

RELATÓRIO LEAMAT

TRIGONOMETRIA NO TRIÂNGULO RETÂNGULO: UMA
ABORDAGEM ESPECIAL

EDUCAÇÃO MATEMÁTICA INCLUSIVA

IGOR CARDOSO DE ABREU
LARISSA CONSOLE DE OLIVEIRA
THIAGO FRAGOSO GONÇALVES

CAMPOS DOS GOYTACAZES / RJ
2014.2

REVISADO

 07/04/2015

IGOR CARDOSO DE ABREU
LARISSA CONSOLE DE OLIVEIRA
THIAGO FRAGOSO GONÇALVES

RELATÓRIO LEAMAT

TRIGONOMETRIA NO TRIÂNGULO RETÂNGULO: UMA
ABORDAGEM ESPECIAL

EDUCAÇÃO MATEMÁTICA INCLUSIVA

Trabalho apresentado ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia, Campus Campos-Centro, como requisito parcial para conclusão da disciplina Laboratório de Ensino e Aprendizagem em Matemática III do Curso de Licenciatura em Matemática.

Orientadora: Prof^ª. MSc. Mylane dos Santos Barreto

CAMPOS DOS GOYTACAZES / RJ
2014.2

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	3
2. OBJETIVOS.....	4
3. ATIVIDADES DESENVOLVIDAS	4
3.1. Elaboração da Sequência Didática	4
3.2. Relato da aplicação da Sequência Didática na turma do LEAMAT II	12
3.3. Relato da aplicação da Sequência Didática na turma regular.....	14
4. CONCLUSÕES	17
5. REFERÊNCIAS.....	18
APÊNDICE	19
APÊNDICE A: Atividade Experimentada	20

1. INTRODUÇÃO

A justificativa para a escolha do tema se baseia na resposta dada pelos estudantes do NAPNEE (Núcleo de Apoio aos Portadores de Necessidades Educacionais Especiais) sobre quais seriam suas maiores dificuldades no aprendizado da Matemática, e também no que preceituam os Parâmetros Curriculares Nacionais - PCN (BRASIL, 2000, p.44), "Outro tema que exemplifica a relação da aprendizagem de Matemática com o desenvolvimento de habilidades e competências é a Trigonometria [...]".

Como justificativa para o ensino da Matemática aos alunos cegos e de baixa visão temos a Constituição da República Federativa do Brasil (BRASIL, 1988, s.p.) que preceitua:

Art. 206. O ensino será ministrado com base nos seguintes princípios:

I - igualdade de condições para o acesso e permanência na escola;

Ainda de acordo com a Constituição da República Federativa do Brasil,

Art. 208. O dever do Estado com a educação será efetivado mediante a garantia de:

III - atendimento educacional especializado aos portadores de deficiência, preferencialmente na rede regular de ensino;

Segundo a Declaração de Salamanca:

(...) escolas deveriam acomodar todas as crianças, independentemente de suas condições físicas, intelectuais, sociais, emocionais, linguísticas, ou outras. Aquelas deveriam incluir crianças deficientes e superdotadas, crianças de rua e que trabalham, crianças de origem remota ou de população nômade, crianças pertencentes a minorias linguísticas, étnicas, ou culturais, e crianças de outros grupos desvantajosos ou marginalizados (UNESCO, 1994, s.p.).

E também nas palavras de Vygotsky (1997, p.17, grifo do autor) "A criança cega ou surda pode alcançar o mesmo desenvolvimento de um aluno normal, porém, as crianças com deficiência alcançam de um modo *distinto, por um caminho distinto, com outros meios*".

2. OBJETIVOS

O objetivo deste trabalho é desenvolver uma sequência didática que leve o aluno com deficiência visual ao entendimento da utilização das propriedades trigonométricas no triângulo retângulo.

3. ATIVIDADES DESENVOLVIDAS

3.1. Elaboração da Sequência Didática


A sequência didática apresentada neste trabalho foi elaborada com o objetivo de fornecer ao aluno com deficiência visual uma nova possibilidade de aprendizagem acerca de um tema com reconhecida dificuldade entre a maioria dos estudantes

Segundo Oliveira (2006), observa-se tanto no ensino fundamental quanto no médio, a limitação dos alunos durante as aulas de trigonometria, ou nos problemas a ela relacionados, inclusive problemas de física que envolvam algum conceito trigonométrico básico.

A apostila desenvolvida pelos professores em formação foi elaborada com cola, miçangas, linha encerada e lixa, sobre papel canson A4.


Deve-se destacar que a classificação dos ângulos é condição necessária para a abordagem da classificação dos triângulos (quanto aos ângulos), motivo pelo qual esse assunto é também tratado na apostila. Ela se inicia com a definição de ângulo, e as figuras que se seguem tem o intuito de permitir que os professores em formação trabalhem os elementos dos ângulos e suas classificações (Figuras 1 e 2).

Figura 1 – Definição de ângulo.



ÂNGULO: DEFINIÇÃO


Chama-se ângulo a região entre duas semirretas de mesma origem. A origem é chamada vértice e as semirretas são os lados do ângulo.



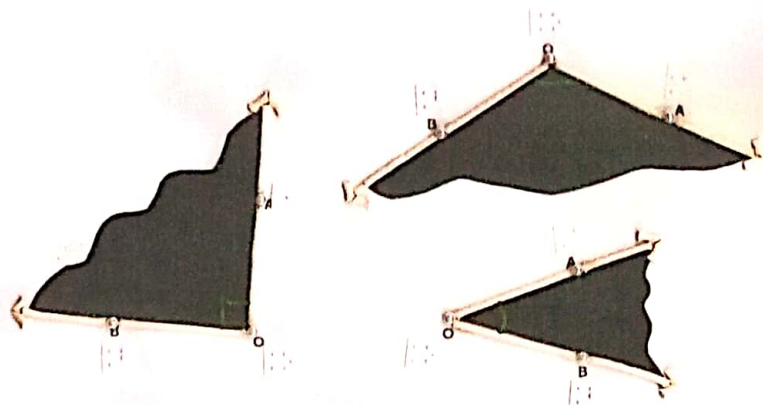
01

Fonte: elaboração própria.

Figura 2 – Matriz a ser utilizada na classificação dos ângulos.



ÂNGULO



02

Fonte: elaboração própria.

Na sequência, é apresentada a definição de triângulo e as figuras seguintes permitem aos professores em formação trabalhar sua classificação quanto aos ângulos e os seus principais elementos: vértices, lados e ângulos (Figuras 3 e 4).

Figura 3 – Definição de triângulo.

The slide features a header with logos for the Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia (IFET), the Secretaria de Educação Profissional e Tecnológica (SETEC), the Ministério da Educação (MEC), the DIP LIC 105 (Programa de Iniciação em Licenciatura em Matemática), and the Instituto Federal de Educação Profissional e Tecnológica (IFET) Licenciatura em Matemática.

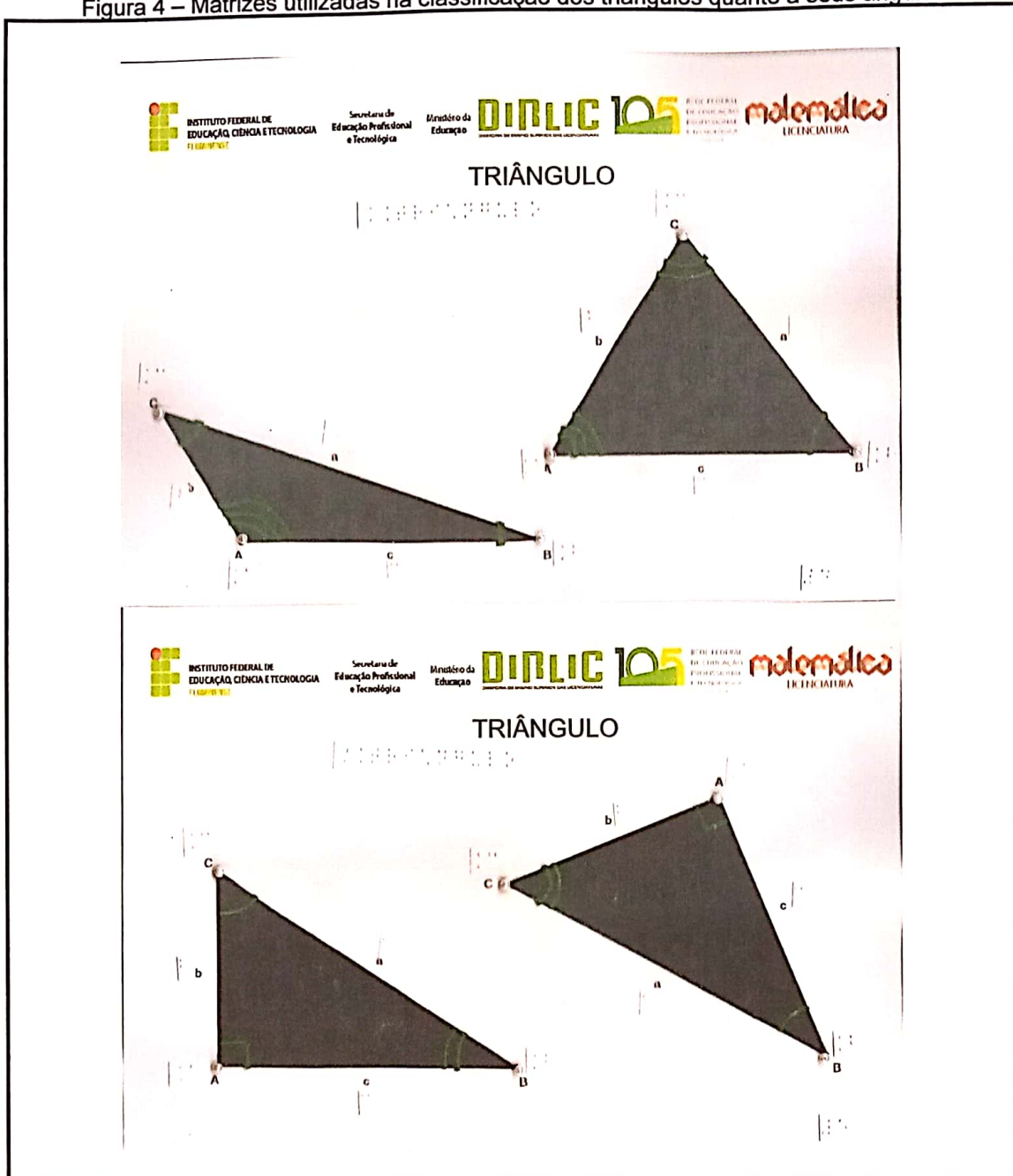
TRIÂNGULO: DEFINIÇÃO

Dados três pontos A , B e C não colineares, a reunião dos segmentos \overline{AB} , \overline{AC} e \overline{BC} chama-se triângulo ABC .
Os pontos A , B e C são os vértices do triângulo. Os segmentos \overline{AB} , \overline{AC} e \overline{BC} são os lados do triângulo. Os ângulos \hat{A} , \hat{B} e \hat{C} são os ângulos internos do triângulo.

03

Fonte: elaboração própria.


Figura 4 – Matrizes utilizadas na classificação dos triângulos quanto a seus ângulos.



Fonte: elaboração própria.

Uma vez reforçados esses conceitos, inicia-se o conteúdo propriamente dito, com a classificação dos lados de um triângulo retângulo quanto a hipotenusa, cateto oposto e cateto adjacente, e uma discussão sobre as razões trigonométricas: seno, cosseno e tangente (Figura 5). Esta parte é pormenorizada com duas figuras que retratam o mesmo triângulo retângulo, cuja única diferença é o ângulo complementar em destaque, do qual se pretende obter as relações trigonométricas.


Figura 5 – Relações trigonométricas referentes aos ângulos α e θ .




INSTITUTO FEDERAL DE
EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA


Secretaria de
Educação Profissional
e Tecnológica

Ministério da
Educação

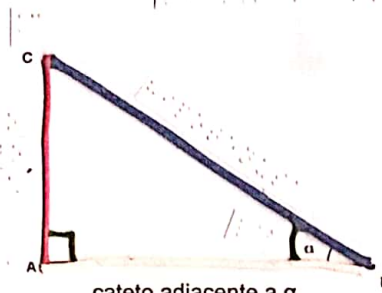




REDE FEDERAL DE EDUCAÇÃO
PROFISSIONAL E TECNOLÓGICA



SENO, COSSENO E TANGENTE




cateto adjacente a α

$$\text{sen } \alpha = \frac{CO}{H}$$

$$\text{cos } \alpha = \frac{CA}{H}$$

$$\text{tg } \alpha = \frac{CO}{CA}$$


06




INSTITUTO FEDERAL DE
EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA


Secretaria de
Educação Profissional
e Tecnológica

Ministério da
Educação

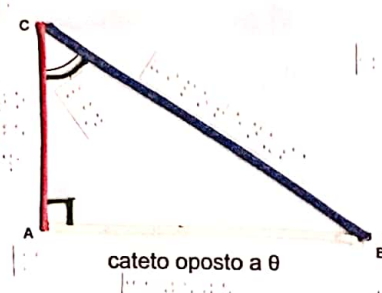




REDE FEDERAL DE EDUCAÇÃO
PROFISSIONAL E TECNOLÓGICA



SENO, COSSENO E TANGENTE



cateto oposto a θ

$$\text{sen } \theta = \frac{CO}{H}$$

$$\text{cos } \theta = \frac{CA}{H}$$

$$\text{tg } \theta = \frac{CO}{CA}$$

Fonte: elaboração própria.

Em seguida, a apostila traz uma tabela com o seno, cosseno e tangente dos ângulos notáveis (30° , 45° e 60°) (Figura 6).

Figura 6 – Tabela com as relações trigonométricas dos ângulos notáveis.

ÂNGULO NOTÁVEIS

	30°	45°	60°
sen	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
cos	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
tg	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$

Fonte: elaboração própria.

A apostila traz então uma série de exercícios de fixação do conteúdo. Devido ao direcionamento do conteúdo, preconizou-se o Braille à escrita convencional, o que levou a algumas omissões de valores e incógnitas nos exercícios, a saber: A colagem de algumas escritas Braille ficaram sobrepostas a informações “a tinta” nas imagens dos exercícios (Figuras 7, 8, 9 e 10).

Na questão 1-a, o ângulo mede 30° e há omissão da incógnita y ;


Na questão 1-b, o ângulo mede 60°;

Na questão 3-a, a hipotenusa mede $20\sqrt{2}$;

Na questão 3-b, a hipotenusa mede $3\sqrt{2}$;

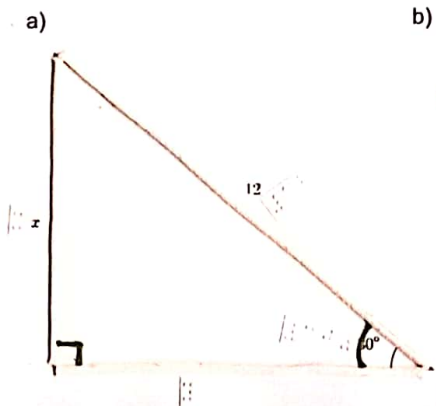
Na questão 4, o ângulo mede 65°.

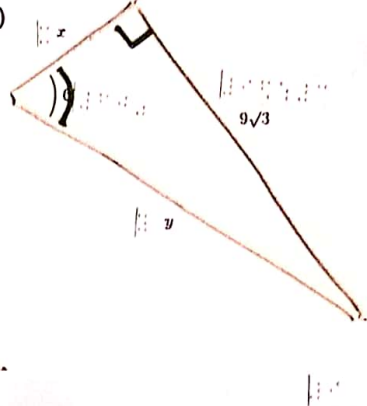
Figura 7 – Questão 1.



EXERCÍCIO 1


Calcule x e y nas figuras abaixo:

a) 

b) 

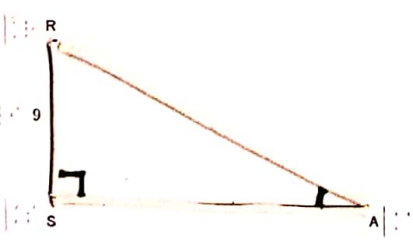
Fonte: elaboração própria.

Figura 8 – Questão 2.



EXERCÍCIO 2

Encontre a medida \overline{SA} sabendo que $\text{tg } \hat{A} = \frac{1}{3}$.



10

Fonte: elaboração própria.

Figura 9 – Questão 3.

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA
Secretaria de Educação Profissional e Tecnológica
Ministério da Educação
DIP LIC 105 REDE FEDERAL DE FORMAÇÃO PROFISSIONAL E TECNOLÓGICA
matemática LICENCIATURA

EXERCÍCIO 3

Calcule x e y nas figuras abaixo:

a)

b)

Fonte: elaboração própria.

Figura 10 – Questão 4.

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA
Secretaria de Educação Profissional e Tecnológica
Ministério da Educação
DIP LIC 105 REDE FEDERAL DE FORMAÇÃO PROFISSIONAL E TECNOLÓGICA
matemática LICENCIATURA

EXERCÍCIO 4

No triângulo retângulo da figura abaixo, determine as medidas de x e y indicadas (Use: $\sin 65^\circ = 0,91$; $\cos 65^\circ = 0,42$; $\operatorname{tg} 65^\circ = 2,14$).

12

Fonte: elaboração própria.

3.2. Relato da aplicação da Sequência Didática na turma do LEAMAT II

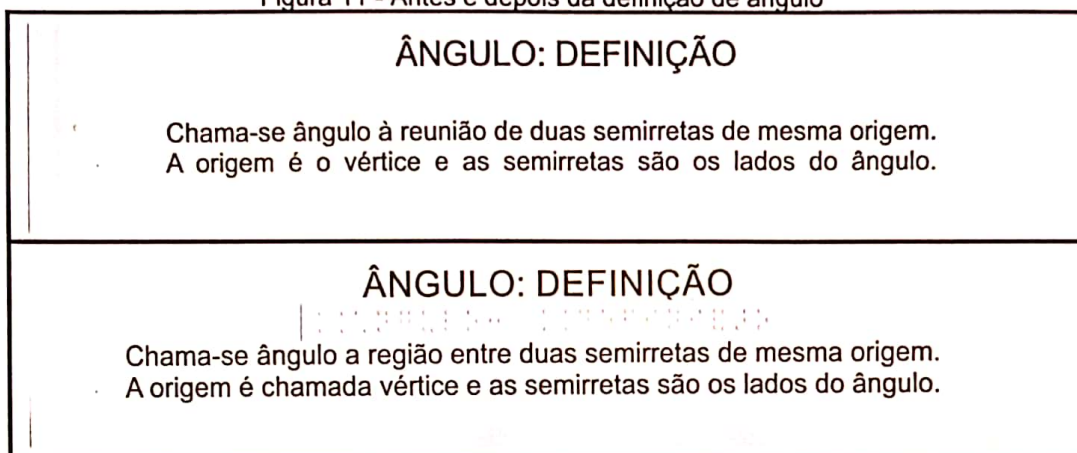
A sequência didática elaborada foi experimentada na turma do LEAMAT II no dia 15 de outubro de 2014, com o objetivo de avaliar o tempo de aplicação e possíveis contradições nos enunciados das questões.

A turma e os professores do LEAMAT II foram divididos em dois grupos, e cada qual recebeu uma apostila para apreciação.

As principais sugestões para alterações na apostila foram:

a) Reformulação da definição de ângulo (Figura 11):

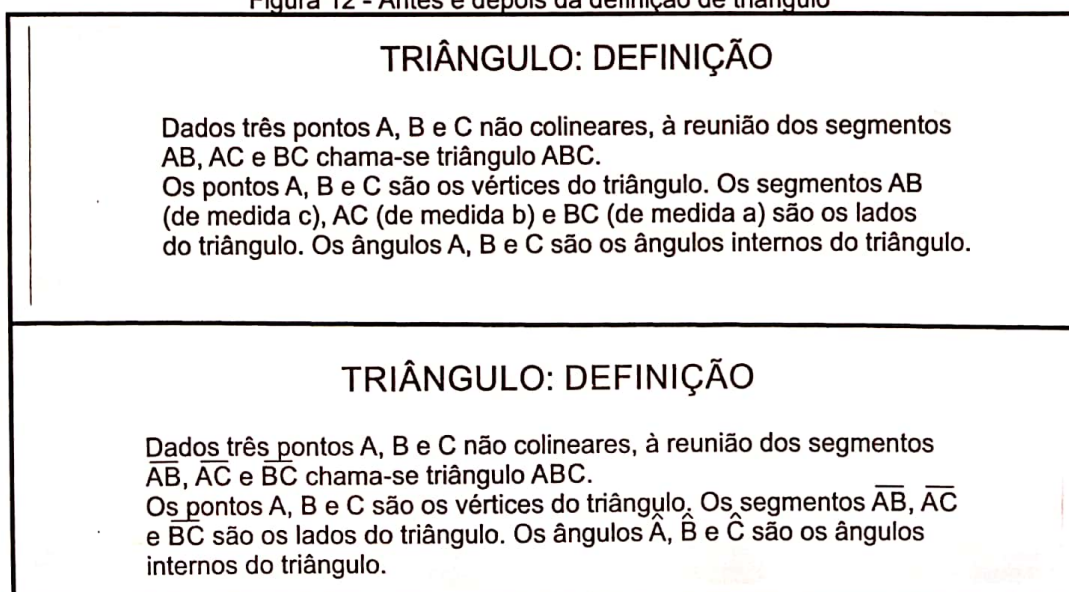
Figura 11 - Antes e depois da definição de ângulo



Fonte: elaboração própria.

b) Na definição de triângulo foi feita a alteração na nomenclatura dos ângulos e segmentos que não apresentavam marcações (Figura 12).

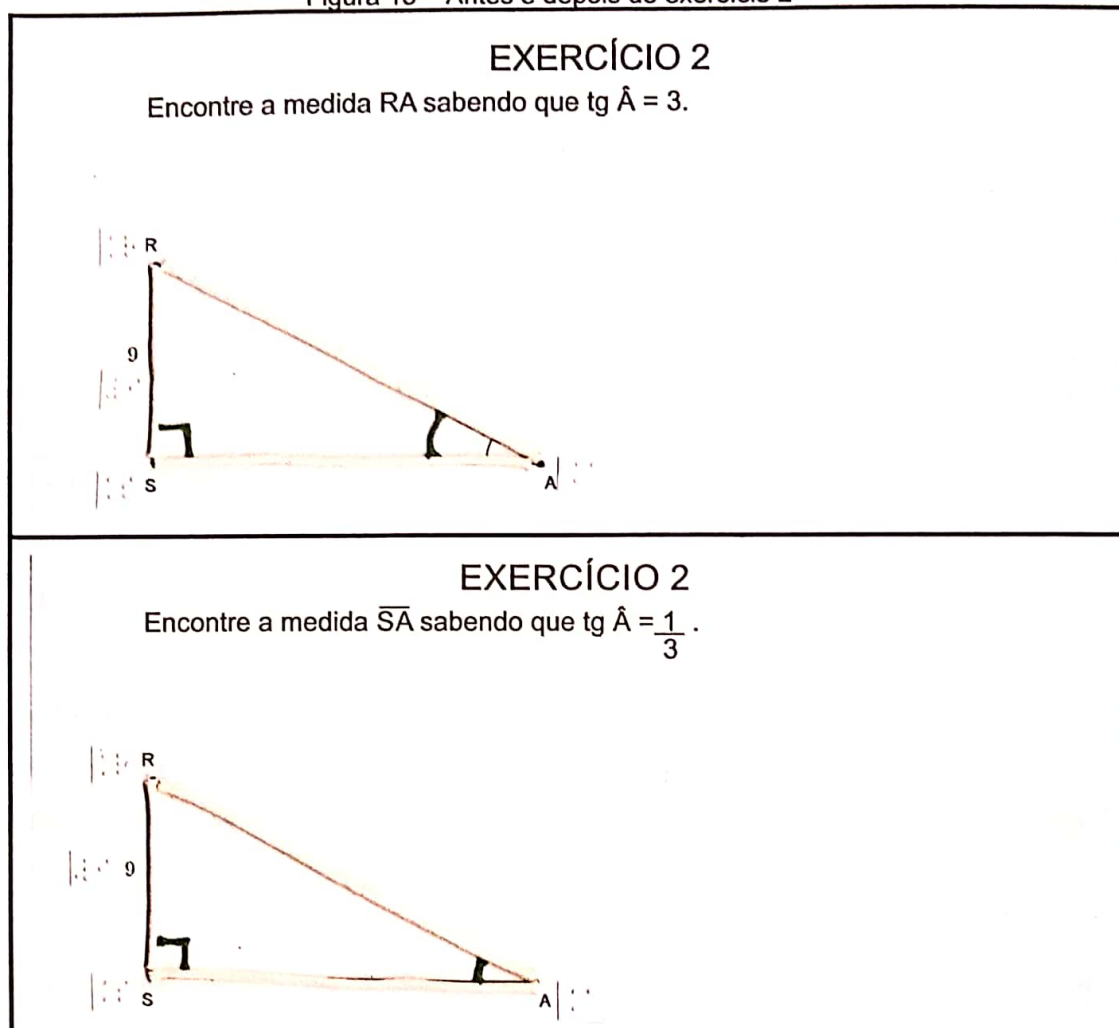
Figura 12 - Antes e depois da definição de triângulo



Fonte: elaboração própria.

c) Modificação no exercício 2 para que o resultado a ser encontrado fosse mais proporcional ao desenho (Figura 13).

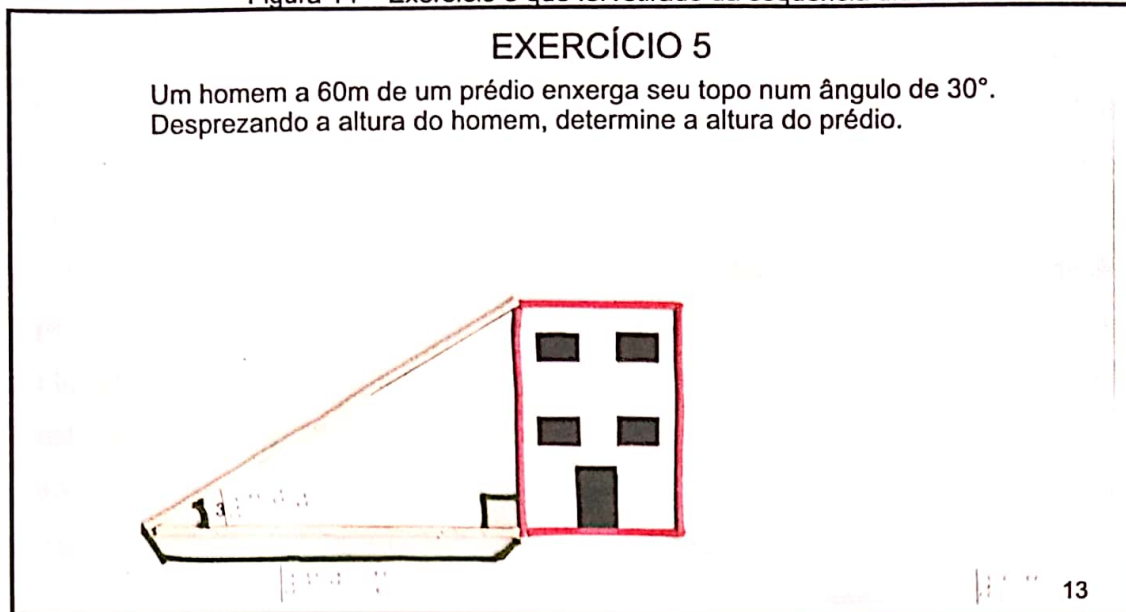
Figura 13 – Antes e depois do exercício 2



Fonte: elaboração própria.

d) O exercício 5 gerou algumas discussões por precisar de um grau maior de abstração, dessa forma, foi sugerido que a aplicação da questão para um aluno cego exigiria uma descrição mais detalhada da situação, com a apresentação de uma maquete (Figura 14).

Figura 14 – Exercício 5 que foi retirado da sequência didática



Fonte: elaboração própria.

3.3. Relato da aplicação da Sequência Didática na turma regular

A experimentação da sequência didática elaborada neste trabalho foi realizada no dia 11 de março de 2015, durante duas horas, para um aluno com deficiência visual do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense *campus* Campos-Centro, na cidade de Campos dos Goytacazes. A aplicação contou com a presença de três alunos do 2º Período da Licenciatura em Matemática, que estão no LEAMAT I e ainda no processo de escolha e estruturação do tema nessa linha de pesquisa do LEAMAT.

A aula foi iniciada com a apresentação do grupo e do tema por um dos professores em formação. Os professores em formação fizeram algumas perguntas sobre a deficiência e a formação acadêmica de João (nome fictício).

João tem 45 anos e ficou cego há quatro anos em um acidente de trabalho. A deficiência gerou uma mudança brusca nos seus hábitos, pois exigiu uma adaptação na sua rotina para atender as restrições geradas. Ele já havia concluído o Ensino Médio há alguns anos, não entrando em detalhes sobre sua profissão. Atualmente João está matriculado no curso Integrado de Eletrotécnica do IFFluminense e falou sobre a importância do NAPNEE, como apoio em seus estudos, fornecendo matrizes e outros materiais que o ajudam na compreensão de alguns conceitos.

Ao ser questionado sobre seu relacionamento com a Matemática, o estudante informou que sempre teve muita dificuldade. Foi perguntado a forma como ele resolve os cálculos e ele informou que a maioria é por raciocínio lógico ou com o uso da calculadora adaptada. Acerca do tema proposto nesta sequência didática, o aluno informou que já havia tido contato com esse conteúdo.

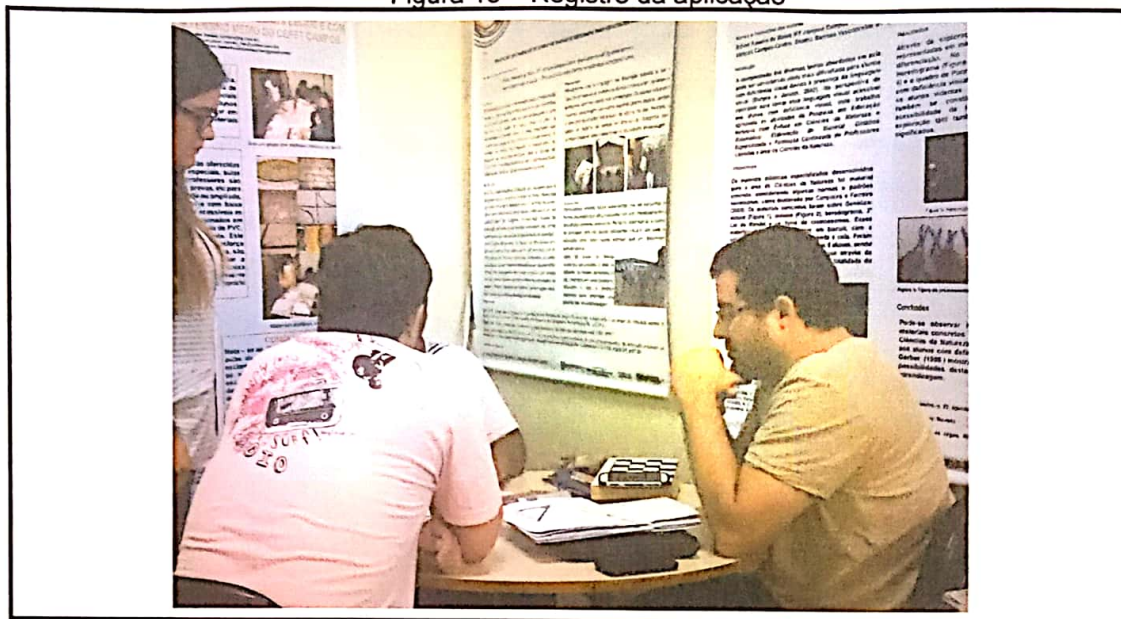
Logo após, deu-se início a experimentação da sequência didática apresentando a definição de ângulos e triângulo (Figura 15). Como o estudante não lê em *Braille* foi feita a leitura, por um dos professores em formação, do texto permitindo que João utilizasse o sistema auditivo e fonador para aquisição de informações. Ao explorar as matrizes por meio do sistema háptico, João não teve dificuldade na descoberta de elementos e determinação de características.

Na matriz com os triângulos retângulos, o aluno ressaltou a diferença na quantidade de linhas das marcas que indicavam os ângulos \hat{B} e \hat{C} , o que acarretou em certa confusão no início. Um dos professores em formação explicou que a marca não é um padrão e que a mesma marca, que nesse caso indica o ângulo \hat{B} , num exemplo futuro pode indicar outro ângulo com uma medida diferente.

Como a cegueira de João é relativamente recente, ele não possui o tato tão apurado e por isso usava uma força excessiva para determinar a características das imagens acarretando na descolagem de algumas linhas. Entretanto, existiam algumas matrizes extras e foram utilizadas para substituir as danificadas.

Em seguida foi apresentado os conceitos de seno, cosseno e tangente no triângulo retângulo. Nessa parte, João apresentou muita dificuldade na compreensão e visualização da figura. Ao ser questionado sobre qual seria o cateto oposto, o estudante indicava o ângulo oposto, dessa forma, os professores em formação se revezaram na explicação, tentando novas abordagens que facilitassem a identificação e classificação dos lados e ângulos do triângulo retângulo.

Figura 15 – Registro da aplicação

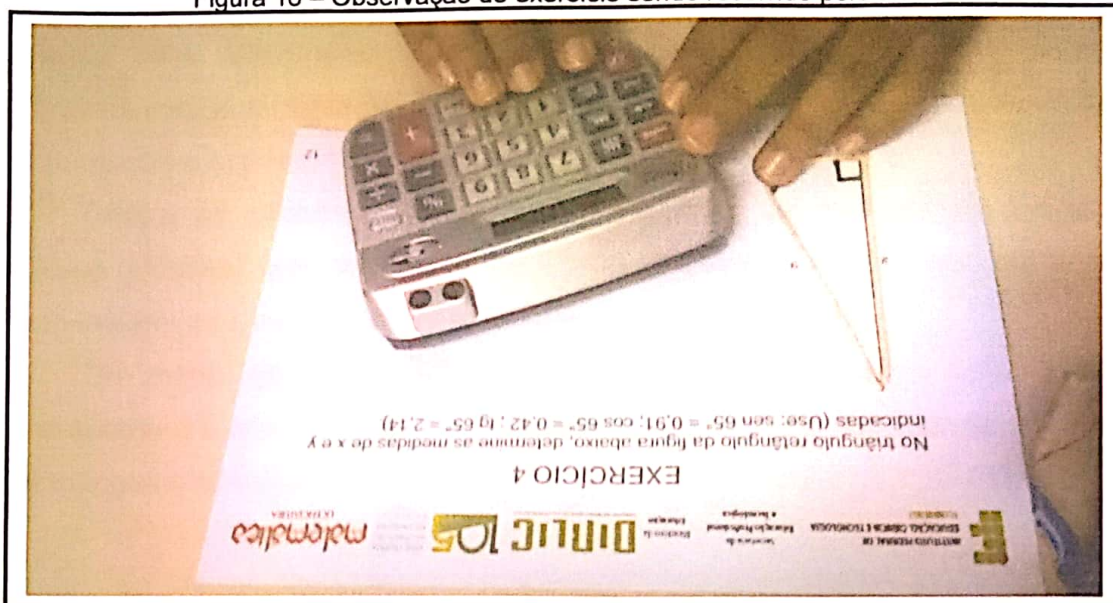


Fonte: elaboração própria.

Logo após, uma tabela com os valores de seno, cosseno e tangente dos ângulos notáveis foi entregue. A princípio, o estudante apresentou certa dificuldade em compreender a estrutura da tabela, pois afirmou que nunca havia tido contato com valores no formato apresentado na tabela. Ao ser instruído por um dos professores em formação a utilizar as duas mãos para tatear a tabela pelas linhas e colunas, conseguiu entender o padrão e julgou de grande valia para seu estudo.

Foi possível perceber o cansaço do estudante ao final da aplicação, dessa forma, os professores em formação decidiram que nem todos os exercícios planejados seriam resolvidos. Com o auxílio de uma calculadora adaptada, João efetuou os cálculos necessários (Figura 16). A dificuldade com a Matemática previamente relatada ficou bastante presente neste momento, mesmo já tendo visto o conteúdo. Eram notórias as limitações para amar e efetuar os cálculos. Para tentar “visualizar” a conta, João, com o dedo, escrevia sobre a mesa, dessa forma conseguiu concluir os exercícios.

Figura 16 – Observação do exercício sendo resolvido pelo aluno



Fonte: elaboração própria.

Por fim, o aluno se mostrou bastante satisfeito com a experimentação da sequência didática e não apresentou propostas para melhorias no trabalho, mesmo quando questionado.

4. CONCLUSÕES

O trabalho cumpriu seu objetivo, visto que o aluno participou efetivamente de todas as atividades propostas e demonstrou ao final da sequência didática que o conhecimento anterior foi ampliado, levando-se em consideração as respostas obtidas durante a experimentação.

Percebeu-se que o tempo de três aulas foi suficiente para a experimentação de toda sequência didática, entretanto, ao final da aula, tendo transcorrido duas horas, o aluno demonstrou certo cansaço durante a execução dos exercícios.

Acredita-se que o uso da escrita em Braille nas matrizes atrapalhou o aluno na verificação do material, uma vez que, como ele adquiriu a cegueira há 4 anos e ainda não possuía sistema háptico desenvolvido para a leitura Braille, por vezes se confundia não reconhecendo corretamente os símbolos.

As matrizes foram atrativas e estimularam a participação do aluno por se tratar de um material adaptado para alunos cegos que direciona o processo de

ensino e aprendizagem para suas potencialidades e não para a debilidade causada pela deficiência. Outro fator que merece destaque é a dinâmica alcançada com sua utilização, pois alguns conceitos eram lidos pelos professores em formação e explicados oralmente.

Dentre as reflexões realizadas pelo grupo de professores em formação, pode-se constatar que tanto o conhecimento algébrico, quanto o geométrico do aluno era limitado, evidenciando a defasagem neste conteúdo.

De modo geral, foi notável o envolvimento do aluno com o tema apresentado e a sua surpresa ao perceber as relações trigonométricas presentes nos triângulos retângulos.

5. REFERÊNCIAS

BARRETO, M. dos S. *Educação inclusiva: um estudo de caso na construção do conceito de função polinomial do 1º. grau por alunos cegos utilizando material adaptado*. 2013. 132 f. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro, Campos dos Goytacazes, 2013.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. *Parâmetros Curriculares Nacionais (Ensino Médio)*. Brasília: MEC, 2000.

BRASIL. *Constituição: República Federativa do Brasil*. Brasília: Senado Federal, Centro Gráfico, 1998. Disponível em:
<www.planalto.gov.br/.../constituicao/constituicao.htm> Acesso em: 25 jun. 2010.

OLIVEIRA, Francisco Canindé de. *Dificuldades no processo ensino aprendizagem de trigonometria por meio de atividades*. 2006. 74 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Naturais e Matemática) - Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2006.

UNESCO. *Declaração de Salamanca e linha de ação sobre necessidades educativas especiais*. Genebra. Não paginado. 1994.

VYGOTSKY, L. S. *Obras escogidas V – Fundamentos da defectologia*. Traducción: Julio Guillermo Blank. Madrid: Visor. (coletânea de artigos publicados originalmente em russo entre os anos de 1924 e 1934). 1997. Disponível em:
<<http://pt.scribd.com/doc/25672525/Vigotski-Obras-Escolhidas-Tomo-5-Fundamentos-de-Defectologia-Completo-Em-Espanhol>>. Acesso em: 07 out. 2012.

APÊNDICE

APÊNDICE A: Atividade Experimentada



ÂNGULO: DEFINIÇÃO

Chama-se ângulo a região entre duas semirretas de mesma origem.
A origem é chamada vértice e as semirretas são os lados do ângulo.



INSTITUTO FEDERAL DE
EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA
ESTADO DO RIO DE JANEIRO

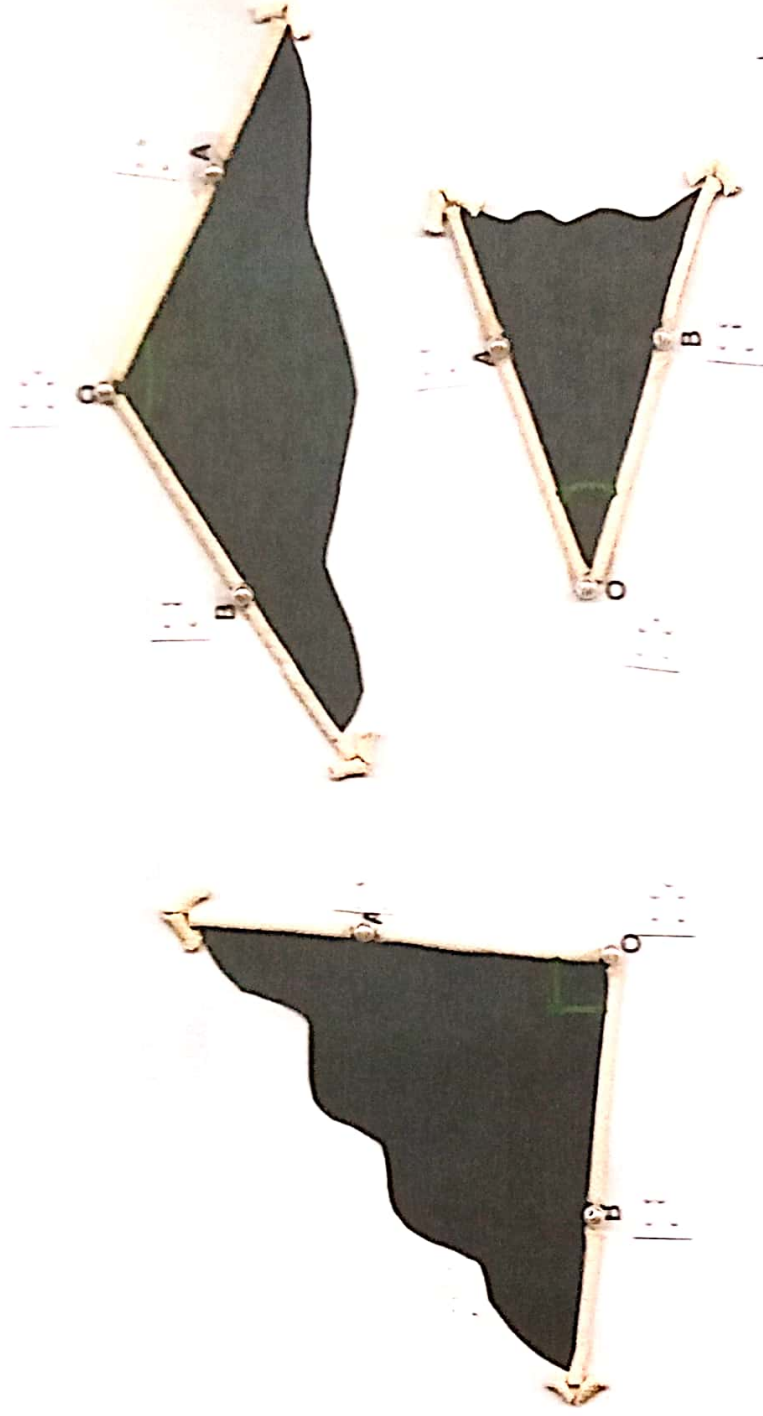
Secretaria de
Educação Profissional
e Tecnológica

Ministério da
Educação

DIREC 105
2015
INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO RIO DE JANEIRO

matemática
LICENCIATURA

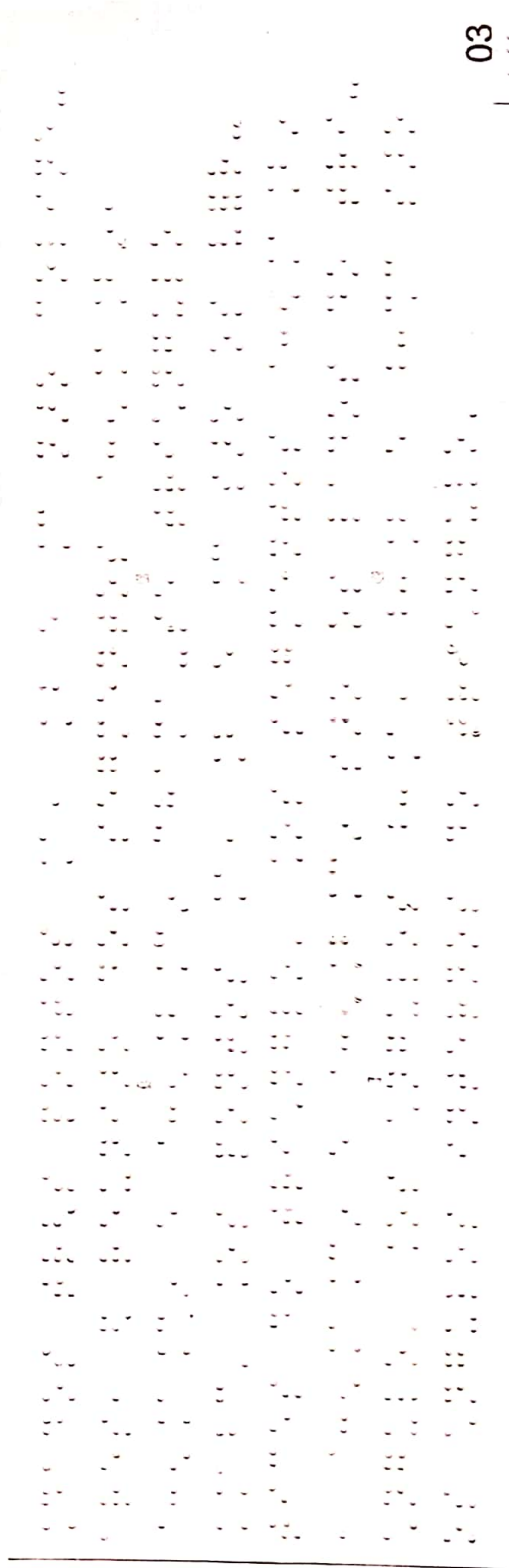
ÁNGULO





TRIÂNGULO: DEFINIÇÃO

Dados três pontos A, B e C não colineares, a reunião dos segmentos \overline{AB} , \overline{AC} e \overline{BC} chama-se triângulo ABC. Os pontos A, B e C são os vértices do triângulo. Os segmentos \overline{AB} , \overline{AC} e \overline{BC} são os lados do triângulo. Os ângulos A, B e C são os ângulos internos do triângulo.





INSTITUTO FEDERAL DE
EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA
FLUMINENSE

Secretaria de
Educação Profissional
e Tecnológica

Ministério da
Educação

DIREC 105
DIRETORIA DE ENSINO SUPERIOR DAS LICENCIATURAS

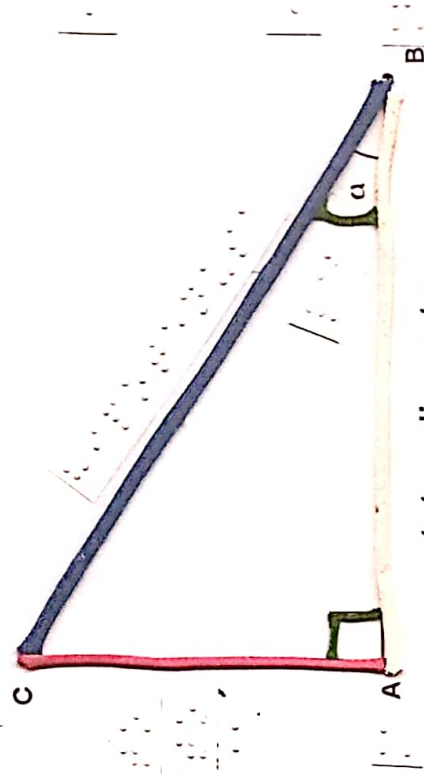
UNIVERSIDADE FEDERAL
DO RIO DE JANEIRO
matemática
LICENCIATURA

TRIÂNGULO





SENO, COSENO E TANGENTE



$$\text{sen } \alpha = \frac{CO}{H}$$

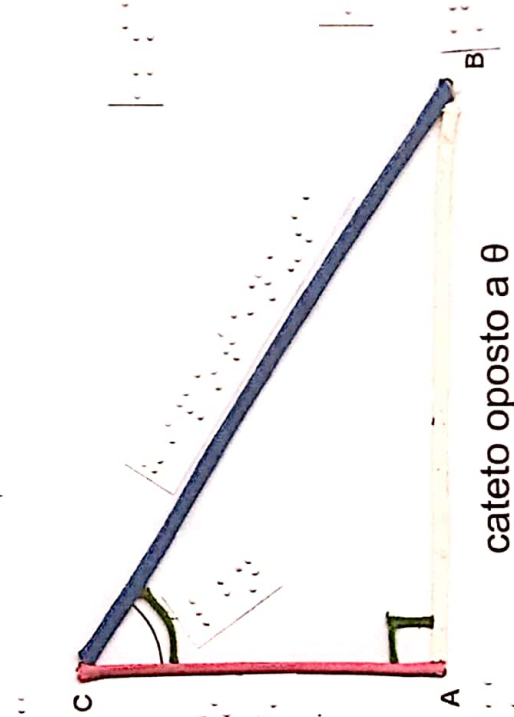
$$\text{cos } \alpha = \frac{CA}{H}$$

$$\text{tg } \alpha = \frac{CO}{CA}$$

cateto adjacente a α



SENO, COSSENO E TANGENTE



$$\text{sen } \theta = \frac{CO}{H}$$

$$\text{cos } \theta = \frac{CA}{H}$$

$$\text{tg } \theta = \frac{CO}{CA}$$

cateto oposto a θ



ÂNGULO NOTÁVEIS

	30°	45°	60°
<u>sen</u>	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
<u>cos</u>	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
<u>tg</u>	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$



INSTITUTO FEDERAL DE
EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA
ILHÉUS

Secretaria de
Educação Profissional
e Tecnológica

Ministério da
Educação

DIREC 105
SECRETARIA DE ENSINO SUPLENTE DAS LICENCIATURAS

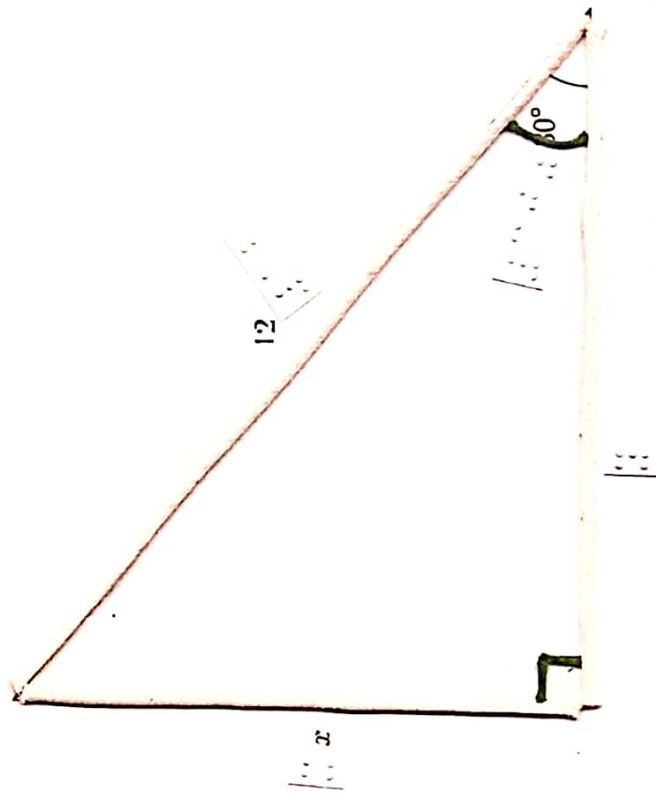
REDE FEDERAL
DE EDUCAÇÃO
PROFISSIONAL
E TECNOLÓGICA

matemática
LICENCIATURA

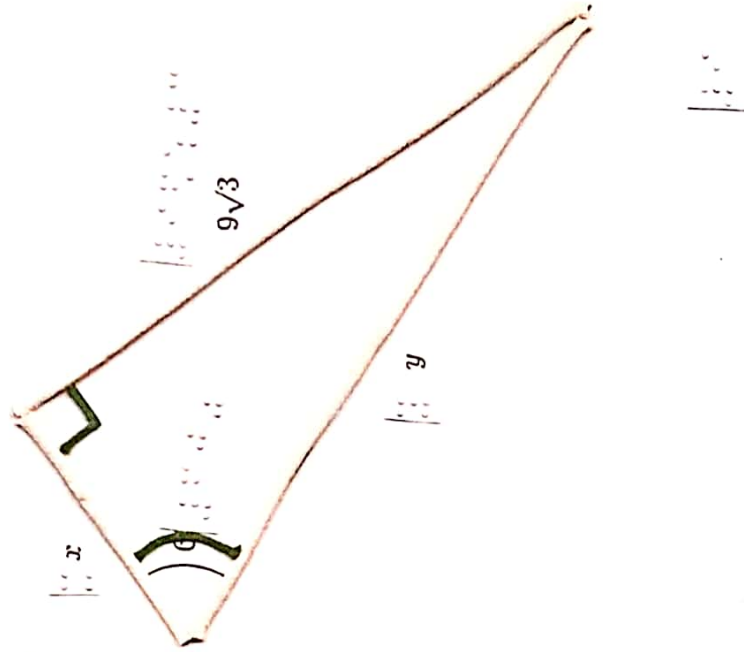
EXERCÍCIO 1

Calcule x e y nas figuras abaixo:

a)



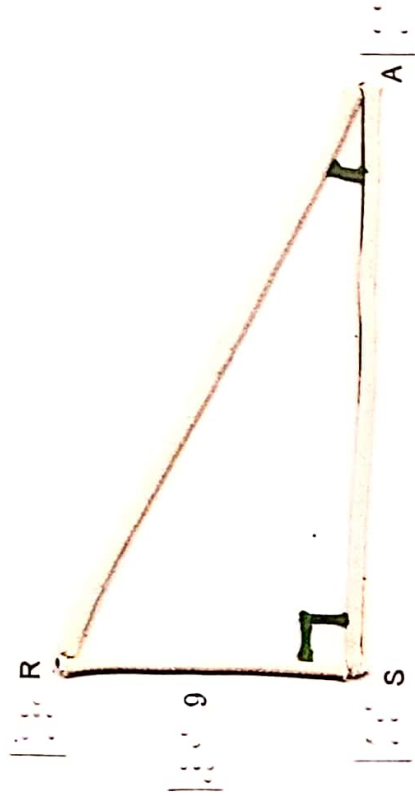
b)





EXERCÍCIO 2

Encontre a medida \overline{SA} sabendo que $\text{tg } \hat{A} = \frac{1}{3}$.

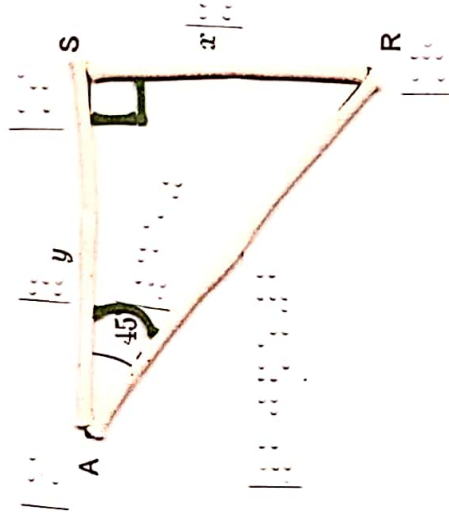




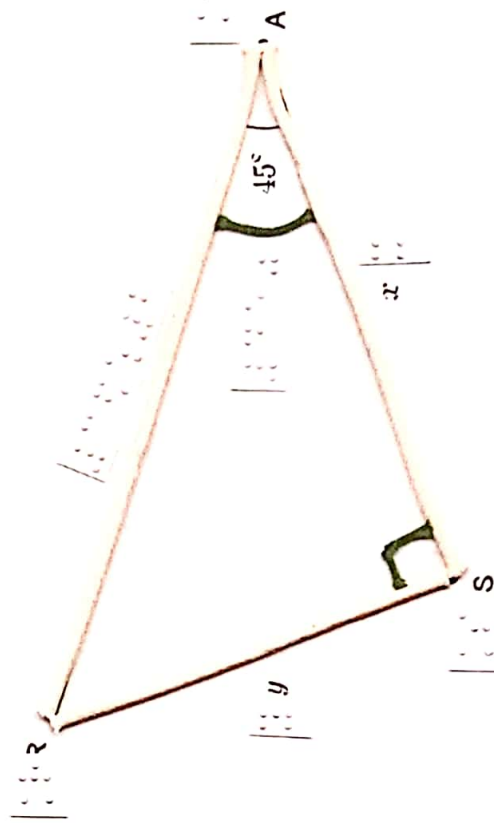
EXERCÍCIO 3

Calcule x e y nas figuras abaixo:

a)



b)





INSTITUTO FEDERAL DE
EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA
FLUMINENSE

Secretaria de
Educação Profissional
e Tecnológica

Ministério da
Educação

DIREC 105
ANEXO
SECRETARIA DE ENSINO SUPLENTE DAS LICENCIATURAS

REDE FEDERAL
DE EDUCAÇÃO
PROFISSIONAL
E TECNOLÓGICA
maemática
LICENCIATURA

EXERCÍCIO 4

No triângulo retângulo da figura abaixo, determine as medidas de x e y indicadas (Use: $\sin 65^\circ = 0,91$; $\cos 65^\circ = 0,42$; $\text{tg } 65^\circ = 2,14$).

