

$S = \frac{1}{2}.|D_{ABC}|$

Apêndice B-3: Apresentação de Slides

INSTITUTO FEDERAL
Fluminense
Campus
Campos Centro

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO

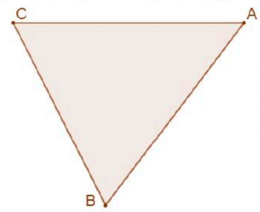
GOVERNO FEDERAL
BRASIL
UNIÃO E RECONSTRUÇÃO

A ÁREA DO TRIÂNGULO É OBTIDA SOMENTE PELA FÓRMULA $\frac{(base).(altura)}{2}$?

Licenciandos: Ayla Abreu, Livia Rangel e Maria Clara Vaz
Orientadora: Profª. Me. Schirlane dos Santos Aguiar Rodrigues

Problema inicial

(Unichristus - Medicina 2022 - Adaptada) A figura a seguir é a representação, em metros, de um parque triangular de vértices A, B e C. Esse parque será a área de lazer de uma cidade, pois o projeto foi aprovado e brevemente a construção será iniciada. Se considerarmos um plano cartesiano, os pontos A (11; 9) e B (2; – 3) são coordenadas de dois dos vértices do triângulo ABC.



Sabendo que $\overline{AB} = \overline{AC}$ e que o segmento que parte de A e encontra o lado oposto a esse vértice em D (-1;3) é uma altura de ABC, qual é a área desse parque, em m²?

Definição de área

A área é a medida da extensão ocupada por uma superfície plana, que expressa o número de vezes que a unidade-padrão de área cabe na superfície.

Para medir uma superfície plane é usada uma das unidades de área. As principais unidades de área são:

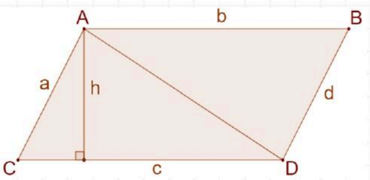
- Centímetro quadrado (cm^2), que é um quadrado com lados de 1 centímetro;
- Metro quadrado (m^2), que é um quadrado com lados de 1 metro;
- Quilometro quadrado (km^2), que é um quadrado com lados de 1 quilometro.

(Iezzi; Dolce; Machado, 2005, p. 196)

2

Área de um triângulo qualquer

A área S de um triângulo de base b e altura h.



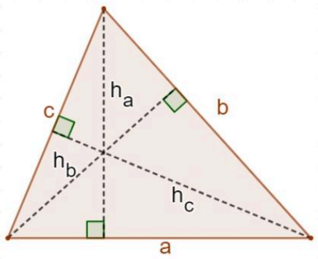
$$S = \frac{b.h}{2}$$

(Iezzi, 2013a)

3

Área de um triângulo qualquer (cont.)

A área S de um triângulo em função dos lados a, b e c, e suas respectivas alturas h_a, h_b e h_c.



$$S = \frac{1}{2} a h_a$$

$$S = \frac{1}{2} b h_b$$

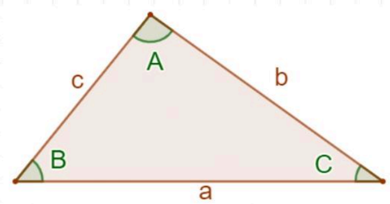
$$S = \frac{1}{2} c h_c$$

(Iezzi, 2013a)

4

Área um de triângulo qualquer (cont.)

A área S de um triângulo em função de dois lados e do seno do ângulo compreendido.



$$S = \frac{1}{2} bc \ . sen \ \hat{A}$$

$$S = \frac{1}{2} ac \ . sen \ \hat{B}$$

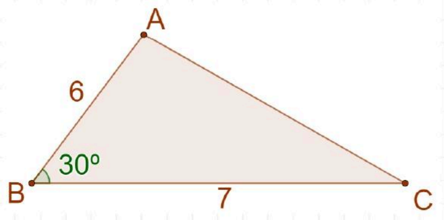
$$S = \frac{1}{2} ab \ . sen \ \hat{C}$$

(Iezzi, 2013a)

5

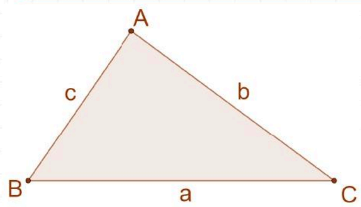
Área de um triângulo qualquer (cont.)

Ache a área do triângulo ABC, sabendo que $\overline{BA}$ mede 6, $\overline{BC}$ mede 7 e o ângulo entre eles vale 30°.



Área de um triângulo qualquer (cont.)

A área S de um triângulo em função dos lados a, b e c, sendo $p = \frac{a+b+c}{2}$.



$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

(Iezzi, 2013a)

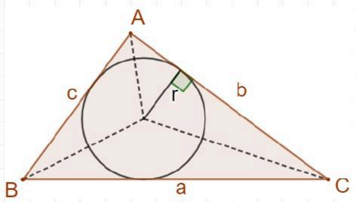
Área de um triângulo qualquer (cont.)

Ache a área do triângulo ABC, sabendo que seu lados medem 14, 10 e 12.

(Iezzi, 2013a)

Área um de triângulo qualquer (cont.)

A área S de um triângulo em função dos lados e do raio r da circunferência inscrita, sendo $p = \frac{a+b+c}{2}$.



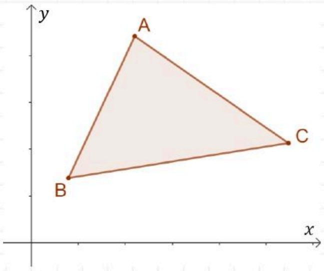
$S = p.r$

(Iezzi, 2013a)

Área de um triângulo qualquer (cont.)

A área S de um triângulo ABC em relação às coordenadas dos seus vértices, sendo D o determinante.

$$S = \frac{1}{2} \cdot |D_{ABC}|$$



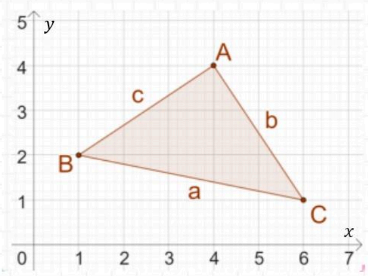
$$D_{ABC} = \begin{vmatrix} x_A & y_A & 1 \\ x_B & y_B & 1 \\ x_C & y_C & 1 \end{vmatrix}$$

(Iezzi, 2013b)

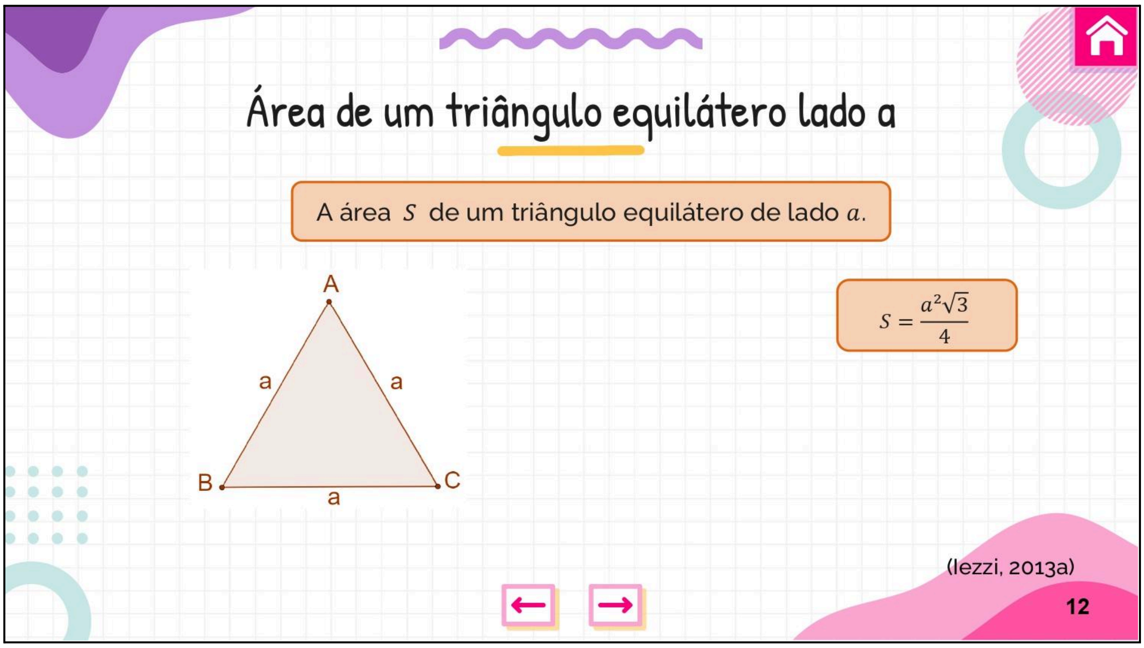
10

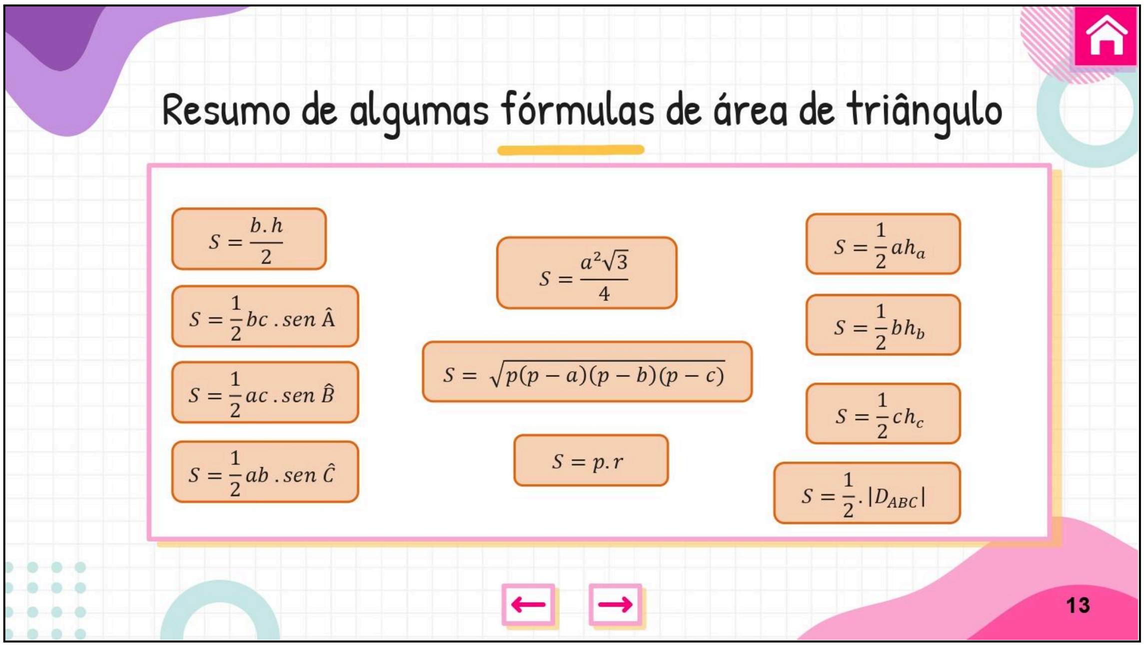
Área de um triângulo qualquer (cont.)

Ache a área do triângulo cujos vértices são A(4, 4), B(1, 2) e C(6, 1).



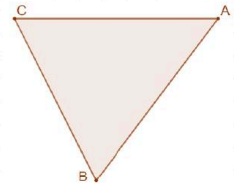
11


Área de um triângulo equilátero lado a
A área S de um triângulo equilátero de lado a.
A
a
a
B
C
a
$S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$
(Iezzi, 2013a)
12


Resumo de algumas fórmulas de área de triângulo
$S = \frac{b.h}{2}$
$S = \frac{1}{2}bc \, .\, sen\, \hat{A}$
$S = \frac{1}{2}ac \, .\, sen\, \hat{B}$
$S = \frac{1}{2}ab \, .\, sen\, \hat{C}$
$S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$
$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$
$S = p.r$
$S = \frac{1}{2}ah_a$
$S = \frac{1}{2}bh_b$
$S = \frac{1}{2}ch_c$
$S = \frac{1}{2}.|D_{ABC}|$
13

Voltando ao problema inicial

(Unichristus - Medicina 2022 - Adaptada) A figura a seguir é a representação, em metros, de um parque triangular de vértices A, B e C. Esse parque será a área de lazer de uma cidade, pois o projeto foi aprovado e brevemente a construção será iniciada. Se considerarmos um plano cartesiano, os pontos A (11; 9) e B (2; – 3) são coordenadas de dois dos vértices do triângulo ABC.



Sabendo que $\overline{AB} = \overline{AC}$ e que o segmento que parte de A e encontra o lado oposto a esse vértice em D (-1;3) é uma altura de ABC, qual é a área desse parque, em m²?

14

Exercícios

1. (UFPR - 2016) Um triângulo possui lados de comprimento 2 cm e 6 cm e área de 6 cm². Qual a medida do terceiro lado desse triângulo?

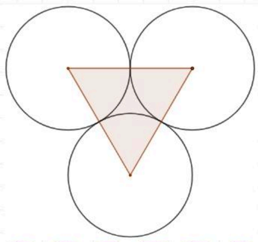
a) $2\sqrt{6}$
b) $2\sqrt{10}$
c) 5
d) $5\sqrt{2}$
e) 7

15

Exercícios (cont.)

2. (Uece 2022) Situadas em um plano, três circunferências, cujas medidas do raio de cada uma delas é 3 cm, tangenciam-se mutuamente externamente. Assim, pode-se afirmar corretamente que a medida, em cm² , da área do triângulo cujos vértices são os centros das circunferências é igual a:

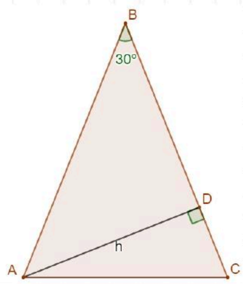
a) $7\sqrt{3}$.
b) $6\sqrt{3}$.
c) $9\sqrt{3}$.
d) $8\sqrt{3}$.



Exercícios (cont.)

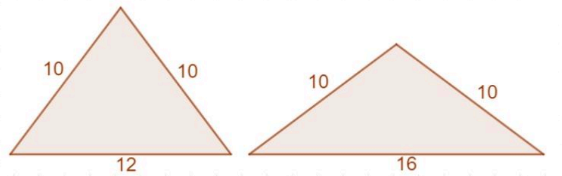
3. (UNICAMP – SP – 2020) A figura abaixo representa um triângulo ABC, em que $\overline{AB} = \overline{BC}$ e $\overline{AD}$ é uma altura de comprimento h. A área do triângulo ABC é igual a:

a) h^2
b) $\sqrt{2}h^2$
c) $\sqrt{3}h^2$
d) $2h^2$



Exercícios (cont.)

4. (UFR-RJ)



Sendo S_1 e S_2 as áreas das figuras I e II, respectivamente, podemos afirmar que:

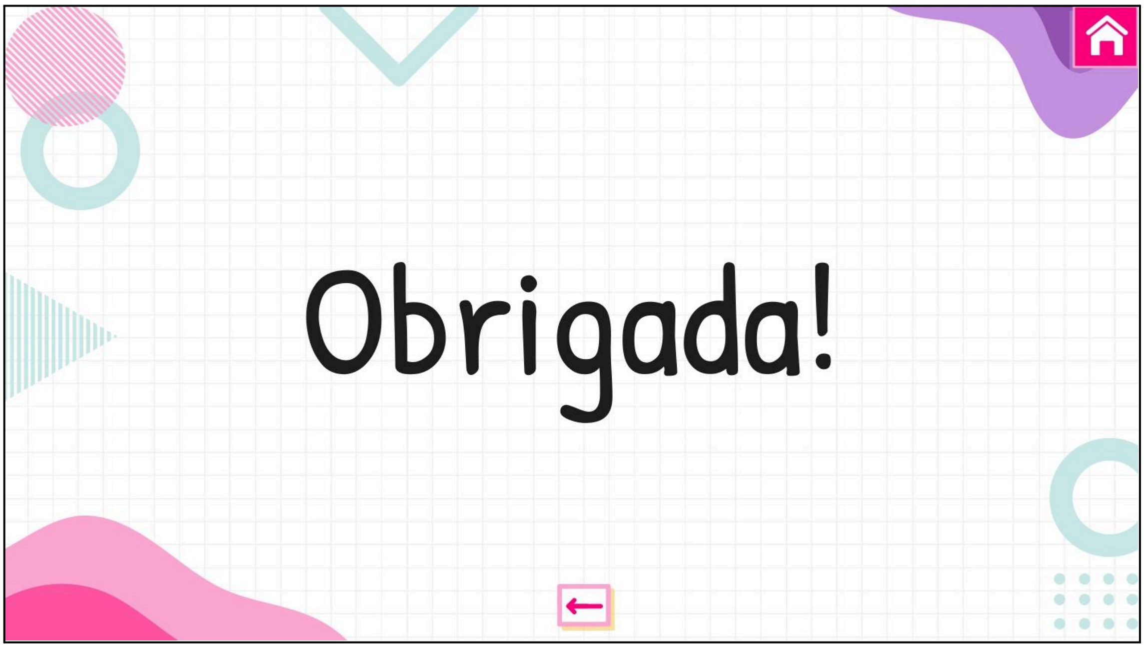
a) $S_1 = S_2$
b) $S_1 = \frac{3S_2}{4}$
c) $S_1 = 3S_2$
d) $S_1 = 2S_2$
e) $S_1 = \frac{4S_2}{3}$

Bibliografia

IEZZI, G; DOLCE, O; MACHADO, A. **Matemática e Realidade.** 5.ed., São Paulo; Atual Editora, 2005

IEZZI, G.; HAZZAN, S. **Fundamentos de matemática elementar** – Geometria plana. 9.ed., v.9. São Paulo: Atlas, 2013a.

IEZZI, G. **Fundamentos de matemática elementar** – Geometria analítica. 4.ed., v.7. São Paulo: Atlas, 2013b.


Obrigada!