



## RELATÓRIO LEAMAT

RELATÓRIO LEAMAT

EDUCAÇÃO MATEMÁTICA INCLUSIVA

ARTHUR FEITOSA GONÇALVES  
JOÃO FERNANDO HENRIQUE DA MATA  
JONES ROSA CAMPOS  
LUCAS VIANA DUARTE

CAMPOS DOS GOYTACAZES - RJ  
2017.2

RECEBIDO EM 26/03/18

J.C.

ARTHUR FEITOSA GONÇALVES  
JOÃO FERNANDO HENRIQUE DA MATA  
JONES ROSA CAMPOS  
LUCAS VIANA DUARTE

## **RELATÓRIO LEAMAT**

### **RESOLUÇÃO GEOMÉTRICA DO MMC**

EDUCAÇÃO MATEMÁTICA INCLUSIVA

Trabalho apresentado ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense, *Campus* Campos Centro, como requisito parcial para conclusão da disciplina Laboratório de Ensino e Aprendizagem de Matemática do Curso de Licenciatura de Matemática.

Orientadora: Prof<sup>ª</sup>. Me. Mylane dos Santos Barreto

CAMPOS DOS GOYTACAZES - RJ  
2017.2

## SUMÁRIO

	p.
1) Relatório do LEAMAT I .....	4
1.1) Atividades desenvolvidas .....	4
1.2) Elaboração da sequência didática.....	6
1.2.1) Tema .....	6
1.2.2) Justificativa .....	8
1.2.3) Objetivo Geral .....	8
1.2.4) Público Alvo .....	8
2) Relatório do LEAMAT II .....	8
2.1) Atividades desenvolvidas .....	8
2.2) Elaboração da sequência didática .....	9
2.2.1) Planejamento da sequência didática .....	9
2.2.2) Aplicação da sequência didática na turma do LEAMAT II ..	14
3) Relatório do LEAMAT III .....	21
3.1) Atividades desenvolvidas .....	21
3.2) Elaboração da sequência didática .....	22
3.2.1) Versão final da sequência didática .....	22
3.2.2) Experimentação da sequência didática na turma regular ..	23
Considerações Finais .....	30
Referências .....	31
Apêndices .....	32
Apêndice A - Material didático aplicado na turma do LEAMAT II .....	33
Apêndice B - Material didático experimentado na turma regular .....	39

## 1) Relatório do LEAMAT I

### 1.1) Atividades desenvolvidas

No primeiro encontro, as professoras das 4 linhas de pesquisa apresentaram o regimento interno do LEAMAT I, sua finalidade e as linhas de pesquisa. Também apresentaram o objetivo da disciplina, como será o seu desenvolvimento, quais pontos devemos atender para obter sucesso na sua conclusão e quais não devemos para que ocasionalmente não ocorra uma reprovação do grupo ou indivíduo.

No segundo encontro iniciamos a leitura de textos que tratam da legislação relativa a educação inclusiva. O primeiro documento abordado no texto trabalhado foi a Declaração Universal dos Direitos Humanos (ONU, 1948) que por meio de leis e decretos, com apoio do movimento da educação inclusiva, garante o direito à educação no ensino regular para pessoas com deficiência. Baseado nessa declaração o Estatuto da Criança e do adolescente (ECA, 1990) e a Lei de diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB, 1996) responsabilizam o estado pela seguridade da inclusão de alunos cegos com a oferta de vaga para os mesmos em escolas regulares.

Logo após tratar os documentos supracitados, o texto traz um dos documentos mais importantes na luta pela educação inclusiva, A Declaração de Salamanca (UNESCO, 1994). Ela foi realizada na cidade de Salamanca, na Espanha e organizada pelos delegados da Conferência Mundial de Educação Especial, que representavam 88 governos e 25 organizações internacionais. A declaração é uma resolução das Nações Unidas que trata dos princípios, política e prática da educação inclusiva, e preceituou um plano de ação no qual todas as escolas devem aceitar quaisquer alunos, independentes de suas condições físicas, sociais, de sua etnia e afirma que essas instituições devem receber e reintegrar essas pessoas.

A fim de aderir à proposição da ONU e da UNESCO, o Brasil (2007) lança o Plano Nacional de Educação que tem por objetivo estimular os professores da educação especial a formação continuada, garantir o acesso e permanência dos alunos com deficiência e acessibilidade na educação superior, e ainda disponibilizar salas de recursos multifuncionais.

O Decreto nº. 7611 (BRASIL, 2011) diz que é dever do Estado dispor um sistema educacional inclusivo em todos os níveis escolares, apoiando técnica e economicamente. Este decreto afirma que a escola deve integrar a proposta pedagógica e se adaptar às necessidades específicas e gerais de seus alunos. O material didático necessário também deve ser responsabilidade do Estado.

Torna-se evidente que, a legislação atual garante a permanência de alunos com deficiência na escola regular e, se necessário, o atendimento em centros especializados.

No terceiro encontro, houve uma discussão sobre as características da cegueira e da baixa visão. Caracterizamos os métodos e técnicas de ensino voltados para educação inclusiva e a utilização da tecnologia como facilitadora desse processo. Por fim tivemos contato sobre o funcionamento do sistema Braille, linguagem de escrita para cegos e alguns materiais utilizados para a escrita Braille como a Reglete e o punção, a máquina de escrever e impressora Braille e o Sorobã, um ábaco adaptado que é utilizado para realizar cálculos matemáticos.

No quarto encontro, continuamos a realizar leituras de textos sobre deficiência visual, dessa vez reportando aos estudos de Defectologia realizados por Vygotsky. A Defectologia trata a deficiência visual sendo apenas sensorial e não cognitiva, assim, o ensino deve ser centrado nas habilidades e potencialidades do estudante. Discutimos também sobre a supercompensação, formação da personalidade, elementos mediadores no processo de aprendizagem, instrumentos e signos. Concluimos com o estudo do sistema

háptico, fonador e auditivo, canais de recepção de informação que o aluno com deficiência visual utiliza para suprir a falta da visão.

No quinto encontro, utilizamos a reglete e o punção para escrever em Braille uma folha de tarefas que envolvia, além das operações básicas adição, subtração, multiplicação e divisão, a radiciação e potenciação. Assim foi possível que os professores em formação vivenciassem uma ação comum no dia a dia de um aluno cego.

No sexto encontro, fizemos buscas relativas à possíveis temas a serem trabalhados na linha de pesquisa Matemática Inclusiva e com o apoio da professora orientadora foi decidido o tema deste trabalho. Foram discutidas ideias sobre o que seria necessário para a justificativa do mesmo.

Nos encontros seguintes continuamos as pesquisas sobre justificativa e aporte teórico do trabalho e elaboramos o relatório e a apresentação do seminário do LEAMAT. Além disso assistimos as apresentações da turma do LEAMAT III.

## **1.2) Elaboração da sequência didática**

### **1.2.1) Tema**

Resolução geométrica do MMC.

### **1.2.2) Justificativa**

A escolha do tema mínimo múltiplo comum (MMC) se deu devido a sua importância para a construção do conhecimento matemático, levando em consideração que o mesmo é sempre apresentado de forma superficial e acaba por não mostrar as representações diversas que podem ser trabalhadas, fazendo com que a aprendizagem não seja consistente (ARAÚJO, 2008).

Por meio do uso de material concreto mostraremos uma representação diversificada do conteúdo, que proporcionará uma dinâmica de aula mais ativa, além de propiciar um maior domínio do conhecimento mais abstrato como reforça Pais (2006):

O uso do material concreto propicia aulas mais dinâmicas e amplia o pensamento abstrato por um processo de retificações sucessivas que possibilita a construção de diferentes níveis de elaboração do conceito (PAIS, 2006, p. 3).

Os materiais concretos serão utilizados como instrumentos de mediação no processo de aprendizagem.

O ensino de pessoas cegas se justifica, pois Vygotsky (1997) afirma que as pessoas cegas têm potencial para um desenvolvimento mental normal. A deficiência apresentada é sensorial e não cognitiva.

Assim como as crianças videntes apresentam em cada etapa do desenvolvimento, apresentam uma característica quantitativa, uma estrutura específica do organismo e da personalidade, da mesma forma as crianças com deficiência apresentam um desenvolvimento qualitativamente distinto, peculiar<sup>1</sup> (VYGOTSKY, 1997, p. 12, tradução nossa).<sup>1</sup>

---

<sup>1</sup>Así igual que los niños deficientes visuales presentes en cada etapa del desarrollo, tienen un carácter cuantitativo, una estructura específica del organismo y de la personalidad, como los niños con discapacidades tienen un peculiar desarrollo cualitativamente distinto.

### **1.2.3) Objetivo Geral**

Elaborar uma sequência didática que possibilite ao aluno cego a determinação do mínimo múltiplo comum por meio de uma interpretação geométrica do MMC.

### **1.2.4) Público Alvo**

6°. ano do ensino fundamental.

## **2) RELATÓRIO DO LEAMAT II**

### **2.1) Atividades desenvolvidas**

No primeiro encontro da disciplina LEAMAT II, ocorrido no dia 09/05/2017, as orientadoras apresentaram a disciplina e entregaram um calendário com o período da elaboração e das aplicações da sequência didática na turma do LEAMAT II. As orientadoras esclareceram o conceito de sequência didática.

Do segundo ao nono encontro, ocorridos entre os dias 16/05/2017 e 04/07/2017, os grupos se ocuparam apenas com o aprofundamento do aporte teórico, elaboração e construção de recursos didáticos, e elaboração das suas sequências didáticas.

Os encontros seguintes, ocorridos entre os dias 11/07/2017 e 29/08/2017, foram destinados às aplicações das sequências didáticas dos grupos do LEAMAT II.

Nos encontros finais, que ocorreram nos dias 05/09/2017 e 12/09/2017, os grupos se ocuparam apenas na finalização dos relatórios.

## 2.2) Elaboração da sequência didática

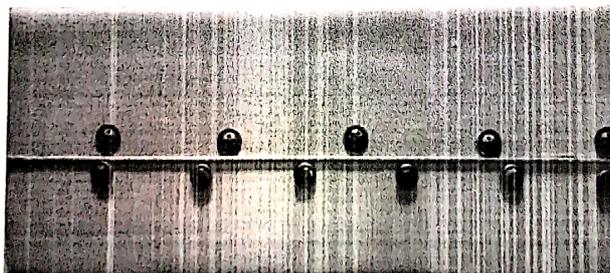
### 2.2.1) Planejamento da sequência didática

A aula será dividida em três partes: formalização do conceito de MMC, estudo de equivalência e soma de frações e por fim determinação do MMC por meio de uma representação geométrica.

A aula será iniciada com uma breve apresentação do tema e será guiada pela apostila elaborada, seguindo a ordem estabelecida na mesma. Começaremos abordando o conceito de MMC (mínimo múltiplo comum), esse conceito será trabalhado por meio de um exemplo contextualizado apresentado em uma matriz. O material usado para construção da matriz será um pedaço retangular de papelão revestido com EVA onde em uma de suas faces será colada linha encerada para representar a avenida e botões com texturas diferentes que representarão as lixeiras e os postes (Figura 1). O problema dado é o seguinte:

*O prefeito de uma cidade vai mandar construir uma grande avenida. Nela, haverá um poste a cada 24 m e um cesto de lixo a cada 30 m. Explore o material mostrando o trecho inicial da avenida.*

Figura 1 - Matriz da avenida com os postes e lixeiras

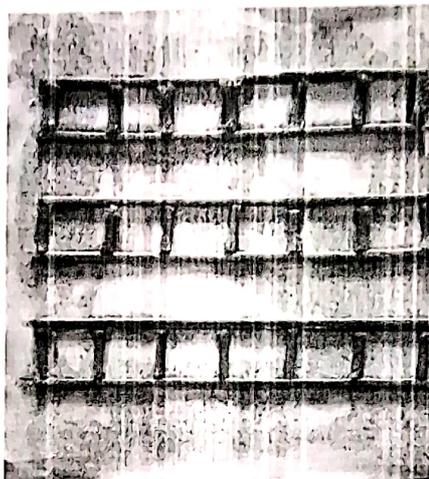


Fonte: Elaboração Própria

Feita a exploração, o aluno deve identificar primeiramente o início da avenida, onde postes e lixeiras estão juntos. Após isso, ele deverá encontrar o próximo ponto onde o poste e a lixeira coincidem novamente. A partir disso, ele irá perceber que este ponto em comum é o mínimo múltiplo comum entre as distâncias dos postes e lixeiras.

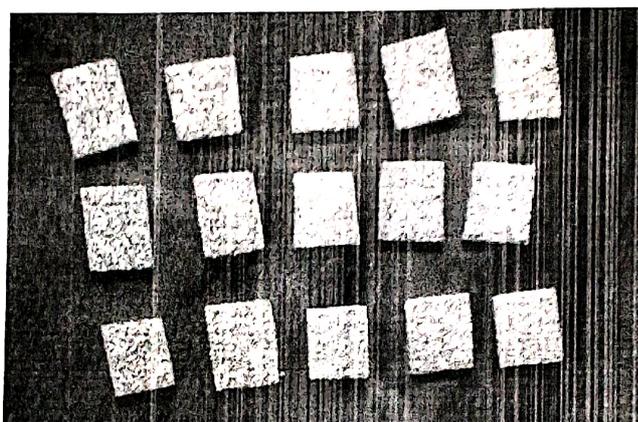
Após deixar claro o conceito de MMC por meio do exemplo dos postes e lixeiras, mostraremos ao aluno como encontrar o MMC entre dois números utilizando o método da fatoração por números primos. Seguindo a apostila, daremos sequência falando de equivalência e soma de frações, por ser um dos meios mais conhecidos onde o MMC se faz necessário. O material usado para isso é constituído por um retângulo de papelão, que servirá de plano para a representação das frações (Figura 2). As frações são representadas por retângulos divididos em um determinado número de partes, neste caso em 6 partes, pois as frações trabalhadas possuem como denominador o número 6. Os retângulos e as partes são feitas de linha encerada, e o preenchimento dessas partes, que representam as frações  $\frac{1}{3}$  e  $\frac{1}{2}$ , o material utilizado para esses preenchimentos são pequenos quadrados de EVA, o qual será livre para manipulação, possibilitando assim variadas representações (Figura 3).

Figura 2 - Plano com os 3 retângulos divididos em 6 partes



Fonte: Elaboração Própria

Figura 3 - Quadrados Pequenos

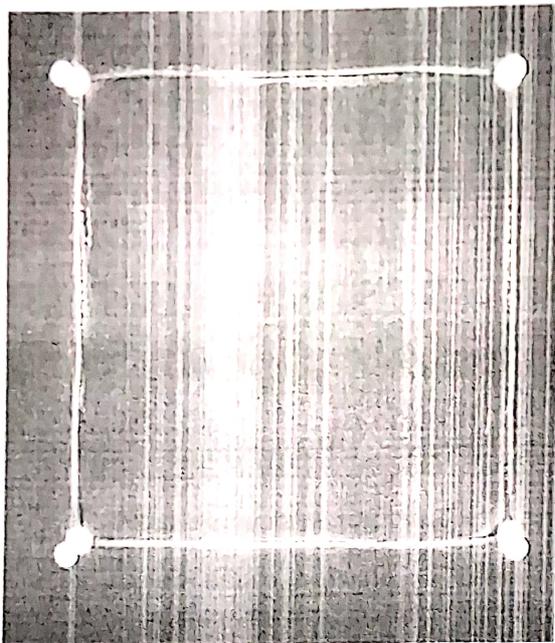


Fonte: Elaboração Própria

Em seguida vamos relembrar o conceito de diagonal de um polígono, que é pré-requisito para a próxima atividade da apostila. A matriz usada para a explicação deste conceito é composta por papelão revestido de EVA que servirá como um plano, e contido neste plano um quadrado de linha encerada, nos vértices desse quadrado são colocados alfinetes para dar um maior destaque aos

vértices, e servir de apoio para construir a diagonal que será feita de elástico (Figura 4).

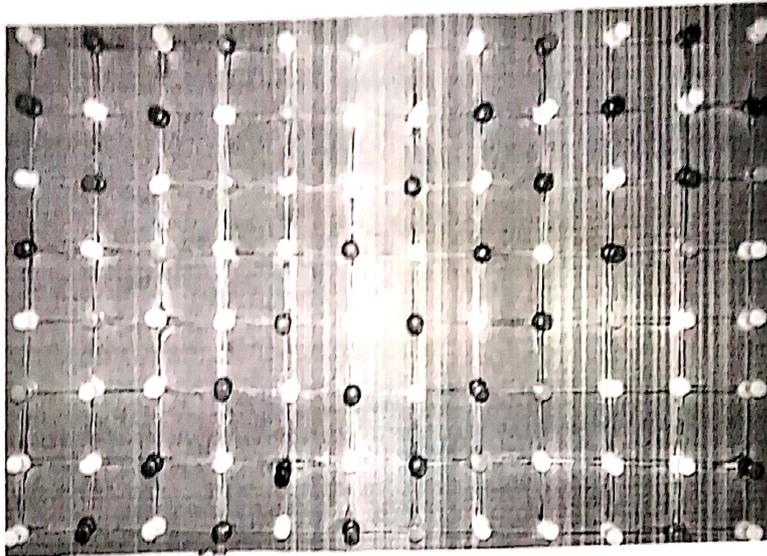
Figura 4 - Quadrado Adaptado



Fonte: Elaboração Própria

Tendo revisado o conceito de diagonal entregaremos a matriz principal de nossa sequência didática para que o aluno possa explorá-la antes de utilizá-la. A matriz é um plano retangular feito de papelão revestido com EVA, e em uma de suas faces está estruturado um retângulo, onde o mesmo está subdividido em 77 quadrados unitários, ou seja, um retângulo com lados de medidas 11 e 7 feito de linha encerada, e em cada um dos vértices dos quadrados unitários será posto um alfinete que terá o mesmo propósito da matriz utilizada para trabalhar o conceito de diagonal (Figura 5).

Figura 5 - Geoplano adaptado



Fonte: Elaboração Própria

Em sequência, apresentaremos ao aluno a interpretação geométrica do MMC, que é o foco principal do nosso trabalho. Daremos início a essa apresentação por meio de um exemplo prático, onde o aluno deverá calcular o mínimo múltiplo comum entre 5 e 3. Esse processo se dará da seguinte maneira: primeiro o aluno deverá formar um retângulo onde a medida dos seus lados são os números que se deseja encontrar o MMC. Feito isso, o aluno irá escolher um dos vértices do retângulo como ponto de partida e, a partir dele, ir construindo as diagonais dos quadrados unitários inseridos no retângulo, as diagonais devem ser colineares até que um de seus vértices coincida com um ponto do lado do retângulo e devem ser construídas até que se encontre novamente um dos vértices do retângulo. Fazendo a contagem dessas diagonais obteremos como resultado o MMC dos números que serviram de dimensões do retângulo.

Após a exploração e reconhecimento de todos os componentes do material por parte do aluno, se iniciará a parte final da aula, onde o aluno fará utilização do material para resolver quatro atividades. Na primeira será pedido ao aluno que

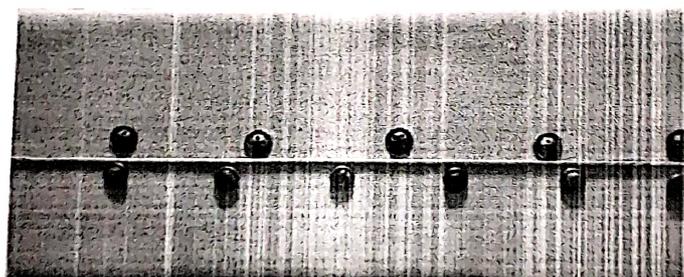
construa um retângulo com as dimensões dadas na apostila. Na segunda atividade, ele deverá encontrar o MMC entre dois números. E a terceira e quarta são questões contextualizadas em que sua resolução é feita por meio do MMC entre dois números.

### 2.2.2) Aplicação da sequência didática na turma do LEAMAT II

A aplicação da sequência didática na turma do LEAMAT II ocorreu no dia 22/08/2017 com toda a turma presente. Um aluno da turma foi convidado a participar do teste da sequência didática. Como planejado, a aula se iniciou com uma breve apresentação do tema e entrega da apostila, que será a base da sequência didática.

O primeiro conceito trabalhado com o aluno foi o de mínimo múltiplo comum, que ocorreu através do exemplo dos postes e das lixeiras, onde o aluno após explorar a matriz (Figura 1) entregue a ele, deveria primeiramente encontrar o início da avenida, onde o poste e a lixeira coincidiam. Feita essa identificação, o aluno deveria identificar o próximo ponto onde o poste e a lixeira se encontrariam novamente, encontrando assim o MMC entre as distâncias de cada poste e cada lixeira.

Figura 1 - Matriz da avenida com os postes e lixeiras



Fonte: Elaboração própria.

As considerações da turma nesta primeira parte foram principalmente a respeito da turma em que nós pretendemos aplicar a sequência didática, pois foi dito que para melhor compreensão deste exemplo o aluno já deverá saber o que é mínimo múltiplo comum. Portanto foi sugerido que a aplicação ocorra em uma turma/aluno que já tenha trabalhado com MMC.

Dando continuidade, o próximo tópico da apostila é a respeito do cálculo do MMC, e apresentamos ao aluno o método mais comum: a decomposição em fatores primos. Para isso, utilizamos como exemplo o MMC entre 6 e 8. Na aplicação da sequência o aluno fez o cálculo mental das divisões por números primos.

As sugestões referentes a esse momento da sequência didática tiveram foco no momento do cálculo mental, nos foi sugerido não fazer esse processo com o aluno, pois o mesmo poderia não conseguir acompanhar. Foi então proposto colocar em braile os cálculos (Figura 6), tanto na apostila como se possível elaborar uma outra matriz com linha encerada e afins para representar o cálculo.

Figura 6 - Decomposição do MMC em fatores primos

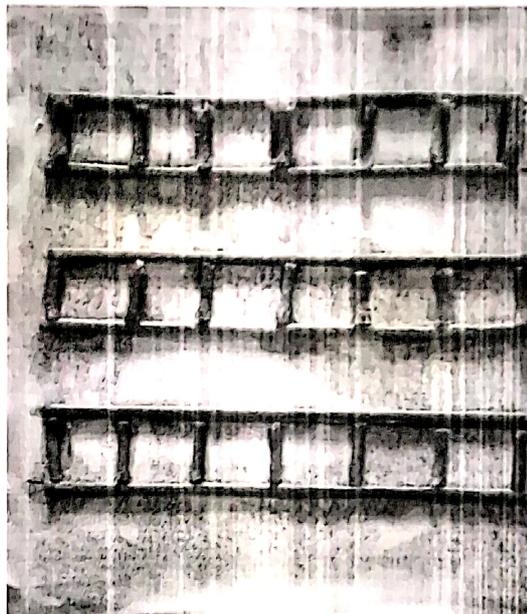
$$\begin{array}{r|l}
 6 ; 8 & 2 \\
 3 ; 4 & 2 \\
 3 ; 2 & 2 \\
 3 ; 1 & 3 \\
 1 ; 1 & 3
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{l}
 \\
 \\
 \\
 \\
 \hline
 \text{mmc} (6; 8) = 2^3 \times 3 = 24
 \end{array}$$

Fonte: <https://goo.gl/rvfVNE>

Seguindo a apostila, demos sequência falando de equivalência e soma de frações, por ser um dos conteúdos mais conhecidos onde é utilizado o MMC. O material usado para isso foi um retângulo de papelão, que serviu de plano para a

representação das frações. As frações foram representadas por 3 retângulos feitos com linhas encoradas e divididos em um determinado número de partes, neste caso em 6 partes (Figura 2).

Figura 2 - Plano com os 3 retângulos divididos em 6 partes



Fonte: Elaboração própria.

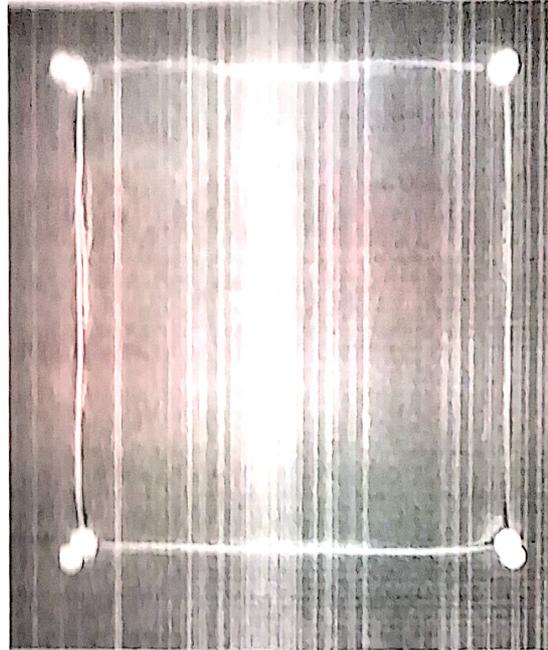
Nesse mesmo material, o preenchimento dessas partes foi feito usando pequenos quadrados de EVA. Dando continuidade a sequência didática pedimos para o aluno primeiro explorar o material e em seguida preencher umas das partes do retângulo e dizer qual fração estava sendo representada pela parte preenchida, dito  $\frac{1}{6}$  pelo aluno foi dado continuidade, de forma que se pediu para representar  $\frac{3}{6}$  no primeiro retângulo,  $\frac{2}{6}$  no segundo e depois pegar as peças desses dois e passar para o terceiro retângulo, somando assim as duas frações. Então foi perguntado qual era a representação em fração do terceiro retângulo feito essa soma, contanto o aluno pôde perceber que era  $\frac{5}{6}$ . Desfeito o

preenchimento do terceiro retângulo, pedimos que o aluno preenchesse metade do primeiro retângulo, ou seja,  $\frac{1}{2}$  dele, e no segundo dividisse por 3 preenchendo somente uma dessas 3 partes, ou seja,  $\frac{1}{3}$  do retângulo. Foi pedido então que se somasse as frações da mesma maneira feita no processo anterior, assim o aluno encontrou no terceiro retângulo  $\frac{5}{6}$ . Foi então explicado que o resultado dessa soma de frações é o mesmo, pois  $\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$  e  $\frac{3}{6} + \frac{2}{6}$  são equivalentes e é isso que fazemos quando calculamos o MMC entre duas frações, encontramos outras frações com o denominador comum e que sejam equivalentes as iniciais.

Nos foi sugerido que usássemos outro material, onde o preenchimento fosse feito por profundidade e, tanto o  $\frac{1}{2}$  quanto o  $\frac{1}{3}$  possa ser representado de forma direta, e não como soma de 2 ou 3 quadradinhos de 6. Para também evitar que o aluno perdesse o material ou desarrume enquanto tateia, nos foi orientado que tomássemos mais cuidado na hora da fala, e que explicássemos melhor o conceito de equivalência e simplificação de frações.

Em seguida relembramos o conceito de diagonal de um polígono, que é pré-requisito para a próxima atividade da apostila. A matriz usada para a explicação (Figura 4) deste conceito é composta por papelão revestido de EVA que serve como um plano, e contido neste plano está um quadrado de linha encerada, nos vértices desse quadrado foram colocados alfinetes para dar um maior destaque aos vértices, e que serve de apoio para construir a diagonal feita de elástico. Primeiro perguntamos se o aluno sabia qual figura estava ali representada, em seguida que identificasse os vértices, e a partir dessas informações e utilizando o material explicamos a ele o conceito de diagonal de um polígono.

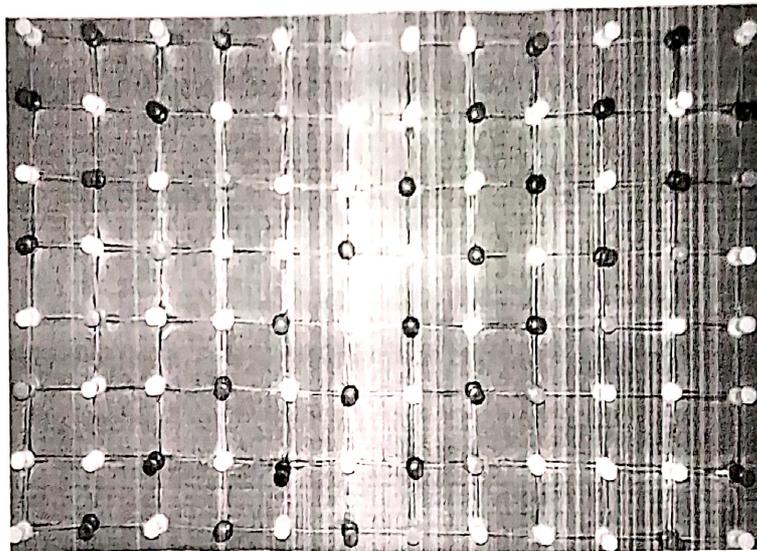
Figura 4 - Quadrado Adaptado



Fonte: Elaboração própria.

Tendo revisado o conceito de diagonal entregamos a matriz principal (Figura 5) de nossa sequência didática para que o aluno pudesse explorá-la antes de utilizá-la. A matriz é um plano retangular feito de papelão revestido com EVA, e em uma de suas faces está estruturado um retângulo, onde o mesmo está subdividido em 77 quadrados unitários, ou seja, um retângulo com lados de medidas 11 e 7 feito de linha encerada, e em cada um dos vértices dos quadrados unitários será posto um alfinete que terá o mesmo propósito da matriz utilizada para trabalhar o conceito de diagonal.

Figura 5 - Geoplano adaptado



Fonte: Elaboração própria.

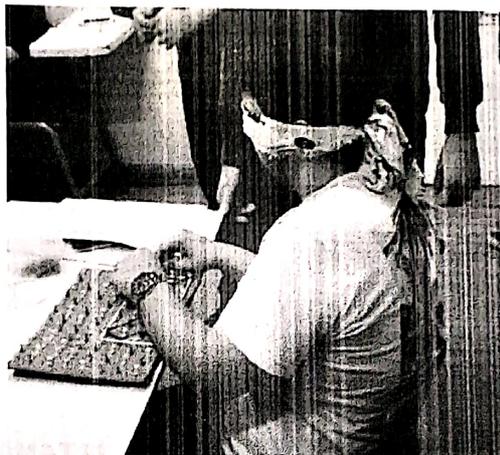
Após a exploração inicial do aluno, explicamos a ele como funciona o método geométrico para determinação do MMC. As instruções foram as seguintes: primeiro o aluno deveria formar um retângulo onde a medida dos seus lados são os números que se deseja encontrar o MMC. Feito isso, escolheria um dos vértices do retângulo como ponto de partida e, a partir dele, iria construindo as diagonais dos quadrados unitários inseridos no retângulo. As diagonais devem ser colineares até que se encontre novamente um dos vértices do retângulo. Em dado momento, ao construir as diagonais, ele iria tocar um lado do retângulo, nesse momento ele deve construir a única diagonal possível que esteja dentro do mesmo. E por fim fazendo a contagem dessas diagonais obteria como resultado o MMC dos números que serviram de dimensões do retângulo.

E para concretizar o processo dessa construção geométrica e fazer com que ele pudesse realmente compreender que forma assumiria ao fim de todo esse processo, entregamos um exemplo pronto, dando assim possibilidade ao aluno de explorar e reconhecer todos os componentes falados e de que forma estariam dispostos no material. Perguntamos se ele sabia qual era o MMC entre 5 e 3 e ele

nos respondeu 15. Em seguida pedimos que ele fizesse a contagem das diagonais dos quadrados unitários inseridos no retângulo de lados medindo 5 e 3 e ao final da contagem ele percebeu que o resultado era 15 coincidindo com o resultado do processo mental que ele havia feito antes de manipular o material.

Após esse exemplo, iniciou-se as atividades da apostila, onde na primeira atividade ele deveria apenas construir retângulos com as medidas dos lados que foram dadas na apostila. A próxima atividade pedia que ele determinasse o MMC entre os números que também estavam na apostila, dois desses números pedidos foram 8 e 3 (Figura 7). Depois de realizar essas atividades que tinham como objetivo levar o aluno a se familiarizar com o material, ele resolveu duas questões contextualizadas que envolviam o MMC.

Figura 7 - Aluno resolvendo o MMC entre 8 e 3



Fonte: Protocolos de Pesquisa.

Nesta parte final do trabalho nos foi aconselhado reescrever a explicação do método, como ele funciona e elaborar um passo a passo, pois grande parte da turma teve dificuldade em compreender o que era para ser feito. Quanto a execução do método na matriz, nos foi sugerido instruir o aluno a contar as

diagonais enquanto ele as posiciona, pois, por levar um tempo considerável, é possível que ele se perca caso não as conte. No Exemplo 1, trabalhar mais de um caso e com exemplos mais simples (números menores para determinar o MMC), deixando números maiores ou casos mais complexos para a Atividade 2. Também sugeriram mudar a ordem dos itens da Atividade 1, de forma que a dificuldade das atividades seja crescente. Em todas as Atividades foram feitas correções nos enunciados, de erros de gramática e também para que ficasse mais claro o que estava sendo pedido.

Dadas todas as outras considerações, ocorreu a sugestão de mudar o geoplano feito por nós, pois ele possui muita informação levando o aluno a ter dificuldade de interpretação entre outros fatores. Foi dada a ideia de utilizarmos o geoplano padrão (madeira) e nele nós faríamos adaptações como: talhar em todo o geoplano as diagonais dos quadrados, pois assim ele economizaria tempo tanto na construção quanto na hora de desmontar essas diagonais. As diagonais seriam feitas de palitos de churrasco, os vértices e os lados dos quadrados já estariam representados no próprio material. E uma das maiores vantagens desse novo geoplano para o que produzimos seria a sua mobilidade quanto as diagonais.

Apesar de todas as considerações o retorno da turma foi bastante positivo em relação a sequência didática.

### **3) Relatório do LEAMAT III**

#### **3.1) Atividades desenvolvidas**

As aulas iniciais ocorridas do dia 02/10/2017 até 11/10/2017 tiveram como objetivo principal finalizar a sequência didática. As aulas seguintes, do dia 16/10/2017 até 20/12/2017, tiveram como foco a aplicação da sequência didática

na turma regular, porém, caso necessário, os grupos poderiam usar o tempo para a finalização da sequência didática.

As aulas dos dias 06/11/2017, 13/11/2017 e 18/12/2017 foram utilizadas pelo nosso grupo para aplicação das sequências didáticas.

Os encontros dos dias 29/01/2018 até 07/02/2018 foram utilizados pelos grupos para elaborar e finalizar as apresentações do LEAMAT III. Os próximos quatro encontros, 19/02/2018 a 28/02/2018, foram reservados para as apresentações, porém também foi necessário utilizar o encontro do dia 05/03/2018 para as apresentações.

Os encontros seguintes, 07/03/2018 até 19/03/2018, se deram para as correções do relatório. E o dia 21/03/2017 ficou reservado para a avaliação final.

### **3.2) Elaboração da sequência didática**

#### **3.2.1) Versão final da sequência didática**

As alterações feitas ao trabalho se deram apenas em mudanças nas matrizes. A principal mudança a ser feita foi a elaboração de um novo Geoplano, como foi sugerido na aplicação na turma do LEAMAT II. O novo Geoplano foi totalmente refeito, utilizando agora como base o geoplano comum, porém com a adição de alto relevo para que as diagonais, feitas com palitos e não mais elásticos, pudessem ser construídas. Também foi refeita a matriz que representa as frações, que, como sugerido, fosse aumentada e melhor elaborada. E por fim, foi construída uma matriz utilizando papel cartão e linha encerada para a representação do método da fatoração.

### 3.2.2) Experimentação da sequência didática na turma regular

A experimentação da sequência didática na turma regular foi aplicada no dia 18/12/2017, no Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense *Campus* Campos centro, no bairro Parque Dom Bosco. A aplicação teve duração de 2 tempos de aula.

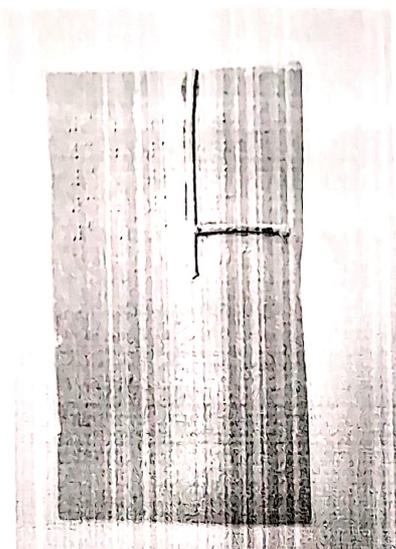
O primeiro conceito trabalhado com o aluno foi mínimo múltiplo comum, que ocorreu através do exemplo dos postes e das lixeiras, onde o aluno após explorar a matriz (Figura 1) entregue a ele, deveria primeiramente encontrar o início da avenida, onde o poste e a lixeira coincidiam. Feita essa identificação, o aluno deveria identificar o próximo ponto onde o poste e a lixeira se encontrariam novamente, encontrando assim o MMC entre as distâncias de cada poste e cada lixeira.

O aluno já tinha conhecimento prévio sobre MMC e conseguiu lidar facilmente com o material e compreender o exemplo.

Dando continuidade, o próximo tópico da apostila é a respeito do cálculo do MMC, e apresentamos ao aluno o método mais comum: a decomposição em fatores primos. Para isso, utilizamos como exemplo o MMC entre 6 e 8. Na aplicação da sequência o aluno utilizou uma matriz feita com linha encerada e Braille para o cálculo do MMC (Figura 8).

Seguindo o passo a passo da decomposição de fatores primos o aluno conseguiu facilmente acompanhar cada momento.

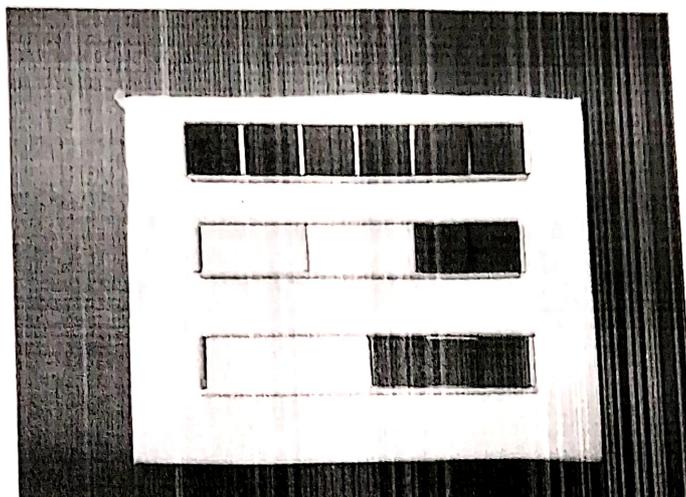
Figura 8 - Matriz da decomposição do MMC em fatores primos



Fonte: Elaboração Própria.

Seguindo a apostila, demos sequência falando de equivalência e soma de frações, por ser um dos conteúdos mais conhecidos onde é utilizado o MMC. O material usado para isso foi uma matriz feita com 2 tipos de EVA, papelão, alguns quadrados e retângulos menores também feitos de papelão e EVA e com 3 retângulos feitos de palitos de churrasco, que serviu de plano para a representação das frações (Figura 9). As frações foram representadas nos 3 retângulos e divididos em um determinado número de partes, no primeiro caso em 6 partes, no segundo em 3 e no terceiro em 2.

Figura 9 - Plano com os 3 retângulos



Fonte: Elaboração própria.

Dando continuidade a sequência didática pedimos para o aluno primeiro explorar o material (Figura 10) e em seguida preencher umas das partes do retângulo e dizer qual fração estava sendo representada pela parte preenchida, dito  $\frac{1}{6}$  pelo aluno foi dada continuidade, de forma que se pediu para representar  $\frac{3}{6}$  no primeiro retângulo,  $\frac{2}{6}$  no segundo e depois pegar as peças desses dois e passar para o terceiro retângulo, somando assim as duas frações. Então foi perguntado qual era a representação em fração do terceiro retângulo feito essa soma. Contudo, o aluno pôde perceber que era  $\frac{5}{6}$ . Desfeito o preenchimento do terceiro retângulo, pedimos que o aluno preenchesse metade do primeiro retângulo, ou seja,  $\frac{1}{2}$  dele, e no segundo dividisse por 3 preenchendo somente uma dessas 3 partes, ou seja,  $\frac{1}{3}$  do retângulo. Foi pedido então que se somasse as frações da mesma maneira feita no processo anterior, assim o aluno encontrou no terceiro retângulo  $\frac{5}{6}$ . Foi dito pelo aluno antes de explicarmos, que se tratava de frações equivalentes nos exemplos. Portanto, apenas formalizamos o que o aluno havia deduzido, que o resultado dessa soma de frações é o mesmo, pois  $\frac{1}{2}$

$\frac{1}{3}$  e  $\frac{1}{6} + \frac{2}{6}$  são equivalentes e é isso que fazemos quando calculamos o MMC entre duas frações, encontramos outras frações com o denominador comum e que sejam equivalentes as iniciais.

Fonte 10 - Aluno explorando a Matriz de frações



Fonte: Protocolo de pesquisa.

Em seguida relembramos o conceito de diagonal de um polígono, que é pré-requisito para a próxima atividade da apostila. A matriz usada para a explicação (Figura 4) deste conceito é composta por papelão revestido de EVA que serve como um plano, e contido neste plano está um quadrado de linha encerada, nos vértices desse quadrado foram colocados alfinetes para dar maior destaque, e que serve de apoio para construir a diagonal feita de elástico. Primeiro perguntamos se o aluno sabia qual figura estava ali representada, em seguida que identificasse os vértices, e a partir dessas informações e utilizando o material explicamos a ele o conceito de diagonal de um polígono (Figura 11).

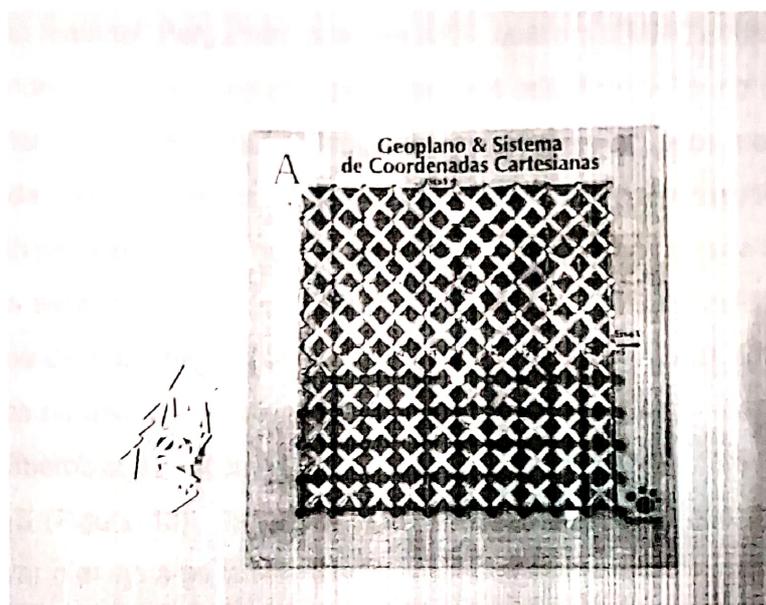
Figura 11 - Aluno construindo as diagonais



Fonte: Protocolo de pesquisa.

Tendo revisado o conceito de diagonal entregamos o geoplano modificado que é a Matriz principal (Figura 12) de nossa sequência didática para que o aluno pudesse explorá-la antes de utilizá-la. Esse geoplano modificado tem uma superfície alta feita com EVA e foi todo envernizado para que este ficasse melhor fixado, deixando um espaço somente onde passaria a diagonal que liga os quadrados unitários, e em cada um dos vértices dos quadrados unitários será posto um pino do próprio geoplano original, é utilizado também um elástico para marcar os retângulos formados por quadrados unitários.

Figura 12 - Geoplano adaptado



Fonte: Elaboração própria.

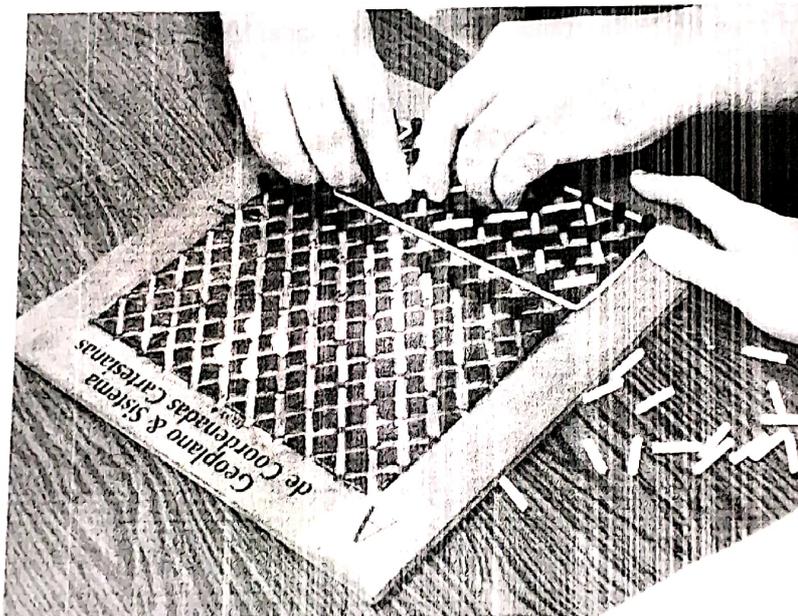
Após a exploração inicial do aluno, explicamos a ele como funciona o método geométrico para determinação do MMC. As instruções foram as seguintes: primeiro o aluno deveria formar um retângulo onde a medida dos seus lados são os números que se deseja encontrar o MMC. Feito isso, escolheria um dos vértices do retângulo como ponto de partida e, a partir dele, iria construindo as diagonais dos quadrados unitários inseridos no retângulo. As diagonais devem ser colineares até que se encontre novamente um dos vértices do retângulo. Em dado momento, ao construir as diagonais, ele iria tocar um lado do retângulo, nesse momento ele deve construir a única diagonal possível que esteja dentro do mesmo. E por fim fazendo a contagem dessas diagonais obteria como resultado o MMC dos números que serviram de dimensões do retângulo.

E para concretizar o processo dessa construção geométrica e fazer com que ele pudesse realmente compreender que forma assumiria ao fim de todo esse processo, entregamos um exemplo pronto, dando assim possibilidade ao aluno de

explorar e reconhecer todos os componentes falados e de que forma estariam dispostos no material. Perguntamos se ele sabia qual era o MMC entre 5 e 3 e ele nos respondeu 15. Em seguida pedimos que ele fizesse a contagem das diagonais dos quadrados unitários inseridos no retângulo de lados medindo 5 e 3 e ao final da contagem ele percebeu que o resultado era 15 coincidindo com o resultado do processo mental que ele havia feito antes de manipular o material.

Após esse exemplo, iniciou-se as atividades da apostila, onde na primeira atividade ele deveria apenas construir retângulos com as medidas dos lados que foram dadas na apostila. A próxima atividade pedia que ele determinasse o MMC entre os números que também estavam na apostila, dois desses números pedidos foram 8 e 3 (Figura 13). Depois de realizar essas atividades que tinham como objetivo levar o aluno a se familiarizar com o material, ele resolveu duas questões contextualizadas que envolviam o MMC.

Figura 13 - Aluno resolvendo o MMC entre 8 e 3



Fonte: Protocolo de Pesquisa.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

A aplicação da sequência didática foi muito positiva por se tratar de uma nova experiência tanto para os licenciandos quanto para o aluno. O conhecimento que assimilamos nos servirá como referência e nos dará uma maior segurança em futuras atividades em sala de aula como professores.

O aluno foi extremamente participativo e se mostrou muito interessado por toda sequência didática e materiais apresentados. Acreditamos que esse foi um dos principais fatores que possibilitou sua rápida compreensão do que estava sendo ensinado. Um dos pontos surpreendentes foi sua capacidade de memorização e raciocínio para realização de cálculos mentais, pois das pessoas que fizeram utilização do material didático, ele foi o que mostrou maior facilidade em o manipular.

Quanto a críticas ou sugestões para melhora do trabalho, foram todas para um único sentido, que foi dispor as diagonais com palitos. A sugestão feita pelo aluno foi que usássemos elásticos para que as diagonais ficassem mais fixas e fáceis de tatear.

Então a partir do que foi experienciado, pode-se dizer que o trabalho cumpriu seu objetivo.

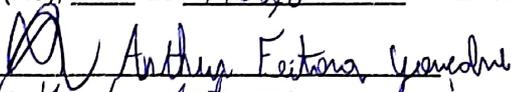
## REFERÊNCIAS

ARAÚJO, Inês Lacerda. **Foucault: e a crítica do sujeito**. Editora UFPR, 2008.

PAIS, Luis Carlos. **Ensinar e Aprender Matemática**. São Paulo: Autêntica, 1º. Ed. 2006.

VYGOTSKY, L. S. **Obras escogidas V – Fundamentos da defectologia**. Traducción: Julio Guillermo Blank. Madrid: Visor, 1997. (coletânea de artigos publicados originalmente em russo entre os anos de 1924 e 1934). Disponível em: <<http://pt.scribd.com/doc/25672525/Vigotski-Obras-Escolhidas-Tomo-5-Fundamentos-de-Defectologia-Completo-Em-Espanhol>>. Acesso em: 07 out. 2012.

Campos dos Goytacazes (RJ), 23 de Março de 2018.

  
\_\_\_\_\_  
João Fernando H. da Mata  
\_\_\_\_\_  
Alex Rosa Campos  
\_\_\_\_\_  
Lucas Wiana Duarte  
\_\_\_\_\_

# APÊNDICES

## **Apêndice A: Material didático aplicado na turma do LEAMAT II**

Diretoria de Ensino Superior

Licenciatura em Matemática

Disciplina: Laboratório de Ensino e Aprendizagem de Matemática

Linha de Pesquisa: Matemática Inclusiva

Licenciandos: Arthur Feitosa, João da Mata, Jones Campos e Lucas Duarte.

Orientadora: Prof<sup>a</sup>. Me. Mylane dos Santos Barreto

Aluno(a): \_\_\_\_\_ Data: \_\_\_\_ / \_\_\_\_ / 2017

## Uma interpretação geométrica do MMC

O prefeito de uma cidade vai mandar construir uma grande avenida. Nela, haverá um poste a cada 24 m e um cesto de lixo a cada 30 m. Explore o material mostrando o trecho inicial da avenida.

Temos, então, um poste nos trechos 0 m, 24 m, 48 m, 72 m, ... e cestos de lixo nos trechos 0 m, 30 m, 60 m, 90 m, ...

A seguir, vamos analisar essa situação, usando o conceito de múltiplo.

- Há postes nos trechos correspondentes aos múltiplos de 24:  
0, 24, 48, 72, 96, 120, ...
- Há cestos de lixo nos trechos correspondentes aos múltiplos de 30:  
0, 30, 60, 90, 120, 150, ...
- Há postes e cestos de lixo nos trechos correspondentes aos múltiplos comuns de 24 e 30. Por exemplo: 0 e 120.

Agora, podemos definir o MMC. Essa sigla é a abreviatura da expressão menor múltiplo comum.

O menor múltiplo comum de 24 e de 30 é o menor número, exceto o zero, que é múltiplo comum de 24 e de 30. Esse número é 120. Representamos assim:

$$\text{mmc}(24; 30) = 120$$

### Encontrando o MMC

O método mais comum utilizado para encontrar o MMC é a fatoração por números primos dos números que se deseja encontrar o MMC. O produto dos fatores encontrados na fatoração é o MMC destes números.

#### Exemplo:

$$\begin{array}{r|l} 6; 8 & 2 \\ 3; 4 & 2 \\ 3; 2 & 2 \\ 3; 1 & 3 \\ 1; 1 & \hline \end{array} \quad \text{mmc} (6; 8) = 2^3 \times 3 = 24$$

### Utilização do MMC em operações com frações

O MMC é muito utilizado na soma e na subtração de frações com denominadores diferentes, e é destes números que sempre vamos tentar encontrar o Mínimo Múltiplo Comum. Ao calcular o MMC podemos escrever frações equivalentes as que tínhamos antes, porém agora com denominadores iguais. Estes precisam ser idênticos para realizar operações de adição e subtração, pois, fração é parte de uma quantidade que foi dividida em partes iguais.

Para efetuar operações envolvendo frações é necessário que o inteiro seja dividido em partes iguais. Representaremos esse inteiro através de uma figura geométrica retangular, e a dividiremos em partes iguais, ou seja, em suas frações. Exemplos dessas frações são: um meio, um terço e um quinto e suas equivalências, surgindo então as de um quarto, um sexto e um décimo, respectivamente.

Passamos para a operação com o exemplo:  $\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$ , procurando as suas frações equivalentes:  $\frac{1}{2} = \frac{2}{4}, \frac{3}{6}, \frac{4}{8}, \frac{5}{10}, \frac{6}{12}, \dots$  e  $\frac{1}{3} = \frac{2}{6}, \frac{3}{9}, \dots$

$\frac{4}{12}$ , ... As primeiras frações equivalentes encontradas são  $\frac{1}{6}$  e  $\frac{2}{6}$ , logo vem:  
 $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{1}{6} + \frac{2}{6} = \frac{3}{6}$ .

$$\begin{array}{l|l} 2; 3 & 2 \\ 1; 3 & 3 \\ 1; 1 & \text{mmc}(2;3) = 2 \times 3 = 6 \end{array}$$

$$\overset{\times 3}{\frac{1}{2}} + \overset{\times 2}{\frac{1}{3}} = \frac{3}{6} + \frac{2}{6} = \frac{5}{6}$$

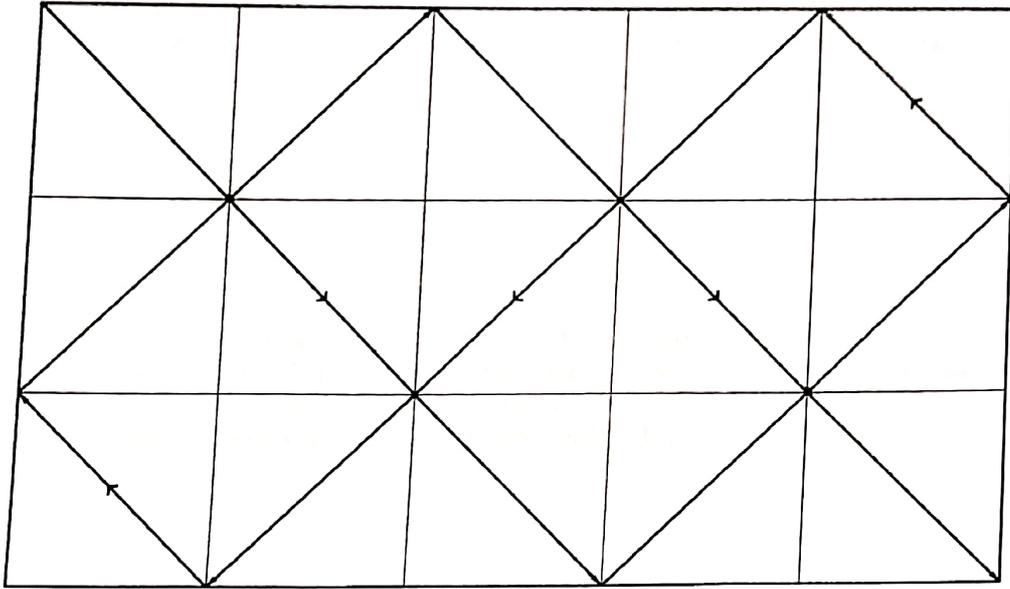
$$\frac{1}{6} \frac{1}{6} \frac{1}{6} + \frac{1}{6} \frac{1}{6} = \frac{1}{6} \frac{1}{6} \frac{1}{6} \frac{1}{6} \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$$

### A interpretação geométrica do MMC

Neste trabalho vamos apresentar um método diferente de se encontrar o MMC, que se dá apenas pela contagem das diagonais de quadrados unitários (o lado do quadrado mede 1 unidade de comprimento). Para isso vamos utilizar um plano que estará dividido em vários quadrados unitários e por meio deles formaremos um retângulo em que as medidas dos seus lados serão os valores dos números que queremos encontrar o MMC. Feito isso, devemos escolher um dos vértices do retângulo e traçar diagonais dos quadrados até encontrar outro vértice do retângulo. O número de diagonais encontradas é o MMC. Ou seja:

Você receberá um geoplano com hastes que representam os vértices de vários quadrados unitários. Utilize uma borrachinha para representar no geoplano um retângulo cujos lados devem ter medida coincidente com os valores que devemos determinar o MMC. Partindo de um vértice do retângulo, trace uma das diagonais de todos os quadrados unitários em seu interior sem que haja repetições ou que sejam traçados lados em vez de diagonais. O número de diagonais encontradas nos quadrados unitários representa o resultado do MMC.

Exemplo 1: Determine o MMC entre 5 e 3.



#### ATIVIDADES

Obs: Nas próximas atividades, utilize o geoplano para resolver os problemas.

1) Represente retângulos com seguintes dimensões:

- a) Altura 5, comprimento 11
- b) Altura 4, comprimento 7
- c) Altura 6, comprimento 6

2) Faça o MMC entre os seguintes números:

- a) Entre 5 e 3
- b) Entre 4 e 2
- c) Entre 8 e 3

3) Dois navios fazem viagens entre dois portos. O primeiro a cada 6 dias e o segundo a cada 9 dias. Se esses navios partirem juntos, depois de quantos dias voltarão a sair juntos, novamente?

4) Em uma árvore de natal, duas luzes piscam com frequências diferentes. A primeira pisca a cada 6 segundos, e a segunda a cada 10 segundos. Se, num dado instante, as luzes piscam ao mesmo tempo, após quantos segundos voltarão, a piscar juntas?

Apêndice B: Material didático  
complementado na turma regular

## **Apêndice B: Material didático experimentado na turma regular**

Diretoria de Ensino Superior

Licenciatura em Matemática

Disciplina: Laboratório de Ensino e Aprendizagem de Matemática

Linha de Pesquisa: Matemática Inclusiva

Licenciandos: Arthur Feitosa, João da Mata, Jones Campos e Lucas Duarte.

Orientadora: Prof<sup>a</sup>. Me. Mylane dos Santos Barreto

Aluno(a): \_\_\_\_\_ Data: \_\_\_\_ / \_\_\_\_ / 2017

## Uma interpretação geométrica do MMC

O prefeito de uma cidade vai mandar construir uma grande avenida. Nela, haverá um poste a cada 24 m e um cesto de lixo a cada 30 m. Explore o material mostrando o trecho inicial da avenida.

Temos, então, um poste nos trechos 0 m, 24 m, 48 m, 72 m, ... e cestos de lixo nos trechos 0 m, 30 m, 60 m, 90 m, ...

A seguir, vamos analisar essa situação, usando o conceito de múltiplo.

- Há postes nos trechos correspondentes aos múltiplos de 24:

0, 24, 48, 72, 96, 120,...

- Há cestos de lixo nos trechos correspondentes aos múltiplos de 30:

0, 30, 60, 90, 120, 150,...

- Há postes e cestos de lixo nos trechos correspondentes aos múltiplos comuns de 24 e 30. Por exemplo: 0 e 120.

Agora, podemos definir o MMC. Essa sigla é a abreviatura da expressão menor múltiplo comum.

O menor múltiplo comum de 24 e de 30 é o menor número, exceto o zero, que é múltiplo comum de 24 e de 30. Esse número é 120. Representamos assim:

$$\text{mmc}(24; 30) = 120$$

## Encontrando o MMC

O método mais comum utilizado para encontrar o MMC é a fatoração por números primos dos números que se deseja encontrar o MMC. O produto dos fatores encontrados na fatoração é o MMC destes números.

### Exemplo:

$$\begin{array}{r|l} 6; 8 & 2 \\ 3; 4 & 2 \\ 3; 2 & 2 \\ 3; 1 & 3 \\ 1; 1 & \hline \end{array} \quad \text{mmc}(6; 8) = 2^3 \times 3 = 24$$

## Utilização do MMC em operações com frações

O MMC é muito utilizado na soma e na subtração de frações com denominadores diferentes, e é destes números que sempre vamos tentar encontrar o Mínimo Múltiplo Comum. Ao calcular o MMC podemos escrever frações equivalentes as que tínhamos antes, porém agora com denominadores iguais. Estes precisam ser idênticos para realizar operações de adição e subtração, pois, fração é parte de uma quantidade que foi dividida em partes iguais.

Para efetuar operações envolvendo frações é necessário que o inteiro seja dividido em partes iguais, ou seja, em suas frações. Alguns exemplos de frações são: um meio, um terço e um quinto, as equivalentes são: um quarto, um sexto e um décimo, respectivamente.

Passamos para a operação entre frações com o exemplo:  $\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$ , procurando as suas frações equivalentes:  $\frac{1}{2} = \frac{2}{4}, \frac{3}{6}, \frac{4}{8}, \frac{5}{10}, \frac{6}{12}, \dots$  e  $\frac{1}{3} = \frac{2}{6}, \frac{3}{9}, \frac{4}{12}, \dots$ . As primeiras frações equivalentes encontradas são  $\frac{3}{6}$  e  $\frac{2}{6}$ , logo vem:  $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{3}{6} + \frac{2}{6} = \frac{5}{6}$ .

$$\begin{array}{l|l} 2; 3 & 2 \\ 1; 3 & 3 \\ 1; 1 & \text{mmc}(2;3) = 2 \times 3 = 6 \end{array}$$

$$\overset{\times 3}{\frac{1}{2}} + \overset{\times 2}{\frac{1}{3}} = \frac{3}{6} + \frac{2}{6} = \frac{5}{6}$$

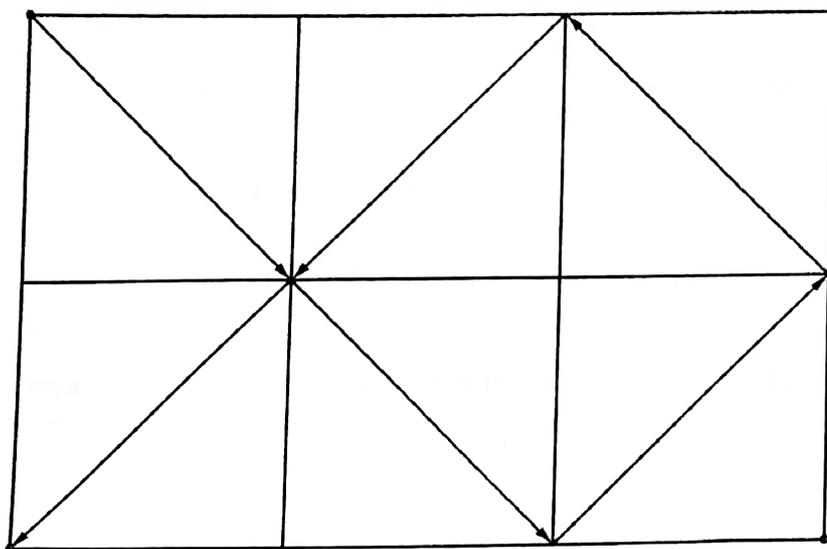
$$\boxed{\frac{1}{6} \quad \frac{1}{6} \quad \frac{1}{6} \quad \square \quad \square \quad \square} + \boxed{\frac{1}{6} \quad \frac{1}{6} \quad \square \quad \square \quad \square \quad \square} = \boxed{\frac{1}{6} \quad \frac{1}{6} \quad \frac{1}{6} \quad \frac{1}{6} \quad \frac{1}{6} \quad \square} = 5/6$$

### A interpretação geométrica do MMC

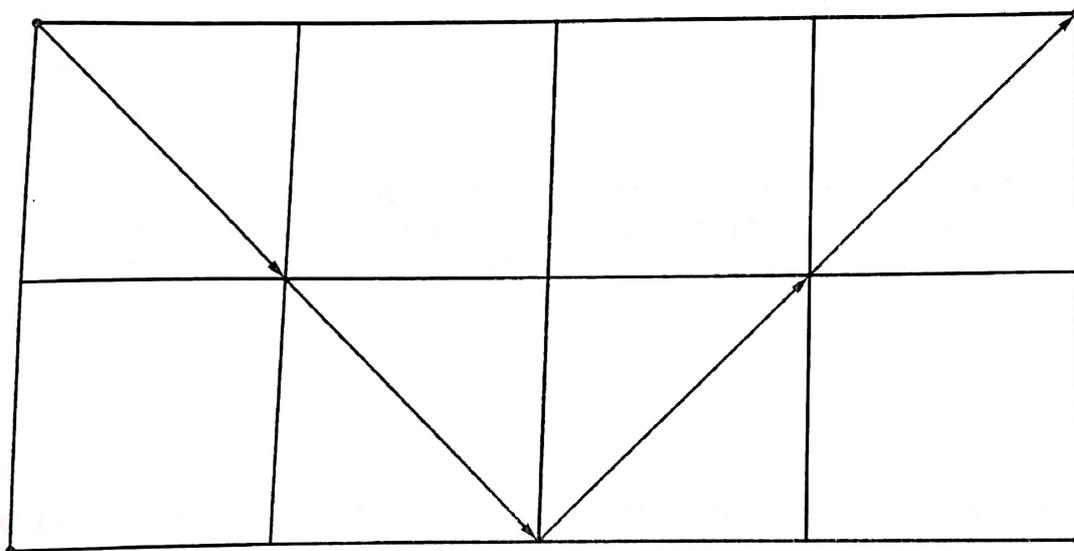
Neste trabalho vamos apresentar um método diferente de se encontrar o MMC, que se dá apenas pela contagem das diagonais de quadrados unitários (o lado do quadrado mede 1 unidade de comprimento). Para isso vamos utilizar um plano que estará dividido em vários quadrados unitários e por meio deles formaremos um retângulo em que as medidas dos seus lados serão os valores dos números que queremos encontrar o MMC. Feito isso, devemos escolher um dos vértices do retângulo e traçar diagonais colineares dos quadrados unitários até encontrar um ponto do lado do retângulo, assim reinicia-se o processo que será coincido quando for utilizado outro vértice do retângulo principal. O número de diagonais encontradas é o MMC. Ou seja:

Você receberá um geoplano com hastes que representam os vértices de vários quadrados unitários. Utilize uma borrachinha para representar no geoplano um retângulo cujos lados devem ter medida coincidente com os valores que devemos determinar o MMC. Partindo de um vértice do retângulo, trace uma das diagonais dos quadrados unitários em seu interior sem que haja repetições ou que sejam traçados lados em vez de diagonais seguindo a descrição do processo anterior. O número de diagonais encontradas nos quadrados unitários representa o resultado do MMC.

Exemplo 1: Determine o MMC entre 2 e 3.



Exemplo 2: Determine o MMC entre 2 e 4.



## ATIVIDADES

Obs: Nas próximas atividades, utilize o geoplano e o método geométrico de determinação do MMC para resolver os problemas.

1) Utilizando uma borracha represente no geoplano retângulos com seguintes dimensões:

a) Altura 5 unidades de comprimento, comprimento 11 unidades de comprimento

b) Altura 4 unidades de comprimento, comprimento 7 unidades de comprimento

c) Altura 6 unidades de comprimento, comprimento 6 unidades de comprimento

2) Determine o MMC entre os números a seguir:

a) 5 e 3

b) 4 e 2

c) 8 e 3

3) Dois navios fazem viagens entre dois portos. O primeiro a cada 6 dias e o segundo a cada 9 dias. Se esses navios partirem juntos, depois de quantos dias voltarão a se encontrar no mesmo porto?

4) Em uma árvore de natal, duas luzes piscam com frequências diferentes. A primeira pisca a cada 6 segundos, e a segunda a cada 10 segundos. Se, num dado instante, as luzes piscam ao mesmo tempo, após quantos segundos voltarão a piscar juntas?