

RELATÓRIO DO LEAMAT

PLANIFICAR PARA ENTENDER

ENSINO E APRENDIZAGEM DE GEOMETRIA

AMANDA RODRIGUES JUDICE DE SOUZA

CAMILLA DOS SANTOS MACHADO NUNES

LUÍSA MOTA ALVARENGA

CAMPOS DOS GOYTACAZES - RJ

2024.2

AMANDA RODRIGUES JUDICE DE SOUZA

CAMILLA DOS SANTOS MACHADO NUNES

LUÍSA MOTA ALVARENGA

RELATÓRIO DO LEAMAT

PLANIFICAR PARA ENTENDER

ENSINO E APRENDIZAGEM DE GEOMETRIA

Trabalho apresentado ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense, *Campus* Campos Centro, como requisito parcial para conclusão da disciplina Laboratório de Ensino e Aprendizagem de Matemática do Curso de Licenciatura em Matemática.

Orientadora: Prof^a. Paula Eveline da S. dos Santos Miranda

CAMPOS DOS GOYTACAZES - RJ

2024.2

SUMÁRIO

1	RELATÓRIO DO LEAMAT I	3
1.1	Atividades desenvolvidas	3
1.2	Elaboração da sequência didática	3
1.2.1	Tema	3
1.2.2	Justificativa	3
1.2.3	Objetivo geral	3
1.2.4	Público-alvo	3
2	RELATÓRIO DO LEAMAT II	4
2.1	Atividades desenvolvidas	4
2.2	Elaboração da sequência didática	4
2.2.1	Planejamento da sequência didática	4
2.2.2	Aplicação da sequência didática na turma do LEAMAT II	4
3	RELATÓRIO DO LEAMAT III	5
3.1	Atividades desenvolvidas	5
3.2	Elaboração da sequência didática	5
3.2.1	Versão final da sequência didática	5
3.2.2	Experimentação da sequência didática na turma regular	5
4	CONSIDERAÇÕES FINAIS	6
	REFERÊNCIAS	7
	APÊNDICES	8
	Apêndice A: Material didático aplicado na turma do LEAMAT II	9
	Apêndice B: Material didático experimentado na turma regular	10

1 RELATÓRIO DO LEAMAT I

1.1 Atividades desenvolvidas

O primeiro encontro aconteceu no dia 21/11/2024, com as professoras Layanne Andrade, Livia Azelman e Paula Eveline. Nesse dia, foi apresentada a disciplina Laboratório de Ensino e Aprendizagem de Matemática (LEAMAT) e as três linhas de pesquisa que a compõem: Álgebra e Aritmética, Educação Matemática Inclusiva e Geometria. Além disso, realizou-se a divisão da turma em grupos.

Em 05/12/2024, as professoras Livia e Paula apresentaram as normas da ABNT NBR 10520: 2023 e ABNT NBR 6023: 2018 e orientaram como fazer citações em documentos. Desse modo, os grupos poderiam utilizar as normas da ABNT na produção dos fichamentos dos textos trabalhados em aula e do relatório. Além disso, foi destacada a importância de sempre estar atento às mudanças das normas da ABNT ao longo do tempo.

No dia 06/02/2025, foi proposta uma atividade a qual cada aluno escolheu uma coleção de livro didático para analisar os conteúdos de geometria abordados e a forma como são trabalhados. Além disso, foi solicitado um resumo do texto "O Ensino de Geometria no Brasil: uma abordagem histórica" (Angelo; Santos; Barbosa, 2020), que faz uma análise do panorama histórico do ensino de Geometria no Brasil, desde o descobrimento até a contemporaneidade.

No encontro do dia 20/02/2025, realizamos uma atividade elaborada por um grupo do LEAMAT, de um semestre anterior, que abordava o cálculo da soma dos ângulos internos de polígonos sem o uso de fórmulas prontas. Nesse sentido, foi proposta a realização de uma atividade prática no geoplano, para que os alunos deduzissem a fórmula que calcula a soma dos ângulos internos de um polígono. Além disso, o segundo horário foi utilizado para uma visita ao NAPNE.

Na aula do dia 13/03/2025, ocorreu uma conversa sobre as questões para discussão propostas pelos alunos no fichamento do texto "Teoria de Van Hiele: os níveis de pensamento geométricos de alunos concluintes do Ensino fundamental" (Mazzini; Santos, 2021). Após isso, foi realizada uma discussão sobre o texto "Por que não ensinar Geometria?" (Lorenzato, 1995), que aborda a omissão no ensino da Geometria, devido, principalmente, ao fato de muitos professores não possuírem

conhecimentos suficientes para o ensino da geometria e ao fato da geometria aparecer, muitas vezes, no final de livros didáticos.

Em 21/03/25, o encontro baseou-se na montagem dos relatórios e observação de livros didáticos para elaboração da sequência a ser aplicada. Em conjunto com a linha de pesquisa de Educação Matemática Inclusiva, a escolha temática contou com o apoio das professoras, em forma de roda de conversa com troca de ideias e discussões acerca das possíveis propostas adotadas para o LEAMAT.

As demais aulas foram destinadas à elaboração das etapas do relatório a serem finalizadas no LEAMAT I e na apresentação.

1.2 Elaboração da sequência didática

1.2.1 Tema

Área da superfície das pirâmides.

1.2.2 Justificativa

A matemática apresenta grande importância no desenvolvimento intelectual do ser humano, uma vez que está presente em diversos contextos conforme aponta a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (Brasil, 2018).

O conhecimento matemático é necessário para todos os alunos da Educação Básica, seja por sua grande aplicação na sociedade contemporânea, seja pelas suas potencialidades na formação de cidadãos críticos, cientes de suas responsabilidades sociais (Brasil, 2018, p. 265).

Nesse sentido, de acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), a Geometria, uma vertente da Matemática, é essencial no currículo, na medida em que possibilita ao aluno compreender o mundo em que vive. Apesar disso, a Geometria tem tido pouco destaque nas aulas de Matemática (Brasil, 1998).

Isso acontece devido a diversos fatores, principalmente por muitos professores não possuírem conhecimentos geométricos adequados para efetuar

suas práticas pedagógicas e por a geometria aparecer, muitas vezes, no final de livros didáticos e desconectada da realidade e de quaisquer aplicações (Lorenzato, 1995). Porém, de acordo com uma breve análise realizada em livros didáticos, que estão em conformidade com Programa Nacional do Livro e do Material Didático (PNLD) de 2024, percebeu-se que as coleções aprovadas, majoritariamente, trazem a geometria ao longo do livro didático e apresentam aplicações e conexões com a realidade.

Embora ainda haja uma omissão no ensino dessa parte da Matemática, a aprendizagem da geometria espacial é essencial para os estudantes, como afirma Santos (2023):

Vivemos em um mundo rodeado de formas geométricas especialmente a espacial, seja na natureza ou no cotidiano. Daí, surge a necessidade de se apropriar dos conhecimentos da geometria espacial para obter a formulação matemática destes objetos, padronizando e classificando conforme suas formas (Santos, 2023, p.18).

Apesar dessa importância, existem diversas dificuldades no ensino da Geometria Espacial. Sendo assim, os materiais manipuláveis são apresentados como uma opção para trabalhar em sala de aula, uma vez que estudos indicam uma ausência na utilização de estratégias didáticas que favoreçam o ensino de conteúdos da Geometria, como os sólidos geométricos (Santiago; Silva; Araújo, 2023).

Corroborando com esse pensamento, Lorenzato (2012) afirma que, apesar das atividades manipulativas não garantirem a aprendizagem, essas atividades podem facilitar a compreensão dos alunos.

Convém termos sempre em mente que a realização em si de atividades manipulativas ou visuais não garante a aprendizagem. Para que esta efetivamente aconteça, faz-se necessária também a atividade mental, por parte do aluno. E o MD pode ser um excelente catalisador para o aluno construir seu saber matemático (Lorenzato, 2012, p.21).

Nesse contexto, o ensino da geometria espacial deve ir além da memorização de fórmulas prontas, por meio de atividades que envolvam a visualização. Sendo assim, “a Geometria Espacial requer dos alunos a necessidade de visualização, e especificamente, o conceito de planificação de um sólido é importante para

compreender as configurações que formam sua representação em um plano” (Oliveira, 2023, p. 2).

Sob esse viés, segundo os PCN, os alunos terão oportunidades de aperfeiçoar a linguagem algébrica e obter fórmulas, como, por exemplo, para os cálculos das áreas (Brasil, 1998).

Dessa forma, na Geometria Espacial, encontra-se o cálculo da área da superfície dos sólidos geométricos. Nesse sentido, este trabalho visa abordar uma das habilidades a serem desenvolvidas durante o Ensino Médio, como a resolução de problemas que envolvem o cálculo de áreas totais das pirâmides (Brasil, 2018).

1.2.3 Objetivo geral

Auxiliar na compreensão da fórmula da área da superfície das pirâmides por meio da planificação desse sólido.

1.2.4 Público-alvo

Alunos do segundo ano do Ensino Médio.

2 RELATÓRIO DO LEAMAT II

2.1 Atividades desenvolvidas

No dia 09/06/2025, ocorreu a primeira aula da disciplina LEAMAT II da linha de pesquisa de geometria. A professora Paula Eveline apresentou a disciplina, explicou o que deverá ser desenvolvido no semestre e como será a avaliação da disciplina. Além disso, foram apresentados relatórios de semestres anteriores como forma de exemplificar.

Em 16/06/2025, foi apresentada a divisão da sequência didática, por meio de um quadro de etapas que foi solicitado na aula anterior. Diante disso, a professora sugeriu o acréscimo de mais uma etapa e solicitou para a aula seguinte a descrição detalhada da primeira etapa.

No dia 23/06/2025, foram apresentadas as duas primeiras etapas desenvolvidas. Para a primeira etapa, foi desenvolvida uma folha de exercícios. Em seguida, em relação à segunda etapa, os slides para acompanhamento da aula foram mostrados à professora. Por fim, foi solicitado o início da elaboração do material manipulável que seria utilizado na terceira etapa.

Em 30/06/2025, mostramos a primeira versão do material manipulável. A partir dessa data, as aulas foram utilizadas para elaboração da sequência didática.

A partir do dia 11/08/2025, as aulas foram para aplicações das sequências. A aplicação dessa sequência foi realizada no dia 18/08/2025.

As aulas posteriores à aplicação da sequência didática foram destinadas à finalização da escrita do relatório e à avaliação final da disciplina realizada no dia 08/10/25.

2.2 Elaboração da sequência didática

2.2.1 Planejamento da sequência didática

A sequência didática foi planejada para o 2º. ano do Ensino Médio. Os materiais necessários estão disponibilizados no Apêndice A, dividido em partes: Apêndice A-1, que contém a apresentação de slides; e o Apêndice A-2, contendo a apostila a ser utilizada.

O Quadro 1 apresenta as etapas e os objetivos dessa sequência.

Quadro 1 - Etapas, títulos e objetivos da sequência didática

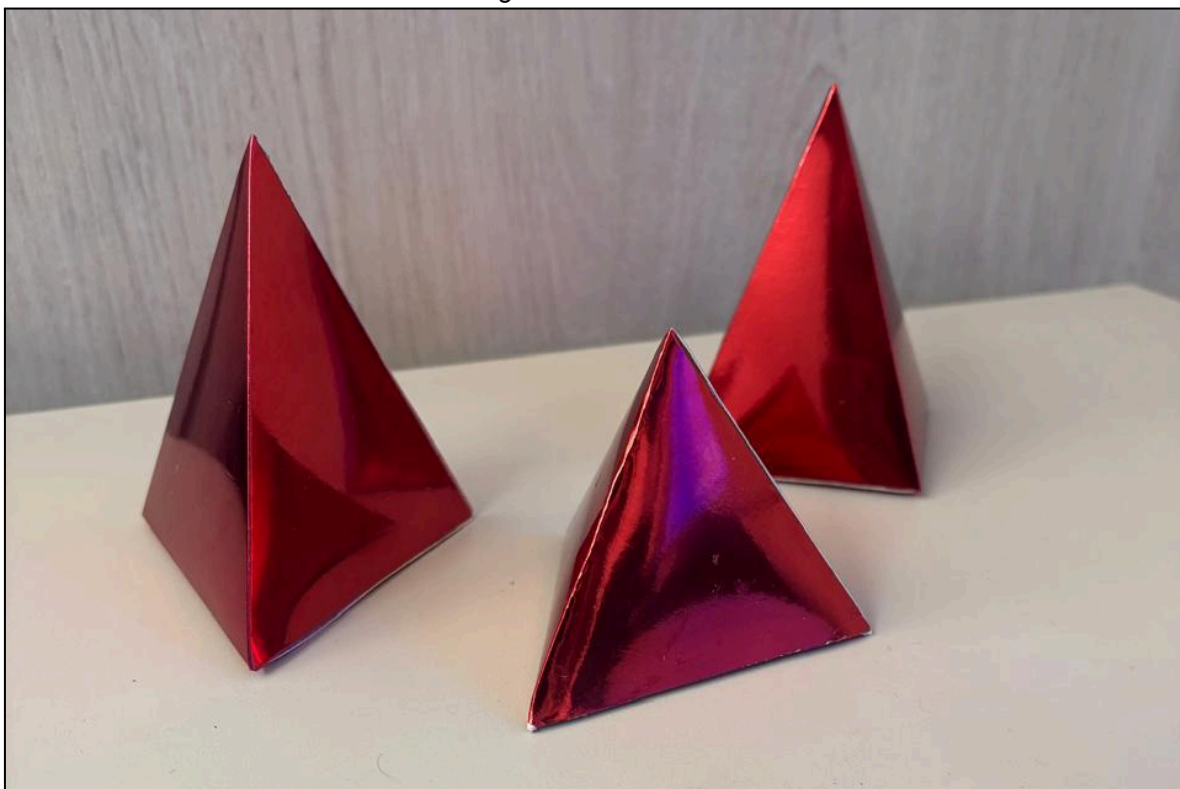
Etapas	Atividades	Objetivo
1	Apresentar as pirâmides com material concreto	Identificar as formas geométricas que compõem a pirâmide e registrar na folha de atividade 1.
2	Áreas dos polígonos	Apresentar as formas geométricas que compõem as pirâmides a serem trabalhadas e relembrar como calcular suas áreas
3	Planificação das pirâmides com material manipulável	Mostrar que o cálculo da área total da pirâmide é a soma das áreas dos polígonos que formam a pirâmide.
4	Definição de Pirâmides	Apresentação da definição de pirâmides e fórmula do cálculo da área total da superfície.
5	Resolução de exercícios	Avaliar o material e a aprendizagem dos alunos.

Fonte: Elaboração própria.

Nos parágrafos a seguir, será detalhada cada uma das etapas.

Na etapa 1, a turma será dividida em grupos de até 5 alunos para a resolução da atividade 1. Em seguida, o professor entregará as pirâmides em material concreto para que os grupos identifiquem as figuras geométricas presentes nas pirâmides. As pirâmides serão de base quadrangular e triangular. No caso da pirâmide triangular, a atividade também abordará o tetraedro. Destaca-se que as pirâmides foram produzidas pelo grupo e são feitas de papel laminado lamicote vermelho (Figura 1).

Figura 1 - Pirâmides



Fonte: Elaboração própria.

A atividade 1 consiste nos alunos registrarem quais polígonos foram identificados, número de faces, vértices e arestas. A Figura 2 exemplifica essa atividade com a pirâmide quadrangular. As perguntas sobre as outras pirâmides serão feitas de forma análoga.

Figura 2 - Atividade 1

Observe os sólidos geométricos entregues e responda às perguntas a seguir:

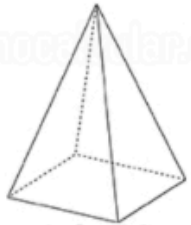
1) Pirâmide Quadrangular:

a. Quantas arestas essa pirâmide possui?

b. Quantos vértices essa pirâmide possui?

c. Quantas faces essa pirâmide possui?

d. Quais figuras geométricas você observou nessa pirâmide?



Fonte: Elaboração própria.

Nessa mesma atividade, na questão de número 4, o aluno deverá registrar as respostas anteriores em uma tabela para facilitar a visualização e a comparação entre as pirâmides (Figura 3).

Figura 3 - Questão 4 da Atividade 1

4) Complete a tabela com base nas pirâmides que você montou e nas conclusões que você chegou ao analisá-las

Pirâmide	Número de lados do polígono da base	Número de faces	Número de arestas	Número de vértices
Quadrangular				
Triangular				

Fonte: Elaboração própria.

Na etapa 2, o professor deverá abordar brevemente as áreas dos polígonos que compõem as faces da pirâmide com a finalidade de relembrar as fórmulas. Para isso, será entregue uma folha conforme apresentada na Figura 4.

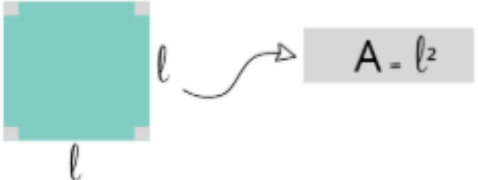
Figura 4 - Áreas de polígonos

Áreas de figuras planas

Quadrado

- O quadrado é um polígono que possui quatro lados congruentes e quatro ângulos de 90° .

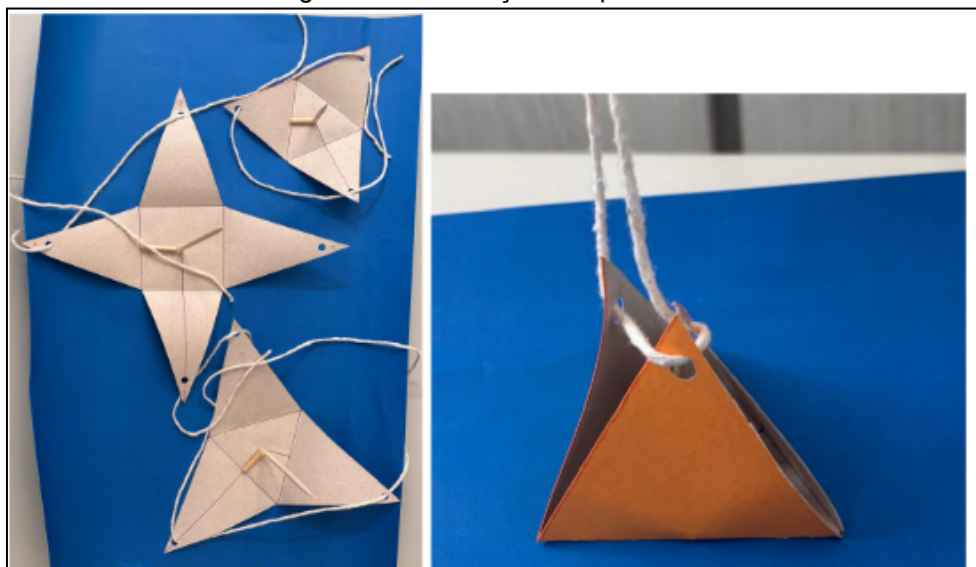
Figura 1.



Fonte: Elaboração própria.

Na etapa 3, serão entregues as planificações das pirâmides (material manipulável) para os alunos. As planificações serão feitas por nós com papel cartão, terá um furo na ponta de cada triângulo lateral para passar o barbante que ajudará na montagem da pirâmide, também terá dois palitos colados, um representando o apótema da base e o outro a altura da pirâmide (Figura 5).

Figura 5 - Planificação das pirâmides



Fonte: Elaboração própria.

Após isso, será entregue uma atividade para os alunos responderem utilizando a planificação e uma régua. Nessa atividade, eles deverão medir o comprimento de algumas dimensões da pirâmide e calcular a área da base, a área de cada triângulo, a área lateral e, por fim, a área total (Figura 6).

Figura 6- Atividade 2.

Orientações:

→ Com o auxílio de uma régua, responda os itens abaixo utilizando as planificações entregues.

1) Pirâmide de base quadrangular:

a) Quanto mede a base do triângulo?

b) Quanto mede a altura do triângulo?

c) Qual a área do triângulo?

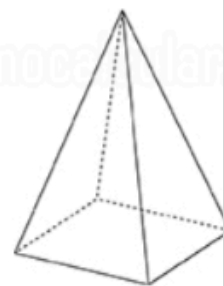
d) Quantos triângulos (laterais) essa pirâmide tem?

e) Qual é a área total dos triângulos (área lateral)?

f) Quanto mede o lado do quadrado?

g) Qual a área do quadrado?

h) Qual a área total da planificação?



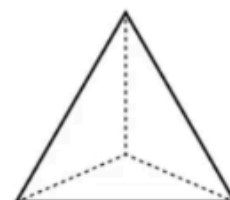
Fonte: Elaboração própria.

No caso do tetraedro regular, será apresentada uma definição do tetraedro para que os alunos possam tentar deduzir como calcular a área total desse tipo de pirâmide (Figura 7).

Figura 7- Atividade 2

3) O tetraedro é uma pirâmide particular formada por quatro triângulos congruentes e equiláteros (tetra: quatro; edro: face). Nele, qualquer uma das faces pode ser considerada base. O tetraedro regular é um caso particular de pirâmide regular (Dante, 2016).

a) Calcule a área total do tetraedro.



Fonte: Elaboração própria.

A partir da observação do material manipulável e da resolução das atividades, espera-se que o aluno perceba que a área total de qualquer pirâmide é a soma da área lateral (área dos triângulos) com a área da base. Além disso, será feita uma pergunta sobre os palitos presentes na planificação (Figura 8).

Figura 8- Atividade 2.

4) Com base nas suas respostas, o que você entende sobre a área total de uma pirâmide qualquer?

5) Qual é a relação entre a quantidade de lados do polígono da base e a quantidade de faces da pirâmide?

6) Sobre os palitos que estavam na planificação:

a) Você o utilizou em algum momento?

b) Você sabe o que ele representa?

c) Em que situação ele seria utilizado?

Fonte: Elaboração própria.

Na etapa 4, serão utilizados slides com as definições presentes na apostila que será entregue. A partir disso, o professor deverá explicar o conceito de pirâmides, pirâmides regulares, pirâmide quadrangular, pirâmide triangular e tetraedro regular. Além disso, serão apresentados conceitos como área lateral, área da base, área total das pirâmides e a fórmula da área total das pirâmides (Figura 9).

Figura 9 - Slides

4) Complete a tabela com base nas pirâmides que você observou.

Pirâmide	Número de lados do polígono da base	Número de arestas	Número de faces	Relação entre número de lados da base e o número de faces da pirâmide.
Quadrangular				
Triangular				

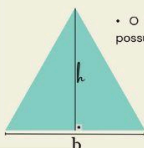
Quadrado



• O quadrado é um polígono que possui quatro lados congruentes e quatro ângulos de 90°.

Área = l^2

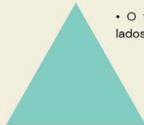
Triângulo



• O triângulo é um polígono que possui três lados e três ângulos.

Área = $\frac{b \times h}{2}$

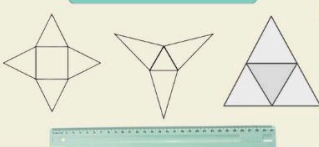
Triângulo equilátero



• O triângulo equilátero possui três lados congruentes.

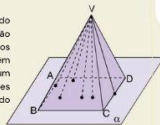
Área = $\frac{L^2 \sqrt{3}}{4}$

Atividade



Pirâmides

• Dados um polígono convexo contido em um plano α e um ponto V, não pertencente a α , tracemos todos os possíveis segmentos de reta que têm uma extremidade em V e a outra num ponto do polígono. A reunião desses segmentos é um sólido chamado pirâmide. (Nezzi et al., 2014, p.364)



Pirâmides Regulares

A pirâmide regular é aquela cuja base é um polígono regular e cujas arestas laterais são congruentes entre si. Uma pirâmide regular tem as seguintes características:

- A projeção ortogonal do vértice sobre o plano da base é o centro da base;
- As faces laterais são triângulos isósceles congruentes;
- O apótema da pirâmide regular é a altura de uma face lateral, relativa à aresta da base.

(Nezzi et al., 2014, p.365)



Área total das pirâmides

- **Área da base** (Ab) = Área do polígono da base
- **Área lateral** (Al) = Soma das áreas das faces laterais (Triângulos)

A superfície total de uma pirâmide é a reunião do polígono de sua base com os triângulos que compõem sua superfície lateral. Logo, a área total da pirâmide é a soma da área do polígono de sua base com a área de sua superfície lateral, ou seja:

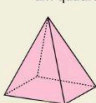
• **Área total** (At) = $Ab + Al$

(Nezzi et al., 2014, p.366)



Pirâmide quadrangular

- Pirâmide na qual a base é um quadrado.
- Apresenta 5 faces: 1 quadrado e 4 triângulos.




Tetraedro regular

- Pirâmide formada por triângulos equiláteros.
- Apresenta 4 faces triangulares e congruentes.




Pirâmide triangular

- Pirâmide na qual a base é um triângulo.
- Apresenta 4 faces triangulares.




Fonte: Elaboração própria

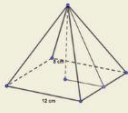
Na etapa 5, os alunos deverão realizar três exercícios, um do ENEM PPL 2016 e dois de autoria própria, que estarão na apostila e entregarão as respostas. A partir da observação dessas respostas, será possível avaliar o material e a aprendizagem dos alunos (Figura 10).

Figura 10 - Exercícios

Exercício 1:

A pirâmide a seguir possui base quadrada, a aresta da base mede 12 cm e a altura da pirâmide mede 8 cm. Calcule a área total dessa pirâmide.

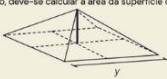
a) 144 cm²
b) 240 cm²
c) 264 cm²
d) 364 cm²
e) 420 cm²



Exercício 2:

(ENEM PPL 2016) A cobertura de uma tenda tem formato de uma pirâmide de base quadrada e é formada usando quatro triângulos isósceles de base y. A sustentação da cobertura é feita por uma haste de medida x. Para saber quanto de lona deve ser comprado, deve-se calcular a área da superfície da cobertura da tenda.

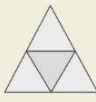
a) $2y\sqrt{x^2 + \frac{y^2}{4}}$
b) $2y\sqrt{x^2 + \frac{y^2}{2}}$
c) $4y\sqrt{x^2 + \frac{y^2}{2}}$
d) $4\sqrt{x^2 + \frac{y^2}{4}}$
e) $2\sqrt{x^2 + \frac{y^2}{2}}$



Exercício 3:

Um tetraedro regular é um tipo particular de pirâmide regular no qual qualquer uma de suas faces pode ser considerada base, pois possui 4 triângulos equiláteros e congruentes. Considerando essa informação, a área total de um tetraedro regular cuja aresta mede 6 cm é: (Considere $\sqrt{3} = 1,7$)

a) 27,2 cm²
b) 42,5 cm²
c) 61,2 cm²
d) 83,3 cm²



Fonte: Elaboração própria.

2.2.2 APLICAÇÃO DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA NA TURMA DO LEAMAT II

A aplicação da sequência didática na turma do LEAMAT II ocorreu no dia 18 de agosto de 2025.

Após a apresentação dos integrantes do grupo e do tema da sequência didática, foi iniciada a etapa 1. Nessa etapa, foram entregues o material concreto e a folha de atividade 1 e foi disponibilizado um tempo para os licenciandos responderem (Figura 11). Após isso, foi realizada a correção da questão 4 da atividade. Nessa etapa, os licenciandos tiveram dificuldade para diferenciar as pirâmides de base triangular e o tetraedro.

Figura 11 - Licenciandos realizando a atividade 1



Fonte: Protocolo de pesquisa.

Na etapa 2, foi entregue uma folha com as fórmulas das áreas das figuras planas: quadrado, triângulo e triângulo equilátero e realizou-se uma breve revisão dessas fórmulas. Nessa etapa, não houve dúvidas e nem sugestões de mudanças.

Na etapa 3, foram entregues as planificações das pirâmides e a folha de atividade 2. Nesse momento, os licenciandos, utilizando o material manipulável e

uma régua, responderam à folha de atividade 2, com o auxílio dos professores em formação (Figura 12). Eles elogiaram o material e relataram que tiveram dificuldades na hora de medir a altura da base devido a presença do palito representando o apótema da base.

Figura 12 - Licenciandos realizando a atividade 2



Fonte: Protocolo de pesquisa.

Na etapa 4, apresentaram-se as definições de pirâmides, pirâmides regulares (quadrangulares, triangulares e tetraedro regular) e a fórmula do cálculo da área total da superfície (Figura 13). Nessa etapa, os licenciandos não apresentaram dúvidas.

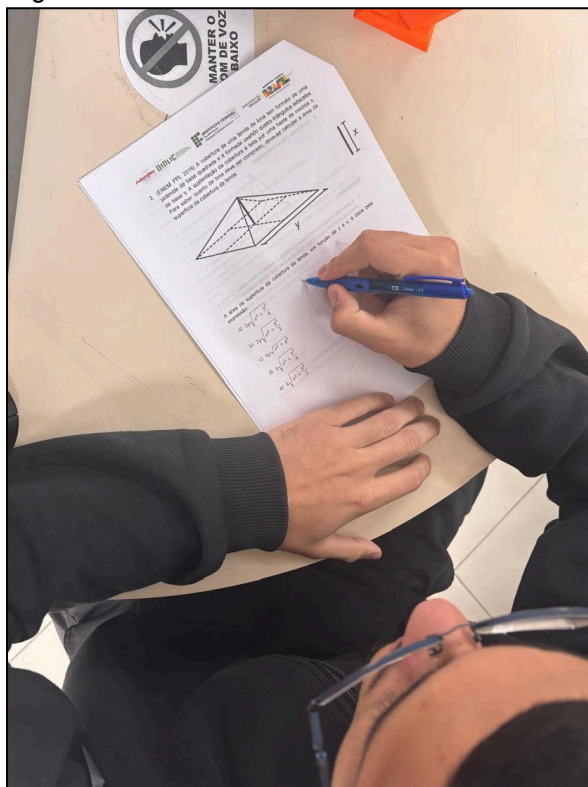
Figura 13 - Professoras em formação apresentando as definições



Fonte: Protocolo de pesquisa.

Na etapa 5, disponibilizou-se um tempo para que os licenciandos pudessem responder aos exercícios propostos no final da apostila, com a intenção de avaliar a aprendizagem do conteúdo (Figura 14). Em seguida, foi feita a correção do exercício 1, os demais não foram corrigidos devido ao tempo.

Figura 14 - Licenciandos realizando os exercícios



Fonte: Protocolo de pesquisa.

Após o término da apresentação, a professora orientadora parabenizou o grupo e passou a palavra para os licenciandos e a outra professora presente para as considerações, críticas e sugestões. As principais sugestões foram:

- Identificar cada pirâmide nos sólidos e nas planificações;
- Diferenciar a cor do apótema nas planificações;
- Trocar ordem das definições das pirâmides, deixar o tetraedro por último;
- Iniciar a aula já com a definição de pirâmide;
- Corrigir todos os itens das atividades 1 e 2;
- Padronizar o título das atividades;
- Explorar mais o material manipulável;
- Acrescentar um exercício usando os palitinhos (que representam as alturas da pirâmide e da face) antes de falar da área total da pirâmide;
- Usar animação no geogebra envolvendo a planificação e a pirâmide fechada.

3 RELATÓRIO DO LEAMAT III

3.1 Atividades desenvolvidas

As aulas do LEAMAT III tiveram início no dia 22/10/25. Na primeira aula, foi apresentado o calendário programático da disciplina. O encontro realizado em 29/10/25 foi usado para produzir mais material manipulável.

Os encontros realizados entre 05/11/25 e 03/12/25 foram destinados aos ensaios, a aperfeiçoar o material didático e o comportamento das professoras em formação na sala de aula.

A experimentação da sequência didática ocorreu no dia 05/12/25 no IFF Campus Campos Centro.

A partir do dia 10/12/25, as professoras em formação se dedicaram às demais linhas de pesquisa, ao registro da aplicação da sequência didática e escrita do relatório.

Em 19/12/25 iniciou-se o período de recesso. O retorno ocorreu no dia 04/02. A partir dessa data, as aulas foram destinadas à finalização dos relatórios e à elaboração da apresentação.

3.2 Elaboração da sequência didática

3.2.1 Versão final da sequência didática

A sequência didática foi planejada para uma turma do 2º. ano do Ensino Médio. Os materiais desenvolvidos estão disponibilizados no Apêndice A, dividido em duas partes: Apêndice A-1, que contém a apresentação de slides; e o Apêndice A-2, contendo a apostila a ser utilizada.

O Quadro 1 apresenta as etapas e os objetivos dessa sequência.

Quadro 1 - Etapas, títulos e objetivos da sequência didática

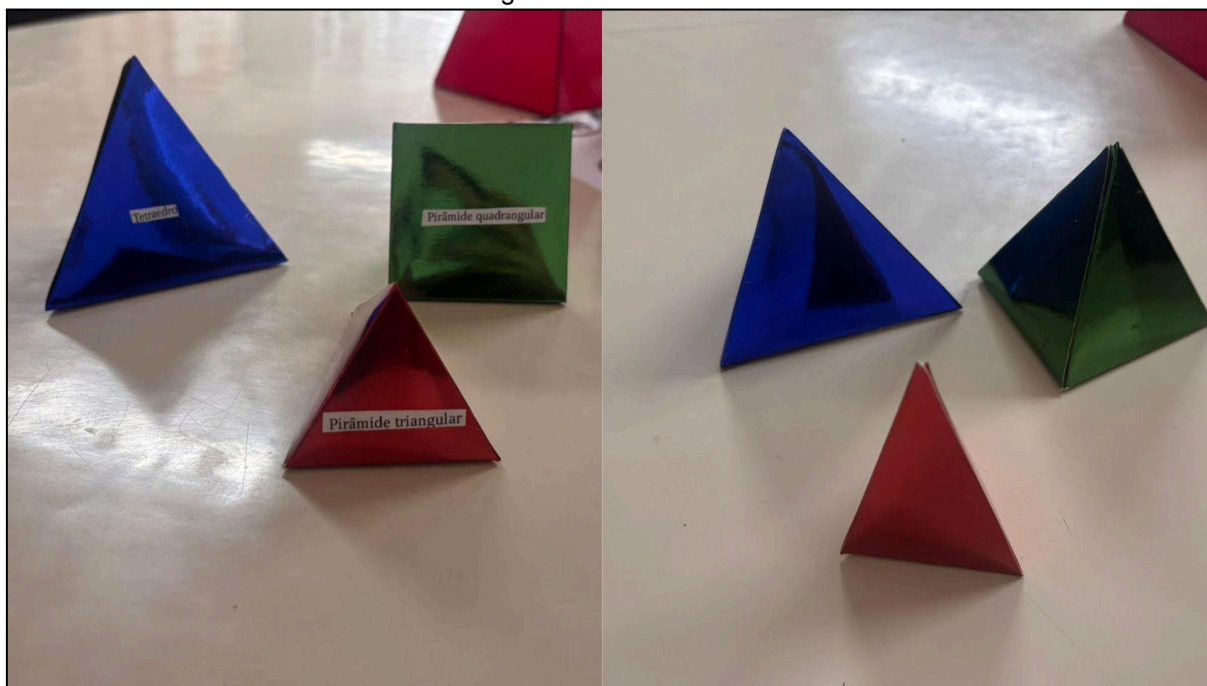
Etapas	Atividades	Objetivo
1	Definição de pirâmide e apresentação das pirâmides com material concreto	Apresentar a definição geral, identificar as formas geométricas que compõem a pirâmide e registrar na folha de atividade 1.
2	Áreas dos polígonos	Apresentar as formas geométricas que compõem as pirâmides a serem trabalhadas e relembrar como calcular suas áreas
3	Planificação das pirâmides com material manipulável	Mostrar que o cálculo da área total da pirâmide é a soma das áreas dos polígonos que formam a pirâmide.
4	Definição de pirâmides regulares	Apresentar a definição de pirâmides regulares e a fórmula do cálculo da área total da superfície.
5	Resolução de exercícios	Avaliar o material e a aprendizagem dos alunos.

Fonte: Elaboração própria.

Nos parágrafos a seguir, serão detalhadas cada uma das etapas.

A aula inicia na etapa 1, na qual será apresentada a definição geral de pirâmide. Após isso, a turma será dividida em grupos de até 5 alunos para a resolução da atividade 1. Em seguida, o professor entregará as pirâmides de base quadrangular e triangular desenvolvidas pelo grupo para que os grupos identifiquem as figuras geométricas presentes nas mesmas. No caso da pirâmide triangular, a atividade também abordará o tetraedro. Destaca-se que as pirâmides foram produzidas pelo grupo e são feitas de papel laminado lamicote azul, vermelho e verde (Figura 15).

Figura 15 - Pirâmides



Fonte: Elaboração própria.

A atividade 1 é composta de 4 questões e consiste nos alunos registrarem quais polígonos foram identificados, número de faces, vértices e arestas dos sólidos. A Figura 16 exemplifica essa atividade com a pirâmide quadrangular. As perguntas sobre as outras pirâmides serão feitas de forma análoga.

Figura 16 - Atividade 1

Observe os sólidos geométricos entregues e responda às perguntas a seguir:

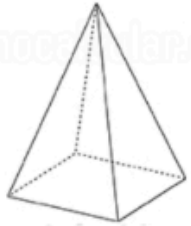
1) Pirâmide Quadrangular:

a. Quantas arestas essa pirâmide possui?

b. Quantos vértices essa pirâmide possui?

c. Quantas faces essa pirâmide possui?

d. Quais figuras geométricas você observou nessa pirâmide?



Fonte: Elaboração própria.

Nessa mesma atividade, na questão de número 4, o aluno deverá registrar as respostas anteriores em uma tabela para facilitar a visualização e a comparação entre as pirâmides (Figura 17).

Figura 17 - Questão 4 da Atividade 1

4) Complete a tabela com base nas pirâmides que você montou e nas conclusões que você chegou ao analisá-las

Pirâmide	Número de lados do polígono da base	Número de faces	Número de arestas	Número de vértices
Quadrangular				
Triangular				

Fonte: Elaboração própria.

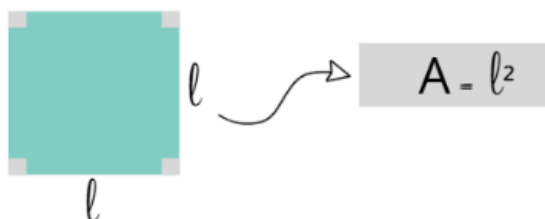
Na etapa 2, o professor deverá abordar brevemente as áreas dos polígonos que compõem as faces da pirâmide com a finalidade de relembrar as fórmulas. Para isso, será utilizada a segunda parte da apostila, conforme apresentada na Figura 18.

Figura 18 - Áreas de polígonos

2 ÁREAS DE FIGURAS PLANAS

Quadrado

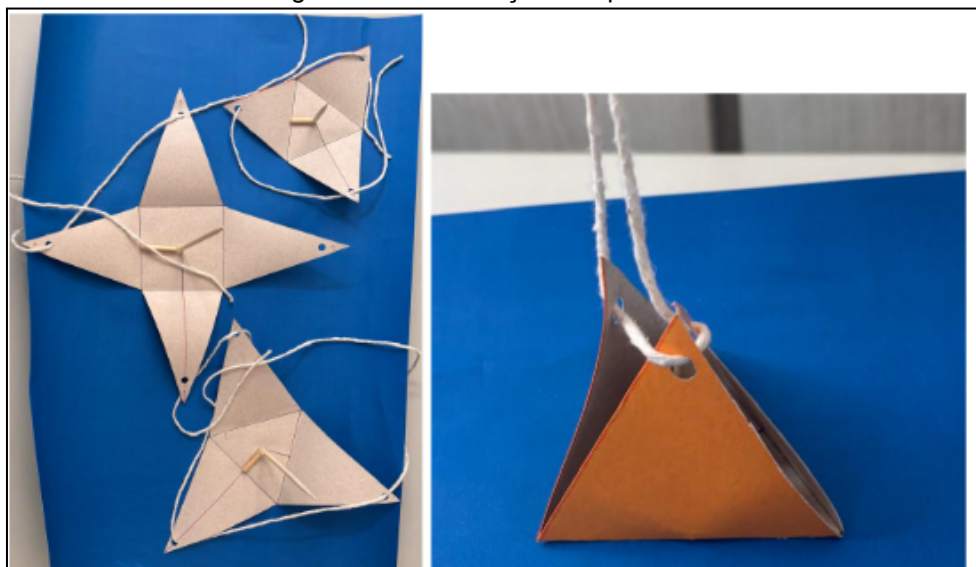
- O quadrado é um polígono que possui quatro lados congruentes e quatro ângulos de 90° .



Fonte: Elaboração própria.

Na etapa 3, serão entregues as planificações das pirâmides (material manipulável) para os alunos. As planificações serão feitas pelo grupo com papel cartão, terá um furo na ponta de cada triângulo lateral para passar o barbante que ajudará na montagem da pirâmide. Além disso, também terá dois palitos colados, um representando o apótema da base e o outro a altura da pirâmide (Figura 19).

Figura 19 - Planificação das pirâmides



Fonte: Elaboração própria.

Após isso, os alunos deverão responder utilizando a planificação e uma régua. Nessa atividade, eles deverão medir o comprimento de algumas dimensões da pirâmide e calcular a área da base, a área de cada triângulo, a área lateral e, por fim, a área total (Figura 20).

Figura 20- Atividade 2

Orientações:

→ Com o auxílio de uma régua, responda os itens abaixo utilizando as planificações entregues.

1) Pirâmide de base quadrangular:

a) Quanto mede a base do triângulo?

b) Quanto mede a altura do triângulo?

c) Qual a área do triângulo?

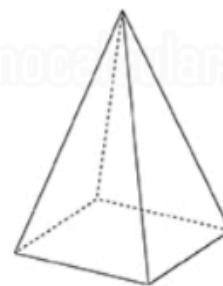
d) Quantos triângulos (laterais) essa pirâmide tem?

e) Qual é a área total dos triângulos (área lateral)?

f) Quanto mede o lado do quadrado?

g) Qual a área do quadrado?

h) Qual a área total da planificação?



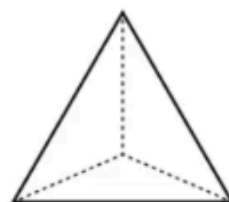
Fonte: Elaboração própria.

No caso do tetraedro regular, será apresentada a definição do tetraedro para que os alunos possam tentar deduzir como calcular a área total desse tipo de pirâmide (Figura 21).

Figura 21- Atividade 2

3) O tetraedro é uma pirâmide particular formada por quatro triângulos congruentes e equiláteros (tetra: quatro; edro: face). Nele, qualquer uma das faces pode ser considerada base. O tetraedro regular é um caso particular de pirâmide regular (Dante, 2016).

a) Calcule a área total do tetraedro.



Fonte: Elaboração própria.

A partir da observação do material manipulável e da resolução das atividades, espera-se que o aluno perceba que a área total de qualquer pirâmide é a soma da área lateral (área dos triângulos) com a área da base. Além disso, será feita uma pergunta sobre os palitos presentes na planificação (Figura 22). Nesse momento, é esperado que os alunos respondam que os palitos podem ser usados para descobrir a altura de uma das faces da pirâmide.

Figura 22- Atividade 2.

4) Com base nas suas respostas, o que você entende sobre a área total de uma pirâmide qualquer?

5) Qual é a relação entre a quantidade de lados do polígono da base e a quantidade de faces da pirâmide?

6) Sobre os palitos que estavam na planificação:

a) Você o utilizou em algum momento?

b) Você sabe o que ele representa?

c) Em que situação ele seria utilizado?

Fonte: Elaboração própria.

Na etapa 4, o professor deverá explicar o conceito de pirâmides regulares, pirâmide quadrangular, pirâmide triangular e tetraedro regular. Nesse momento, será apresentado um exemplo no qual será utilizado o teorema de pitágoras na pirâmide (Figura 23).

Figura 23 - Exemplo

→ Calcule o apótema de uma pirâmide regular de base quadrada que possui aresta da base medindo 6 cm e altura da pirâmide medindo 4 cm.



Fonte: Elaboração própria.

Além disso, serão apresentados conceitos como área lateral, área da base, área total das pirâmides e a fórmula da área total das pirâmides.

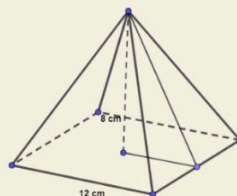
Na etapa 5, os alunos deverão realizar três exercícios, um do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) e dois de autoria própria, que estarão na apostila e entregarão as respostas. A partir da observação dessas respostas, será possível avaliar o material e a aprendizagem dos alunos (Figura 24).

Figura 24 - Exercícios

Exercício 1:

A pirâmide a seguir possui base quadrada, a aresta da base mede 12 cm e a altura da pirâmide mede 8 cm. Calcule a área total dessa pirâmide.

- a) 144 cm²
- b) 240 cm²
- c) 264 cm²
- d) 384 cm²
- e) 420 cm²

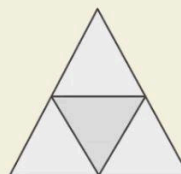


17

Exercício 2:

Um tetraedro regular é um tipo particular de pirâmide regular no qual qualquer uma de suas faces pode ser considerada base, pois possui 4 triângulos equiláteros e congruentes. Considerando essa informação, a área total de um tetraedro regular cuja aresta mede 6 cm é: (Considere $\sqrt{3} = 1,7$.)

- a) 27,2 cm².
- b) 42,5 cm².
- c) 61,2 cm².
- d) 83,3 cm².

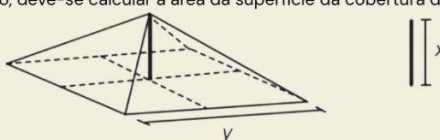


18

Exercício 3:

(ENEM PPL 2016) A cobertura de uma tenda de lona tem formato de uma pirâmide de base quadrada e é formada usando quatro triângulos isósceles de base y . A sustentação da cobertura é feita por uma haste de medida x . Para saber quanto de lona deve ser comprado, deve-se calcular a área da superfície da cobertura da tenda.

- a) $2y\sqrt{x^2 + \frac{y^2}{4}}$
- b) $2y\sqrt{x^2 + \frac{y^2}{2}}$
- c) $4y\sqrt{x^2 + y^2}$
- d) $4\sqrt{x^2 + \frac{y^2}{4}}$
- e) $4\sqrt{x^2 + \frac{y^2}{2}}$



19

Fonte: Elaboração própria.

3.2.2 Experimentação da sequência didática na turma regular

No dia 5 de dezembro de 2025, das 7h25min às 8h40min, ocorreu a aplicação em uma turma do segundo ano do Ensino Médio no IFF Campus Campos Centro. Estavam presentes as três integrantes do grupo, a professora orientadora e 20 estudantes.

Inicialmente, a turma foi organizada em quatro grupos, sendo, em seguida, distribuídas as apostilas aos estudantes. Na sequência, realizou-se a apresentação das professoras em formação, da professora orientadora e da disciplina LEAMAT, contextualizando a proposta que seria desenvolvida ao longo da atividade. A Figura 25 ilustra esse momento.

Figura 25 - Professoras em formação iniciando a aula

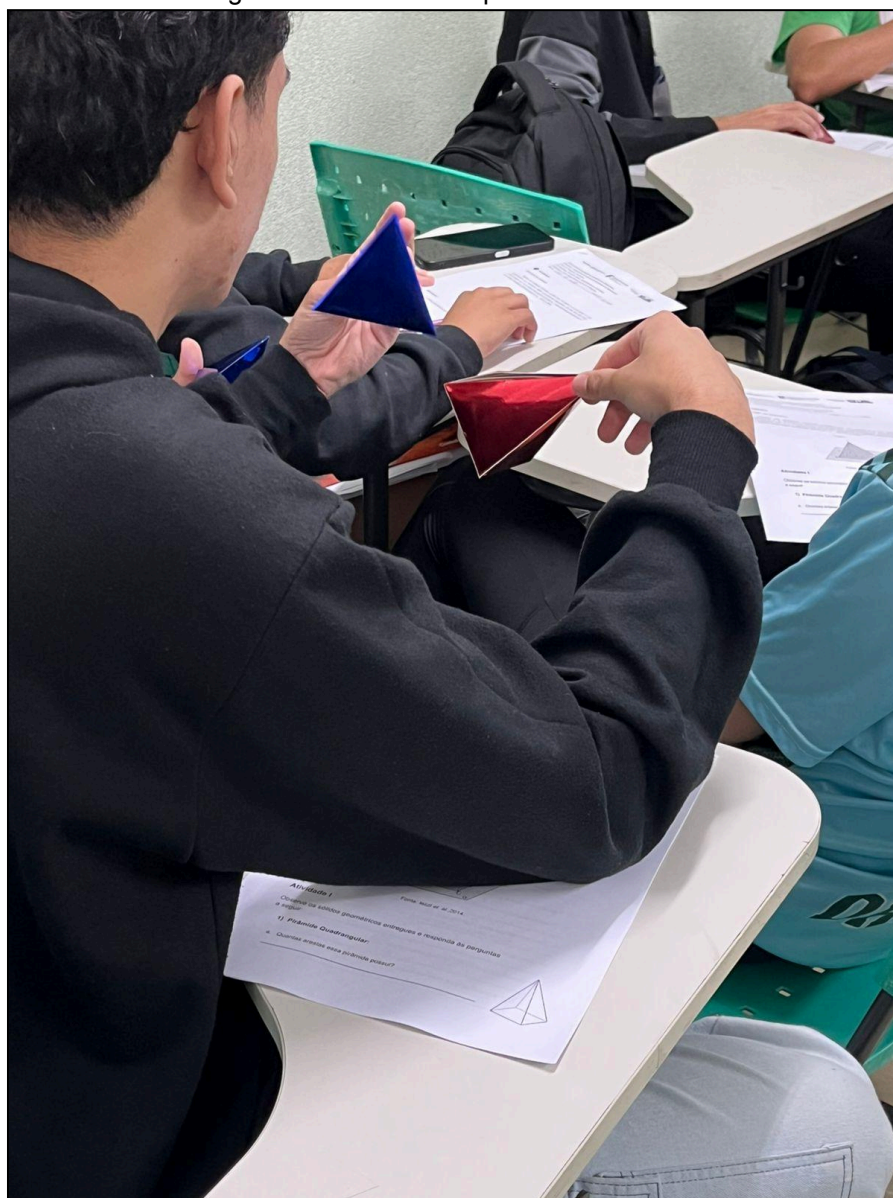


Fonte: Protocolo de pesquisa.

Na primeira etapa da atividade, foi apresentada a definição de pirâmide e, em seguida, distribuído o material manipulável para que os estudantes realizassem a primeira atividade da apostila. Durante essa etapa, um dos alunos questionou se a base da pirâmide deveria ser considerada parte da figura ou se esta seria aberta na parte inferior, evidenciando uma dúvida conceitual sobre a composição do sólido geométrico. Observou-se, ainda, que os estudantes recorreram frequentemente ao material concreto para responder às questões propostas, utilizando-o como apoio para a visualização e compreensão das características da pirâmide, conforme

ilustrado na Figura 26. Após a conclusão da atividade, realizou-se a correção coletiva das respostas, promovendo a discussão dos conceitos abordados.

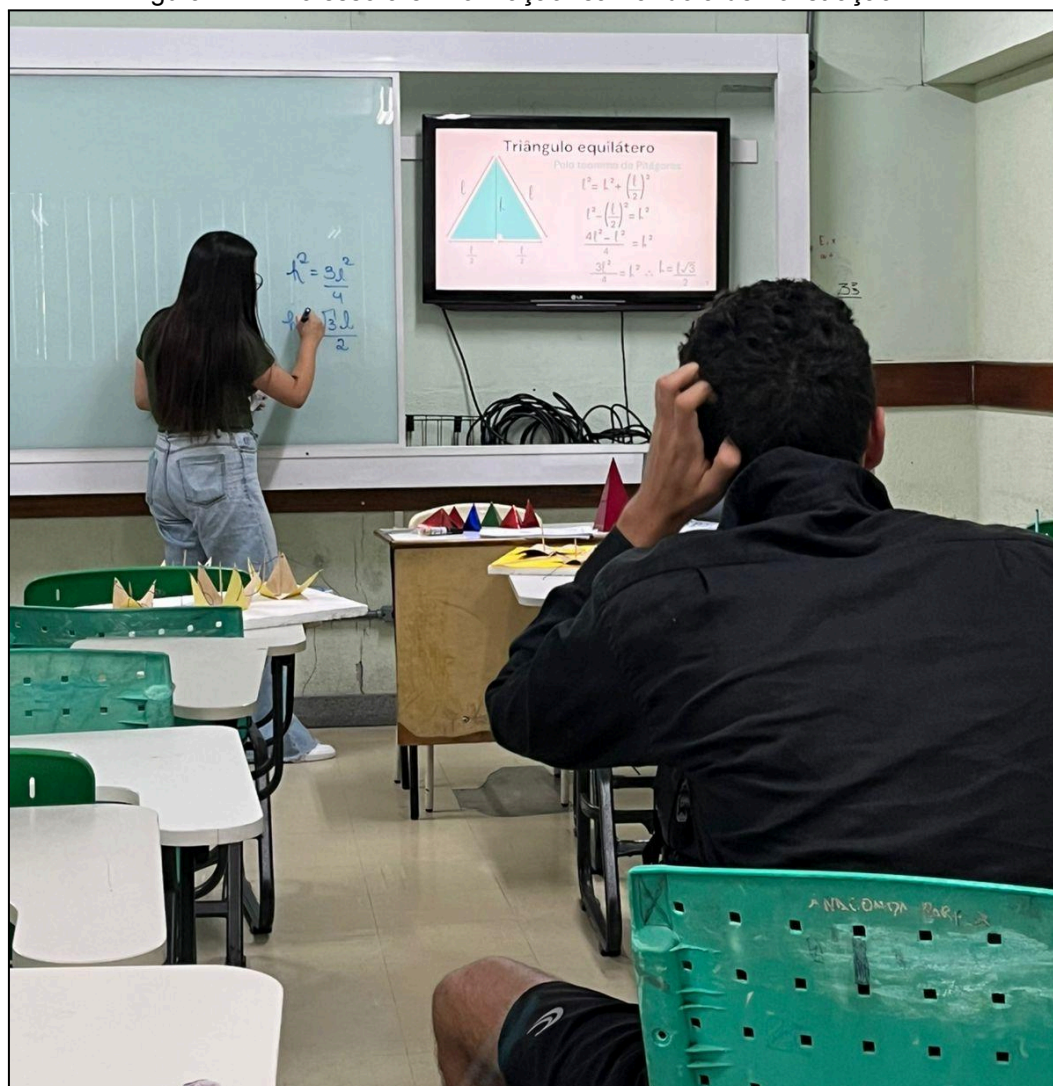
Figura 26 - Aluno manipulando os sólidos



Fonte: Protocolo de pesquisa.

Na etapa 2, foram apresentadas as fórmulas das áreas do quadrado, triângulo e triângulo equilátero. Nessa etapa, uma aluna teve uma dúvida sobre a fórmula do triângulo equilátero. Com isso, as professoras em formação explicaram que a origem da fórmula vem do Teorema de Pitágoras e fizeram a demonstração, os alunos compreenderam.

Figura 27 - Professora em formação realizando a demonstração



Fonte: Protocolo de pesquisa

Na etapa 3, foram entregues as planificações e as réguas aos grupos para que realizassem a atividade 2 da apostila. Nesse momento, os grupos resolveram de diferentes maneiras. Ao resolver o exercício do tetraedro, alguns usaram a fórmula especial do triângulo equilátero e outros a fórmula para encontrar a área de um triângulo qualquer, o que enriqueceu ainda mais a aula.

Figura 28 - Alunos utilizando as planificações



Fonte: Protocolo de pesquisa

Na etapa 4, foram apresentadas as pirâmides regulares e seus elementos. Após isso, foi apresentado um exemplo no qual se utilizava o Teorema de Pitágoras para resolver. Além disso, abordou-se a área total das pirâmides e as formas de calculá-la. Nessa etapa, os alunos interagiram e não apresentaram dúvidas.

Figura 29 - Professora em formação apresentando a área total



Na quinta etapa, em razão do tempo disponível para a aplicação da sequência didática, os exercícios finais foram destinados à realização posterior pelos estudantes, ficando a correção sob a responsabilidade da professora regente na aula seguinte. De modo geral, a turma demonstrou um bom nível de participação e envolvimento ao longo de toda a atividade, realizando as tarefas propostas, esclarecendo dúvidas e apresentando diferentes estratégias para a resolução dos exercícios, o que evidenciou o engajamento dos estudantes no processo de aprendizagem.

4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A escolha temática para esta linha de pesquisa ocorreu devido aos desafios presentes no processo de ensino e aprendizagem de Geometria Espacial, que, muitas vezes, envolve a memorização de fórmulas prontas.

Nesse sentido, ao chegarmos no segundo semestre do LEAMAT, nos envolvemos diretamente com a montagem das apostilas e do material a ser usado entre a turma de licenciandos. No terceiro semestre do LEAMAT, produzimos uma maior quantidade do material, fizemos as alterações necessárias na sequência didática e ensaiamos para a aplicação.

No dia da apresentação na turma da Educação Básica, a interação das professoras em formação estavam alinhadas, pois havíamos ensaiado bastante para este dia. Dessa forma, a aplicação ocorreu conforme o planejado, elogiada pelos alunos e isso foi muito gratificante para as professoras em formação, uma sensação de dever cumprido.

A partir do desenvolvimento deste trabalho, foi possível constatar que a utilização de materiais manipuláveis desempenhou um papel relevante na construção da aprendizagem dos estudantes, favorecendo a compreensão dos conceitos abordados e contribuindo para uma aprendizagem mais significativa. Assim, considera-se que o objetivo proposto foi alcançado.

Além das contribuições para a aprendizagem dos alunos, a experiência proporcionou importantes reflexões sobre a prática pedagógica e o processo de ensino e aprendizagem da Matemática. Dessa forma, o desenvolvimento e a aplicação da sequência didática contribuíram de maneira significativa para a formação inicial das professoras em formação, ao possibilitar a vivência de situações reais de sala de aula, o aperfeiçoamento das práticas docentes e a consolidação de conhecimentos essenciais para o exercício da profissão.

REFERÊNCIAS

ANGELO, M. S.; SANTOS, M. F. M. dos; BARBOSA, R. S. de J. O ensino de geometria no Brasil: uma abordagem histórica. **Anais[...]**, São Cristóvão/SE, v. 14, n. 14, p. 1-12, set. 2020. Disponível em: http://anais.educonse.com.br/2020/o_ensino_de_geometria_no_brasil_uma_abordagem_historica;_geometr.pdf. Acesso em: 16 abr. 2025.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, 2018.

BRASIL. Ministério da Educação. **Programa Nacional do Livro e Material Didático (PNLD)**. PNLD 2024: Obra Didática. Disponível em: https://pnld.nees.ufal.br/pnld_2024_objeto1_obras_didaticas/componente-curricular/pnld_2024_objeto1_obras_didaticas_matematica. Acesso em: 29 abr. 2025.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: matemática**. Brasília: MEC/SEF, 1998.

DE OLIVEIRA, D. Resolução de problemas sobre Planificação do cubo: uma abordagem através de materiais manipuláveis. **Revista Baiana de Educação Matemática**, [S. l.], v. 4, n. 01, p. e202318, 2023. DOI: 10.47207/rbem.v4i01.17720. Disponível em: <https://www.revistas.uneb.br/index.php/baeducmatematica/article/view/17720>. Acesso em: 5 abr. 2025.

LORENZATO, S. A. Por que não ensinar Geometria? *In: A Educação Matemática em Revista*. Blumenau: SBEM, ano III, n. 4, p. 3-13, 1995.

LORENZATO, S. **O laboratório de Ensino de Matemática na formação de professores**. Campinas, SP: Autores Associados, 2012. (Coleção Formação de Professores).

MAZZINI, T. F. dos S.; SANTOS, M. E. K. L. dos. Teoria de Van Hiele: os níveis de pensamento geométricos de alunos concluintes do Ensino fundamental. **Revista de Casos e Consultoria**, [S. l.], v. 12, n. 1, p. e27013, 2021. Disponível em: <https://periodicos.ufrn.br/casoseconsultoria/article/view/27013>. Acesso em: 25 fev. 2025.

SANTOS, R. F. **Sólidos geométricos: uma abordagem histórica, conceitual e aplicada sobre volumes**. 2023. 107 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) - Universidade Federal de Sergipe, São Cristóvão, 2023.

SANTIAGO, E.; DA SILVA, M. A.; DE ARAÚJO, M. N. M. Materiais manipuláveis no ensino de geometria espacial. **Revista Foco**, [S. l.], v. 16, n. 11, p. e3724, 2023. DOI: 10.54751/revistafoco.v16n11-190. Disponível em: <https://ojs.focopublicacoes.com.br/foco/article/view/3724>. Acesso em: 15 abr. 2025.

DANTE, L. R. **Matemática**: contexto e aplicações: ensino médio. 3°. Edição. São Paulo: Ática, 2016.

IEZZI, Gelson; DOLCE, Osvaldo; DEGENSAJIN, David; PÉRIGO, Roberto; ALMEIDA, Nilze de. **Matemática**: ciência e aplicações. Volume 2. São Paulo: Editora Saraiva, 2014.

Campos dos Goytacazes (RJ), ____ de _____ de 2024.





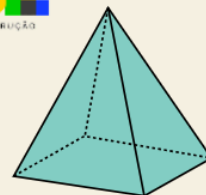
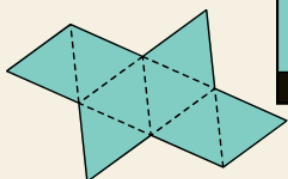
APÊNDICES

Apêndice A: Material didático aplicado na turma do LEAMAT II

Apêndice A - 1: Slides

ÁREA TOTAL DE PIRÂMIDES

Planificar para entender



Disciplina: Laboratório de Ensino e Aprendizagem de Matemática
Linha de Pesquisa: Geometria
Licenciandos: Amanda Judice, Camilla Nunes e Luísa Mota
Orientadora: Prof^{ra}. Paula Eveline da S. dos S. Miranda



1

4) Complete a tabela com base nas pirâmides que você observou.

Pirâmide	Número de lados do polígono da base	Número de arestas	Número de faces	Relação entre número de lados da base e o número de faces da pirâmide.
Quadrangular				
Triangular				

2

Quadrado

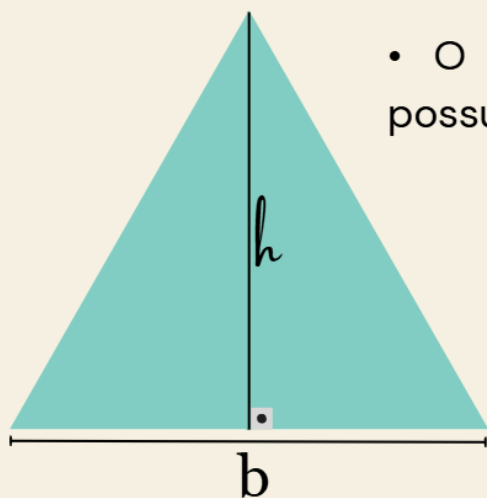


- O quadrado é um polígono que possui quatro lados congruentes e quatro ângulos de 90° .

$$\text{Área} = l^2$$

3

Triângulo



- O triângulo é um polígono que possui três lados e três ângulos .

$$\text{Área} = \frac{b \times h}{2}$$

4

Triângulo equilátero

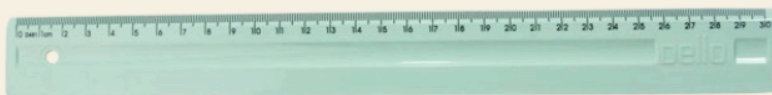
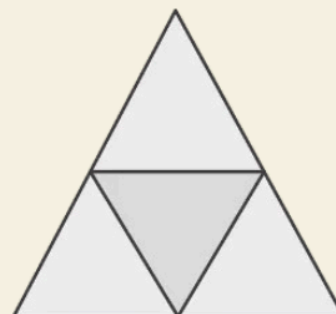
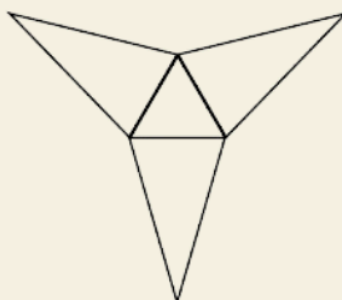
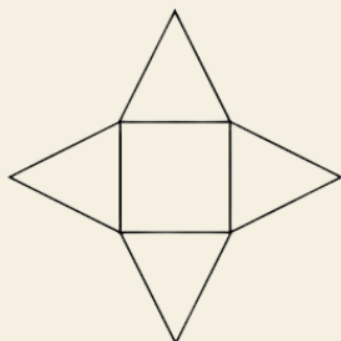


- O triângulo equilátero possui três lados congruentes.

$$\text{Área} = \frac{L^2 \sqrt{3}}{4}$$

5

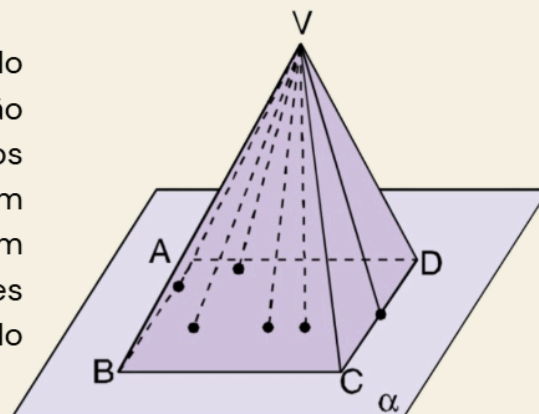
Atividade



6

Pirâmides

- Dados um polígono convexo contido em um plano α e um ponto V , não pertencente a α , tracemos todos os possíveis segmentos de reta que têm uma extremidade em V e a outra num ponto do polígono. A reunião desses segmentos é um sólido chamado pirâmide. (Iezzi et. al., 2014, p.364).



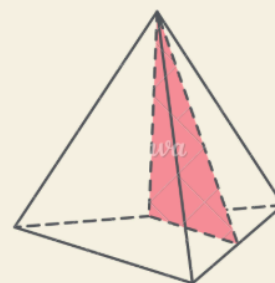
7

Pirâmides Regulares

A pirâmide regular é aquela cuja base é um polígono regular e cujas arestas laterais são congruentes entre si.

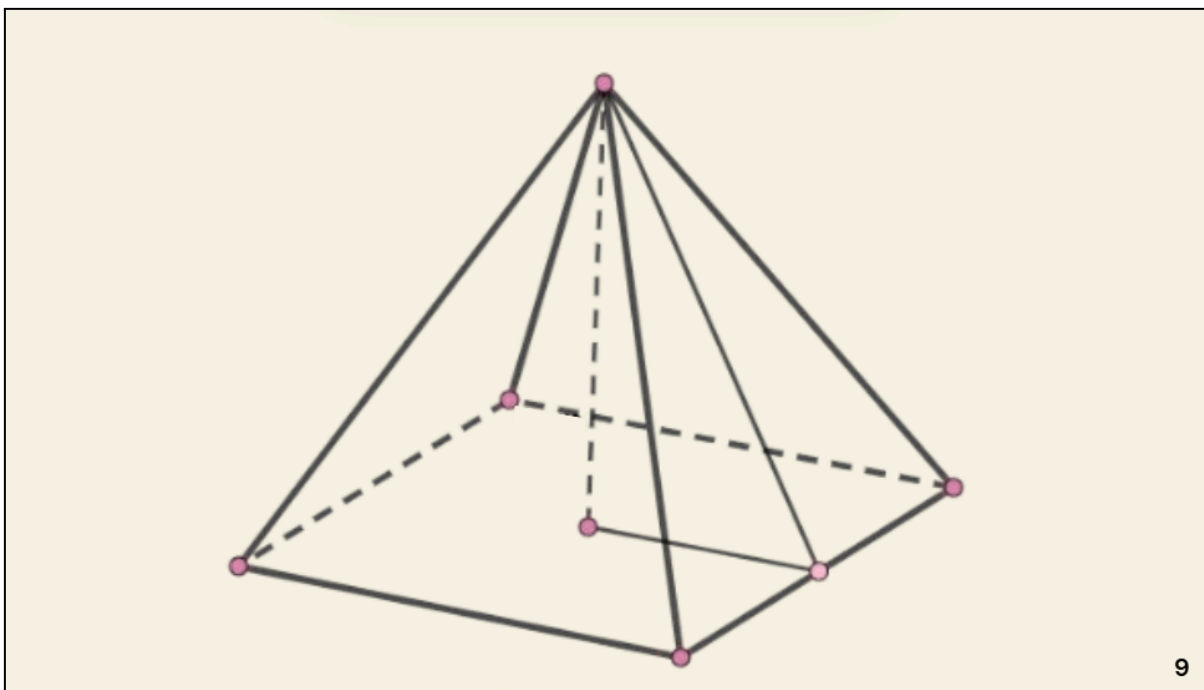
Uma pirâmide regular tem as seguintes características:

- A projeção ortogonal do vértice sobre o plano da base é o centro da base;
- As faces laterais são triângulos isósceles congruentes;
- O apótema da pirâmide regular é a altura de uma face lateral, relativa à aresta da base.



(Iezzi et. al., 2014, p.365).

8



9

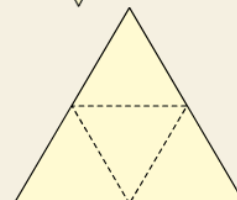
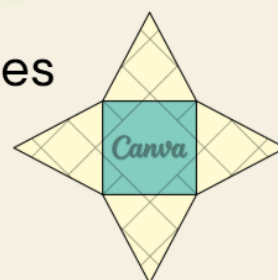
Área total das pirâmides

- Área da base (A_b) = Área do polígono da base
- Área lateral (A_l) = Soma das áreas das faces laterais (Triângulos)

A superfície total de uma pirâmide é a reunião do polígono de sua base com os triângulos que compõem sua superfície lateral.

Logo, a área total da pirâmide é a soma da área do polígono de sua base com a área de sua superfície lateral, ou seja:

- Área total (A_t) = $A_b + A_l$

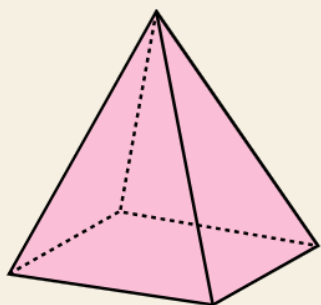


(Iezzi et. al., 2014, p.366).

10

Pirâmide quadrangular

- Pirâmide na qual a base é um quadrado.

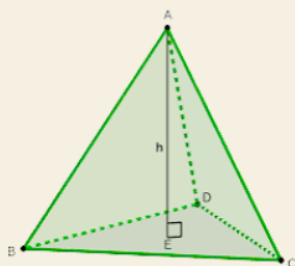
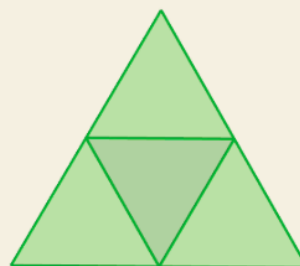


- Apresenta 5 faces: 1 quadrado e 4 triângulos.

11

Tetraedro regular

- Pirâmide formada por triângulos equiláteros.

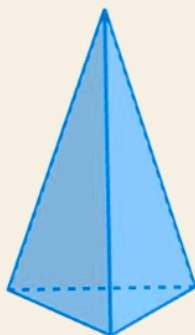


- Apresenta 4 faces triangulares e congruentes.

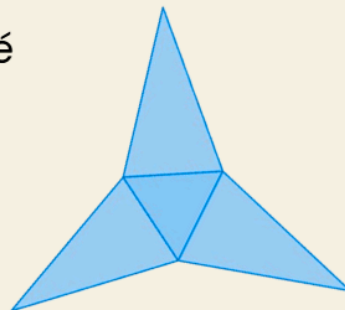
13

Pirâmide triangular

- Pirâmide na qual a base é um triângulo.



- Apresenta 4 faces triangulares.

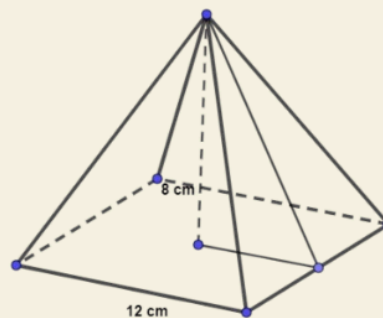


12

Exercício 1:

A pirâmide a seguir possui base quadrada, a aresta da base mede 12 cm e a altura da pirâmide mede 8 cm. Calcule a área total dessa pirâmide.

- a) 144 cm^2
- b) 240 cm^2
- c) 264 cm^2
- d) 384 cm^2
- e) 420 cm^2



14

Exercício 2:

(ENEM PPL 2016) A cobertura de uma tenda de lona tem formato de uma pirâmide de base quadrada e é formada usando quatro triângulos isósceles de base y . A sustentação da cobertura é feita por uma haste de medida x . Para saber quanto de lona deve ser comprado, deve-se calcular a área da superfície da cobertura da tenda.

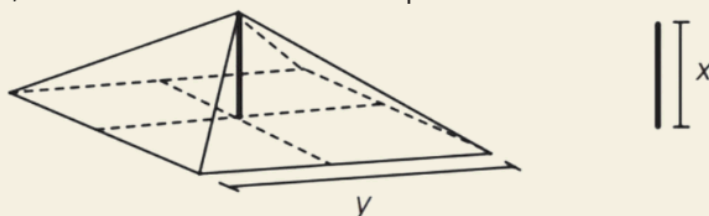
a) $2y\sqrt{x^2 + \frac{y^2}{4}}$

b) $2y\sqrt{x^2 + \frac{y^2}{2}}$

c) $4y\sqrt{x^2 + y^2}$

d) $4\sqrt{x^2 + \frac{y^2}{4}}$

e) $4\sqrt{x^2 + \frac{y^2}{2}}$



15

Exercício 3:

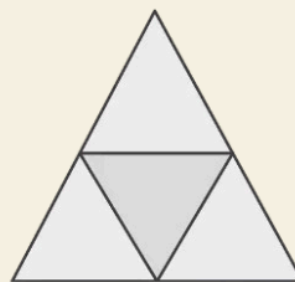
Um tetraedro regular é um tipo particular de pirâmide regular no qual qualquer uma de suas faces pode ser considerada base, pois possui 4 triângulos equiláteros e congruentes. Considerando essa informação, a área total de um tetraedro regular cuja aresta mede 6 cm é: (Considere $\sqrt{3} = 1,7$.)

a) 27,2 cm².

b) 42,5 cm².

c) 61,2 cm².

d) 83,3 cm².



16

Apêndice A - 2: Apostila



Diretoria de Ensino Superior Licenciatura em Matemática
 Disciplina: Laboratório de Ensino e Aprendizagem de Matemática
 Linha de Pesquisa: Geometria
 Licenciandos: Amanda Judice, Camilla Nunes e Luísa Mota
 Orientadora: Profª. Paula Eveline
 Nome: _____ Data: ____ / ____ / ____.

Observe os sólidos geométricos entregues e responda às perguntas a seguir:

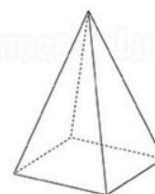
1) Pirâmide Quadrangular:

a. Quantas arestas essa pirâmide possui?

b. Quantos vértices essa pirâmide possui?

c. Quantas faces essa pirâmide possui?

d. Quais figuras geométricas você observou nessa pirâmide?



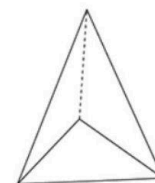
2) Pirâmide Triangular:

a. Quantas arestas essa pirâmide possui?

b. Quantos vértices essa pirâmide possui?

c. Quantas faces essa pirâmide possui?

d. Quais figuras geométricas você observou nessa pirâmide?



3) Tetraedro - Caso especial de Pirâmide Triangular

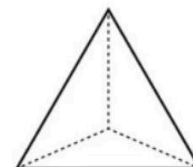
a. Quantas arestas essa pirâmide possui?

b. Quantos vértices essa pirâmide possui?

c. Quantas faces essa pirâmide possui?

d. Quais figuras geométricas você observou nessa pirâmide?

e. Qual a diferença você observou entre o tetraedro e a outra pirâmide triangular?



4) Complete a tabela com base nas pirâmides que você observou.

Pirâmide	Número de lados do polígono da base	Número de arestas	Número de faces	Relação entre número de lados da base e o número de faces da pirâmide.
Quadrangular				
Triangular				

Diretoria de Ensino Superior Licenciatura em Matemática
 Disciplina: Laboratório de Ensino e Aprendizagem de Matemática
 Linha de Pesquisa: Geometria
 Licenciandos: Amanda Judice, Camilla Nunes e Luísa Mota
 Orientadora: Profª. Paula Eveline
 Nome: _____ Data: ____ / ____ / ____

Para realizar essas atividades utilizaremos as planificações entregues.

Orientações:

- Com o auxílio de uma régua, responda os itens abaixo utilizando as planificações entregues.

1) Pirâmide de base quadrangular:

a) Quanto mede a base do triângulo?

b) Quanto mede a altura do triângulo?

c) Qual a área do triângulo?

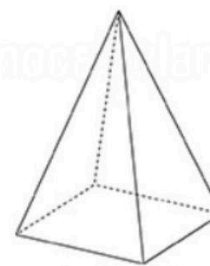
d) Quantos triângulos (laterais) essa pirâmide tem??

e) Qual é a área lateral da pirâmide?

f) Quanto mede o lado do quadrado?

g) Qual a área do quadrado?

h) Qual a área total da planificação?



2) Pirâmide de base triangular

a) Quanto mede a base do triângulo lateral ?

b) Quanto mede a altura do triângulo lateral ?

c) Qual a área do triângulo lateral ?

d) Quantos triângulos laterais essa pirâmide tem?

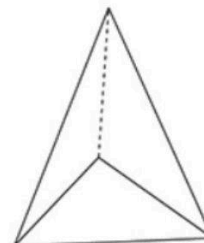
e) Qual é a área lateral da pirâmide?

f) Quanto mede a base do triângulo da base?

g) Quanto mede a altura do triângulo da base?

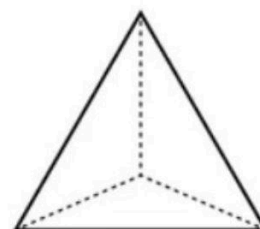
h) Qual a área do triângulo da base ?

i) Qual a área total da planificação?



3) O tetraedro é uma pirâmide particular formada por quatro triângulos congruentes e equiláteros (tetra: quatro; edro: face). Nele, qualquer uma das faces pode ser considerada base. O tetraedro regular é um caso particular de pirâmide regular (Dante, 2016).

a) Calcule a área total do tetraedro.



4) Com base nas suas respostas, o que você entende sobre a área total de uma pirâmide qualquer?

5) Qual é a relação entre a quantidade de lados do polígono da base e a quantidade de faces da pirâmide?

6) Sobre os palitos que estavam na planificação:

a) Você o utilizou em algum momento?

b) Você sabe o que ele representa?

c) Em que situação ele seria utilizado?

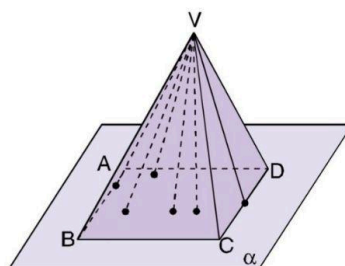
Diretoria de Ensino Superior Licenciatura em Matemática
 Disciplina: Laboratório de Ensino e Aprendizagem de Matemática
 Linha de Pesquisa: Geometria
 Licenciandos: Amanda Judice, Camilla Nunes e Luísa Mota
 Orientadora: Profª. Paula Eveline da S. dos S. Miranda
 Nome: _____ Data: ____ / ____ / 2025

Pirâmides

Definição de pirâmide:

Dados um polígono convexo contido em um plano α e um ponto V , não pertencente a α , tracemos todos os possíveis segmentos de reta que têm uma extremidade em V e a outra num ponto do polígono. A reunião desses segmentos é um sólido chamado pirâmide (Iezzi *et. al.*, 2014, p.364).

Figura 1



Fonte: Iezzi *et. al.*, 2014.

→ Pirâmides Regulares

A pirâmide regular é aquela cuja base é um polígono regular e cujas arestas laterais são congruentes entre si (Iezzi *et. al.*, 2014, p.365).

Uma pirâmide regular tem as seguintes características:

- A projeção ortogonal do vértice sobre o plano da base é o centro da base;
- As faces laterais são triângulos isósceles congruentes;

• O apótema da pirâmide regular é a altura de uma face lateral, relativa à aresta da base (Iezzi *et. al.*, 2014, p.365).

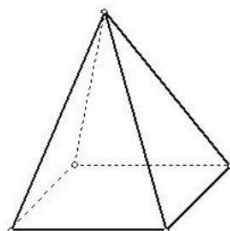
Área total das pirâmides

- Área da base (A_b) = área do polígono da base
- Área lateral (A_l) = soma das áreas das faces laterais (triângulos)
- Área total (A_t)

A superfície total de uma pirâmide é a reunião do polígono de sua base com os triângulos que compõem sua superfície lateral. Logo, a área total da pirâmide é a soma da área do polígono de sua base com a área de sua superfície lateral, ou seja: **$A_t = A_b + A_l$** (Iezzi *et. al.*, 2014, p.366).

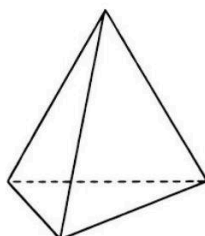
→ Pirâmide quadrangular

- Pirâmide na qual a base é um quadrado.
- Apresenta 5 faces: 1 quadrado e 4 triângulos.



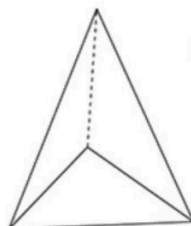
→ Tetraedro Regular

- Pirâmide formada por triângulos equiláteros.
- Apresenta 4 faces triangulares e congruentes.



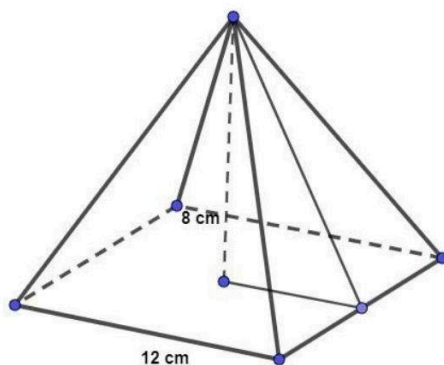
→ Pirâmide triangular

- Pirâmide na qual a base é um triângulo.
- Apresenta 4 faces triangulares.



Exercícios

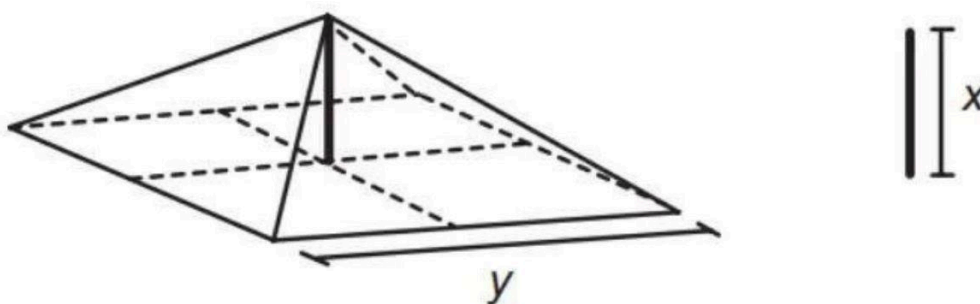
1. A pirâmide a seguir possui base quadrada, a aresta da base mede 12 cm e a altura da pirâmide mede 8 cm. Calcule a área total dessa pirâmide.



Fonte: <https://www.google.com/amp/s/exercicios.mundoeducacao.uol.com.br/>

- A) 144 cm²
- B) 240 cm²
- C) 264 cm²
- D) 384 cm²
- E) 420 cm²

2. (ENEM PPL 2016) A cobertura de uma tenda de lona tem formato de uma pirâmide de base quadrada e é formada usando quatro triângulos isósceles de base y . A sustentação da cobertura é feita por uma haste de medida x . Para saber quanto de lona deve ser comprado, deve-se calcular a área da superfície da cobertura da tenda.



A área da superfície da cobertura da tenda, em função de y e x , é dada pela expressão:

a) $2y\sqrt{x^2 + \frac{y^2}{4}}$

b) $2y\sqrt{x^2 + \frac{y^2}{2}}$

c) $4y\sqrt{x^2 + y^2}$

d) $4\sqrt{x^2 + \frac{y^2}{4}}$

e) $4\sqrt{x^2 + \frac{y^2}{2}}$

3. Um tetraedro regular é um tipo particular de pirâmide regular no qual qualquer uma de suas faces pode ser considerada base, pois possui 4 triângulos equiláteros e congruentes. Considerando essa informação, a área total de um tetraedro regular cuja aresta mede 6 cm é: (Considere $\sqrt{3} = 1,7$.)

- A) 27,2 cm².
- B) 42,5 cm².
- C) 61,2 cm².
- D) 83,3 cm².

DIRETORIA DE
ENSINO SUPERIOR
DAS LICENCIATURASINSTITUTO FEDERAL
Fluminense
Campus Campos CentroMINISTÉRIO DA
EDUCAÇÃO

Referências:

IEZZI, G.; DOLCE, O.; DEGENSZAJN, D.; PÉRIGO, R. **Matemática: ciência e aplicações**, volume 2. 12. ed. São Paulo: Atual, 2014.

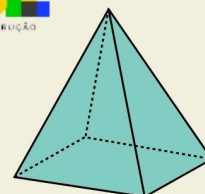
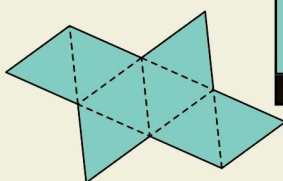
BRASIL. Ministério da Educação. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. Exame Nacional do Ensino Médio – ENEM 2016: prova PPL e reaplicação – Matemática e suas Tecnologias. Brasília, 2016. Disponível em: https://download.inep.gov.br/educacao_basica/enem/provas/2016/2016_PV_reaplicacao_PPL_D2_CD13.pdf Acesso em: 14 ago. 2025.

Apêndice B: Material didático experimentado na turma regular

Apêndice B - 1: Slides

ÁREA TOTAL DE PIRÂMIDES

Planificar para entender



Disciplina: Laboratório de Ensino e Aprendizagem de Matemática

Linha de Pesquisa: Geometria

Licenciandos: Amanda Judice, Camilla Nunes e Luísa Mota

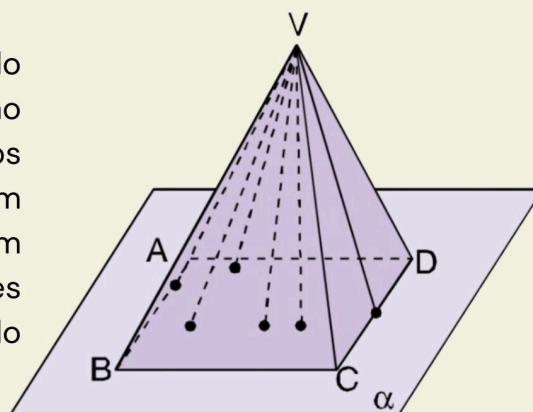
Orientadora: Prof^ª. Paula Eveline da S. dos S. Miranda



1

Pirâmides

- Dados um polígono convexo contido em um plano α e um ponto V , não pertencente a α , tracemos todos os possíveis segmentos de reta que têm uma extremidade em V e a outra num ponto do polígono. A reunião desses segmentos é um sólido chamado pirâmide. (Iezzi et. al., 2014, p.364).



2

4) Complete a tabela com base nas pirâmides que você observou.

Pirâmide	Número de lados do polígono da base	Número de arestas	Número de faces	Relação entre número de lados da base e o número de faces da pirâmide.
Quadrangular				
Triangular				

3

Quadrado

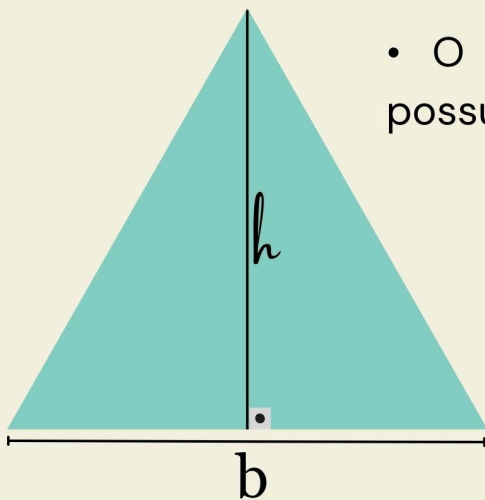


- O quadrado é um polígono que possui quatro lados congruentes e quatro ângulos de 90° .

$$\text{Área} = l^2$$

4

Triângulo

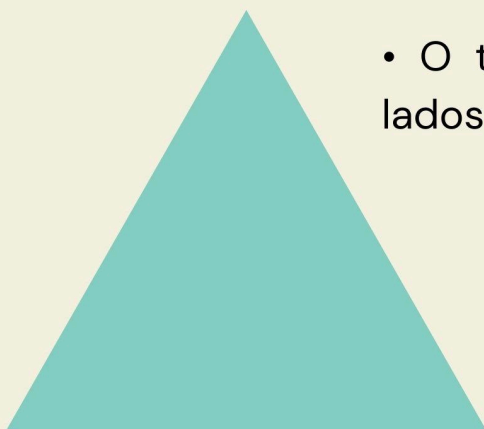


- O triângulo é um polígono que possui três lados e três ângulos .

$$\text{Área} = \frac{b \times h}{2}$$

5

Triângulo equilátero



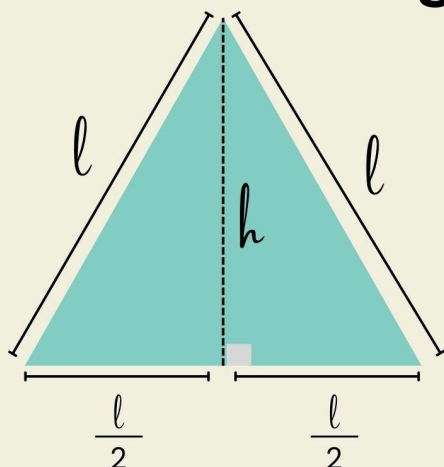
- O triângulo equilátero possui três lados congruentes.

$$\text{Área} = \frac{L^2 \sqrt{3}}{4}$$

6

Triângulo equilátero

Pelo teorema de Pitágoras:



$$l^2 = h^2 + \left(\frac{l}{2}\right)^2$$

$$l^2 - \left(\frac{l}{2}\right)^2 = h^2$$

$$\frac{4l^2 - l^2}{4} = h^2$$

$$\frac{3l^2}{4} = h^2 \therefore h = \frac{l\sqrt{3}}{2}$$

7

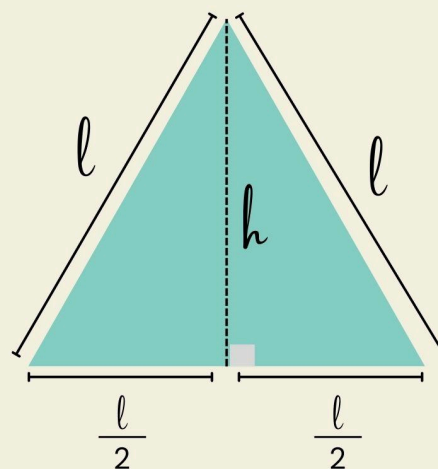
Triângulo equilátero

Substituindo:

$$\text{Área} = \frac{b \times h}{2}$$

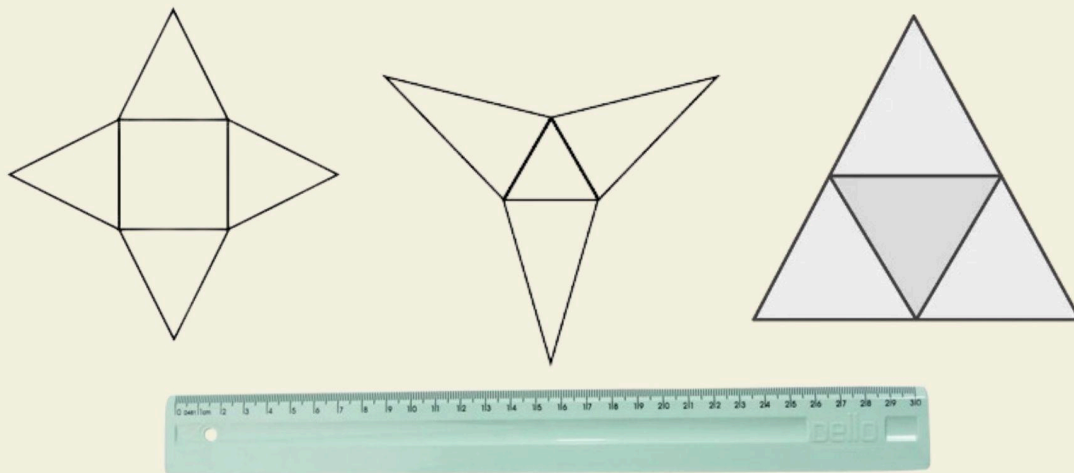
$$\text{Área} = \frac{l \times \frac{l\sqrt{3}}{2}}{2}$$

$$\text{Área} = \frac{l^2\sqrt{3}}{4}$$



8

Atividade



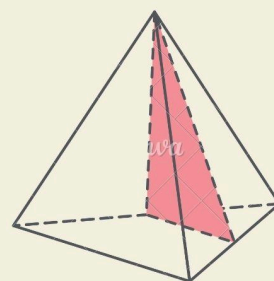
9

Pirâmides Regulares

A pirâmide regular é aquela cuja base é um polígono regular e cujas arestas laterais são congruentes entre si.

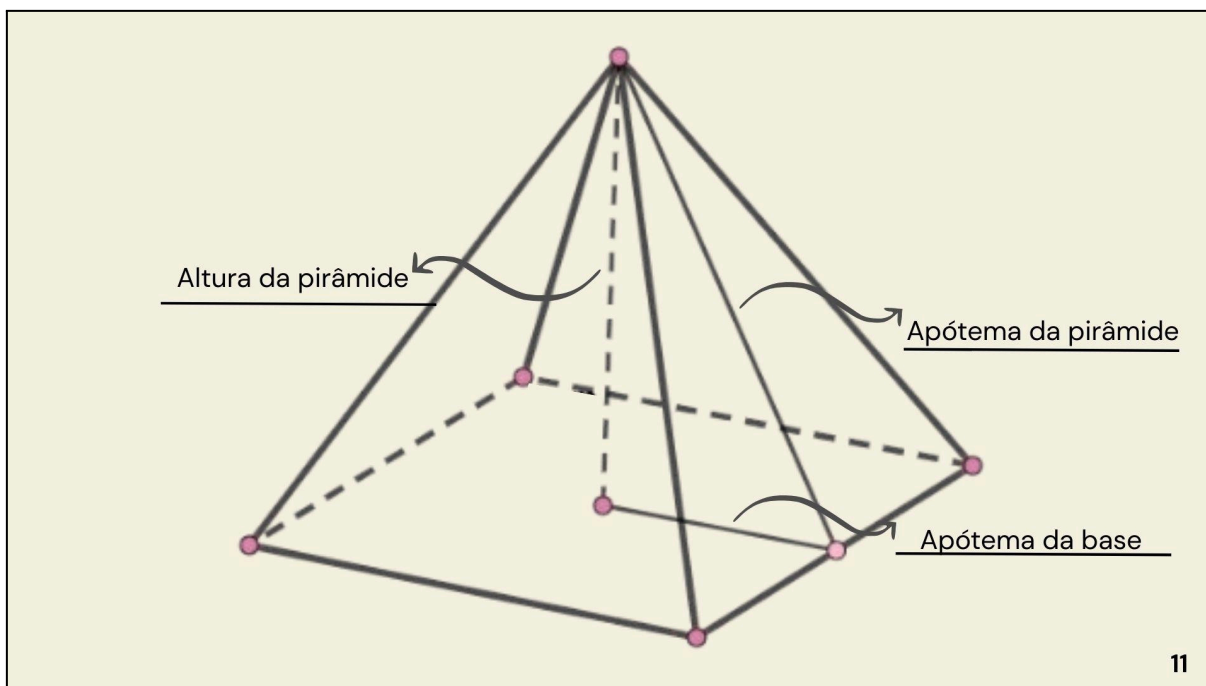
Uma pirâmide regular tem as seguintes características:

- A projeção ortogonal do vértice sobre o plano da base é o centro da base;
- As faces laterais são triângulos isósceles congruentes;
- O apótema da pirâmide regular é a altura de uma face lateral, relativa à aresta da base.



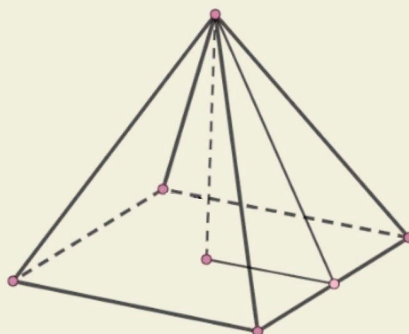
(lezzi et. al., 2014, p.365).

10



→ Exemplo:

Calcule o apótema de uma pirâmide regular de base quadrada que possui aresta da base medindo 6 cm e altura da pirâmide medindo 4 cm



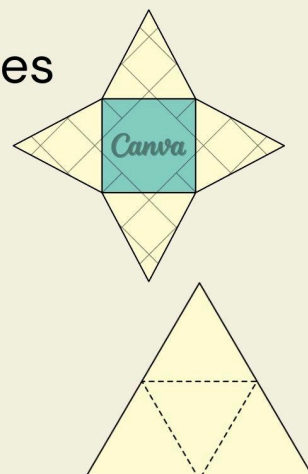
Área total das pirâmides

- Área da base (A_b) = Área do polígono da base
- Área lateral (A_l) = Soma das áreas das faces laterais (Triângulos)

A superfície total de uma pirâmide é a reunião do polígono de sua base com os triângulos que compõem sua superfície lateral.

Logo, a área total da pirâmide é a soma da área do polígono de sua base com a área de sua superfície lateral, ou seja:

- Área total (A_t) = $A_b + A_l$

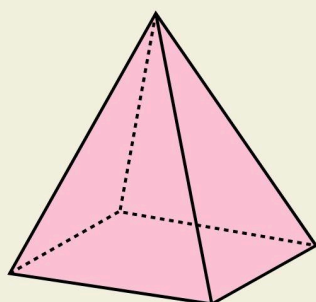
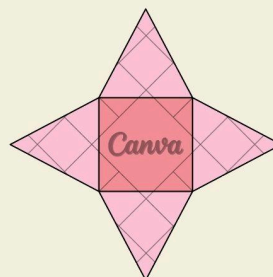


(Iezzi et. al., 2014, p.366).

13

Pirâmide quadrangular

- Pirâmide na qual a base é um quadrado.

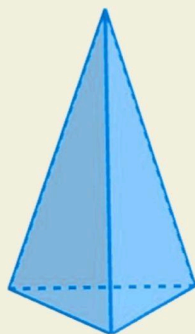


- Apresenta 5 faces: 1 quadrado e 4 triângulos.

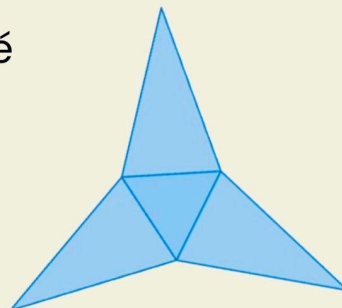
14

Pirâmide triangular

- Pirâmide na qual a base é um triângulo.



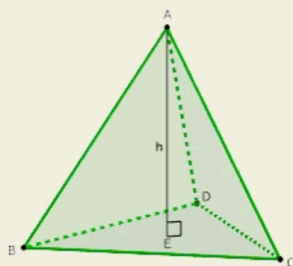
- Apresenta 4 faces triangulares.



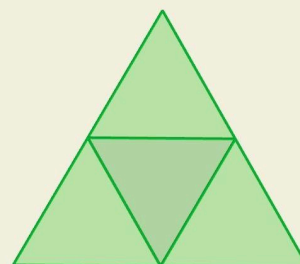
15

Tetraedro regular

- Pirâmide formada por triângulos equiláteros.



- Apresenta 4 faces triangulares e congruentes.

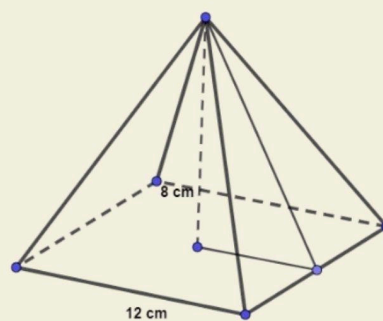


16

Exercício 1:

A pirâmide a seguir possui base quadrada, a aresta da base mede 12 cm e a altura da pirâmide mede 8 cm. Calcule a área total dessa pirâmide.

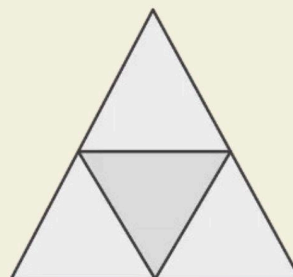
- a) 144 cm^2
- b) 240 cm^2
- c) 264 cm^2
- d) 384 cm^2
- e) 420 cm^2



Exercício 2:

Um tetraedro regular é um tipo particular de pirâmide regular no qual qualquer uma de suas faces pode ser considerada base, pois possui 4 triângulos equiláteros e congruentes. Considerando essa informação, a área total de um tetraedro regular cuja aresta mede 6 cm é: (Considere $\sqrt{3} = 1,7$.)

- a) 27,2 cm².
- b) 42,5 cm².
- c) 61,2 cm².
- d) 83,3 cm².

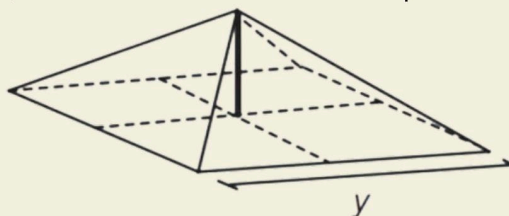


18

Exercício 3:

(ENEM PPL 2016) A cobertura de uma tenda de lona tem formato de uma pirâmide de base quadrada e é formada usando quatro triângulos isósceles de base y . A sustentação da cobertura é feita por uma haste de medida x . Para saber quanto de lona deve ser comprado, deve-se calcular a área da superfície da cobertura da tenda.

- a) $2y\sqrt{x^2 + \frac{y^2}{4}}$
- b) $2y\sqrt{x^2 + \frac{y^2}{2}}$
- c) $4y\sqrt{x^2 + y^2}$
- d) $4\sqrt{x^2 + \frac{y^2}{4}}$
- e) $4\sqrt{x^2 + \frac{y^2}{2}}$



19

Apêndice B - 2: Apostila

Diretoria de Ensino Superior Licenciatura em Matemática

Disciplina: Laboratório de Ensino e Aprendizagem de Matemática

Linha de Pesquisa: Geometria

Licenciandos: Amanda Judice, Camilla Nunes e Luísa Mota

Orientadora: Profª. Paula Eveline da S. dos S. Miranda

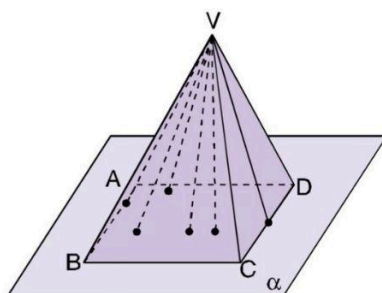
Nome: _____ Data: ____ / ____ / 2025

1 PIRÂMIDES

Definição de pirâmide:

Dados um polígono convexo contido em um plano α e um ponto V , não pertencente a α , tracemos todos os possíveis segmentos de reta que têm uma extremidade em V e a outra num ponto do polígono. A reunião desses segmentos é um sólido chamado pirâmide (Iezzi *et. al.*, 2014, p.364).

Figura 1



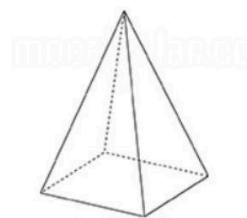
Fonte: Iezzi *et. al.*, 2014.

Atividade I

Observe os sólidos geométricos entregues e responda às perguntas a seguir:

1) Pirâmide Quadrangular:

a. Quantas arestas essa pirâmide possui?



b. Quantos vértices essa pirâmide possui?

c. Quantas faces essa pirâmide possui?

d. Quais figuras geométricas você observou nessa pirâmide?

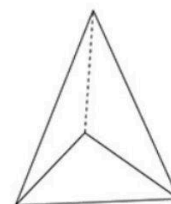
2) Pirâmide Triangular:

a. Quantas arestas essa pirâmide possui?

b. Quantos vértices essa pirâmide possui?

c. Quantas faces essa pirâmide possui?

d. Quais figuras geométricas você observou nessa pirâmide?



3) Tetraedro - Caso especial de Pirâmide Triangular

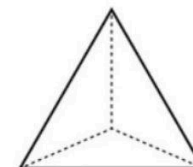
a. Quantas arestas essa pirâmide possui?

b. Quantos vértices essa pirâmide possui?

c. Quantas faces essa pirâmide possui?

d. Quais figuras geométricas você observou nessa pirâmide?

e. Qual a diferença você observou entre o tetraedro e a outra pirâmide triangular?



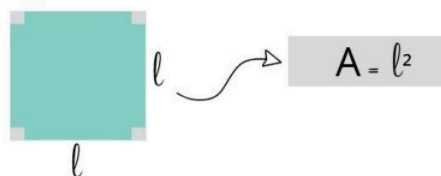
4) Complete a tabela com base nas pirâmides que você observou.

Pirâmide	Número de lados do polígono da base	Número de arestas	Número de faces	Relação entre número de lados da base e o número de faces da pirâmide.
Quadrangular				
Triangular				

2 ÁREAS DE FIGURAS PLANAS

Quadrado

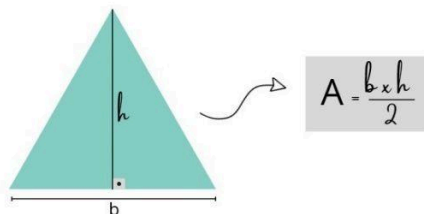
- Quadrado é um polígono que possui quatro lados congruentes e quatro ângulos de 90° .



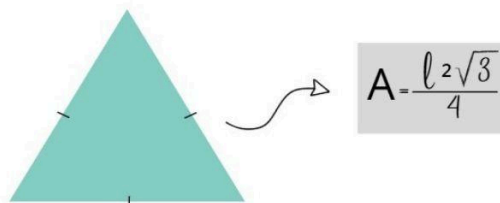
Triângulo

- O triângulo é um polígono que possui três lados e três ângulos.

→ Triângulo qualquer



→ Triângulo equilátero (Triângulo que possui três lados congruentes).



Atividade II

Para realizar essas atividades utilizaremos as planificações entregues.

Orientações:

- Com o auxílio de uma régua, responda os itens abaixo utilizando as planificações entregues.

1) Pirâmide de base quadrangular:

a) Quanto mede a base do triângulo?

b) Quanto mede a altura do triângulo?

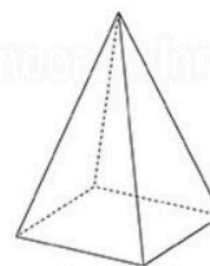
c) Qual a área do triângulo?

d) Quantos triângulos (laterais) essa pirâmide tem?

e) Qual é a área lateral da pirâmide?

f) Quanto mede o lado do quadrado?

g) Qual a área do quadrado?



h) Qual a área total da planificação?

2) Pirâmide de base triangular

a) Quanto mede a base do triângulo lateral ?

b) Quanto mede a altura do triângulo lateral ?

c) Qual a área do triângulo lateral ?

d) Quantos triângulos laterais essa pirâmide tem?

e) Qual é a área lateral da pirâmide?

f) Quanto mede a base do triângulo da base?

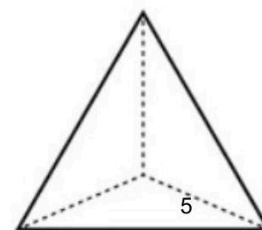
g) Quanto mede a altura do triângulo da base?

h) Qual a área do triângulo da base ?

i) Qual a área total da planificação?

3) O tetraedro é uma pirâmide particular formada por quatro triângulos congruentes e equiláteros (tetra: quatro; edro: face). Nele, qualquer uma das faces pode ser considerada base. O tetraedro regular é um caso particular de pirâmide regular (Dante, 2016).

a) Calcule a área total do tetraedro.



4) Com base nas suas respostas, o que você entende sobre a área total de uma pirâmide qualquer?

5) Qual é a relação entre a quantidade de lados do polígono da base e a quantidade de faces da pirâmide?

6) Sobre os palitos que estavam na planificação:

a) Você o utilizou em algum momento?

b) Você sabe o que ele representa?

c) Em que situação ele seria utilizado?

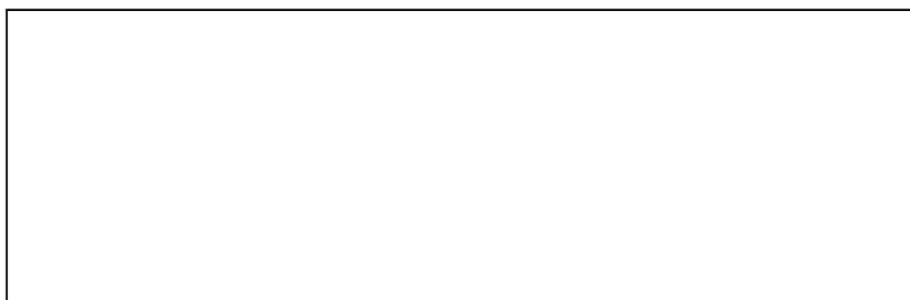
3 Pirâmides regulares

A pirâmide regular é aquela cuja base é um polígono regular e cujas arestas laterais são congruentes entre si (Iezzi *et. al.*, 2014, p.365).

Uma pirâmide regular tem as seguintes características:

- A projeção ortogonal do vértice sobre o plano da base é o centro da base;
- As faces laterais são triângulos isósceles congruentes;
- O apótema da pirâmide regular é a altura de uma face lateral, relativa à aresta da base (Iezzi *et. al.*, 2014, p.365).

→ Calcule o apótema de uma pirâmide regular de base quadrada que possui aresta da base medindo 6 cm e altura da pirâmide medindo 4 cm.



Área total das pirâmides

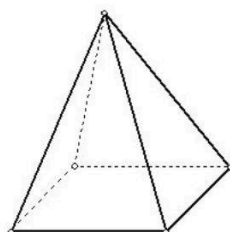
- Área da base(A_b)= área do polígono da base
- Área lateral(A_l)= soma das áreas das faces laterais (triângulos)
- Área total (A_t)

A superfície total de uma pirâmide é a reunião do polígono de sua base com os triângulos que compõem sua superfície lateral.

Logo, a área total da pirâmide é a soma da área do polígono de sua base com a área de sua superfície lateral, ou seja: **$A_t = A_b + A_l$** (Iezzi et. al., 2014, p.366).

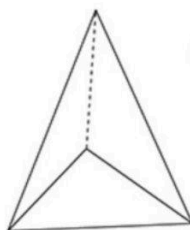
→ Pirâmide quadrangular

- Pirâmide na qual a base é um quadrado.
- Apresenta 5 faces: 1 quadrado e 4 triângulos.



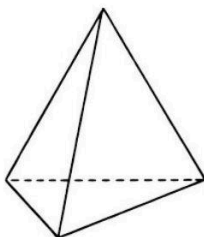
→ Pirâmide triangular

- Pirâmide na qual a base é um triângulo.
- Apresenta 4 faces triangulares.



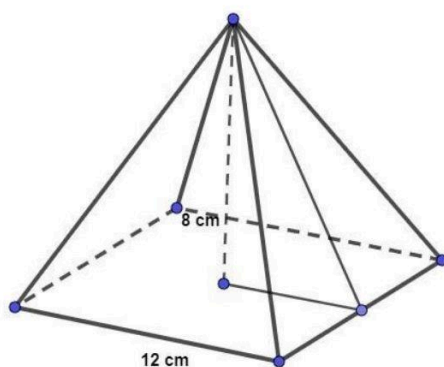
→ Tetraedro Regular

- Pirâmide formada por triângulos equiláteros.
- Apresenta 4 faces triangulares e congruentes.



4 Exercícios

1. A pirâmide a seguir possui base quadrada, a aresta da base mede 12 cm e a altura da pirâmide mede 8 cm. Calcule a área total dessa pirâmide.



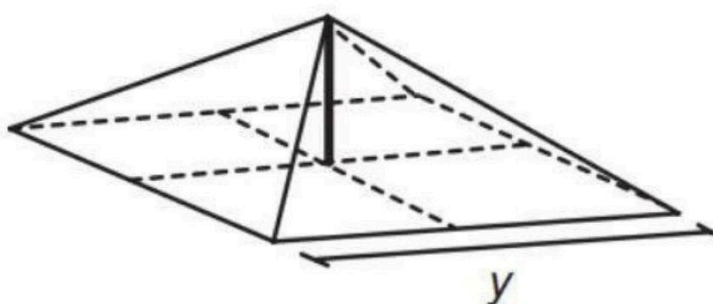
Fonte: <https://www.google.com/amp/s/exercicios.mundoeducacao.uol.com.br/>

- A) 144 cm²
- B) 240 cm²
- C) 264 cm²
- D) 384 cm²
- E) 420 cm²

2. Um tetraedro regular é um tipo particular de pirâmide regular no qual qualquer uma de suas faces pode ser considerada base, pois possui 4 triângulos equiláteros e congruentes. Considerando essa informação, a área total de um tetraedro regular cuja aresta mede 6 cm é: (Considere $\sqrt{3} = 1,7$.)

- A) 27,2 cm².
- B) 42,5 cm².
- C) 61,2 cm².
- D) 83,3 cm².

3. (ENEM PPL 2016) A cobertura de uma tenda de lona tem formato de uma pirâmide de base quadrada e é formada usando quatro triângulos isósceles de base y . A sustentação da cobertura é feita por uma haste de medida x . Para saber quanto de lona deve ser comprado, deve-se calcular a área da superfície da cobertura da tenda.



A área da superfície da cobertura da tenda, em função de y e x , é dada pela expressão:

a) $2y\sqrt{x^2 + \frac{y^2}{4}}$

b) $2y\sqrt{x^2 + \frac{y^2}{2}}$

c) $4y\sqrt{x^2 + y^2}$

d) $4\sqrt{x^2 + \frac{y^2}{4}}$

e) $4\sqrt{x^2 + \frac{y^2}{2}}$



INSTITUTO FEDERAL
Fluminense
Campus Campos Centro

MINISTÉRIO DA
EDUCAÇÃO



Referências:

IEZZI, G.; DOLCE, O.; DEGENSZAJN, D.; PÉRIGO, R. **Matemática: ciência e aplicações**, volume 2. 12. ed. São Paulo: Atual, 2014.

BRASIL. Ministério da Educação. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. Exame Nacional do Ensino Médio – ENEM 2016: prova PPL e reaplicação – Matemática e suas Tecnologias. Brasília, 2016. Disponível em: https://download.inep.gov.br/educacao_basica/enem/provas/2016/2016_PV_reaplicacao_PPL_D2_CD13.pdf Acesso em: 14 ago. 2025.