

RELATÓRIO DO LEAMAT

INVESTIGAÇÃO SOBRE AS PLANIFICAÇÕES POSSÍVEIS DE UMA SUPERFÍCIE CÚBICA: Uma proposta de sequência didática

ENSINO E APRENDIZAGEM DE GEOMETRIA

**AMANDA CHAGAS DE OLIVEIRA
AMANDA GOMES DE ARAUJO RIBEIRO
CAROLINA ROZA VIEIRA
ERIANY MACHADO DE OLIVEIRA
FILIPE BARBOSA VOLOTÃO DE SOUZA
JÉSSICA GOMES SALES
JÉSSICA SANT'ANA MARTINS
PALOMA GOMES MONTEIRO**

AMANDA CHAGAS DE OLIVEIRA
AMANDA GOMES DE ARAUJO RIBEIRO
CAROLINA ROZA VIEIRA
ERIANY MACHADO DE OLIVEIRA
FILIPE BARBOSA VOLOTÃO DE SOUZA
JÉSSICA GOMES SALES
JÉSSICA SANT'ANA MARTINS
PALOMA GOMES MONTEIRO

RELATÓRIO DO LEAMAT

INVESTIGAÇÃO SOBRE AS PLANIFICAÇÕES POSSÍVEIS DE UMA SUPERFÍCIE CÚBICA: Uma proposta de sequência didática

ENSINO E APRENDIZAGEM DE GEOMETRIA

Trabalho apresentado ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense, *Campus* Campos Centro, como requisito parcial para conclusão da disciplina Laboratório de Ensino e Aprendizagem de Matemática do Curso de Licenciatura em Matemática.

Orientadora: Prof^ª. Carla Antunes Fontes

SUMÁRIO

1 RELATÓRIO DO LEAMAT I	4
1.1 Atividades desenvolvidas	4
1.2 Elaboração da sequência didática	5
1.2.1 Tema	5
1.2.2 Justificativa	5
1.2.3 Objetivo Geral	9
1.2.4 Público Alvo	9
2 RELATÓRIO DO LEAMAT II	10
2.1 Atividades desenvolvidas	10
2.2 Elaboração da sequência didática	10
2.2.1 Planejamento da sequência didática	10
2.2.2 Aplicação da sequência didática na turma do LEAMAT II	14
3 RELATÓRIO DO LEAMAT III	18
3.1 Atividades desenvolvidas	18
3.2 Elaboração da sequência didática	18
3.2.1 Versão final da sequência didática	18
3.2.2 Aplicação da sequência didática na turma regular	22
REFERÊNCIAS	29
APÊNDICES	31
Apêndice A: Material didático aplicado na turma do LEAMAT III	32
Apêndice B: Material didático aplicado na turma regular	40

1 RELATÓRIO DO LEAMAT I

1.1 Atividades desenvolvidas

O início das atividades da disciplina LEAMAT I deu-se pela apresentação da mesma, bem como das linhas de pesquisas a serem trabalhadas, por uma das professoras orientadoras, com toda a turma do semestre letivo 2022.1 presente. Nesta mesma ocasião, com o objetivo de que o acompanhamento dos trabalhos a serem desenvolvidos pudesse ocorrer de forma eficaz, com a maior qualidade possível, a turma em questão foi dividida em dois grupos, sendo estes nomeados de grupo A e grupo B. Por conseguinte, ambos os grupos foram subdivididos em A₁, A₂, A₃ e B₁, B₂, B₃, respectivamente.

Estando concluída a subdivisão dos grupos, no primeiro encontro com o grupo B foi proposta a leitura prévia do artigo “*Ensino de Geometria: Rumos da Pesquisa (1991-2011)*”, de Sena e Dorneles (2013), que tem por objetivo analisar quais linhas de pesquisa estão produzindo conhecimentos sobre geometria no Brasil, e em que perspectivas atuam. O grupo também foi orientado a ler o artigo: “*A geometria na educação básica: um panorama sobre o seu ensino no Brasil*”, de Costa (2020), onde é apresentado um breve panorama sobre a atual situação do ensino de geometria no Brasil. Na abordagem deste artigo, uma discussão acerca do não cumprimento de ementa de disciplinas surgiu. O posicionamento do professor de optar por não trabalhar um conteúdo em específico por falta de domínio do mesmo foi um dos tópicos em destaque da discussão. Muitos comentários também foram feitos sobre o fato de que, muitas vezes, o professor até trabalha os conteúdos constantes nas ementas, dos quais não detêm domínio, mas de forma muito breve ou os postergam de forma que chegam ao fim do ano letivo sem conseguir trabalhá-los. Pavanello (1993, p.7) apud Costa (2020, p.133) disserta que:

Muitos reservaram o final do ano letivo para sua abordagem em sala de aula – talvez numa tentativa, ainda que inconsciente, de utilizar a falta de tempo como desculpa pela não realização do trabalho programado com o tópico em questão.

Após a análise dos artigos, foi exposto à turma como a geometria está apresentada na Base Nacional Comum Curricular (BNCC), e esta observou que é

“impossível” o professor conseguir ministrar para os alunos todo o conteúdo proposto pela mesma. Foi proposto pela professora orientadora que os alunos trouxessem na aula seguinte a análise de uma coleção de livros aprovados pelo Plano Nacional do Livro Didático (PNLD), a ser escolhida individualmente pelos próprios alunos. A missão era observar se a coleção escolhida atendia a todos os itens da BNCC e assim uma discussão acerca do tema pudesse ser feita em sala de aula.

No encontro seguinte, a professora orientadora apresentou uma coleção de livros, em que, de forma coletiva, pôde-se observar alguns erros na apresentação e abordagem de conteúdos, como na apresentação dos sólidos, por exemplo. Observou-se ainda que tais erros muitas vezes passam despercebidos entre os professores, que acabam compartilhando com seus alunos, contribuindo assim para o surgimento de dúvidas em futuras atividades.

No que tange aos encontros seguintes, estes foram destinados à definição do tema a ser trabalhado por cada grupo e seguidamente à construção do relatório referente ao mesmo, este último devendo ser apresentado pelos membros de cada grupo, ao restante da turma, no dia 10 de outubro de 2022.

1.2 Elaboração da sequência didática

1.2.1 Tema

Estudo das planificações de um cubo para alunos do 6º ano do Ensino Fundamental, com o uso do material concreto.

1.2.2 Justificativa

A matemática ocupa um lugar fundamental quando se fala em desenvolvimento integral de habilidades e capacidades humanas. Seu estudo é importante para o desenvolvimento da criatividade, do raciocínio lógico e da capacidade de investigação. Carmo (2019) esclarece que a aplicação da matemática se dá na escola, mas também na vida, no exercício da cidadania, onde o seu papel vai muito além de uma técnica de efetuar operações e medidas.

Diante de uma sociedade contemporânea em constante transformação e cada vez mais exigente, a matemática tem exercido um papel fundamental nos processos de escolhas e tomadas de decisões.

A matemática abrange diferentes áreas de estudo e entre elas está a geometria, uma de suas áreas de estudo mais antigas, que explora o espaço e suas formas. Sabe-se que a geometria está a todo momento presente no cotidiano das pessoas, mesmo que estas não a reconheçam por falta de conhecimento. Pensando simplificadamente, sua presença se dá, por exemplo, nas placas de trânsito, nos prédios e até mesmo na bandeira nacional do nosso país. Sabe-se ainda que seu estudo, no ambiente escolar, é indispensável para o pleno desenvolvimento do ser humano e compreensão do mundo. Bullmann e Nehring (2017, p.2) dissertam que:

No ambiente escolar, a Geometria é um dos campos da Matemática que requer linguagem e procedimentos apropriados para a compreensão de seus conceitos mediante propriedades, teoremas e axiomas e, sua aprendizagem traz reflexos no raciocínio lógico e na capacidade de abstração e generalização do aluno.

Apesar da importância de se ensinar a geometria, acima descrita, a transmissão dos conhecimentos geométricos tem se apresentado como um desafio para muitos professores, seja por falta de preparo, seja por falta de materiais pedagógicos, entre outros motivos. Sendo assim, quando é ensinada, esta torna-se, por muitas vezes, de difícil compreensão e até mesmo sem significado para os alunos. Em outras palavras:

[...] a Geometria não encontra espaço no ensino da Matemática, ficando como um apêndice curricular, passando a ideia de que se trata de um conteúdo difícil ou sem importância para a aprendizagem dos alunos. Assim, parece que os estudantes têm contato somente com o que os livros abordam, deixando de construir de forma adequada um novo saber (PEREIRA DA COSTA, 2016, p.31 apud COSTA, 2020, p. 131).

No que tange à geometria espacial, o que se vê é que esta é trabalhada pelos professores de forma superficial no Ensino Fundamental, sendo sua maior exploração deixada para o Ensino Médio, uma abordagem que não favorece o desenvolvimento gradual dos conceitos, mas que contribui e muito para o aumento de dificuldades dos alunos. Bullmann e Nehring (2017, p.3), por exemplo, apontam que “percebe-se em sala de aula a dificuldade dos alunos em compreender e significar os conceitos geométricos relacionados à geometria

espacial, estando a maior dificuldade na identificação dos elementos e relação de representação de determinado sólido”.

Os apontamentos feitos anteriormente deixam evidente a existência de dificuldades quando o assunto é geometria no seu sentido mais amplo de geometria espacial especificamente, o que justifica a necessidade de explorá-la mais e de uma forma melhor. O próprio Silva (2017) destaca a necessidade de se explorar a geometria por meio da apresentação de planificações e propriedades com o intuito de que os alunos aprendam a aplicar e diferenciar de forma correta.

As planificações, citadas por Silva (2017), são importantes para o aprendizado em geometria, o que se traduz as mesmas aparecerem na BNCC, já no 3º e 4º ano do Ensino Fundamental, na habilidade EF03MA14, que consiste em “Descrever características de algumas figuras geométricas espaciais (prismas retos, pirâmides, cilindros, cones), relacionando-as com suas planificações” (BRASIL, 2018, p. 286) e EF04MA17, que consiste em “Associar prismas e pirâmides a suas planificações e analisar, nomear e comparar seus atributos, estabelecendo relações entre as representações planas e espaciais” (BRASIL, 2018, p. 292), respectivamente. É notório que entre as planificações descritas está a planificação do cubo, um caso de prisma.

Percebe-se assim que o cubo, bem como a sua planificação, já devem ser apresentados aos alunos muito cedo, mas a realidade dentro das salas de aula é muito diferente. Como já explicitado anteriormente, os professores muitas vezes têm dificuldades no que se refere ao pouco tempo para trabalhar todos os conteúdos pertencentes à ementa. Infelizmente, a planificação do cubo está entre os conteúdos deixados para serem trabalhados no fim do ano letivo, isto quando não são trabalhadas de forma muito superficial, sem aprofundamento, por parte dos professores. Assim, o déficit sobre o conhecimento das características específicas do cubo, bem como das suas possíveis planificações é muito grande.

Considerando a importância dada às planificações, e as dificuldades descritas anteriormente, o que acaba prejudicando o alcance da habilidade EF06MA17, prevista na BNCC para o 6º ano do Ensino Fundamental, em que se descreve que os alunos devem ser capazes de “quantificar e estabelecer relações entre o número de vértices, faces e arestas de prismas e pirâmides, em função do

seu polígono da base, para resolver problemas e desenvolver a percepção espacial” (BRASIL, 2018, p.302), o presente trabalho visa suprir a necessidade dos alunos de compreender as características específicas do cubo através de uma sequência didática interativa, com a presença de um material concreto, que proporcione a estes um ambiente interessante de investigações e descobertas.

O material concreto está entre os métodos utilizados para a aprendizagem que colocam os alunos na posição de protagonistas e sabe-se que, para que estes sejam mais participativos e atraídos pela aprendizagem se faz necessário que os professores revejam as suas práticas pedagógicas, se mostrando dispostos a aprender e modernizar a sua forma de ministrar aulas, com atividades e jogos lúdicos que envolvam toda a turma. Nesse contexto, trabalhar com a visualização e o raciocínio rápido é uma possibilidade. No que compete a visualização dentro da geometria espacial, Garcia (1993, p. 2) apud Lima (2013, p. 14) disserta que:

a visualização como observação das formas geométricas constitui-se em um espaço que exige a descrição e a comparação das formas geométricas, resgatando as suas semelhanças e diferenças, possibilitando, dessa forma, a construção da imagem mental, o que possibilitará ao aluno pensar no objeto geométrico, na sua ausência, distinguindo as suas características conceituais e figurais.

Assim, entende-se que a visualização é um aspecto essencial na aprendizagem da geometria espacial e que o uso dos materiais concretos é uma das metodologias existentes que podem auxiliar o professor a inovar, contextualizar o ensino em sala de aula e obter a atenção e desenvolvimento dos alunos. A interação com o meio físico no estudo da geometria contribui para que os educandos possam organizar as informações recebidas e assim alcançar uma aprendizagem significativa. Entende-se ainda que

O uso de materiais concretos no ensino da geometria na educação básica deve fazer com que o aluno aprenda a aplicar em diversas situações-problema do cotidiano, tais como planificações de figuras, cálculo de áreas e suas propriedades. (SILVA, 2017, p.13).

No que se refere ao tema do presente trabalho, este foi definido a partir da observação e análise conjunta das coleções de livros aprovados pelo PNLD e da BNCC, feitas em sala de aula, em que todos os membros do grupo observaram a presença forte da geometria espacial, como também das planificações, já nas séries iniciais do Ensino Fundamental. Outro aspecto motivador para a escolha do

tema foi o relato comum de todos os membros do grupo sobre o fato de que nenhum destes teve a geometria espacial e as planificações abordadas em todo o seu Ensino Fundamental, tendo este fato de ausência gerado reflexos significativos no curso de Ensino Superior, onde todos relataram a ocorrência de dificuldades de aprendizagem quando o tema em questão foi abordado por professores.

1.2.3 Objetivo Geral

Reconhecer as planificações do cubo e quais são as características que possibilitam a formação da superfície do sólido utilizando material concreto

1.2.4 Público Alvo

Alunos do 6º ano do Ensino Fundamental.

2 RELATÓRIO DO LEAMAT II

2.1 Atividades desenvolvidas

As atividades da disciplina de Laboratório de Ensino e Aprendizagem de Matemática (LEAMAT II), no que se refere a linha de pesquisa de geometria, começaram com a professora orientadora apresentando os pontos que devem ser observados na elaboração da sequência didática, além das etapas que esta deve conter. A professora orientadora ainda apresentou uma sugestão de estrutura para a sequência didática e sugeriu que os grupos realizassem uma pesquisa sobre como os conteúdos são abordados nos livros didáticos.

Os encontros seguintes foram destinados à construção, por cada um dos grupos, das suas respectivas sequências didáticas tendo como base os principais pontos e etapas que foram apresentados pela professora orientadora e que devem ser observados e constantes na elaboração de tal sequência.

2.2 Elaboração da sequência didática

Nesta seção serão apresentados o planejamento da sequência didática e a aplicação da sequência didática na turma do LEAMAT II.

2.2.1 Planejamento da sequência didática

A sequência didática tem como público-alvo os alunos do 6º ano do Ensino Fundamental e está dividida em cinco etapas, conforme quadro 1 a seguir.

Quadro 1 - Etapas e objetivos da sequência

Etapas	Objetivos
Diálogo inicial com a turma	Analisar os conhecimentos prévios dos alunos sobre superfície cúbica.
	Compreensão do aluno quanto aos

Apresentação das características da superfície cúbica.	conceitos de aresta, vértices e faces.
Apresentar a relação de Euler	Compreensão do aluno quanto ao conceito da relação de Euler e sua importância na determinação das planificações do cubo.
Exploração das planificações	Proporcionar ao aluno a construção dos conceitos através da investigação com material manipulável.
Atividade de fechamento	Verificar se o objetivo final foi alcançado.

Fonte: Elaboração própria.

Esta sequência didática utiliza dois tipos de recursos didáticos, os de trabalho permanente e os concretos/experimentais. Os recursos permanentes são aqueles que usamos diariamente no ensino, como o quadro branco e marcadores de quadro branco, entre outros. Quanto aos recursos concretos, estes são folha de papel sulfite e tesoura.

A primeira etapa consiste em um diálogo inicial com os alunos, que tem como objetivo realizar o diagnóstico sobre o conhecimento destes acerca do cubo. Nesta etapa os licenciandos devem realizar perguntas norteadoras aos alunos como, por exemplo: O que vocês entendem por cubo? Qual é o padrão observado nos cubos? Vocês já ouviram falar sobre superfície cúbica antes?

Ainda nesta etapa, as respostas obtidas serão discutidas junto à turma, sendo destacadas aquelas que fazem sentido, e os licenciandos devem apresentar aos alunos alguns objetos que remetem à superfície cúbica, como o cubo mágico, o Minecraft e algumas embalagens de presentes. Neste momento, questionamentos acerca da existência de objetos que lembram o formato do cubo serão feitos, como: “Podemos citar outros objetos que possuem a forma do cubo? Quais?” e “Por que acreditam que os objetos citados possuem superfície cúbica?”. No fim desta etapa, uma apostila que contenha os principais conceitos

que envolvem a superfície cúbica, como também exercícios de fixação, deverá ser entregue a cada um dos alunos nesta etapa.

A segunda etapa tem como objetivo a apresentação das características do cubo e, para isso, os conceitos de face, vértice, aresta e planificação devem ser introduzidos com o auxílio da apostila entregue. Neste momento, os licenciandos devem realizar a leitura da primeira parte da apostila juntamente com os alunos, explicando e exemplificando passo a passo cada conceito, destacando a importância do conhecimento destes conceitos quando se pensa no reconhecimento das características que definem a superfície cúbica (6 faces, 8 vértices e 12 arestas).

Para melhor entendimento dos alunos, se necessário, explicações com o auxílio do quadro branco podem ser feitas pelos licenciandos. Os licenciandos devem finalizar esta etapa fazendo a resolução da atividade 1 da apostila juntamente com os alunos para que estes possam aplicar os conhecimentos aprendidos sobre as características (elementos) do cubo, as identificando na figura tridimensional dada e, conseqüentemente, compreendam o processo de construção do cubo, bem como de uma figura espacial, através de uma figura plana.

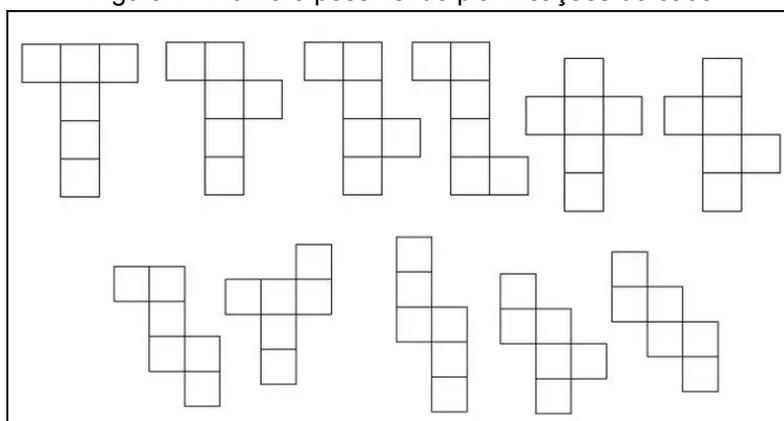
Na etapa seguinte, terceira etapa, também com o auxílio da apostila entregue, a relação de Euler deve ser apresentada, bem como as regras que uma planificação deve obrigatoriamente seguir para formar uma superfície cúbica. Questionamentos devem ser feitos sobre a quantidade de planificações existentes para as superfícies cúbicas. Se necessário, perguntas norteadoras como “Quantas planificações da superfície cúbica vocês acreditam que existem?”, “Será que existe somente uma?” e “O que define uma planificação ser ou não ser de uma superfície cúbica?” podem ser feitas para estimular o pensamento e participação dos alunos.

A quarta etapa consiste numa etapa de exploração e tem como objetivo colocar os alunos em contato com algumas planificações. A turma deve ser dividida em 4 ou 5 grupos, dependendo do número total de alunos, e cada grupo deve receber um objeto cúbico e quatro diferentes planificações, impressas em folhas de papel sulfite 180g, que devem ser recortadas pelos mesmos com o

auxílio de tesouras, estas fornecidas pelos licenciandos. Tendo os alunos efetuado o recorte das planificações, o passo seguinte é convidá-los a realizar a montagem dos cubos utilizando as quatro planificações e a registrar o número de faces, arestas e vértices de cada planificação nas segunda, terceira e quarta coluna, respectivamente, do quadro presente na segunda atividade da apostila. Feitas as anotações, os alunos devem efetuar o cálculo proposto na quinta e última coluna deste mesmo quadro, que consiste na relação de Euler. Se identificada alguma dificuldade, os licenciandos podem e devem auxiliar os alunos na resolução do cálculo da relação de Euler.

Ao longo da exploração proposta na quarta etapa, os alunos devem perceber que algumas das planificações não formam a superfície estudada, pois todos os grupos devem estar em posse de, pelo menos, uma planificação que não forma tal superfície. Devem ser disponibilizados 30 minutos para que os alunos façam a exploração e ao final desta etapa um diálogo deve ser iniciado pelos licenciandos, a fim de que os grupos dissertem sobre a experiência da exploração, compartilhando com os colegas suas principais observações e conclusões, bem como suas dúvidas, e discutam sobre as anotações feitas e características das planificações observadas. Neste momento final, os licenciandos devem abordar claramente o número de planificações do cubo possíveis, sendo 11 o número delas, conforme ilustrado na figura 1.

Figura 1 - Número possível de planificações do cubo



Fonte: Educa Mais Brasil (2018)

Na quinta e última etapa da sequência, os licenciandos devem propor aos alunos que estes façam a resolução individual da terceira e quarta atividade

constantes na apostila que têm por objetivo fazer o aluno exercitar a sua percepção espacial. Os primeiros alunos a responderem corretamente tais atividades, explicando sua resposta, devem receber uma premiação simbólica, como um bombom, por exemplo. O gabarito de tais atividades não será fornecido pelos licenciandos, visto que os próprios alunos deverão desenvolvê-lo a partir da montagem das planificações constantes nestas. Com a realização destas duas atividades finais propostas, os licenciandos devem ser capazes de identificar e analisar a existência de possíveis dificuldades, além de verificar se o objetivo de aprendizagem proposto foi alcançado.

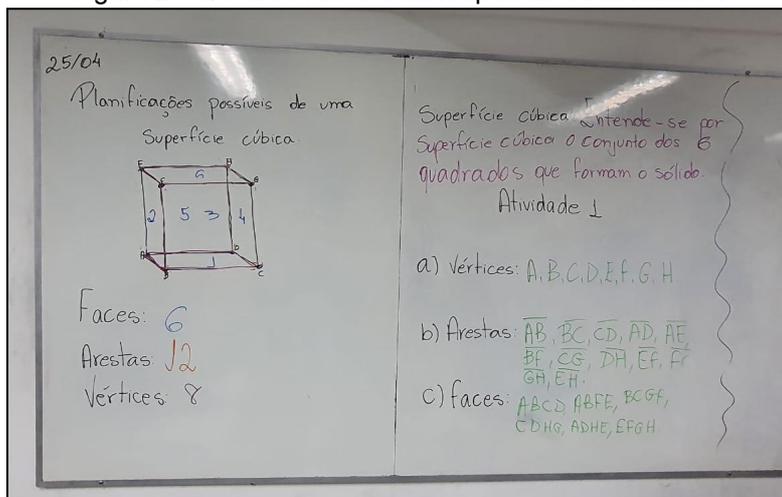
2.2.2 Aplicação da sequência didática na turma do LEAMAT II

No dia 25 de abril de 2023, foi realizada a aplicação da sequência didática na turma do LEAMAT II, com o objetivo de verificar se o conteúdo a ser trabalhado e o tempo destinado estavam de acordo para a aplicação na turma regular do 6º ano.

A aplicação iniciou-se com um diálogo sobre as superfícies cúbicas, onde como planejado, foi realizado um questionamento aos alunos sobre quais figuras os lembravam de um cubo. Nessa ocasião, destacamos as respostas cubo mágico, porta jóias, volume, dado e seis quadrados.

O segundo passo consistiu em entregar a cada aluno uma apostila com os principais conceitos utilizados na aula e exercícios. Os elementos e as características necessárias para a formação do cubo foram apresentados no quadro branco, com o auxílio da representação do poliedro feita por um dos aplicadores. Após esse momento, a atividade 1 da apostila foi resolvida em conjunto com a turma para a fixação das informações mostradas no quadro. Nesta atividade os alunos puderam colocar em prática as informações anteriormente explicadas. Logo depois, cada aluno registrou na sua apostila a definição de planificação que lhes foi apresentada.

Figura 2 - Quadro branco com respostas da atividade 1



Fonte: Elaboração própria.

Depois de concluída essa primeira parte da apostila, os alunos foram apresentados ao conceito de sólidos de Platão e junto aos aplicadores contaram a quantidade de vértices, faces e arestas de dois outros sólidos, comparando com as quantidades encontradas no cubo. Com o auxílio de algumas perguntas, os estudantes foram levados ao entendimento da relação de Euler e então o conceito foi formalizado pelos aplicadores.

Dando continuidade, a atividade 2 foi proposta com o intuito de trabalhar a visualização espacial dos alunos. A turma foi dividida em cinco grupos e cada grupo recebeu algumas planificações que formam a superfície cúbica e outras que não formam, com o objetivo de levar os alunos a pensar sobre conteúdo e se questionar o que faz com que algumas planificações não formem o cubo. A proposta era que eles recortassem e dobrassem as planificações, identificando assim quais são as planificações do cubo. Em seguida, eles preencheram a tabela presente na apostila com as características de cada planificação recebida.

Figura 3 - Recortando as planificações



Fonte: Elaboração própria.

Os alunos participaram de todas as atividades durante a aplicação, porém nesta eles demonstraram grande interesse. Para finalizar a atividade 2, alguns alunos foram questionados sobre o preenchimento da tabela. Por exemplo, o aluno 1 respondeu quantos vértices, faces e arestas encontrou na planificação vermelha, mostrou ela para turma e informou se conseguiu formar uma superfície cúbica com ela.

A atividade 3 foi respondida individualmente por alguns alunos, enquanto outros preferiram responder no grupo que foi formado para a atividade 2. Após marcarem a resposta considerada certa, os alunos receberam uma folha com a planificação presente na atividade e ao recortarem a planificação conseguiram confirmar qual das alternativas continha a resposta correta. Identificamos que alguns alunos não se atentaram a ordem das letras presentes na planificação da atividade, confundindo o lado direito e esquerdo e assim marcando a resposta errada.

A atividade 4 foi proposta como uma questão desafio, onde a primeira resposta certa seria premiada. Novamente alguns alunos preferiram responder individualmente, enquanto outros permaneceram em grupo. O primeiro a responder corretamente, foi convidado a se levantar e falar para a turma como chegou ao resultado. Ele explicou que chegou na resposta certa apenas trabalhando a parte visual, e com as alternativas dadas.

Observamos que alguns alunos tentaram resolver a atividade 4 usando as planificações dadas na atividade 2 e chegaram em resposta que não estava entre

as alternativas dadas, logo não acertaram a questão. Depois de premiar o vencedor do desafio, os aplicadores agradeceram e encerraram a apresentação.

Na turma do LEAMAT II terminamos a aplicação antes do tempo previsto para o término da aula. Levando em consideração que em uma turma de 6º ano esse tempo será maior, concluímos que o tempo previsto será ideal para a aplicação.

Durante a aplicação surgiram duas dúvidas pertinentes. A primeira foi se a relação de Euler é válida somente para os polígonos pares e a segunda se a face sobreposta uma a outra contaria como uma única face ou como duas faces.

Após a aplicação, foram feitas algumas observações e sugestões para a melhoria da sequência didática, dentre elas, buscar uma linguagem mais simples e cotidiana para abordar o conteúdo, pois talvez alguns alunos não consigam acompanhar a aula. As demais sugestões são as seguintes:

- Disponibilizar o cubo para os alunos explorarem durante a explicação, para que estes não se desconcentrem durante a aplicação;
- Na atividade 1, mostrar para os alunos um cubo com a identificação dos vértices e arestas, assim a localização dos segmentos será facilitada e caso haja um aluno com algum tipo de deficiência, este conseguirá acompanhar a explicação;
- Na atividade 2, trocar a planificação que tem 6 quadrados agrupados em duas filas por uma planificação com 6 quadrados agrupados em uma única fila;
- Os licenciandos devem pesquisar um pouco mais sobre como estão sendo trabalhados os conteúdos do 6º ano após a pandemia, para confirmar se a aplicação deve ser feita para este público;
- Utilizar a definição de planificação: É a representação bidimensional do sólido;
- Incluir, na apostila, o quadro de VFA do octaedro, dodecaedro e cubo para que os alunos possam completá-lo durante a explicação da relação de Euler;
- Utilizar uma planificação para cobrir o cubo no momento final da explicação sobre planificações.

3 RELATÓRIO DO LEAMAT III

3.1 Atividades desenvolvidas

O início das atividades da disciplina Laboratório de Ensino e Aprendizagem de Matemática III (LEAMAT III), no que se refere à linha de pesquisa geometria, deu-se no dia 01 de junho de 2023. Os encontros foram destinados, por parte do grupo e também da professora orientadora, para a descrição da aplicação da sequência didática na turma do LEAMAT II, bem como para a revisão de tal sequência considerando as alterações sugeridas. A sequência didática corrigida foi aplicada no dia 23 de junho de 2023 e os encontros seguintes foram destinados à apresentação dos resultados desta.

3.2 Elaboração da sequência didática

Considerando as alterações sugeridas durante a aplicação da sequência didática na turma do LEAMAT II, as seções 3.2.1 e 3.2.2, a seguir, são destinadas, respectivamente, para a descrição e detalhamento da versão corrigida de tal sequência e para a apresentação dos resultados da aplicação na turma regular.

3.2.1 Versão final da sequência didática

A sequência didática tem como público-alvo os alunos do 6º ano do Ensino Fundamental e está dividida em cinco etapas, conforme quadro 1 a seguir.

Quadro 2 - Etapas e objetivos da sequência

Etapas	Objetivos
Diálogo inicial com a turma	Analisar os conhecimentos prévios dos alunos sobre superfície cúbica.
Apresentação das características da	Compreensão do aluno quanto aos conceitos de aresta, vértices e faces.

superfície cúbica.	
Apresentar a relação de Euler	Compreensão do aluno quanto ao conceito da relação de Euler e sua importância na determinação das planificações do cubo.
Exploração das planificações	Proporcionar ao aluno a construção dos conceitos através da investigação com material manipulável.
Atividades de fechamento	Verificar se o objetivo final foi alcançado.

Fonte: Elaboração própria.

Esta sequência didática utiliza dois tipos de recursos didáticos, os de trabalho permanente e os concretos/experimentais. Os recursos permanentes são aqueles que usamos diariamente no ensino, como o quadro branco e marcadores de quadro branco, entre outros. Quanto aos recursos concretos, estes são folha de papel sulfite e tesoura.

A primeira etapa consiste em um diálogo inicial com os alunos, que tem como objetivo realizar o diagnóstico sobre o conhecimento destes acerca do cubo. Nesta etapa os licenciandos devem realizar perguntas norteadoras aos alunos como, por exemplo: O que vocês entendem por cubo? Qual é o padrão observado nos cubos? Vocês já ouviram falar sobre superfície cúbica antes?

Ainda nesta etapa, as respostas obtidas serão discutidas junto à turma, sendo destacadas aquelas que fazem sentido, e os licenciandos devem apresentar aos alunos alguns objetos que remetem à superfície cúbica, como o cubo mágico, o Minecraft e algumas embalagens de presentes. Neste momento, questionamentos acerca da existência de objetos que lembram o formato do cubo serão feitos, como: “Podemos citar outros objetos que possuem a forma do cubo? Quais?” e “Por que acreditam que os objetos citados possuem superfície cúbica?”. No fim desta etapa, uma apostila que contenha os principais conceitos

que envolvem a superfície cúbica, como também exercícios de fixação, deverá ser entregue a cada um dos alunos nesta etapa.

A segunda etapa tem como objetivo a apresentação das características do cubo e, para isso, os conceitos de face, vértice e aresta devem ser introduzidos com o auxílio da apostila entregue. Neste momento, os licenciandos devem realizar a leitura da primeira parte da apostila juntamente com os alunos, explicando e exemplificando passo a passo cada conceito, destacando a importância do conhecimento destes conceitos quando se pensa no reconhecimento das características que definem a superfície cúbica (6 faces, 8 vértices e 12 arestas).

Para melhor entendimento dos alunos, se necessário, explicações com o auxílio do quadro branco podem ser feitas pelos licenciandos. Os licenciandos devem finalizar esta etapa fazendo a resolução da atividade 1 da apostila juntamente com os alunos para que estes possam aplicar os conhecimentos aprendidos sobre as características (elementos) do cubo, as identificando na figura tridimensional dada e, conseqüentemente, compreendam o processo de construção do cubo, bem como de uma figura espacial, através de uma figura plana.

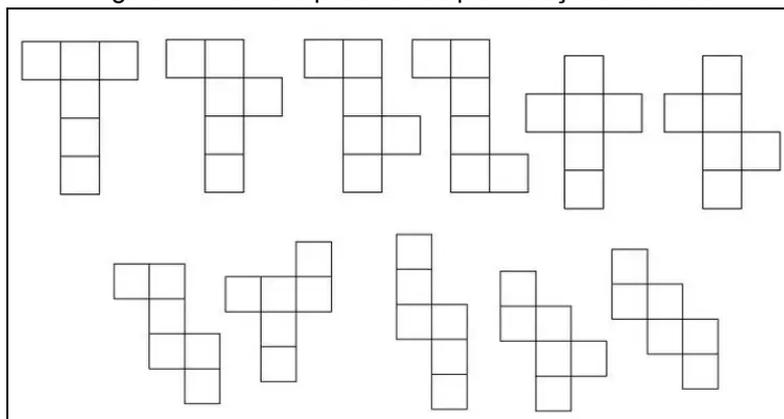
Na etapa seguinte, terceira etapa, também com o auxílio da apostila entregue, a relação de Euler deve ser apresentada, bem como as regras que uma planificação deve obrigatoriamente seguir para formar uma superfície cúbica. Questionamentos devem ser feitos sobre a quantidade de planificações existentes para as superfícies cúbicas. Se necessário, perguntas norteadoras como “Quantas planificações da superfície cúbica vocês acreditam que existem?”, “Será que existe somente uma?” , “O que define uma planificação ser ou não ser de uma superfície cúbica?” podem ser feitas para estimular o pensamento e participação dos alunos. Após os alunos apresentarem algumas respostas, o licenciando deverá mostrar os sólidos do dodecaedro e octaedro e pedir para que um aluno ajude a realizar a contagem de vértices, faces e arestas que os sólidos possuem. Enquanto a contagem for realizada, o licenciando deverá construir a tabela contendo a quantidade de cada elemento contabilizado pelos alunos. Essa

tabela também está presente na apostila que os alunos receberam e deverá ser preenchida juntamente com o professor enquanto a contagem é realizada.

A quarta etapa consiste numa etapa de exploração e tem como objetivo colocar os alunos em contato com algumas planificações. A turma deve ser dividida em 4 ou 5 grupos, dependendo do número total de alunos, e cada grupo deve receber um objeto cúbico e quatro diferentes planificações, impressas em folhas de papel sulfite 180g, que devem ser recortadas pelos mesmos com o auxílio de tesouras, estas fornecidas pelos licenciandos. Tendo os alunos efetuado o recorte das planificações, o passo seguinte é convidá-los a realizar a montagem dos cubos utilizando as quatro planificações e a registrar o número de faces, arestas e vértices de cada planificação nas segunda, terceira e quarta coluna, respectivamente, do quadro presente na segunda atividade da apostila. Feitas as anotações, os alunos devem efetuar o cálculo proposto na quinta e última coluna deste mesmo quadro, que consiste na relação de Euler. Se identificada alguma dificuldade, os licenciandos podem e devem auxiliar os alunos na resolução do cálculo da relação de Euler.

Ao longo da exploração proposta na quarta etapa, os alunos devem perceber que algumas das planificações não formam a superfície estudada, pois todos os grupos devem estar em posse de, pelo menos, uma planificação que não forma tal superfície. Devem ser disponibilizados 30 minutos para que os alunos façam a exploração e ao final desta etapa um diálogo deve ser iniciado pelos licenciandos, a fim de que os grupos dissertem sobre a experiência da exploração, compartilhando com os colegas suas principais observações e conclusões, bem como suas dúvidas, e discutam sobre as anotações feitas e características das planificações observadas. Neste momento final, os licenciandos devem abordar claramente o número de planificações do cubo possíveis, sendo 11 o número delas, conforme ilustrado na figura 1.

Figura 4 - Número possível de planificações do cubo



Fonte: Educa Mais Brasil (2018)

Na quinta e última etapa da sequência, os licenciandos devem propor aos alunos, caso haja tempo hábil, que estes façam a resolução individual da terceira e quarta atividade constantes na apostila que têm por objetivo fazer o aluno exercitar a sua percepção espacial. Os primeiros alunos a responderem corretamente tais atividades, explicando sua resposta, devem receber uma premiação simbólica, como um bombom, por exemplo. O gabarito de tais atividades não será fornecido pelos licenciandos, visto que os próprios alunos deverão desenvolvê-lo a partir da montagem das planificações constantes nestas. Com a realização das atividades práticas propostas, os licenciandos devem ser capazes de identificar e analisar a existência de possíveis dificuldades, além de verificar se o objetivo de aprendizagem proposto foi alcançado.

3.3 Aplicação da sequência didática na turma regular

A aplicação ocorreu no Instituto Superior de Educação Professor Aldo Muylaert (ISEPAM), no dia 23 de junho de 2023, em uma turma com 22 alunos do sexto ano do ensino fundamental, utilizando dois tempos de aula, com cinquenta minutos cada. Esta deveria acontecer das 8h50 às 10h30, porém o fato dos alunos estarem na aula de Educação Física no horário anterior ao previsto para a aplicação e de os mesmos levarem cerca de vinte minutos para retornarem à sala

de aula, impossibilitou que a aplicação ocorresse no horário previsto, sendo esta iniciada às 9h10.

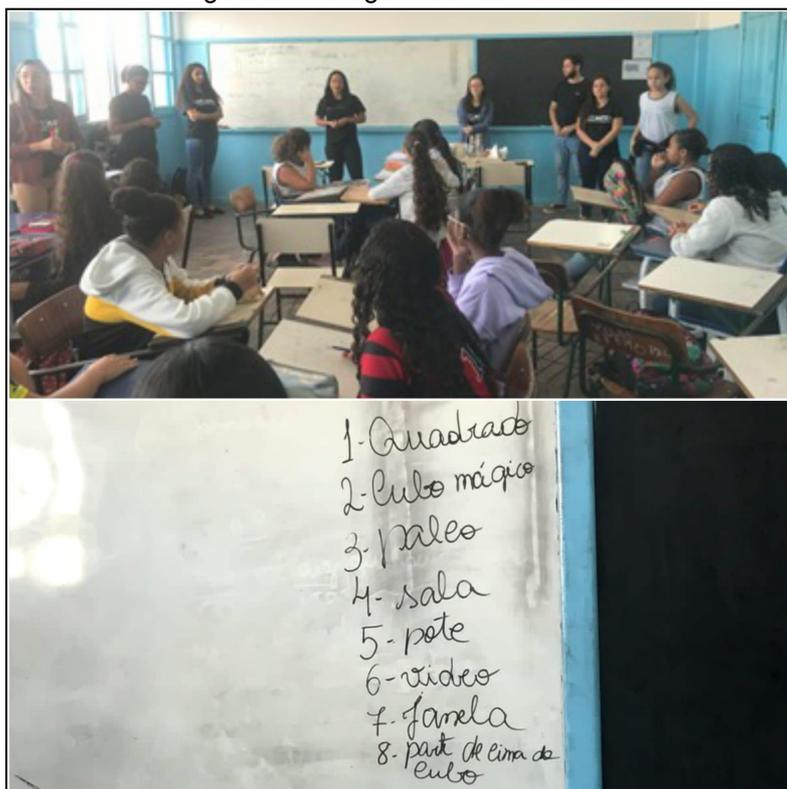
Para tal aplicação, a sala foi organizada em cinco grupos de modo em que nenhum aluno ficasse de costas para o quadro branco. Foram formados três grupos de quatro alunos e dois grupos de cinco alunos. A estruturação dos grupos foi feita pelos próprios alunos, pois à medida em que chegavam foram escolhendo as cadeiras de acordo com a afinidade com os demais colegas.

A aula foi introduzida pela professora regente, que explicou à turma que o grupo é composto por licenciandos em matemática do Instituto Federal Fluminense, Campus Campos Centro, e que estes estariam ministrando uma aula divertida. A seguir, a experimentação ocorreu dividida em cinco momentos: diálogo inicial com a turma, apresentação das características da superfície cúbica, apresentação da relação de Euler, exploração das planificações e atividades de fechamento, conforme previsto na sequência didática elaborada.

No primeiro momento, que chamamos de diálogo inicial com a turma, conforme a figura 5, o objetivo era analisar os conhecimentos prévios dos alunos sobre superfície cúbica. Este momento foi iniciado com a apresentação dos licenciandos, seguida da apresentação do objetivo da aula e de questões norteadoras feitas aos alunos. Para a questão “O que vocês entendem por cubo?”, umas das respostas obtidas foi “[...] *um quadrado com vários quadrados e quadrados*”. Para a questão “Quais objetos do dia a dia remetem ao cubo?”, a maior parte dos alunos responderam: “[...] *cubo mágico, ...sala, ...potes, ...vidros, ...janelas e interruptor*”.

A questão seguinte foi se “Conseguimos observar algum padrão nos cubos?” e a resposta “[...] *a forma de um quadrado*” se mostrou unânime entre os alunos. Já para a pergunta “O que é uma superfície cúbica?” foram obtidas como respostas como: “[...] *uma superfície quadrada, ...a parte de cima do cubo, ...a parte plana do cubo*. Entende-se que nesta etapa os alunos foram bastante participativos, pois responderam todas as perguntas e citaram exemplos de planificações. Sendo assim, conclui-se que o objetivo proposto foi alcançado.

Figura 5 - Diálogo inicial com a turma



Fonte: Elaboração própria.

O objetivo da etapa seguinte, apresentação das características da superfície cúbica, era levar os alunos a compreensão dos conceitos de aresta, vértices e faces e, para isso, a apostila (Apêndice B) foi entregue à turma para que esta pudesse acompanhar as explicações. Em seguida, foram apresentadas as características da superfície cúbica e, diante das respostas, percebeu-se que grande parte da turma já as conheciam. Inclusive, muitos alunos registraram na apostila as quantidades de faces, arestas e vértices antes do término da explicação feita pelos licenciandos. A professora regente então esclareceu que já havia iniciado a apresentação do cubo à classe em um momento anterior e que, por isso, os alunos se lembravam das quantidades de cada característica.

O passo seguinte foi definir superfície e superfície cúbica, sendo a segunda definida no quadro branco para que os alunos a copiassem na página 2 da apostila, no espaço reservado para essa definição. Logo após, a atividade 1 da apostila foi realizada juntamente com os mesmos, que foram respondendo de

acordo com o que visualizam na figura apresentada na atividade. Todas as respostas incorretas recebidas foram justificadas pelos licenciandos que, a todo momento, questionavam se os demais alunos estavam entendendo como as respostas corretas estavam sendo obtidas, ou seja, se eles estavam entendendo o processo de resolução. A atividade se mostrou muito satisfatória, pois obteve-se total atenção e colaboração dos alunos, alcançando assim o propósito para este momento.

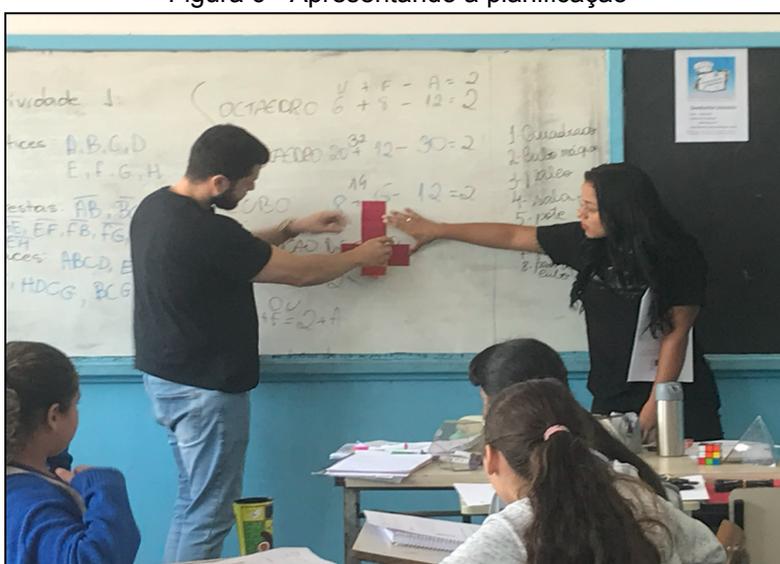
O terceiro momento, o de apresentar a relação de Euler, teve como objetivo a compreensão dos alunos quanto ao conceito da relação de Euler e sua importância na determinação das planificações do cubo. Para isso, iniciou-se a explicação com a “demonstração” da relação de Euler utilizando os sólidos geométricos octaedro e dodecaedro. Conforme programado na sequência didática, alguns alunos foram convidados a irem à frente da sala para realizar a contagem dos elementos dos sólidos em questão de modo a auxiliar na posterior construção da tabela no quadro branco, por um dos licenciandos, a partir do qual o conceito da relação do Euler seria trabalhado. Os números de cada elemento (faces, arestas e vértices) contabilizados pelos alunos foram comparados pelos mesmos juntamente com os licenciandos, a fim de que a relação entre eles fosse identificada.

A contagem dos elementos do octaedro foi realizada facilmente pelo aluno que se candidatou, já a contagem do dodecaedro se mostrou um pouco mais difícil. Os alunos demonstraram muito interesse em participar da contagem e foram orientados a preencher a tabela presente na apostila. Após conclusão da construção da tabela, os alunos foram induzidos a operarem, por tentativa e erro, as quantidades de elementos de cada sólido na intenção de chegar na relação de Euler. Para este momento da aplicação, destaca-se que os alunos que não estavam diretamente envolvidos na contagem se mostraram um pouco dispersos. A atividade conseguiu cumprir o seu objetivo, mas se a contagem fosse feita de forma mais coletiva, com todos os alunos contando junto, talvez essa dispersão poderia ter ocorrido em menor proporção.

A seguir, o conceito de planificação foi apresentado e abordado utilizando o sólido do cubo revestido por uma das planificações. Essa planificação foi

apresentada, conforme a figura 6, para que os alunos pudessem perceber visualmente que é possível formar uma representação bidimensional do cubo planejando o mesmo. Foi definido o conceito de planificação, colocando no quadro para que os alunos preenchessem na apostila o espaço reservado para essa definição.

Figura 6 - Apresentando a planificação



Fonte: Elaboração própria.

Consideramos que atingimos o objetivo deste momento, e o finalizamos com os seguintes questionamentos: Será que existem outras planificações do cubo? Quantas planificações podem existir?

O quarto momento foi de exploração das planificações e teve o objetivo de colocar os alunos em contato com algumas planificações. Para tal finalidade foi realizada a atividade 2 da apostila. Como a turma já estava dividida em grupos, os licenciandos entregaram 4 planificações e 4 tesouras para cada grupo, para que cada planificação fosse recortada por um aluno diferente, isto é, para que todos os alunos pudessem ter a experiência de manipular o material e participar ativamente da atividade.

Após os alunos realizarem o recorte das planificações, os mesmos deveriam tentar montar/fechar o cubo e depois preencher a tabela da atividade na apostila. O que se observou é que os alunos compreenderam rapidamente como

o recorte deveria ser realizado, mas alguns não ficaram muito precisos e isso impactou no “fechamento” das planificações, porém tal fato não impediu os alunos de visualizarem quando uma determinada planificação formava o ou não formava o cubo. Alguns alunos não preencheram a tabela da apostila referente a atividade 2 e foi necessário reforçar a necessidade do preenchimento conforme eles fossem identificando os elementos dos “sólidos” em mãos.

Figura 7 - Atividade 2



Fonte: Elaboração própria.

A atividade levou grande empolgação à turma, o que ajudou a alcançar o propósito deste momento. Os alunos se mostraram bastante participativos e os grupos comentavam entre si o porquê algumas planificações formavam o cubo e outras não.

O momento final, o momento das atividades de fechamento, foi destinado para verificar se o objetivo final foi alcançado. Para essa finalidade previu-se o retorno às respostas obtidas inicialmente ao questionamento “Quais objetos do dia a dia remetem ao cubo?” e a realização das atividades 3 e 4 da apostila, porém devido ao atraso dos alunos no retorno do intervalo e uma intervenção de uma coordenadora, que solicitou parte do tempo (cerca de 20 minutos) da aplicação para falar sobre um projeto literário, não foi possível desenvolver as atividades de fixação, ficando estas para a professora regente realizar em outro momento com a turma. Assim, não conseguimos atingir, por completo, o objetivo proposto para esta etapa.

Considera-se que o objetivo da sequência didática foi atingido, visto que, com a atividade 2, percebe-se que os alunos identificaram corretamente as

planificações do cubo e quais são as características que possibilitam que tais planificações formem o sólido. Outro fator determinante para que se pudesse concluir que tal objetivo foi atingido, foi o retorno feito às respostas obtidas ao questionamento “Quais objetos do dia a dia que remetem ao cubo?”, em que os próprios alunos conseguiram identificar quais de suas respostas estavam corretas e quais não estavam.

A apresentação deste projeto foi o primeiro contato com a sala de aula do ensino regular que alguns membros do grupo de licenciandos/aplicadores tiveram. Foi uma experiência diferente da vivenciada na aplicação com a turma do Leamat e bastante desafiadora. A turma estava agitada, muito em função da aula anterior de Educação Física, mas demonstraram interesse em entender o conteúdo, principalmente porque a aula foi bastante dinâmica, o que contribuiu para que a confiança do grupo durante a aplicação se estabelecesse.

Infelizmente não conseguimos realizar todas as atividades planejadas, mas podemos dizer que o que foi realizado gerou ótimos resultados. Somos gratos a todos que contribuíram para a realização desta aplicação e o sentimento que fica é o de dever cumprido, pois acreditamos que, de alguma forma, contribuímos para com o processo de aprendizagem dos alunos.

Figura 8 - Grupo de licenciandos na aplicação do Leamat III.



Fonte: Elaboração própria.

REFERÊNCIAS

- BRASIL. Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular. Brasília, 2018. Disponível em:
<http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf> Acesso em: 25 set. 2022.
- BULLMANN, Cátia Luana; NEHRING, Catia Maria. Aprendizagem Do Sólido Geométrico Cubo Aliada A Teoria Dos Registros De Representação Semiótica E A Perspectiva Histórico-Cultural. Salão do Conhecimento, 2017. Disponível em:
<<https://publicacoeseventos.unijui.edu.br/index.php/salaconhecimento/article/download/7717/6454>> Acesso em: 09 set. 2022.
- CARMO, Paulo Ferreira do. O pensamento algébrico e o conceito de variável: uma proposta alternativa para o ensino de álgebra na educação básica. **REVISTA PANORÂMICA**, v. 27, p. 47-62, 2019. Disponível em:
<<https://periodicoscientificos.ufmt.br/revistapanoramica/index.php/revistapanoramica/article/view/1071>>. Acesso em: 09 set. 2022.
- COSTA, A.P. A geometria na educação básica: um panorama sobre o seu ensino no Brasil. Revista Educação Matemática em Foco, v.9, n.1, p.129-152, 2020. Disponível em: <<https://revista.uepb.edu.br/REM/article/download/1171/899>>. Acesso em: 21 set. 2022.
- LIMA, Gisele Bonfim. Um estudo sobre planificação de superfícies. 2013. Disponível em:
<http://www2.uesb.br/ppg/profmat/wp-content/uploads/2018/11/Dissertacao_GISELE_BONFIM_LIMA.pdf>. Acesso em: 09 set. 2022.
- PAVANELLO, R. M. O abandono do ensino da geometria no Brasil: causas e consequências. Revista Zetetiké, Campinas, v.1, n.1, p.7-17, 1993. Disponível em:
<<https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike/article/download/864682/13724>> Acesso em: 13 set. 2022.
- PEREIRA DA COSTA, A. A construção do conceito de quadriláteros notáveis no 6º ano do ensino fundamental: um estudo sob a luz da teoria vanhieliana. 2016. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica) – Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2016. Disponível em:
<<https://repositorio.ufpe.br/bitstream/123456789/17129/1/Disserta%c3%a7%c3%a3o%20Andr%c3%a9Pereira.pdf>>. Acesso em: 21 set. 2022.
- SENA, Rebeca; DORNELES, Beatriz. Ensino de Geometria: rumos da pesquisa (1991-2011). REVEMAT: Revista Eletrônica de matemática, v. 8, n. 1, p. 138-155, 2013. Disponível em:<<http://funes.uniandes.edu.co/25370/1/Moreira2013Ensino.pdf>>. Acesso em: 09 set. 2022.
- SILVA, Everson Vieira da. Uso de material concreto para o ensino de planificações de figuras geométricas. 2017. Disponível em:

<<http://bia.ifpi.edu.br:8080/jspui/bitstream/123456789/546/2/PDF%20-%20EVERSON%20VIEIRA%20SILVA.pdf>> Acesso em: 21 set. 2022.

APÊNDICES

Apêndice A: Material didático aplicado na turma do LEAMAT II

Planificações possíveis de uma superfície cúbica



O cubo ou hexaedro é uma **figura tridimensional**, caracterizada como um poliedro regular, pois suas faces são **polígonos regulares e congruentes**. Conheça cada elemento:

✓ **Faces:** são as superfícies planas que formam a superfície do sólido;

✓ **Arestas:** correspondem aos segmentos de reta resultantes do “encontro” de duas faces;

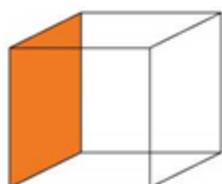
✓ **Vértices:** são os pontos de encontro das arestas.

Em uma observação rápida, é possível notar que o cubo possui:

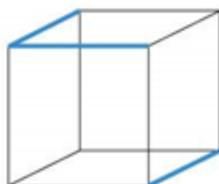
FACE = 

ARESTA = 

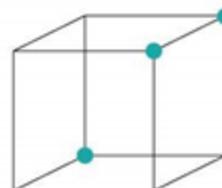
VÉRTICE = 



Todas
quadradas



Segmentos comuns
aos quadrados



Os “cantos”
representam os vértices

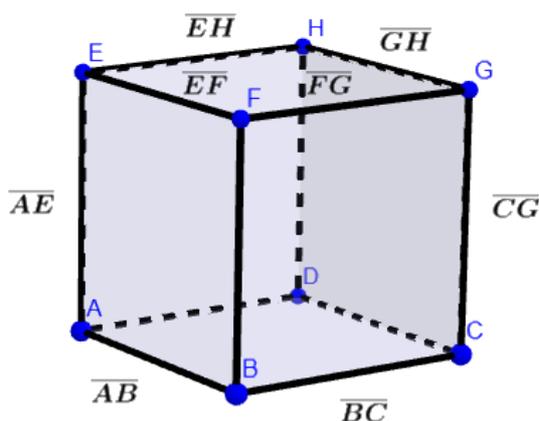


Entende-se por **superfície** a parte externa e visível do sólido.



ATIVIDADE 1

Sabendo que o cubo possui 12 arestas, 8 vértices e 6 faces, veja a imagem a seguir e anote quais são os vértices, arestas e faces.

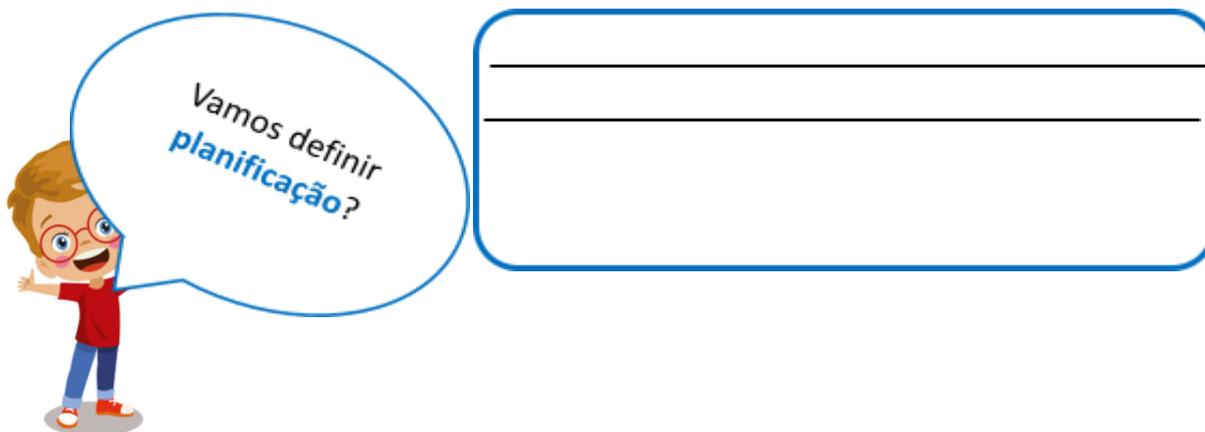


a) Vértices:

b) Arestas:

c) Faces:

PLANIFICAÇÃO



SÓLIDOS DE PLATÃO E RELAÇÃO DE EULER

Inserir quadro aqui

Assim como o octaedro, o dodecaedro e o icosaedro, o cubo faz parte do grupo dos “Sólidos de Platão”, que obrigatoriamente obedecem às seguintes regras:

1. Todas as faces devem ter a mesma quantidade de arestas;
2. Todos os vértices devem ser pontos de encontro do mesmo número de arestas;

3. Todos os sólidos satisfazem a Relação de Euler, onde a soma do número de vértices e do número de faces é igual ao número de arestas mais duas unidades.

Para que a relação descoberta pelo matemático suíço Leonhard Paul Euler seja válida, as duas somas precisam ter o mesmo resultado.

Ao verificar a relação de Euler para o cubo, temos:

$$8 + 6 = 12 + 2$$

$$14 = 14$$

Confirmamos então que ela é válida para o cubo.

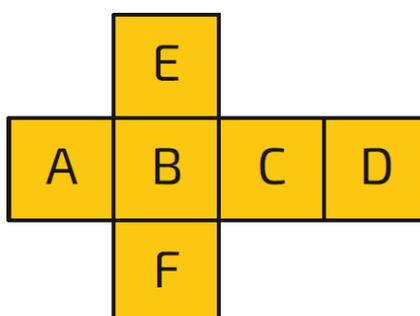
ATIVIDADE 2

EXPLORANDO PLANIFICAÇÕES

Planificações	Nº Vértices	Nº Faces	Nº Arestas	V + F - A	V + F - A = 2?
VERMELHO					
AMARELO					
AZUL					
BRANCO					

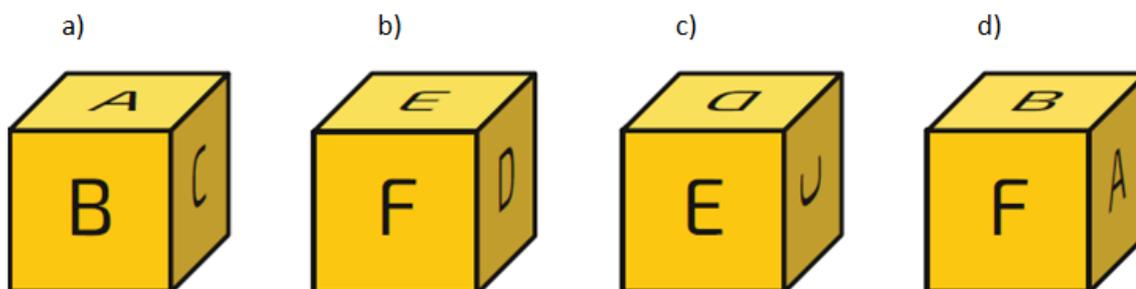
ATIVIDADE 3

A figura a seguir mostra uma planificação utilizada para construir um cubo



Fonte: PATARO (2018)

Dentre os cubos a seguir, qual foi construído a partir da planificação apresentada?



ATIVIDADE 4

(ENEM 2022) Dentre as diversas planificações possíveis para o cubo, uma delas é a que se encontra apresentada na Figura 1.

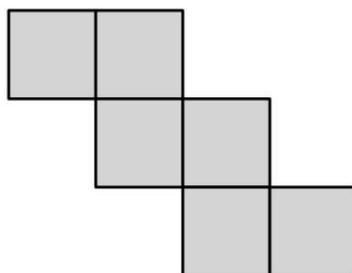


Figura 1

Em um cubo foram pintados, em três de suas faces, quadrados de cor cinza escura, que ocupam um quarto dessas faces, tendo esses três quadrados um vértice em comum, conforme ilustrado na Figura 2.

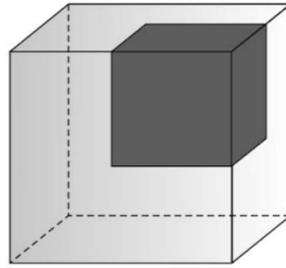
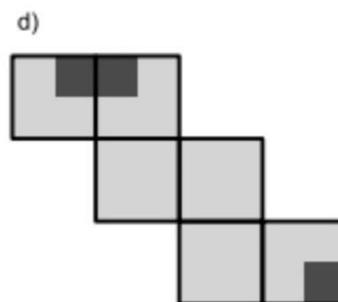
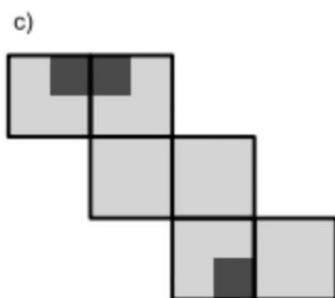
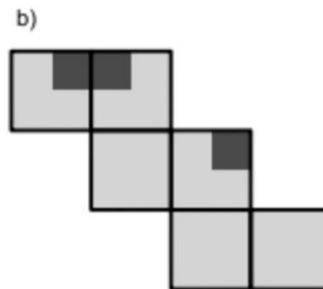
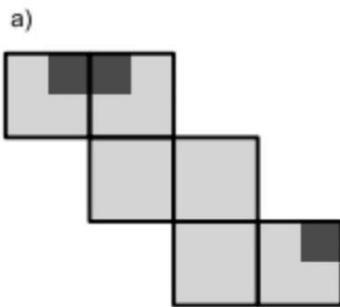
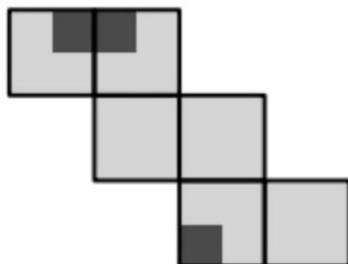


Figura 2

A planificação do cubo da Figura 2, conforme o tipo de planificação apresentada na Figura 1, é:



e)



REFERÊNCIAS

CAIUSCA, Alana. Cubo. 2018. Disponível em: <<https://www.educamaisbrasil.com.br/enem/matematica/cubo>>. Acesso em: 05 dez. 2022.

PATARO, Patricia Moreno; BALESTRI, Rodrigo. Matemática essencial 6.º ano: ensino fundamental, anos finais. 2018.

ENEM 2022 – Exame Nacional do Ensino Médio. INEP - Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. Ministério da Educação. Disponível em: < <http://www.enem.inep.gov.br/> >. Acesso em: 22 Fev. 2023.

Apêndice B: Material didático aplicado na turma do 6º ano

Planificações possíveis de uma superfície cúbica

Nome: _____



O cubo ou hexaedro é uma **figura tridimensional**, caracterizada como um poliedro regular, pois suas faces são **polígonos regulares** e **congruentes**.
Conheça cada elemento:

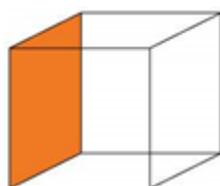
- ✓ **Faces:** são as superfícies planas que formam a superfície do sólido;
- ✓ **Arestas:** correspondem aos segmentos de reta resultantes do “encontro” de duas faces;
- ✓ **Vértices:** são os pontos de encontro das arestas.

Em uma observação rápida, é possível notar que o cubo possui:

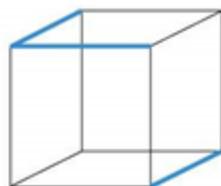
FACE = 

ARESTA = 

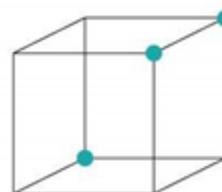
VÉRTICE = 



Todas
quadradas



Segmentos comuns
aos quadrados



Os “cantos”
representam os vértices

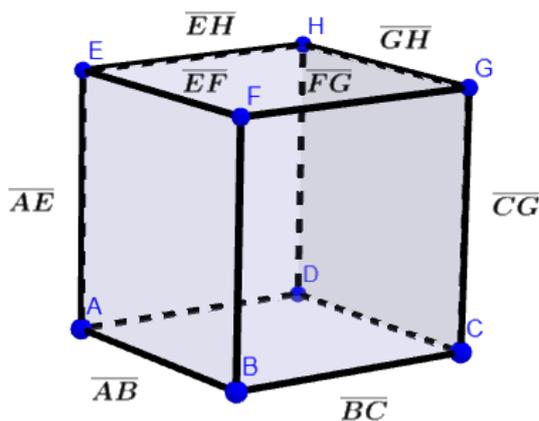


Entende-se por **superfície** a parte externa e visível do sólido.



ATIVIDADE 1

Sabendo que o cubo possui 12 arestas, 8 vértices e 6 faces, veja a imagem a seguir e anote quais são os vértices, arestas e faces.



a) Vértices:

b) Arestas:

c) Faces:

PLANIFICAÇÃO



SÓLIDOS DE PLATÃO E RELAÇÃO DE EULER

Sólido	Nº Vértices	Nº Faces	Nº Arestas
OCTAEDRO			
DODECAEDRO			
CUBO			

Assim como o octaedro, o dodecaedro e o icosaedro, o cubo faz parte do grupo dos “Sólidos de Platão”, que obrigatoriamente obedecem às seguintes regras:

1. Todas as faces devem ter a mesma quantidade de arestas;
2. Todos os vértices devem ser pontos de encontro do mesmo número de arestas;
3. Todas as figuras satisfazem a Relação de Euler, onde a soma do número de vértices e do número de faces é igual ao número de arestas mais duas unidades.

Para que a relação descoberta pelo matemático suíço Leonhard Paul Euler seja válida, as duas somas precisam ter o mesmo resultado.

Ao verificar a relação de Euler para o cubo, temos:

$$8 + 6 = 12 + 2$$

$$14 = 14$$

Confirmamos então que ela é válida para o cubo.

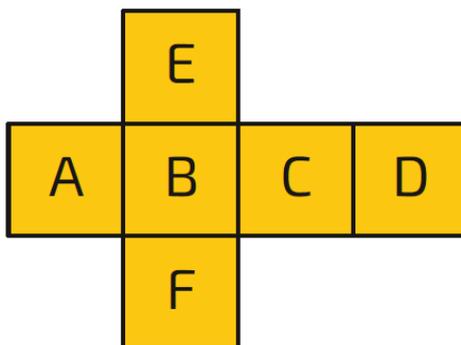
ATIVIDADE 2

EXPLORANDO PLANIFICAÇÕES

Planificações	Nº Vértices	Nº Faces	Nº Arestas	V + F - A	V + F - A = 2? (sim ou não)
VERMELHO					
AMARELO					
AZUL					
BRANCO					

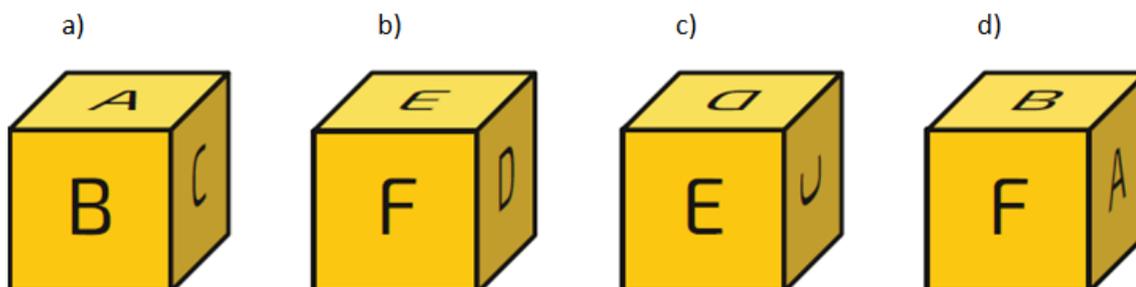
ATIVIDADE 3

A figura a seguir mostra uma planificação utilizada para construir um cubo



Fonte: PATARO (2018)

Dentre os cubos a seguir, qual foi construído a partir da planificação apresentada?



ATIVIDADE 4

(ENEM 2022) Dentre as diversas planificações possíveis para o cubo, uma delas é a que se encontra apresentada na Figura 1.

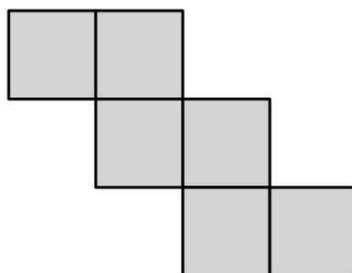


Figura 1

Em um cubo foram pintados, em três de suas faces, quadrados de cor cinza escura, que ocupam um quarto dessas faces, tendo esses três quadrados um vértice em comum, conforme ilustrado na Figura 2.

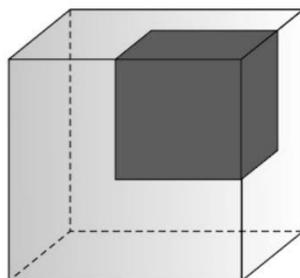
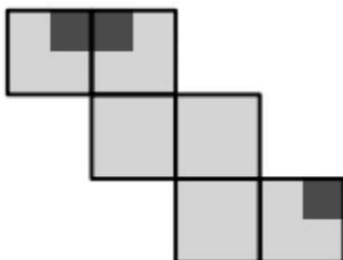


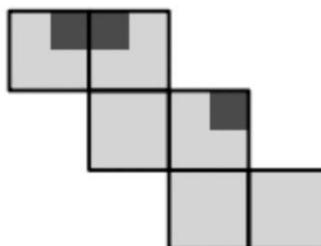
Figura 2

A planificação do cubo da Figura 2, conforme o tipo de planificação apresentada na Figura 1, é:

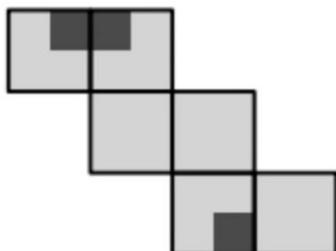
a)



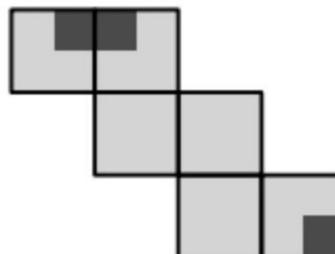
b)



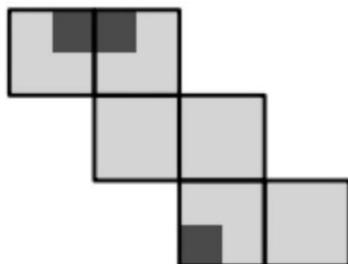
c)



d)



e)



REFERÊNCIAS

CAIUSCA, Alana. Cubo. 2018. Disponível em: <<https://www.educamaisbrasil.com.br/enem/matematica/cubo>>. Acesso em: 05 dez. 2022.

PATARO, Patricia Moreno; BALESTRI, Rodrigo. Matemática essencial 6.º ano: ensino fundamental, anos finais. 2018.

ENEM 2022 – Exame Nacional do Ensino Médio. INEP - Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. Ministério da Educação. Disponível em: < <http://www.enem.inep.gov.br/> >. Acesso em: 22 Fev. 2023.