

RELATÓRIO DO LEAMAT

CÁLCULO DA ÁREA DE POLÍGONOS POR MEIO DO TEOREMA DE PICK

EDUCAÇÃO MATEMÁTICA INCLUSIVA

RECEBIDO em 07/05/18



JOEL COSTA MARTINS
LARISSA ROSARIO MONTEIRO

CAMPOS DOS GOYTACAZES - RJ
2018.2

JOEL COSTA MARTINS
LARISSA ROSARIO MONTEIRO

RELATÓRIO DO LEAMAT

CÁLCULO DA ÁREA DE POLÍGONOS POR MEIO DO TEOREMA DE PICK

EDUCAÇÃO MATEMÁTICA INCLUSIVA

Trabalho apresentado ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense, *campus* Campos Centro, como requisito parcial para conclusão da disciplina Laboratório de Ensino e Aprendizagem de Matemática do Curso de Licenciatura em Matemática.

Orientadora: Prof^ª. Me. Mylane dos Santos Barreto.

CAMPOS DOS GOYTACAZES - RJ
2018.2

SUMÁRIO

	p.
1) Relatório do LEAMAT I	3
1.1) Atividades desenvolvidas	4
1.2) Elaboração da sequência didática.....	4
1.2.1) Tema	4
1.2.2) Justificativa	4
1.2.3) Objetivo Geral	6
1.2.4) Público Alvo	6
2) Relatório do LEAMAT II	7
2.1) Atividades desenvolvidas	7
2.2) Elaboração da sequência didática	7
2.2.1) Planejamento da sequência didática	7
2.2.2) Aplicação da sequência didática na turma do LEAMAT II .	16
3) Relatório do LEAMAT III	18
3.1) Atividades desenvolvidas	18
3.2) Elaboração da sequência didática	18
3.2.1) Versão final da sequência didática	18
3.2.2) Experimentação da sequência didática na turma regular .	21
Considerações Finais	24
Referências	25
Apêndices	27
Apêndice A - Material didático aplicado na turma do LEAMAT II	28
Apêndice B - Material didático experimentado na turma regular	34

1) RELATÓRIO DO LEAMAT I

1.1) Atividades desenvolvidas

No dia 3 de outubro de 2017, aconteceu a aula inaugural do LEAMAT I, em que as professoras orientadoras das linhas de pesquisa Educação Matemática Inclusiva e Geometria nos apresentaram a disciplina e como ela funciona.

As professoras também organizaram os grupos para elaboração e apresentação das linhas de pesquisas, além de distribuir um calendário com todas as datas dos encontros e explicaram cada etapa do semestre.

Após a apresentação do LEAMAT I elas apresentaram as atividades que serão desenvolvidas no LEAMAT II e no LEAMAT III.

No dia 10 de outubro de 2017, aconteceu a segunda aula com professora da linha de pesquisa Educação Matemática Inclusiva, onde trabalhamos com o texto LEGISLAÇÃO: EDUCAÇÃO INCLUSIVA. O texto refere-se a educação inclusiva como um movimento que luta pelos direitos das pessoas com deficiência, por meio de Leis, Decretos e suas Reformas. Nesta Conferência Mundial sobre Necessidades Educacionais Especiais (que deu origem à Declaração de Salamanca), a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB).

A partir da leitura do texto, podemos perceber o quão importante foi esta conferência para os portadores de deficiência visual, pois a partir dela, seus direitos foram garantidos, como um ensino de qualidade e uma boa perspectiva de vida.

No dia 24 de outubro de 2017, houve a conclusão do texto LEGISLAÇÃO: EDUCAÇÃO INCLUSIVA que tratou das leis brasileiras e convenções nacionais e internacionais acerca da educação inclusiva.

No dia 7 de novembro de 2017, a professora leu e comentou o texto: DEFICIÊNCIA VISUAL onde o ensino das pessoas com deficiência deve ser baseado nas suas potencialidades e não nas suas limitações. Neste texto há definições clínicas sobre perda total da visão (cegueira) e visão reduzida (baixa visão). Neste texto são abordados métodos e técnicas de ensino, atendimento educacional especializado e outros conteúdos que acercam o tema da cegueira, além disso, o texto também aborda recursos de leitura e escrita e como usá-las.

No dia 21 de novembro de 2017, a turma assistiu à apresentação do relatório e da sequência didática de um grupo que já concluiu o LEAMAT, neste encontro, foi discutido como este grupo elaborou a sequência didática, suas dificuldades, e como

foi na apresentação. O tema do LEAMAT deste grupo foi Adição e Subtração de Matrizes, em que eles levaram um material concreto para o ensino do conteúdo. Achamos bem interessante este dia, pois podemos observar a dificuldade desses alunos portadores de deficiência com tarefas escolares simples.

No dia 12 de dezembro de 2017, a professora nos apresentou o sorobã¹, que é um instrumento para calcular, semelhante ao ábaco, adaptado para alunos com deficiência visual. Trabalhamos operações de adição e subtração.

No dia 30 de janeiro de 2018, aprendemos um pouco sobre os símbolos do Braille, observamos os elementos de uma cela Braille e escrevemos utilizando o reglete².

As demais aulas em 2018 foram destinadas a apresentação e elaboração do relatório.

1.2) Elaboração da sequência didática

1.2.1) Tema

Cálculo da área de polígonos por meio do Teorema de Pick.

1.2.2) Justificativa

A escolha do tema deu-se mediante a observação do grupo em alguns livros didáticos nos quais percebeu-se um modo singular do ensino do cálculo de áreas de polígonos. Desta maneira, pretendemos propor uma outra metodologia do cálculo de áreas por meio do Teorema de Pick, visando a inclusão do aluno cego ou de baixa visão.

O ensino de pessoas com deficiência deve ser baseado nas suas potencialidades e habilidades e não nas suas limitações. O reconhecimento das limitações se faz necessário para se desenvolverem métodos e técnicas que diminuam o impacto das limitações no processo de ensino e aprendizagem (BARRETO, 2013, p.14).

¹ O Sorobã é um ábaco, adaptado para os cegos, com a finalidade de realização de cálculos das operações fundamentais, potenciação e radiciação, com grande eficiência e rapidez.

² A reglete é um instrumento usado para escrita manual do Braille.

A matemática tem a mesma importância para o aluno vidente e não vidente, porém muitas vezes não damos o devido esmero ao ensino desta disciplina ao aluno com deficiência visual. A Geometria, ramo da matemática que estuda formas e medidas, torna-se importante para o ensino aos alunos com deficiência, pois além de estar no cotidiano do aluno, suas vertentes auxiliam no aprimoramento de métodos e técnicas e também na inclusão dos alunos.

Sendo a Geometria um ramo da Matemática, ensinar os conteúdos geométricos aos alunos deficientes visuais é desenvolver habilidades relacionadas ao espaço e às formas, que para os alunos privados da visão fazem toda diferença no seu desenvolvimento e na sua autonomia (REIS; TRINCHÃO, 2011, p. 5).

Conforme afirmam Reis e Trinchão (2011), a Geometria, especialmente a parte relacionada a polígonos e áreas, ajuda o aluno a compreender melhor o mundo em que vive, e além disso, compreender a sociedade em si, pois as construções e tudo ao seu redor refletem a sociedade e costumes daquele lugar.

A importância para os alunos na compreensão das áreas de figuras planas, pode ser justificada no fato de esta, facilitar a visualização do contexto em que vivem. Como exemplo, temos o cálculo da área de uma sala, no qual onde se deseja encontrar o número de lajotas para revesti-la (SANTOS; JUCÁ, 2014, p. 32).

Segundo aos autores Santos e Jucá (2014), é importante trabalhar o conteúdo de áreas. O teorema de Pick, foi escolhido por conter uma única fórmula do cálculo de áreas de polígonos diversos e por poder ser trabalhado com material concreto. Além disso, é uma maneira mais leve e divertida de ensinar o conteúdo de área de figuras planas.

Como o Teorema de Pick resume-se em uma fórmula simples para calcular a área de polígonos, muitas vezes não regulares, ele dá condição do professor e/ou aluno aplicá-lo em situações cotidianas, o

que contribui para uma aprendizagem mais significativa, favorecendo a interdisciplinaridade (ABREU, 2015, p. 38).

O Teorema de Pick pode contribuir na aula do professor, de forma que ele tenha mais criatividade em elaborar suas aulas, com o uso do material concreto (geoplano) e explorando situações cotidianas. Além de ajudar o aluno a ter uma maior percepção da Geometria em si, não ficando somente no imaginário, dando sentido ao que ele aprende em sala de aula.

Conforme Barros e Rocha, o geoplano é um instrumento eficaz na construção do conhecimento geométrico, pois com ele podemos fazer registros diferentes sobre o mesmo assunto.

O Geoplano entra como um excelente recurso, onde o professor pode fazer a construção do conhecimento, fazendo com que o aluno consiga trabalhar o mesmo conteúdo em diversos contextos, desenvolvendo assim o seu raciocínio, e não somente de forma mecânica onde decoram fórmulas e apenas sabem aplicá-las em problemas já conhecidos (BARROS; ROCHA, 2004, p. 2).

Trabalhar com o Teorema de Pick no geoplano, não só nos permite ensinar o conteúdo para os alunos cegos, mas também será um instrumento concreto que despertará a curiosidade de todos os alunos, tendo deficiência visual ou não. Será também uma maneira de aproximar os alunos e incluir efetivamente o aluno na sala de aula.

1.2.3) Objetivo Geral

Elaborar uma sequência didática que permita ao aluno cego realizar o cálculo de áreas de polígonos utilizando o Teorema de Pick.

1.2.4) Público Alvo

Alunos do 8º. ano do Ensino Fundamental.

2) RELATÓRIO DO LEAMAT II

2.1) Atividades desenvolvidas

Dia 24 de abril de 2018 aconteceu a aula inaugural do LEAMAT II, onde as professoras das linhas de pesquisa Educação Matemática Inclusiva e Geometria conversaram com a turma sobre a nova etapa da disciplina (LEAMAT II), entregaram o calendário da disciplina e argumentaram sobre a importância de um bom planejamento e o cumprimento das datas. As orientadoras elucidaram as atividades que devem ser realizadas durante o LEAMAT II, planejamento e produção da sequência didática, aplicação na turma do LEAMAT II e elaboração do relatório.

Os encontros realizados entre as datas 8 maio de 2018 a 13 de junho de 2018 foram destinados para revisão do aporte teórico e elaboração da sequência didática. Durante esses encontros os professores orientadores das linhas de pesquisa revisaram e sugeriram alterações na sequência didática.

Os encontros realizados entre 19 de junho de 2018 à 22 de agosto de 2018 foram destinados para aplicação da sequência didática na turma do LEAMAT II. A aplicação da sequência descrita neste trabalho ocorreu no dia 7 de agosto de 2018.

2.2) Elaboração da sequência didática

2.2.1) Planejamento da sequência didática

A escolha do tema deu-se mediante a observação do grupo em alguns livros didáticos nos quais percebeu-se um modo singular do ensino do cálculo de áreas de polígonos. Desta maneira, pretendemos propor uma alternativa para o ensino do cálculo de áreas por meio do Teorema de Pick, visando a inclusão do aluno cego ou com baixa visão.

Para a aplicação dessa sequência é importante que o aluno tenha noção do conceito de área e conheça fórmulas tradicionais para fazer uma discussão entre o uso das fórmulas e o Teorema de Pick.

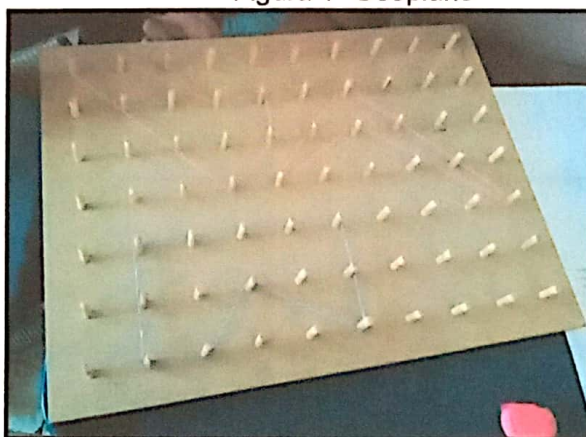
A turma será dividida em duplas e a sequência didática será dividida em quatro etapas descritas a seguir.

- Revisão dos conceitos de polígonos e significado de área;

- Revisão do cálculo de áreas de polígonos especiais;
- Apresentação do Teorema de Pick;
- Resolução de exercícios.

Durante todas as etapas os alunos, com ou sem deficiência visual terão acesso ao geoplano (Figura 1) que permite a representação de polígonos.

Figura 1- Geoplano



Fonte: Protocolo de pesquisa.

A primeira parte da sequência didática consiste em apresentar a definição de polígonos (Figura 2), e discutir o conceito de áreas de polígonos (Figura 3).

Figura 2 - Representação de polígonos

Introdução

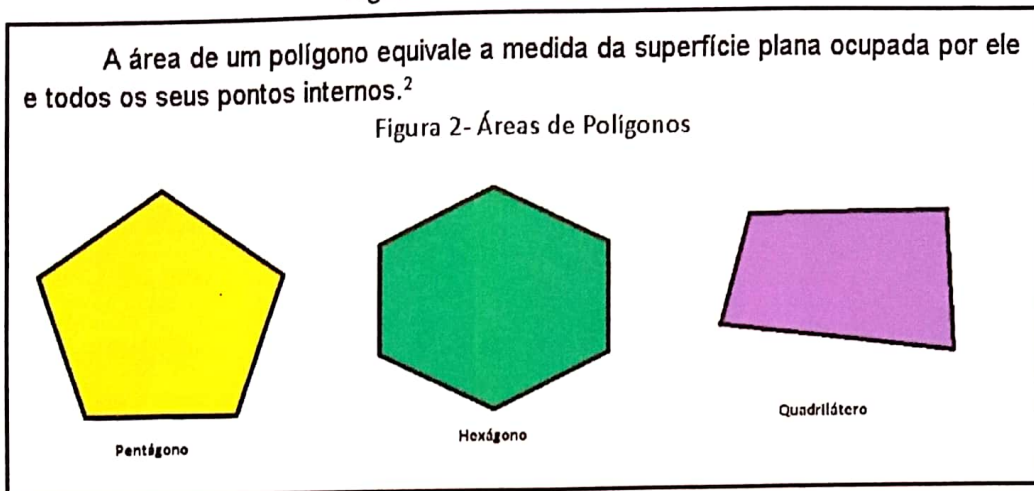
Polígonos são figuras fechadas formadas por segmentos de reta. Os polígonos são nomeados de acordo com o número de lados.¹

Figura 1- Polígonos

Pentágono Hexágono Quadrilátero

Fonte: Elaboração própria.

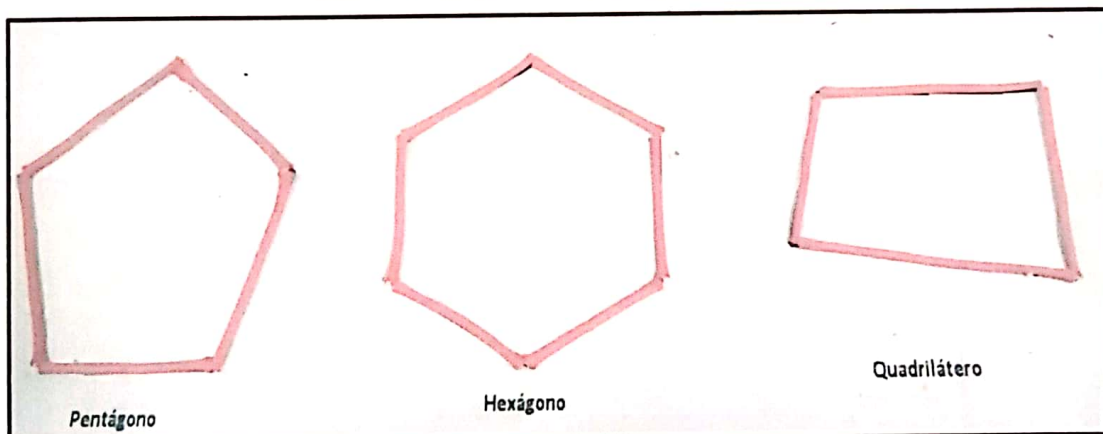
Figura 3- Área de polígonos



Fonte: Elaboração própria.

O material adaptado para o aluno cego sobre a definição de polígonos foi confeccionado com linha encerada representando as mesmas imagens disponíveis na apostila que será entregue aos alunos videntes (Figura 4).

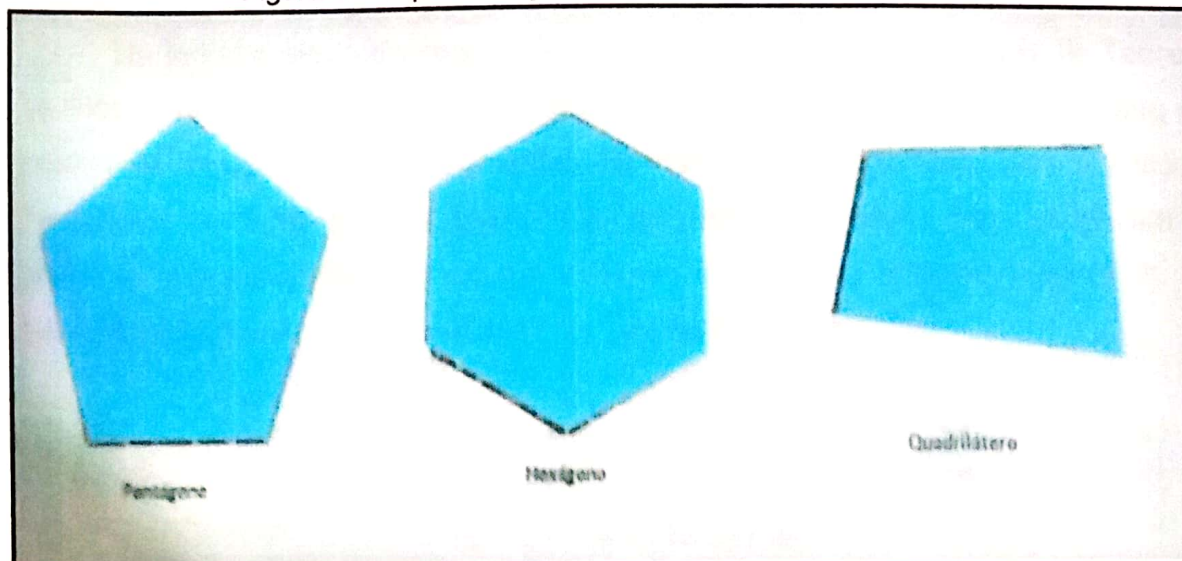
Figura 4 - Representação de polígonos adaptado



Fonte: Elaboração própria.

A representação de área de polígonos foi produzida com material emborrachado (Figura 5).

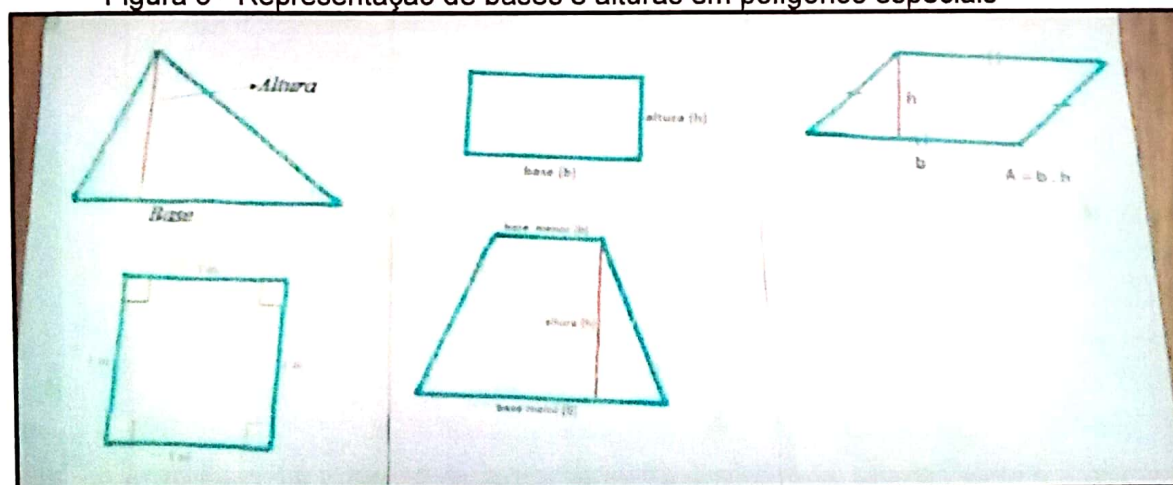
Figura 5 - Representação de área de polígonos adaptado



Fonte: Elaboração própria.

Na segunda etapa da aplicação recordaremos com os alunos as características e as fórmulas para o cálculo da área de alguns polígonos: triângulo, quadrado, retângulo, trapézio e paralelogramo. Para o aluno com deficiência visual ampliamos os polígonos citados e representamos seus lados por meio de linha encerada. As alturas referentes a um lado serão representadas com linha de espessura diferente da linha utilizada para representar os lados.

Figura 6 - Representação de bases e alturas em polígonos especiais



Fonte: Elaboração própria.

Na terceira etapa da sequência didática ocorrerá a apresentação do Teorema de Pick e da malha quadriculada. Além disso, será explicado o posicionamento dos pontos da intersecção dos segmentos da malha em comparação com o polígono desenhado, determinando a quantidade de pontos da malha que pertencem ao polígono e a quantidade de pontos que são internos ao polígono (Figura 7). Tal quantificação é utilizada na aplicação do Teorema de Pick.

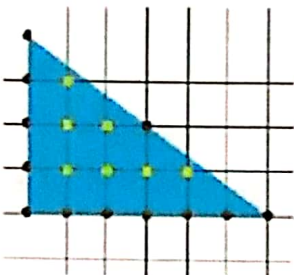
Figura 7 - Teorema de Pick

Teorema de Pick

Há várias maneiras para calcular áreas de polígonos, uma delas é dada por um teorema desenvolvido pelo matemático Georg Alexander Pick, este teorema recebeu seu nome, e é conhecido como Teorema de Pick.

O Teorema de Pick é válido quando o polígono está inscrito numa malha quadriculada com os vértices posicionados sobre as intersecções da malha.

Figura 8- Representação dos pontos de borda e internos do polígono



Pontos pretos (B) - situados sobre o contorno do polígono

Pontos amarelos (I) - situados no interior do polígono

Segundo o Teorema de Pick, a área de um polígono simples cujos vértices são pontos de uma malha quadriculada é dada pela fórmula:

$$A = I + \frac{B}{2} - 1$$

em que B é o número de pontos da malha quadriculada, situados sobre o contorno (lados) do polígono e I é o número de pontos da malha quadriculada, situados no interior do polígono.

Fonte: Elaboração própria.

Na terceira etapa da sequência didática ocorrerá a apresentação do Teorema de Pick e da malha quadriculada. Além disso, será explicado o posicionamento dos pontos da intersecção dos segmentos da malha em comparação com o polígono desenhado, determinando a quantidade de pontos da malha que pertencem ao polígono e a quantidade de pontos que são internos ao polígono (Figura 7). Tal quantificação é utilizada na aplicação do Teorema de Pick.

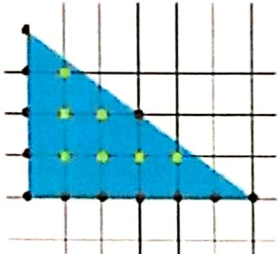
Figura 7 - Teorema de Pick

Teorema de Pick

Há várias maneiras para calcular áreas de polígonos, uma delas é dada por um teorema desenvolvido pelo matemático Georg Alexander Pick, este teorema recebeu seu nome, e é conhecido como Teorema de Pick.

O Teorema de Pick é válido quando o polígono está inscrito numa malha quadriculada com os vértices posicionados sobre as intersecções da malha.

Figura 8 - Representação dos pontos de borda e internos do polígono.



Pontos pretos (B) - situados sobre o contorno do polígono

Pontos amarelos (I) - situados no interior do polígono

Segundo o Teorema de Pick, a área de um polígono simples cujos vértices são pontos de uma malha quadriculada é dada pela fórmula:

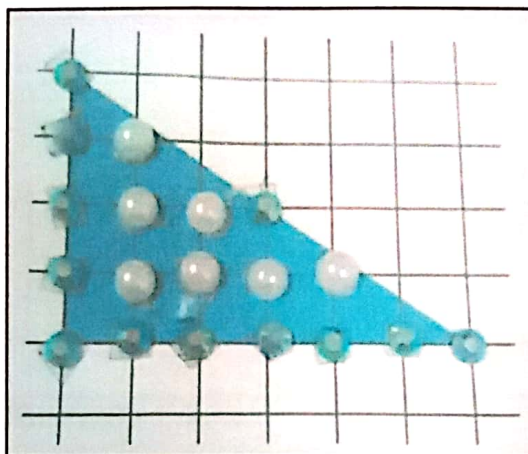
$$A = I + \frac{B}{2} - 1$$

em que B é o número de pontos da malha quadriculada, situados sobre o contorno (lados) do polígono e I é o número de pontos da malha quadriculada, situados no interior do polígono.

Fonte: Elaboração própria.

Para o aluno cego foi elaborada uma imagem adaptada com miçangas de tamanhos diferentes representando os pontos pertencentes ao polígono e os pontos internos (Figura 8).

Figura 8 - Malha Quadriculada Adaptada



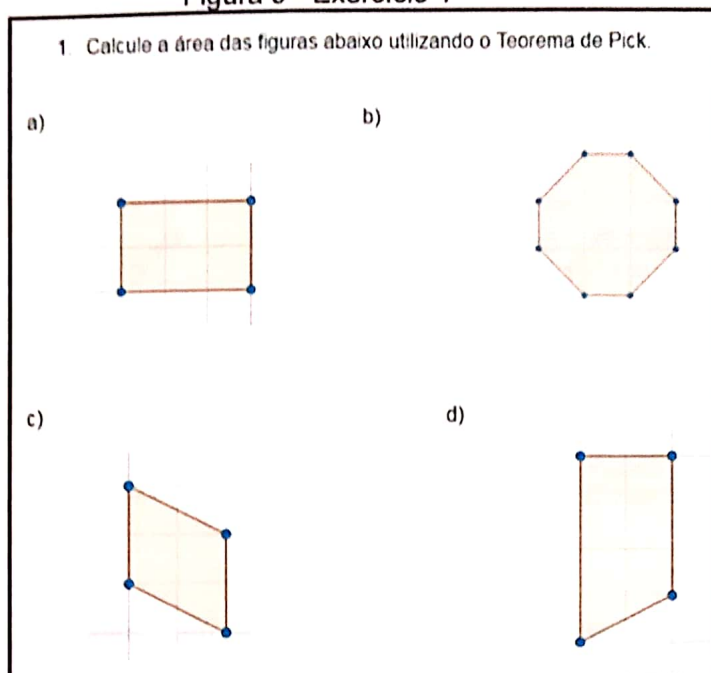
Fonte: Elaboração própria.

Com intuito de comprovar a validade do Teorema de Pick todos os alunos irão construir no geoplano um quadrado de lado três unidades e farão o cálculo da área utilizando as fórmulas tradicionais e o Teorema de Pick.

A quarta etapa da sequência didática consiste na resolução de quatro exercícios para verificação da aprendizagem. Durante a resolução dos exercícios um mediador irá reproduzir as figuras no geoplano para o aluno cego.

O objetivo do exercício 1 é investigar se o aluno aprendeu a utilizar o Teorema de Pick (Figura 9).

Figura 9 - Exercício 1



Fonte: Elaboração própria.

No exercício 2 o aluno deverá construir no geoplano um polígono com as características descritas nos itens e em seguida calcular a área (Figura 10).

Figura 10 - Exercícios 2

2. No Geoplano, construa e determine a área de um polígono com as descrições a seguir:

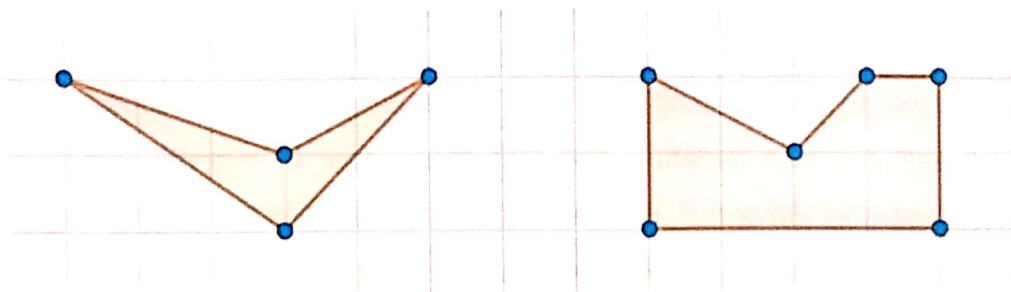
- a) 5 pontos, sendo 1 interno
- b) 8 pontos, sendo 0 interno
- c) 8 pontos, sendo 2 internos

Fonte: Elaboração própria.

No exercício 3 o aluno deve determinar a área dos polígonos comparando o resultado do Teorema de Pick com as fórmulas tradicionais (Figura 11).

Figura 11 - Exercício 3

3. Determine a área dos polígonos a seguir utilizando o Teorema de Pick e as fórmulas tradicionais.



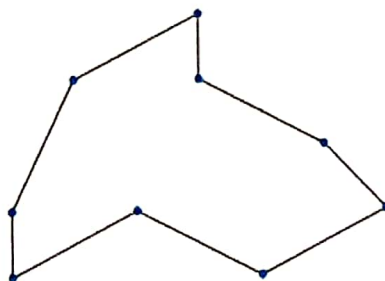
Fonte: Elaboração própria.

O exercício 4 apresenta um problema de aplicação que envolve o cálculo da área de uma figura plana envolvendo mudança de escala (Figura 12).

Figura 12 - Exercício 4

4. Um satélite tirou uma foto da área desmatada da Amazônia, esta área está representada pela figura abaixo. Faça o cálculo da área utilizando o Teorema de Pick (Escala de 1:100.000, isto é, 1cm da malha quadriculada, equivale a 1 km da escala real).

Figura 9- Representação da área desmatada



Fonte: Elaboração própria.

2.2.2) Aplicação da sequência didática na turma do LEAMAT II

Para verificação do tempo de aplicação, avaliação do material elaborado e da conduta dos licenciandos foi aplicada, no dia 07 de agosto de 2018, a sequência didática na turma do LEAMAT II.

Como na turma não há aluno com deficiência visual, pedimos a colaboração de um dos colegas da turma para que nos ajudasse com a aplicação. Assim, ele participou de toda a sequência didática vendado. Em todas as etapas da aplicação o material confeccionado foi utilizado pelo aluno mediado pelos integrantes do grupo.

Os alunos da classe formaram duplas, exceto o que estava representando o aluno cego. Este ficou de frente para a turma, na mesa do professor, com o intuito de que a turma percebesse como ele se comportaria mediante o conteúdo aplicado.

A turma não teve dificuldade com o uso do Teorema de Pick apesar de ser um recurso desconhecido. A aplicação com o professor em formação que estava representando o aluno cego teve algumas dificuldades por conta da falta de experiência do grupo com o contato com alunos cegos e do professor em formação convidado que não tinha o tato desenvolvido como em um aluno cego. Apesar disso, o professor em formação convidado considerou o uso do Teorema de Pick mais fácil do que as fórmulas tradicionais para o cálculo da área.

Após a aplicação os alunos e orientadores destacaram a quantidade de imagens e a proposta de aula inclusiva. O professor em formação que representou o aluno cego também fez elogios ao material adaptado.

Na primeira etapa, foi sugerido substituir um dos polígonos convexos por um não convexo.

Na segunda etapa foi sugerido fazermos menção que estamos recordando as fórmulas do cálculo de área polígonos. Quanto ao material adaptado foi sugerido separar os polígonos, isto é, representá-los em matrizes separadas, o modo de colar os fios encerados (especificar exatamente o que foi pedido para alterar com relação aos fios) e colar os mesmos símbolos que representam retas perpendiculares nas alturas do triângulo, do paralelogramo e do trapézio, destacando que o lado consecutivo também é altura referente ao lado inicial de um quadrado e de um retângulo.

Na terceira etapa, o professor em formação convidado explorou as matrizes com material concreto adaptado e algumas miçangas se soltaram. Por não ter o tato

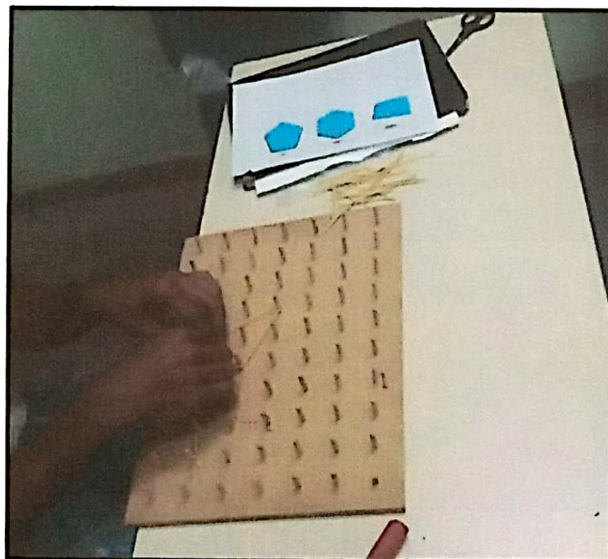
desenvolvido, o professor convidado teve dificuldade em identificar os pontos internos e pontos do polígono.

Ainda na terceira etapa foi sugerido que destacarmos a malha quadriculada para o aluno cego, fazendo-a em alto relevo e ampliando a distância entre as intersecções. Quanto ao polígono inscrito na malha, foi sugerido aumentar o tamanho das pedrarias e destacar o polígono sobre a malha. Na definição foi sugerido reescrever um trecho.

Na quarta etapa foi indagada a necessidade de um geoplano para turma toda visto que na apostila já tinha a malha quadriculada.

Na atividade 3 da quarta etapa foi sugerido alterar o enunciado do exercício em que pede para calcular a área de polígonos não convexos pelas formas convencional e pelo Teorema de Pick e trabalhar apenas com o teorema, questionando-os oralmente a maneira que iriam resolver se fosse pedido o cálculo da maneira convencional.

Figura 13 - Aluno vendado utilizando o geoplano durante a aplicação na turma do LEAMAT II.



Fonte: Protocolo de pesquisa.

Figura 14 - Turma do LEAMAT II resolvendo as atividades



Fonte: Protocolo de Pesquisa.

3) RELATÓRIO DO LEAMAT III

3.1) Atividades desenvolvidas

As aulas do LEAMAT III foram iniciadas no dia 25 de setembro de 2018, com a entrega do calendário e comentários sobre as tarefas a serem realizadas no semestre.

Seguindo o planejamento do calendário, as aulas entre os dias 25 de setembro de 2018 e 9 de outubro de 2018 foram destinados à finalização da sequência didática e a procura da turma regular para a experimentação da sequência didática produzida no LEAMAT. Os licenciandos foram às escolas conhecer o espaço físico e conversar com os professores sobre as características das turmas e marcação das experimentações.

As aulas entre os dias 10 de outubro de 2018 e 14 de novembro de 2018 foram destinadas a aplicação da sequência didática na turma regular, realizamos a aplicação desta linha no dia 22 de outubro de 2018. Entre os dias 27 de novembro e 05 de dezembro de 2018, as aulas do LEAMAT foram destinadas as elaborações das apresentações das atividades realizadas no LEAMAT. As apresentações ocorreram entre os dias 11 de dezembro de 2018 e 6 de fevereiro de 2019. Este trabalho foi apresentado no dia 18 de dezembro de 2018 no qual teve bastante relevância, pois foi a partir dela que retornamos com o aporte teórico em que embasamos todo nosso trabalho, e pudemos comparar o que de fato, foi realizado em toda a trajetória do LEAMAT.

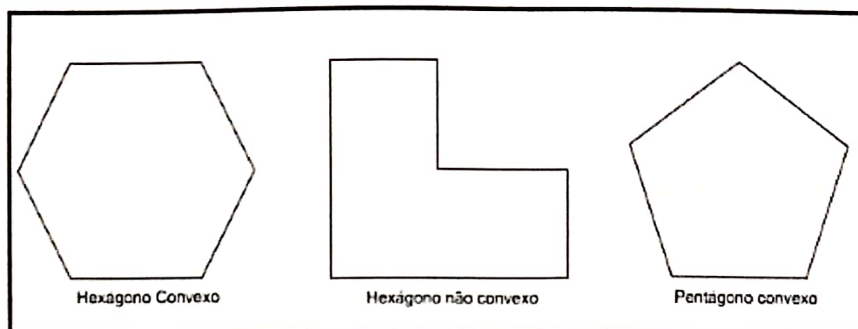
As aulas desta disciplina também foram destinadas a escrita e a partir do dia 29 de janeiro de 2019 para a correção dos relatórios.

3.2) Elaboração da sequência didática

3.2.1) Versão final da sequência didática

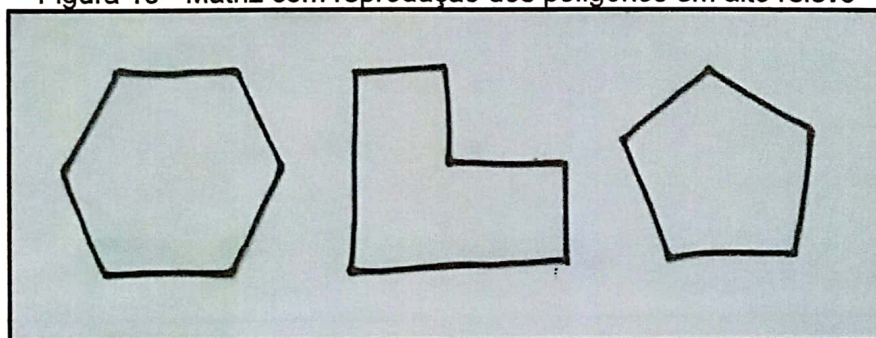
Após a aplicação da sequência didática na turma do LEAMAT II o grupo se reuniu para discutir as melhorias do trabalho, dentre as sugestões feitas pelos participantes da aplicação decidimos alterar as figuras pertencentes à introdução, que continha três polígonos e todos convexos, alteramos um deles para um não convexo (Figura 15). Por consequência, foi elaborada uma nova matriz em alto relevo para uso do aluno cego (Figura 16).

Figura 15 - Polígonos



Fonte: Elaboração própria.

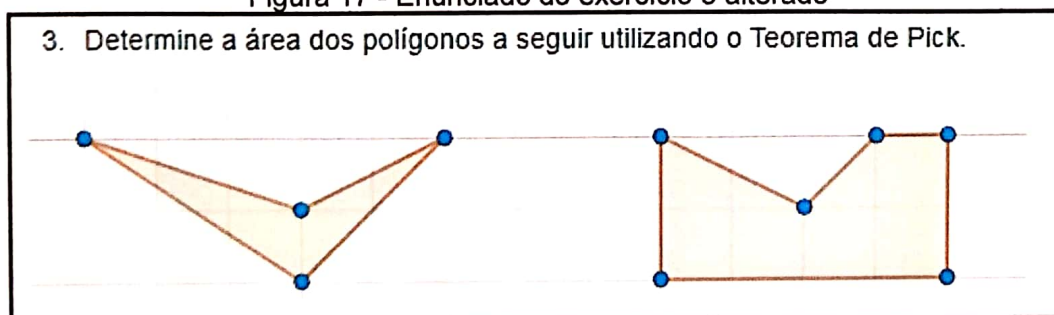
Figura 16 - Matriz com reprodução dos polígonos em alto relevo



Fonte: Elaboração própria.

O enunciado do exercício três foi alterado para que o aluno resolvesse apenas pelo Teorema de Pick, e durante a correção como seria a resolução pela fórmula tradicional.

Figura 17 - Enunciado do exercício 3 alterado



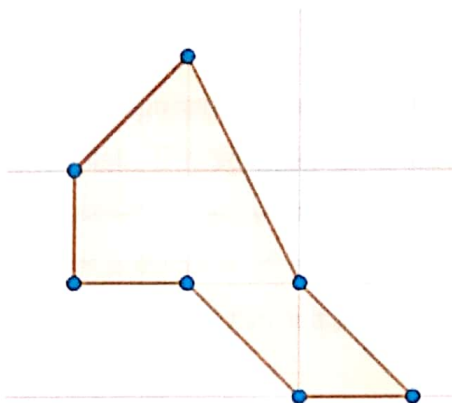
Fonte: Elaboração própria.

A redução das dimensões da figura do exercício quatro ocorreu porque a figura com o mapa original era grande demais para fazer sua representação no Geoplano (Figura 18).

Figura 18 - Redução da representação da área desmatada

4. Um satélite tirou uma foto da área desmatada da Amazônia, esta área está representada pela figura abaixo. Faça o cálculo da área utilizando o Teorema de Pick (Escala de 1:100.000, isto é, 1cm da malha quadriculada, equivale a 1 km da escala real).

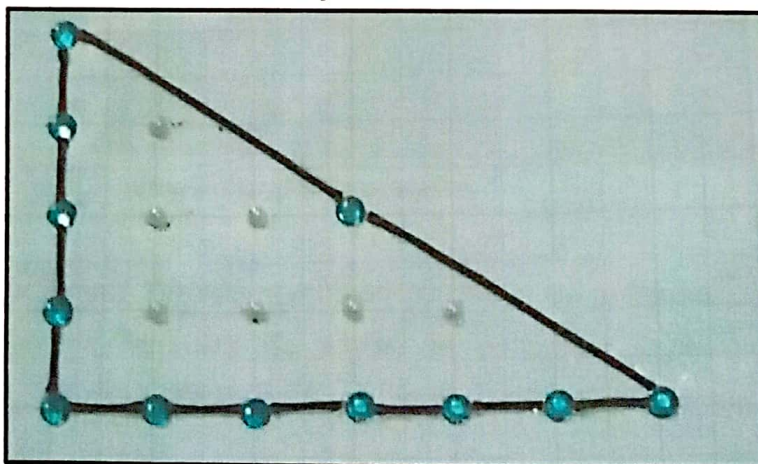
Figura 9- Representação da área desmatada



Fonte: Elaboração própria.

Para que o aluno cego pudesse explorar a malha quadriculada, tão importante para execução do Teorema de Pick, utilizamos papel quadriculado e carretilha de costura para a marcação em alto-relevo da mesma (Figura 19).

Figura 19 - Representação do Teorema de Pick alterado



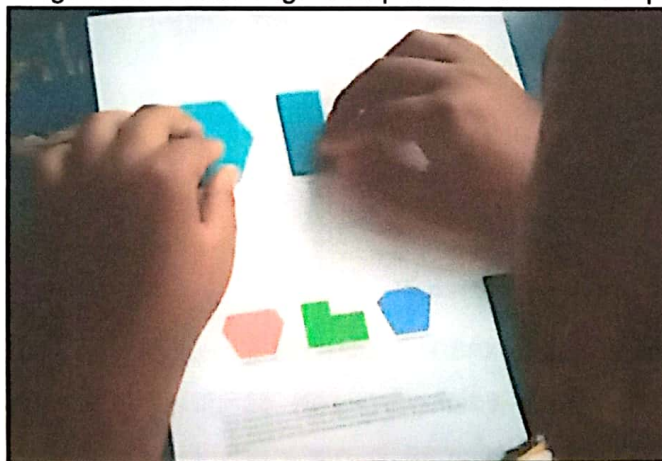
Fonte: Elaboração própria.

3.2.2) Experimentação da sequência didática na turma regular

A experimentação da sequência didática ocorreu no dia 22 de outubro de 2018, numa escola municipal da cidade de Campos dos Goytacazes com os alunos do oitavo ano do Ensino Fundamental. Houve a participação de 13 alunos, sendo dois cegos, um com deficiência congênita (nasceu cego) e outro com deficiência adquirida em 2016 (o aluno ficou cego em decorrência de um ataque de cachorro que mordeu seu crânio e afetou o nervo óptico). A sequência didática foi aplicada em dois tempos de aula.

A aula foi iniciada com a apresentação do grupo de professores em formação e a divisão da turma em duplas. Em seguida foi exposto o tema da aula e feita a entrega das apostilas. Inicialmente, um dos professores em formação, lembrou com a turma o conceito de polígonos e suas áreas, enquanto isso, os outros entregavam o material adaptado aos cegos e isso aconteceu em todas as etapas da elucidação do conteúdo (Figura 20).

Figura 20 - Aluno cego manipulando material adaptado



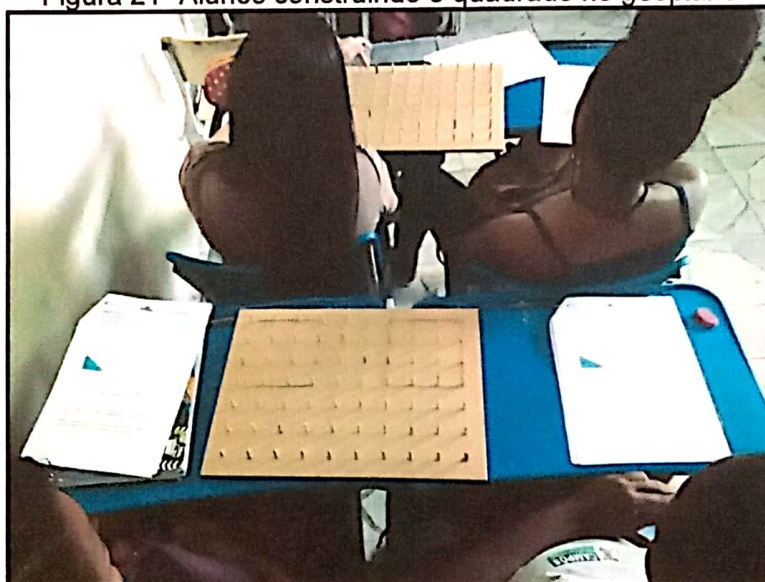
Fonte: Protocolo de pesquisa.

Após retomarmos com os alunos os conceitos de polígonos e área, também recordamos algumas fórmulas de áreas de polígonos especiais. Não houve dificuldade nesta primeira etapa, pelo fato deste conteúdo já ter sido estudado pela turma.

Após recordar as fórmulas tradicionais para o cálculo de áreas de figuras planas, apresentamos aos educandos o Teorema de Pick. No início os alunos

tiveram dificuldade para entender a utilização do Teorema e a diferença entre os tipos de pontos que devem ser contados para aplicar à fórmula, mas com a explicação dos licenciandos e a prática dos exercícios as dúvidas foram sanadas. Nesse momento da aula e seguindo a apostila, pedimos que os alunos utilizassem o geoplano e borrachinhas para construir um quadrado de lado três, e a partir disso, fizessem o cálculo de sua área com as fórmulas tradicionais e por meio do Teorema de Pick. Os estudantes o fizeram sem qualquer dificuldade e compararam os resultados encontrados (Figura 21).

Figura 21- Alunos construindo o quadrado no geoplano

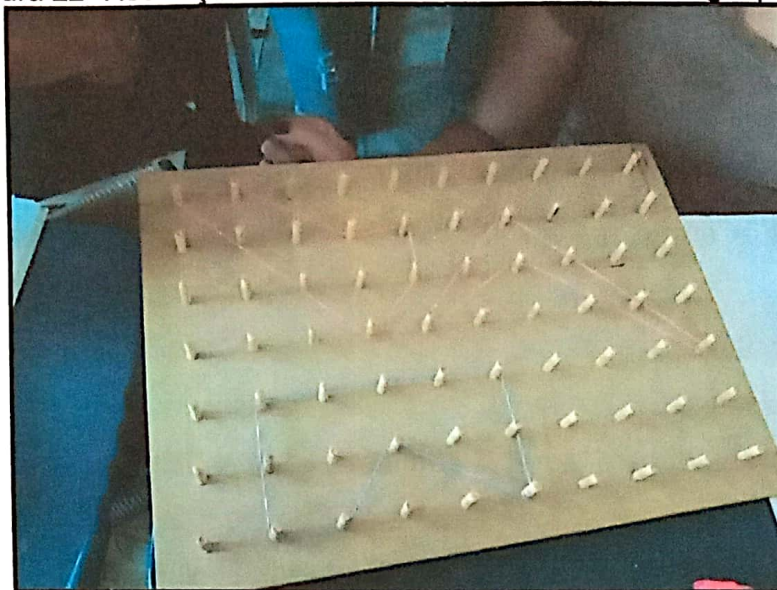


Fonte: Protocolo de pesquisa.

Após a exploração do geoplano e discussão sobre a utilização do Teorema de Pick, os alunos iniciaram a resolução dos exercícios. Durante essa etapa da sequência didática, os estudantes utilizaram o geoplano. Os alunos tinham um tempo para pensar e responder as questões antes da correção no quadro. Quanto aos cegos, eles tateavam o geoplano e respondiam às questões oralmente.

A aluna que nasceu cega teve dificuldade em tatear o geoplano, pois tinha problemas de coordenação motora, ela não conseguia identificar os pontos internos e o das bordas e não obtinha um ponto de referência para contar os pontos, já o aluno que adquiriu a cegueira não teve dificuldade. Nas atividades, reparamos algumas situações em que o aluno cego tinha mais facilidade em cálculos mentais do que sua dupla.

Figura 22- Resolução dos alunos do exercícios 3 e 4 no geoplano



Fonte: Protocolo de pesquisa.

Considerações Finais

Este trabalho de modo geral contribuiu para a nossa formação docente, por se tratar de uma de nossas primeiras experiências na sala de aula, com a perspectiva de professor e a primeira vez que tivemos contato com um aluno cego. A elaboração de relatórios em todas as fases do LEAMAT aprimorou nossa escrita acadêmica. Lidar com diversos públicos, preparar o material para a turma e adaptá-lo para o aluno cego contribuiu para um amadurecimento pedagógico.

O posicionamento em dupla, o uso do geoplano para toda a turma e a utilização do material manipulável para os alunos cegos impactaram os alunos positivamente. Uma sugestão para trabalhos futuros é organizar uma sequência didática para dedução da fórmula do Teorema de Pick.

O Teorema de Pick é um tema muito rico podendo ser utilizado com diferentes objetivos como, por exemplo, para deduzir o valor de ϕ e com aplicações na Geometria Espacial.

Acreditamos que conseguimos cumprir o objetivo do trabalho, pois nossa proposta desde o início era uma aula inclusiva, onde alunos cegos e videntes conseguissem discutir o conteúdo de forma simultânea.

Referências

ABREU, Renata da Costa. **Teorema de Pick: Uma Abordagem para o Cálculo de Áreas de Polígonos Simples.**2015.Dissertação (Mestrado em Matemática) - Universidade Estadual Norte Fluminense Darcy Ribeiro, Campos dos Goytacazes, 2015. Disponível em: <http://uenf.br/posgraduacao/matematica/wp-content/uploads/sites/14/2017/09/29052015Renata-da-Costa-Abreu.pdf>. Acesso em: 25 jan. 2018.

BARRETO, Mylane dos Santos. **Educação Inclusiva - um Estudo de Caso na Construção do Conceito de Função Polinomial do 1º. grau por Alunos Cegos Utilizando Material Adaptado.**2013. Dissertação (Mestrado em Matemática) - Universidade Estadual Norte Fluminense Darcy Ribeiro, Campos dos Goytacazes, 2013. Disponível em: <http://uenf.br/posgraduacao/matematica/wp-content/uploads/sites/14/2017/08/12032013Mylane-dos-Santos-Barreto.pdf>. Acesso em: 25 jan. 2018.

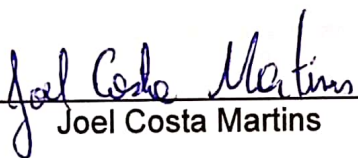
BARROS, Alexandre Luís de Souza; ROCHA, Cristiane de Arimatéa. O Uso do Geoplano como Material Didático nas Aulas de Geometria. *In: ENCONTRO NACIONAL DE MATEMÁTICA*, 8.,2004, Tema: Educação matemática: um compromisso social, p. 1-9. Recife. **Anais [...]** Disponível em: <http://www.sbemrasil.org.br/files/viii/pdf/02/MC03069646433.pdf>. Acesso em: 25 jan. 2018.

REIS, Rosângela Ribeiro; TRINCHÃO, Gláucia. **Ensino de Geometria para Deficientes Visuais: Entraves e Possibilidades.**2011. Disponível em: <http://www.graphica.org.br/CD/PDFs/EDUCA/EDUCA31.pdf>. Acesso em: 25 jan. 2018.

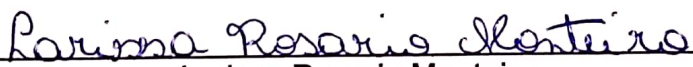
ROCKENBACH, Diovana Brambila; BISOGNIN, Cleber. **Construção do Conceito de Área.** Disponível em: <https://www.lume.ufrgs.br/bitstream/handle/10183/134113/000983918.pdf?sequence=1>. Acesso em: 25 jan. 2018.

REVISTA WEB-MAT. Belém : Revista do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade do Estado do Pará - UEPA, 2014- . ISSN 0000-0000 versão online. Disponível em: <https://paginas.uepa.br/seer/index.php/web-mat/article/download/264/228>. Acesso em: 25 jan. 2018.

Campos dos Goytacazes (RJ), 3 de maio de 2019.



Joel Costa Martins



Larissa Rosario Monteiro

APÊNDICES

Apêndice A: Material didático aplicado na turma do LEAMAT II



Secretaria de
Educação Profissional
e Tecnológica

Ministério da
Educação
DIPRUC
INSTITUTO DE ENSINO SUPERIOR DO BRASIL



matemática
LICENCIATURA

Diretoria de Ensino Superior

Licenciatura em Matemática

Disciplina: Laboratório de Ensino e Aprendizagem de Matemática.

Linha de Pesquisa: Educação Matemática Inclusiva

Licenciandos: Joel Costa Martins e Larissa Rosario Monteiro.

Orientadora: Me. Mylane dos Santos Barreto.

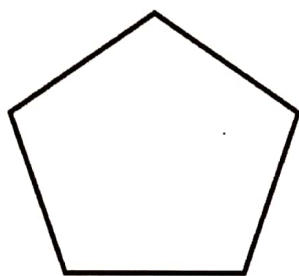
Nome: _____ Data: ___ / ___ / ___

Cálculo de Áreas de Polígonos por meio do Teorema de Pick

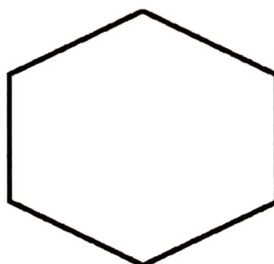
Introdução

Polígonos são figuras fechadas formadas por segmentos de reta. Os polígonos são nomeados de acordo com o número de lados.³

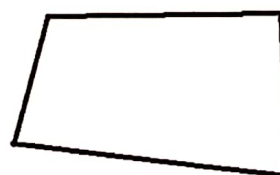
Figura 1- Polígonos



Pentágono



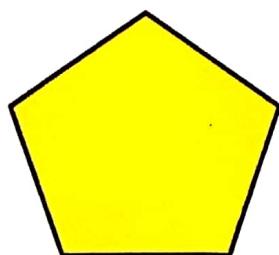
Hexágono



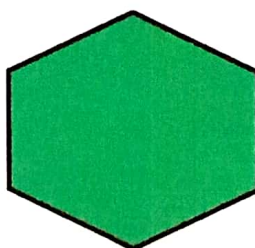
Quadrilátero

A área de um polígono equivale a medida da superfície plana ocupada por ele e todos os seus pontos internos.⁴

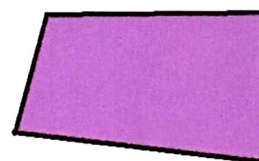
Figura 2- Áreas de Polígonos



Pentágono



Hexágono



Quadrilátero

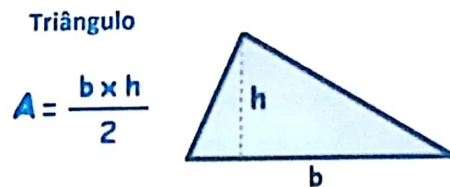
³SILVA, Marcos Noé Pedro da. **Polígonos**; *Brasil Escola*. Disponível em <<https://brasilecola.uol.com.br/matematica/poligonos.htm>>. Acesso em 30 de julho de 2018.

⁴SILVA, Marcos Noé Pedro da. "Área de um Polígono Regular"; *Brasil Escola*. Disponível em <<https://brasilecola.uol.com.br/matematica/area-um-poligono-regular.htm>>. Acesso em 30 de julho de 2018.

Área de Polígonos Especiais

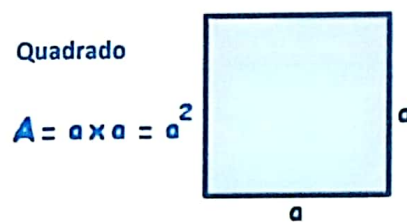
Triângulo é um polígono com três lados. A área de um triângulo pode ser determinada conhecendo a medida de um dos lados que chamaremos de base e a altura relativa à esse lado. Assim, a área de um triângulo será dada pela fórmula:

Figura 3- Fórmula da área do triângulo



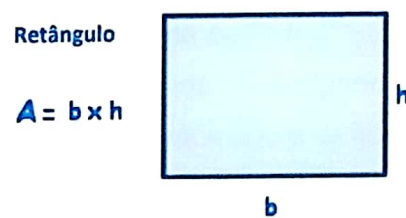
Quadrado é um quadrilátero regular, ou seja, uma figura geométrica com quatro lados de mesmo comprimento e quatro ângulos retos. Sua área pode ser determinada pela medida do seu lado.

Figura 4- Fórmula da área do quadrado



Retângulo é um polígono que possui quatro lados e quatro ângulos retos, isto é, medem 90°. A área de um retângulo pode ser determinada conhecendo a medida de suas dimensões. Assim, a área de um retângulo será dada pela fórmula:

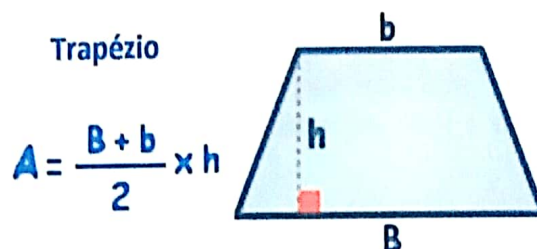
Figura 5- Fórmula da área do retângulo



Trapézio é um quadrilátero que possui um par de lados paralelos. Os lados paralelos dos trapézios são chamados de bases. A base que possui maior medida recebe o nome de base maior e a que possui menor medida recebe o nome de base

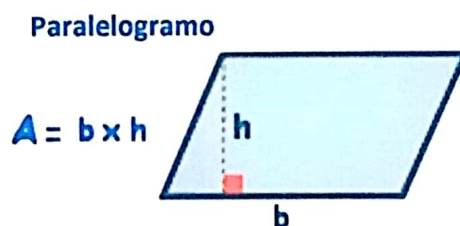
menor. A área de um trapézio pode ser determinada conhecendo a medida de suas bases e de sua altura. Assim, a área de um trapézio será dada pela fórmula:

Figura 6- Fórmula da área do trapézio



Paralelogramo é um quadrilátero que possui os lados opostos paralelos. A área de um paralelogramo pode ser determinada conhecendo a medida de um de seus lados que chamaremos de base e da altura relativa à esta base. Assim, a área de um paralelogramo será dada pela fórmula:

Figura 7- Fórmula da área do paralelogramo

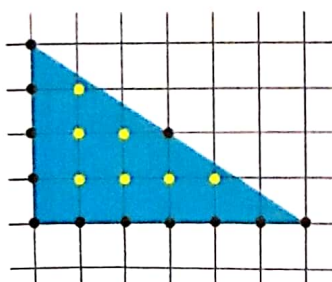


Teorema de Pick

Há várias maneiras para calcular áreas de polígonos, uma delas é dada por um teorema desenvolvido pelo matemático Georg Alexander Pick, este teorema recebeu seu nome, e é conhecido como Teorema de Pick.

O Teorema de Pick é válido quando o polígono está inscrito numa malha quadriculada com os vértices posicionados sobre as interseções da malha.

Figura 8- Representação dos pontos de borda e internos do polígono



Pontos pretos (B) - situados sobre o contorno do polígono

Pontos amarelos (I) - situados no interior do polígono

Segundo o Teorema de Pick, a área de um polígono simples cujos vértices são pontos de uma malha quadriculada é dada pela fórmula:

$$A = I + \frac{B}{2} - 1$$

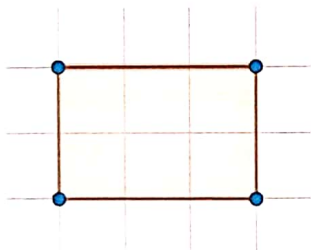
em que B é o número de pontos da malha quadriculada, situados sobre o contorno (lados) do polígono e I é o número de pontos da malha quadriculada, situados no interior do polígono.

Exemplo: No geoplano construa um quadrado com lado medindo 3 unidades e determine sua área por meio da fórmula tradicional e pelo Teorema de Pick.

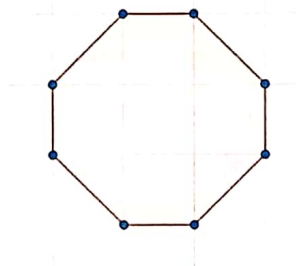
Exercícios

1. Calcule a área das figuras abaixo utilizando o Teorema de Pick.

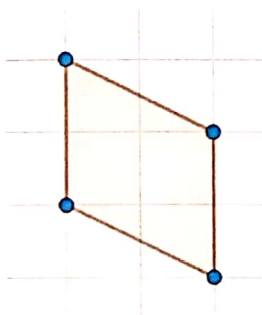
a)



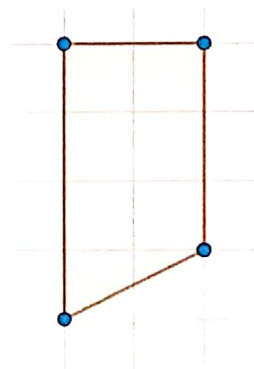
b)



c)



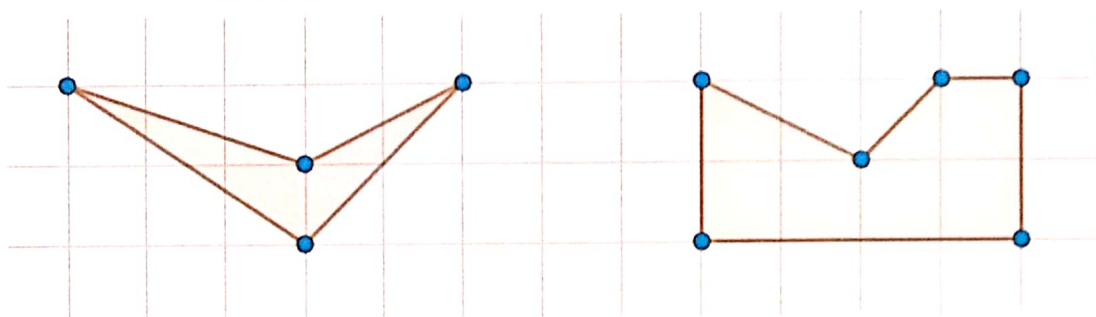
d)



2. No Geoplano, construa e determine a área de um polígono com as descrições a seguir:

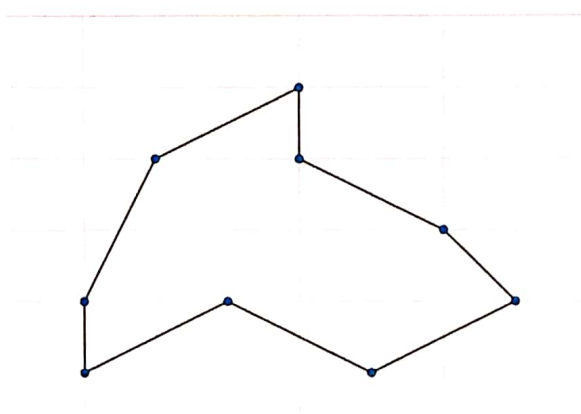
- 5 pontos, sendo 1 interno
- 8 pontos, sendo 0 interno
- 8 pontos, sendo 2 internos

3. Determine a área dos polígonos a seguir utilizando o Teorema de Pick e as fórmulas tradicionais.



4. Um satélite tirou uma foto da área desmatada da Amazônia, esta área está representada pela figura abaixo. Faça o cálculo da área utilizando o Teorema de Pick (Escala de 1:100.000, isto é, 1cm da malha quadriculada, equivale a 1 km da escala real).

Figura 9- Representação da área desmatada



Apêndice B: Material didático experimentado na turma regular



Secretaria de
Educação Profissional
e Tecnológica

Ministério da
Educação



matemática
LICENCIATURA

Diretoria de Ensino Superior

Licenciatura em Matemática

Disciplina: Laboratório de Ensino e Aprendizagem de Matemática.

Linha de Pesquisa: Educação Matemática Inclusiva

Licenciandos: Joel Costa Martins e Larissa Rosario Monteiro.

Orientadora: Prof^a. Me. Mylane dos Santos Barreto.

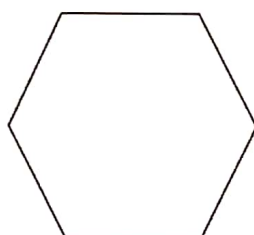
Nome: _____ Data: ___ / ___ / _____

Cálculo de Áreas de Polígonos por meio do Teorema de Pick

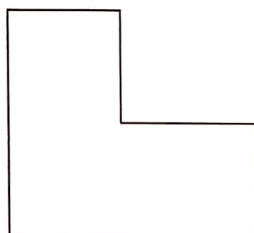
Introdução

Polígonos são figuras fechadas formadas por segmentos de reta. Os polígonos são nomeados de acordo com o número de lados.⁵

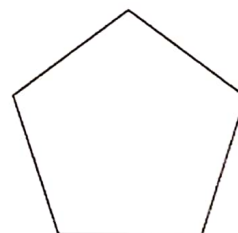
Figura 1- Polígonos



Hexágono Convexo



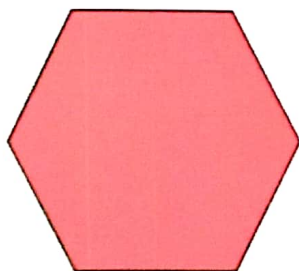
Hexágono não convexo



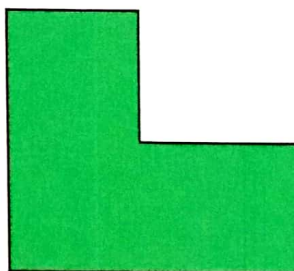
Pentágono convexo

A área de um polígono equivale a medida da superfície plana ocupada por ele e todos os seus pontos internos.⁶

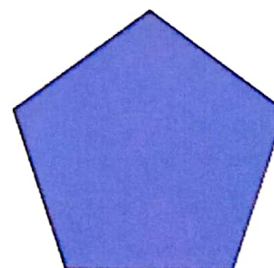
Figura 2- Áreas de Polígonos



Hexágono Convexo



Hexágono não convexo



Pentágono convexo

⁵SILVA, Marcos Noé Pedro da. **Polígonos**; *Brasil Escola*. Disponível em <<https://brasilescola.uol.com.br/matematica/poligonos.htm>>. Acesso em 30 de julho de 2018.

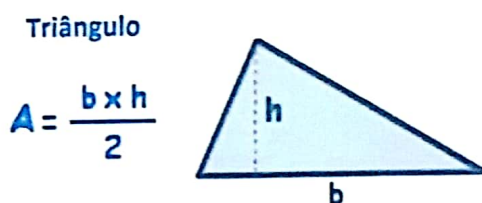
⁶SILVA, Marcos Noé Pedro da. "Área de um Polígono Regular "; *Brasil Escola*. Disponível em <<https://brasilescola.uol.com.br/matematica/area-um-poligono-regular.htm>>. Acesso em 30 de julho de 2018.

Relembrando ...

Área de Polígonos Especiais

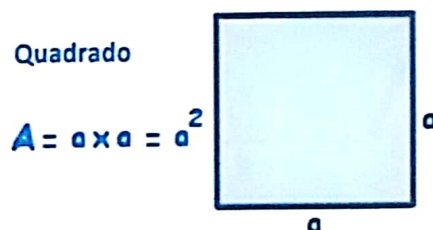
Triângulo é um polígono com três lados. A área de um triângulo pode ser determinada conhecendo a medida de um dos lados que chamaremos de base e a altura relativa à esse lado. Assim, a área de um triângulo será dada pela fórmula:

Figura 3- Fórmula da área do triângulo



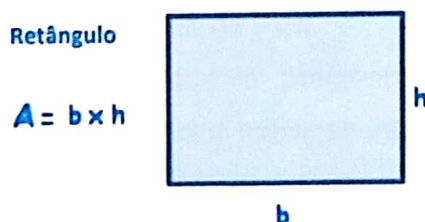
Quadrado é um quadrilátero regular, ou seja, uma figura geométrica com quatro lados de mesmo comprimento e quatro ângulos retos, isto é, medem 90°. Sua área pode ser determinada pela medida do seu lado.

Figura 4- Fórmula da área do quadrado



Retângulo é um polígono que possui quatro lados e quatro ângulos retos, isto é, medem 90°. A área de um retângulo pode ser determinada conhecendo a medida de suas dimensões. Assim, a área de um retângulo será dada pela fórmula:

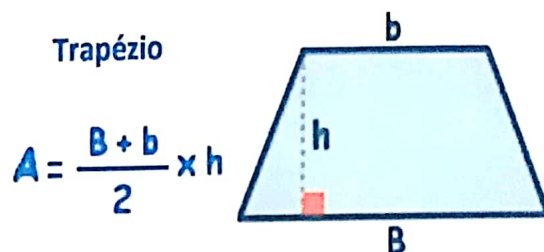
Figura 5- Fórmula da área do retângulo



Trapézio é um quadrilátero que possui um par de lados paralelos. Os lados paralelos dos trapézios são chamados de bases. A base que possui maior medida

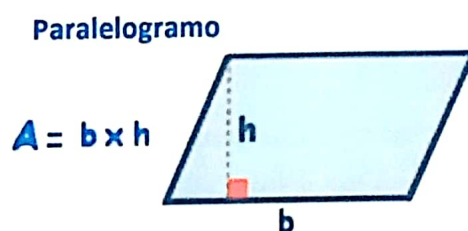
recebe o nome de base maior e a que possui menor medida recebe o nome de base menor. A área de um trapézio pode ser determinada conhecendo a medida de suas bases e de sua altura. Assim, a área de um trapézio será dada pela fórmula:

Figura 6- Fórmula da área do trapézio



Paralelogramo é um quadrilátero que possui os lados opostos paralelos. A área de um paralelogramo pode ser determinada conhecendo a medida de um de seus lados que chamaremos de base e da altura relativa à esta base. Assim, a área de um paralelogramo será dada pela fórmula:

Figura 7- Fórmula da área do paralelogramo

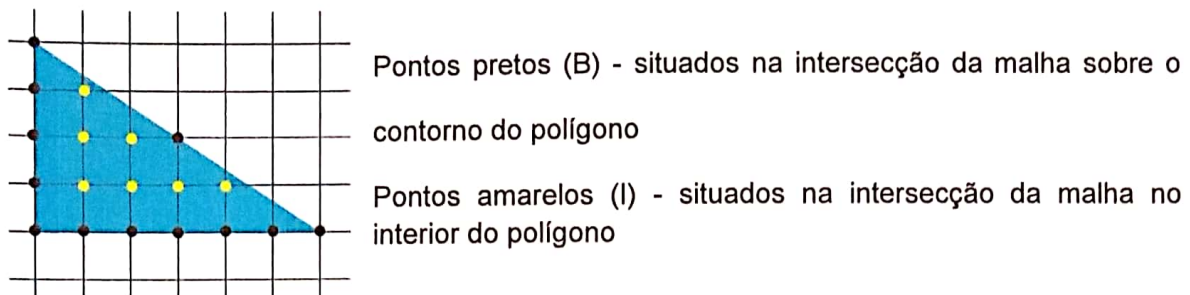


Teorema de Pick

Há várias maneiras para calcular áreas de polígonos, uma delas é dada por um teorema desenvolvido pelo matemático Georg Alexander Pick, este teorema recebeu seu nome, e é conhecido como Teorema de Pick.

O Teorema de Pick é válido quando o polígono está inscrito numa malha quadriculada com os vértices posicionados sobre as interseções da malha.

Figura 8- Representação dos pontos de borda e internos do polígono



Segundo o Teorema de Pick, a área de um polígono simples cujos vértices são pontos de intersecção da malha quadriculada é dada pela fórmula:

$$A = I + \frac{B}{2} - 1$$

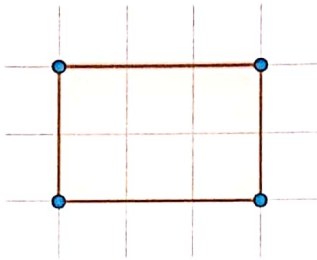
em que B é o número de pontos da malha quadriculada, situados sobre o contorno (lados) do polígono e I é o número de pontos da malha quadriculada, situados no interior do polígono.

Exemplo: No geoplano construa um quadrado com lado medindo 3 unidades e determine sua área por meio da fórmula tradicional e pelo Teorema de Pick.

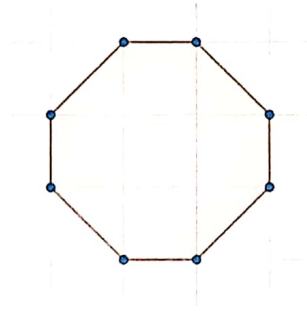
Exercícios

1. Calcule a área das figuras abaixo utilizando o Teorema de Pick.

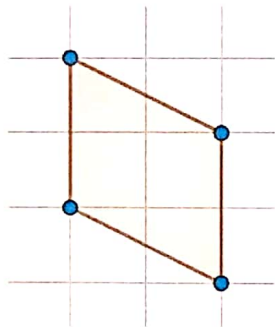
a)



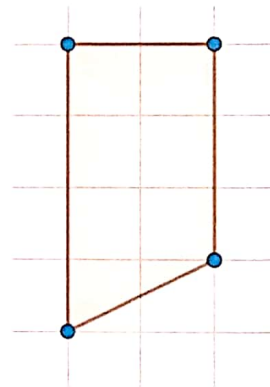
b)



c)



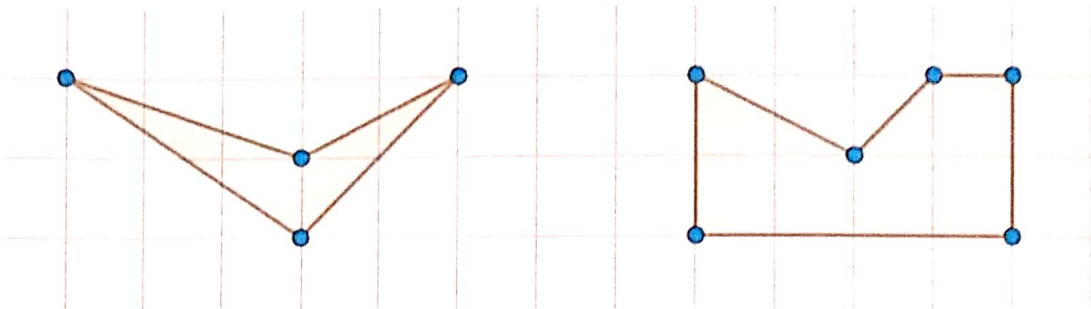
d)



2. No geoplano, construa e determine a área de um polígono com as descrições a seguir:

- 5 pontos, sendo 1 interno
- 8 pontos, sendo 0 interno
- 8 pontos, sendo 2 internos

3. Determine a área dos polígonos a seguir utilizando o Teorema de Pick.



4. Um satélite tirou uma foto da área desmatada da Amazônia, esta área está representada pela figura abaixo. Faça o cálculo da área utilizando o Teorema de Pick (Escala de 1:100.000, isto é, 1cm da malha quadriculada, equivale a 1 km da escala real).

Figura 9- Representação da área desmatada

